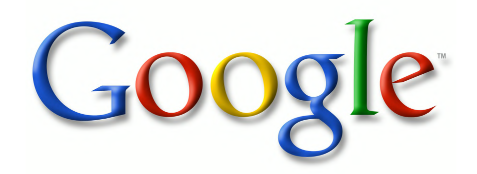
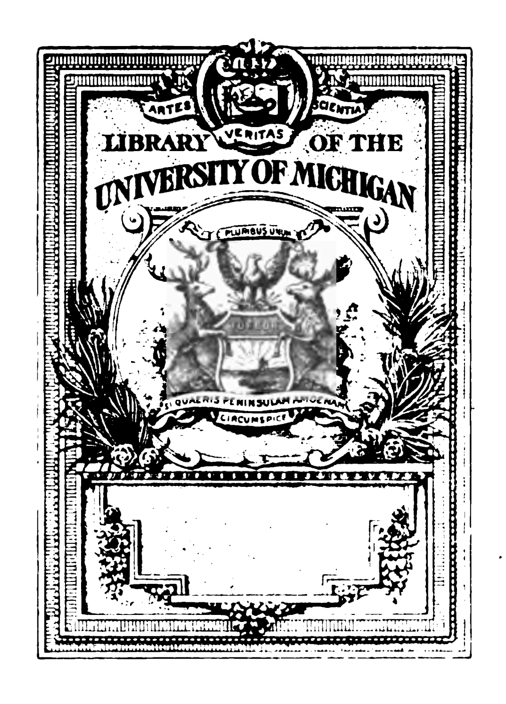
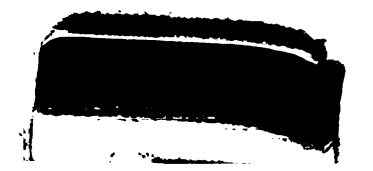



ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



Handbuch

der

physiologischen Methodik

Unter Mitwirkung

von

L. Asher, Bern; **A. Bethe**, Kiel; **Chr. Bohr**, Kopenhagen; **K. Bürker**, Tübingen; **W. Caspari**, Berlin; **J. R. Ewald**, Strassburg; **O. Fischer**, Leipzig; **O. Frank**, München; **M. von Frey**, Würzburg; **S. Garten**, Giessen; **A. Gullstrand**, Upsala; **F. B. Hofmann**, Prag; **R. Magnus**, Utrecht; **L. Michaëlis**, Berlin; **W. Nagel**, Rostock; **C. Oppenheimer**, Berlin; **I. P. Pawlow**, St. Petersburg; **J. Poirot**, Helsingfors; **A. Pütter**, Bonn; **M. Rubner**, Berlin; **K. Schäfer**, Berlin; **F. Schenck**, Marburg; **J. Steiner**, Köln; **W. Trendelenburg**, Innsbruck; **W. Wirth**, Leipzig; **N. Zuntz**, Berlin und **H. Zwaardemaker**, Utrecht

herausgegeben

von

Robert Tigerstedt

Dritter Band

Zweite Hälfte

Zentrales Nervensystem; Psychophysik; Phonetik

Mit 169 Figuren im Text



Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1912

Inhalt.

4. Abteilung. (Zentrales Nervensystem.)

---

5. Abteilung. (Psychophysik.)

---

6. Abteilung. (Phonetik.)

Handbuch
der
physiologischen Methodik

Unter Mitwirkung

von

L. Asher, Bern; **A. Bethe,** Strassburg; **Chr. Bohr,** Kopenhagen; **K. Bürker,** Tübingen; **W. Caspari,** Berlin; **J. R. Ewald,** Strassburg; **O. Fischer,** Leipzig; **O. Frank,** München; **M. von Frey,** Würzburg; **S. Garten,** Giessen; **A. Gullstrand,** Upsala; **F. B. Hofmann,** Innsbruck; **R. Magnus,** Utrecht; **L. Michaëlis,** Berlin; **W. Nagel,** Rostock; **C. Oppenheimer,** Berlin; **I. P. Pawlow,** St. Petersburg; **J. Poirot,** Helsingfors; **A. Pütter,** Göttingen; **M. Rubner,** Berlin; **K. Schäfer,** Berlin; **F. Schenck,** Marburg; **J. Steiner,** Köln; **W. Trendelenburg,** Freiburg i. B.; **W. Wirth,** Leipzig; **N. Zuntz,** Berlin und **H. Zwaardemaker,** Utrecht

herausgegeben

von

Robert Tigerstedt

Dritter Band

4. Abteilung

Zentrales Nervensystem

Mit 92 Figuren

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1910

Inhaltsverzeichnis.

Dieses Blatt ist beim Einbinden des vollständigen Bandes zu entfernen.

4. Abteilung:

Zentrales Nervensystem

I.

Das zentrale Nervensystem der warmblütigen Tiere

von

Wilhelm Trendelenburg in Freiburg i. B.

(Mit 53 Figuren.)

A. Vorbemerkungen.

„Tout, dans les recherches expérimentales, dépend de la méthode; car c'est la méthode qui donne les résultats.“ Diese Worte, mit denen Flourens[92]) die Darstellung der allgemeinen Grundsätze seiner Methoden einleitet, haben auch heutzutage noch vollste Gültigkeit, und nicht zum mindesten gerade in dem Gebiet, zu dessen wissenschaftlicher Erschließung Flourens so bedeutenden Anstoß gab, dem Studium der Funktionen des zentralen Nervensystems. Gewiß wird auch hier die Art der Fragestellung von entscheidendem Einfluß auf die Ergebnisse sein; oft aber zeigte sich, daß Fragen, die seit Beginn der experimentellen Untersuchung des Nervensystems im Vordergrunde standen, lange fruchtlos hin- und hergewendet wurden, bis die geeignete Methodik gefunden war. So werden gewiß auch in Zukunft weitere Aufschlüsse von neuen Fragestellungen zu erwarten sein, mehr aber vielleicht noch von einer planmäßigen Fortführung der Methodik, die ja allerdings selbst wieder zu neuen Fragen führt.

Als Ziel der methodischen Bestrebungen in dem hier in Betracht kommenden Gebiet der Experimentalphysiologie kann im allgemeinen das bezeichnet werden, die Funktionen des Zentralnervensystems zu erkennen, festzustellen, welche Teile an bestimmten Leistungen beteiligt sind, in welcher Weise die einzelnen, sich morphologisch gegeneinander abgliedernden Teile zusammenarbeiten und voneinander abhängen. Im wesentlichen stehen uns bei diesen Bestrebungen nur zwei Methoden zur Verfügung, die sich gegenseitig ergänzen: die Methode, durch Reizung die Tätigkeit eines Teils zu steigern und aus dem Erfolg einen Schluß auf die normale Bedeutung zu ziehen, und die Methode, durch Ausschaltung seine Tätigkeit zu vernichten und aus den Ausfallerscheinungen wiederum das normale Geschehen zu ermitteln. Es ist klar, daß die beiden Arten von Eingriffen frei von unbeabsichtigten Nebenwirkungen sein müssen; bei der Reizung darf keine Zerstörung mitspielen, und bei der funktionellen Ausschaltung darf nicht gleichzeitig ein Reiz für die stehenbleibenden Abschnitte gesetzt werden. Auch müssen Fernwirkungen auf nicht direkt an den Eingriffen beteiligte Gegenden vermieden sein. Streng genommen würde es deshalb notwendig sein, an

dieser Stelle zunächst eine allgemeine Kritik der Methoden zu geben, also zu untersuchen, inwieweit die zur Verfügung stehenden besonderen Maßnahmen diesen strengen Anforderungen genügen. Während sich diese Frage für die besten der vorhandenen Reizmethoden ohne weiteres bejahen läßt, ist die Sachlage für die Ausschaltungen so verwickelt und von einer je nach den besonderen Umständen so verschiedenen Komplikation, daß es unmöglich ist, hier eine erschöpfende Darstellung zu geben. Das mißlichste liegt darin, daß man gar keinen sicheren Maßstab dafür besitzt, nach dem ohne weiteres gesagt werden kann, ob in einem bestimmten Fall lediglich eine Ausschaltung erfolgt ist; wollen wir doch gerade durch den Eingriff erst erfahren, welches die Erscheinungen des Funktionsausfalls sind. Mithin kommt hier für das Urteil auch sehr viel auf die Gesamterfahrung des einzelnen an. Im ganzen möchte ich glauben, daß die unmittelbaren Reizwirkungen eines Schnittes eher überschätzt werden, besonders, wenn Reizungen angenommen werden, welche diejenige Zeitdauer überschreiten, nach welcher die Fasern, die gereizt worden sein sollen, schon der Degeneration anheimgefallen sind. Sehr wichtig scheinen mir in dieser Hinsicht die von chirurgischer Seite (Prince[265]) gemachten Erfahrungen zu sein, daß nach Hinterwurzeldurchschneidungen, die am Menschen zu bestimmten therapeutischen Zwecken vorgenommen wurden, der Patient schon nach dem Aufwachen aus der Narkose keine Schmerzen hatte; schon in dieser kurzen Zeit mußten also etwa vorhanden gewesene Reizwirkungen des Schnitts erloschen sein.*) Schnitte, Ligaturen und dergleichen werden also nur dann als Reizmethoden in Betracht kommen, wenn es sich nur um das Studium der schnell vorübergehenden Reizwirkungen handelt, und sie sind andererseits recht zuverlässige Mittel zur Ausschaltung, wenn der Versuchszweck es ermöglicht, diese vorübergehenden Reizwirkungen vor der näheren Untersuchung abklingen zu lassen.

Unter den weiteren Folgeerscheinungen der zur Ausschaltung dienenden Eingriffe kommt fernerhin der „Shock“ in Betracht, eine noch wenig analysierte Erscheinung, unter der wohl auch verschiedene Dinge verstanden werden. Soweit es sich dabei um Wirkungen starker, plötzlich einwirkender Reize auf lebenswichtige Teile (Gefäß-, Herzvagus-, Atmungszentrum) handelt, lassen sich diese Störungen am besten durch eine tiefe Narkose vermeiden, deren Wirkung wohl dadurch zustande kommt, daß sie die Erregbarkeit der Bahnen herabsetzt, so daß die genannten Reize sich nicht so leicht und so weit ausbreiten können; ferner setzt die tiefe Narkose den Blutdruck schon so weit herab, daß nun die Operationen am Zentralnervensystem keine so eingreifende Änderung im Zustand des Gefäßsystems mehr hervorrufen, als es bei weniger tiefer Narkose oder ohne dieselbe der Fall sein würde.

Aber auch an den Teilen, deren Funktionsaufhebung durch den Eingriff beabsichtigt war, können Folgen auftreten, deren Natur als reine Ausfallserscheinung zweifelhaft sein kann, und die in der verschiedensten Weise bezeichnet und gedeutet worden sind, wiederum als Shock, als Isolierungsveränderungen, als Diaschisis, und welche wohl von den Reizerscheinungen

*) Daß der zitierte Fall durch vorher bestehende, peripher bedingte Schmerzen kompliziert ist, scheint mir in diesem Zusammenhang nicht von Belang zu sein.

im engeren Sinne zu trennen sind. Zum Beispiel handelt es sich da um die Frage, woher es nach Durchschneidung des Rückenmarks der höheren Tiere zunächst zu Aufhebung, später zu Steigerung der Reflextätigkeit in dem von den oberen Teilen isolierten Rückenmarkabschnitten kommt. Am stärksten sind die Gegensätze der Auffassung bei der Deutung der Folgen von Rindenexstirpationen gewesen. Sollen wir die in den ersten Tagen nach diesen Eingriffen sichtbaren Symptome als reine Ausfallerscheinungen deuten oder sind es nur indirekte Fernwirkungen, die vielleicht sogar mit den unvermeidlichen bis in entfernte Zellkomplexe ziehenden Degenerationen zusammenhängen? Es würde den Rahmen der hier vorliegenden Aufgaben, welche das technische der Methodik in den Vordergrund rücken, zu weit überschreiten, auch nur den Versuch einer Schilderung der verschiedenen Deutungsmöglichkeiten und Theorien zu geben, die allerdings für die rein funktionelle Beurteilung von erheblicher Bedeutung sind. In einer Beziehung wird die aus den geschilderten Verhältnissen sich ergebende Unsicherheit wenig fühlbar sein, nämlich dann, wenn man die Eingriffe aus Interesse an der menschlichen Pathologie vornimmt, wenn man also bloß für eine am Menschen vorkommende Zerstörung beim Tier Parallelfälle herstellen will, welche es gestatten, die Ätiologie und Pathogenese des Falles nach allen Richtungen aufzuklären, ohne daß es darauf ankommt, aus den beobachteten Symptomen Schlüsse auf das normale Geschehen zu ziehen.

Müssen hier mithin in funktioneller Beziehung noch manche Fragen offen gelassen werden, so läßt sich doch ganz allgemein schon eine Regel aus dem vorigen ableiten und allem weiteren voranstellen, nämlich die, alle Eingriffe mit möglichster Sorgfalt und mit niemals stillstehenden technischen Bemühungen auszuführen. Zu dieser Sorgfalt gehört für Dauerversuche nicht in letzter Linie eine peinliche Asepsis, die nicht nur darin besteht, daß die üblichen Regeln innegehalten werden, sondern daß auch wirklich eine aseptische Heilung erfolgt.

Ehe wir diese allgemeineren Erörterungen über die Möglichkeit, die normalen Funktionen zu ermitteln, verlassen, kann noch darauf hingewiesen werden, daß es wohl nur für rein anatomische Zwecke genügen kann, irgendwo eine Verletzung von nicht näher vorausbestimmter Lage und Größe beizubringen; Aufschlüsse über die funktionelle Bedeutung der einzelnen Teile sind im wesentlichen nur dann zu erhalten, wenn die Eingriffe planmäßig auf solche Teile ausgedehnt und begrenzt werden, von denen man eine funktionelle Zusammengehörigkeit erwarten kann.

Wenn auch von den im vorigen skizzierten Aufgaben der Methodik an dieser Stelle die am Nervensystem selbst erfolgenden Eingriffe im Vordergrund stehen werden, so sind doch auch die nicht minder wichtigen Mittel zur Untersuchung der durch diese Eingriffe veränderten Leistungen des Zentralnervensytems mehr oder weniger ausführlich zu behandeln. Hingegen mußte davon Abstand genommen werden, überhaupt alle Methoden aufzuführen, welche der Physiologie zur Erforschung der Funktionen der Zentralorgane warmblütiger Tiere überhaupt zur Verfügung stehen, wenn man „Physiologie" im eigentlichen weiten Sinne nimmt und die meist als „Tierpsychologie" bezeichneten Bestrebungen einbegreift. Die nichtoperative Methodik der Tierpsychologie hat durch Claparède[59]) vor kurzem

eine sehr übersichtliche und systematische Darstellung erfahren, auf welche hier verwiesen werden kann. Diese zur Untersuchung der verwickeltsten und höchsten Leistungen der Zentralorgane dienenden Verfahren beanspruchen zwar viel Erfindungsgabe und wohl noch mehr Geduld, dürften aber im ganzen nicht eigentlich als technisch schwierig bezeichnet werden können, so daß die hier notwendige immerhin etwas äußere Abgrenzung des Gebiets auch von diesem Gesichtspunkt aus begründet erscheint. Diese Abgrenzung ist aber im folgenden im ganzen derart vorgenommen worden, daß in erster Linie diejenigen Methoden der Funktionsprüfung berücksichtigt wurden, die vorwiegend im Anschluß an operative Eingriffe am Zentralnervensystem vorgenommen zu werden pflegen oder vorwiegend geeignet sind, die Folgen solcher Eingriffe zu untersuchen.

Eine Erweiterung erwächst hingegen dem zu behandelnden Stoff noch dadurch, daß dem Plan des Gesamtwerks entsprechend nicht nur die zur Untersuchung am meisten benutzten Säugetiere abzuhandeln sind, sondern auch die Vögel, und von diesen vor allem die Taube, die sich aus verschiedenen Gründen als ein sehr geeignetes Versuchstier erwies. Andere Vogelarten werden nur insoweit herangezogen, als es sich um spezielle nur an ihnen ausgeführte Untersuchungen handelt. Hingegen würde es nicht angängig sein, dieselbe Beschränkung bei Besprechung der an Säugetieren angewandten Methodik walten zu lassen und etwa eine bestimmte Tierart der Darstellung zugrunde zu legen. Immerhin liegt es aber in der Natur der Sache, daß die Untersuchungen am Hunde in der Besprechung einen etwas breiteren Raum einnehmen werden. In der neueren Zeit sind in steigendem Maße Affen als Versuchstiere gewählt worden, und dies wird voraussichtlich in der Folgezeit in noch größerem Umfang der Fall sein. Zum Glück werden die Lücken, die heutzutage in diesem Punkt in technischer Beziehung noch gelassen werden müssen, dadurch weniger fühlbar sein, daß die Anatomie und Chirurgie des menschlichen Gehirns für die Untersuchung des Affen viel mehr Anhaltspunkte gibt, als etwa für die des Hundes, und daß andererseits die für die niederen Teile des Nervensystems vorhandenen Methoden in ziemlich gleicher Weise bei allen Säugetieren angewendet werden können.

Während ich mich beim Vogel darauf beschränken mußte, die wichtigsten Operationsweisen, die sich nicht nur zur weiteren Forschung, sondern auch zu Demonstrationszwecken eignen, auszuwählen, versuchte ich bei den Säugetieren nach Möglichkeit vollständig zu sein*), führte allerdings nur diejenigen Maßnahmen als Methoden auf, welche geeignet erscheinen, mit genügender Sicherheit den gewollten Eingriff hervorzurufen. Auch mußte ich bei dem beschränkten zur Verfügung stehenden Raum darauf verzichten, bei jedem Eingriff alle Autoren, die darüber irgend eine technische Angabe machen, aufzuführen. Ich hoffe in der Auswahl im allgemeinen das Richtige getroffen zu haben. Manche Lücken suchte ich durch neue oder früher von mir noch nicht veröffentlichte Untersuchungen noch selbst auszufüllen; ferner

*) Einige an selten benutzten Versuchstieren ausgeführte Arbeiten (u. a. Merzbacher[215])) konnten im Interesse einer einigermaßen einheitlichen Darstellung nicht näher berücksichtigt werden.

bat ich erfolgreiche Untersucher, welche ihre Methode nicht veröffentlicht hatten, um Unterstützung, die mir in dankenswerter Weise gewährt wurde.

Die Angaben der Autoren sind im folgenden öfters mehr oder weniger wörtlich zitiert. Besondere Hinweise darauf sind im Interesse der Übersichtlichkeit des Ganzen unterlassen worden.

B. Allgemeine Methodik.

I. Wahl des Versuchstieres.

Abgesehen von äußeren Gründen, die bei der Wahl des Versuchstieres nach Möglichkeit zurücktreten sollten, seien folgende Gesichtspunkte kurz erörtert. Es kann nicht die nächste Aufgabe der Experimentaluntersuchung sein, eine spezielle Physiologie des Zentralnervensystems der einzelnen Warmblüterarten zu liefern; es wird vielmehr in erster Linie angestrebt werden müssen, auf vergleichendem Wege eine möglichst sichere Basis für die Erkenntnis der Funktionen des menschlichen Zentralnervensystems zu liefern. Deshalb soll die Wahl des Versuchstieres nicht dem Zufall oder äußeren Gründen überlassen sein, sondern in engstem Zusammenhang mit der Fragestellung stehen. Kommt es auf die Untersuchung von elementaren Funktionen an, etwa die Abhängigkeit des Stoffwechsels vom Nervensystem (Zuckerstich), so wird die Untersuchung an niederstehenden Säugern so lange ausreichen, bis bei ihnen eine sichere Grundlage geschaffen ist. Handelt es sich hingegen etwa um die Untersuchung der Körperbewegungen, so sind die Nager viel weniger geeignet, als der viel lebhaftere Hund, bei dem auch der höher aufgerichtete Körper die Beobachtung wesentlich erleichtert. Kommt es nicht so sehr auf die mehr oder weniger einförmig verlaufenden Lokomotionsbewegungen an, als auf kompliziertere Leistungen, so bietet hingegen der Affe ein viel reicheres Beobachtungsobjekt. Daß in mancher Beziehung sogar der Vogel in den Leistungen seines Zentralorganes dem Menschen nicht so ferne steht, wie nach dem Abstand in der Tierreihe gemeint werden könnte, sei nur daran gezeigt, daß nur jener unter den Wirbeltieren einen ausschließlich zweifüßigen Gang besitzt, bei dem nicht nur die Gleichgewichtsbedingungen des Körpers, sondern vielleicht auch die ganzen Innervationsverhältnisse einige Vergleichspunkte mit dem Menschen bieten könnten.

Neben der besonderen Fragestellung sind ferner häufig rein technische Gesichtspunkte für die Wahl entscheidend. Handelt es sich um schwierige Operationen, so sind diese oft bei der einen Tierart aus anatomisch-topographischen Gründen leichter ausführbar, als wie bei der anderen, worüber sich natürlich keine weiteren allgemeinen Regeln aufstellen lassen.

Von bedeutendem Einfluß auf die Folgen operativer Eingriffe ist in sehr vielen Fällen das Alter der Tiere. Es kann als eine allgemeine, von den verschiedensten Autoren gemachte Erfahrung bezeichnet werden, daß die sogenannten Shockwirkungen bei jungen Tieren wesentlich weniger bedeutend sind, als bei erwachsenen, so daß sich namentlich zum Studium der Reflextätigkeit des abgetrennten Rückenmarks junge Tiere am besten eignen (Luchsinger[121])). Auch die Tierart bedingt ähnliche Unterschiede; so findet

Luchsinger[121, 205]) das Kaninchen für Reflexstudien am Rückenmark besonders ungeeignet, während junge Katzen und Ziegen sehr verwendbar sind.

Neben Art, Alter und Größe des Tieres ist aber weiter für Dauerversuche, in denen genauere Funktionsprüfungen vorgenommen werden sollen, sein ganzer „Charakter" von größter Bedeutung. Mit Hunden und Katzen wird man bei einiger Erfahrung besonders der Gehilfen schon zurechtkommen. Katzen kann man bei manchen Beobachtungen am Kopf (Einfluß von Giftwirkungen auf die Pupille oder dgl.) in einen Wachstuchsack, in welchem die glatte Fläche nach innen gewendet ist, stecken und diesen am Hals des Tieres so weit zuziehen, daß die Pfoten nicht herausgebracht werden können; das Tier pflegt sich so sehr ruhig zu verhalten. Über die allgemeine Behandlungsweise für Katzen macht im übrigen Levy-Dorn[195]) einige Angaben. Schwieriger sind Affen zu behandeln. Von diesen scheinen manche Arten weniger geeignet zu sein, wenigstens fand ich Meerkatzen sehr bissig und unzugänglich. Munk[232]) vermeidet überhaupt die Verwendung wilder oder scheuer Tiere und hält sich an zahme, die man nach seiner Erfahrung unter den Makaken häufig genug antrifft. Er betont weiter die Notwendigkeit einer stets freundlichen Behandlung der sich möglichst frei herumbewegenden Tiere, sowie das Vermeiden aller nicht direkt nötigen Hantierungen.

II. Vorbehandlung.

Hier sei in erster Linie kurz auf die geeignetste Fütterungsweise der Tiere vor den Operationen hingewiesen, durch die einerseits eine möglichst ungestörte Narkose, andererseits eine Verminderung der Blutungen erzielt wird. Am Tage vor der Operation lasse man die Tiere ganz ohne Nahrung und Wasser, und füttere sie auch schon einige Tage vorher etwas trocken (bei Kaninchen mit Heu). Künstliche Entleerungen des Magendarmkanals sind dann vor der Operation nicht weiter nötig, bei Hunden treten sie durch die meist benutzte Morphiuminjektion von selber ein.

Die der Asepsis dienenden unmittelbar der Operation vorausgehenden Vorbereitungen werden unten besprochen.

III. Narkose. Künstliche Atmung.

Sieht man von den nicht eigentlich mit der Methodik zusammenhängenden Zwecken der Narkose ab, so soll durch sie bei Operationen am Zentralnervensystem eine derartige Ruhigstellung des Tieres erzielt werden, daß bei den Eingriffen keine allgemeinen Bewegungsäußerungen des Tieres eintreten, durch die der Erfolg von vornherein in Frage gestellt werden würde (unbeabsichtigte Nebenverletzungen, Blutungen und Prolapse bei Pressen u. a. m.). Auch bei den größten Eingriffen ist wenigstens im allgemeinen der Grad der Narkose so zu wählen, daß die Tiere völlig ruhig bleiben, was sich selbst bei Durchschneidungen von hinteren Wurzeln oder Markdurchschneidungen erreichen läßt. Auf die Bedeutung der Narkose zur Vermeidung von „Shock" wurde schon oben hingewiesen.

Von den vielen Mitteln zur Allgemeinnarkose seien hier nur diejenigen kurz angeführt, die sich gerade bei Operationen am Zentralnerven-

system besonders bewährt haben. Schließlich kann man mit diesem oder jenem Narkotikum guten Erfolg haben, es ist nur nötig, sich und seinen Gehilfen auf ein bestimmtes Mittel so einzuüben, daß man jederzeit an dem Verhalten des Tieres beurteilen kann, wie tief die Narkose ist, und ob das Narkotikum ohne Schaden weiter zugeführt werden kann. In diesem Punkte kann die eigne Erfahrung durch keine Beschreibung ersetzt werden. Es sei nur darauf hingewiesen, daß hauptsächlich auf die Atmung zu achten ist. Wird diese bei vorgehaltenem Narkotikum schnell und flach, so ist es besser, die Zufuhr des Mittels etwas auszusetzen; ebenso ist bei erneuter Zufuhr auf eine etwa eintretende Synkope zu achten. Wird in letzterem Falle sofort künstliche Atmung durch manuelle rhythmische Kompression des Thorax eingeleitet, so wird man in der Regel die Störung schnell beseitigt haben, besonders wenn das Herz noch schlug.

Für die Taube bevorzuge ich das Chloroform, weil es damit möglich ist, die für feinere Operationen am Zentralnervensystem nötige Tiefe der Narkose zu erzielen. Die Resultate sind bei der nötigen Sorgfalt sehr gut, selbst mehrstündige Narkosen werden ohne Schaden überstanden und die Tiere erholen sich merkwürdig schnell. Bei seinen Reizversuchen benutzte Langley[192]) zuerst Chloroform, sodann die Alkohol-Chloroform-Äthermischung.

Für Kaninchen ist Äther oder Äther + Chloroform āā zweckmäßig. Langley[191]) verwendet eine Mischung aus gleichen Teilen Alkohol abs., Chloroform und Äther nach vorheriger Gabe von Chloralhydrat per rectum (0,03—0,06 g). Ferner kann als Grundlage für die Narkose Urethan (1,0 g pro Kilo) verwendet werden, oder Chloralhydrat in etwas größerer Dosis (½—1 g in 50%iger Lösung, meist subkutan oder in die Bauchhöhle appliziert).

Katzen: Alkohol-Chloroform-Äthermischung, dazu 0,04 g Morphium subkutan (Langley[191])). Andere geben an, daß Morphium bei Katzen nicht empfehlenswert sei, was nach Langendorff[187]) jedenfalls nicht für intravenöse Injektion gültig ist; er verwendet 0,03—0,04 g. Ich selbst verwendete in einer größeren Zahl von Versuchen fast ausschließlich Chloroform + Äther āā mit günstigem Erfolge; gerade bei Katzen muß man bei tiefen Narkosen vor gelegentlichem Atemstillstand bei Wiederzufuhr des Narkotikum etwas auf der Hut sein. Um Unruhe nach der Operation zu vermeiden, gibt Franz[93]) Urethan per os zu der Inhalationsnarkose, Langley[193]) 0,02 g Morphium subkutan während der Hautnaht.

Hunde: Fast allgemein wird hier die sehr empfehlenswerte Kombination von Morphium mit Chloroform oder Chloroform + Äther oder Alkohol-Chloroform-Äthermischung benutzt. Man gibt erwachsenen Tieren pro Kilogramm Gewicht 0,01 g Morphium (etwa in 5%iger Lösung) subkutan; für Dauerversuche mit sterilisierter Spritze. Die Inhalationsnarkose (für die Chloroform empfohlen werden kann) beginne man erst, wenn das Morphium schon wirksam wird, also nach 20—30 Minuten (Munk[230])). Die Tiere bleiben in der Regel noch längere Zeit nach der Operation in Schlafzustand.

Affen: Hier hat sich die reine Äthernarkose sehr gut bewährt, die man höchstens kurz vor dem direkten Eingriff am Nervensystem durch Chloroformzusatz etwas verstärken kann. Die Tiere erholen sich überraschend schnell aus der Narkose, fressen z. B. vorgehaltene Rübenstücke, so daß man schon bald nach dem Eingriff mit den Beobachtungen beginnen kann. Ist hingegen Ruhe nach der Operation nötig, so ist Anwendung von Morphium zweckmäßig. Munk[230]) verwendet in der Morphium-Äthernarkose für kleine Affen 0,03 g, für große 0,06 g Morph. muriat.

Besondere Narkoseapparate sind entbehrlich. Es genügt ein Glas, in welches die Schnauze des Tieres gut hineinpaßt; das Narkotikum wird auf etwas im Grunde des Gefäßes befindliche Watte gegossen. Damit man selbst, besonders bei Kopfoperationen, nicht zu viel von dem Narkotikum

erhält, wovon wir gelegentlich unangenehme Kopfschmerzen davontrugen, bringt man um die Schnauze einen Vorhang von Gummituch an, in den man das Narkoseglas hineinstellt. Vor Beginn der Narkose bringt man Katzen und Affen in einen zylindrischen mit Glaseinsatz im Deckel versehenen Eimer, in welchem man so tief narkotisiert, bis man das Tier unbehelligt herausnehmen kann.

Einige Besonderheiten betreffs der Narkose sind bei Rindenreizungen zu beachten, es wird darauf zurückzukommen sein.

Viel seltener als die Allgemeinnarkose ist die örtliche Anästhesie zu verwenden. Bei Tauben fand ich es gelegentlich zweckmäßig, vor Durchschneidungen des Rückenmarks oder genau lokalisierten Einschnitten, sowie Wurzeldurchschneidungen, auf die entsprechenden Teile in Kokain getränkte und wieder etwas ausgedrückte Watte für einige Minuten zu legen, wodurch keine Beschädigung gesetzt wird (etwa 4% Lösung)*). Zu dem Verfahren der Lumbalanästhesie leitet ebenfalls das von Oddi und Rossi[250]) bei Durchschneidung von hinteren Wurzeln bei Säugetieren benutzte über; um völlige Ruhighaltung zu erzielen, bestrichen sie die Oberfläche des Rückenmarks mit einer 10% Lösung von Kokain.

Über Lumbalanästhesie ist bei Tieren vorzugsweise von Chirurgen experimentiert worden; nach Heineke und Laewen[126]) sind die üblichen Versuchstiere für die Lumbalpunktionen weniger geeignet, da das Rückenmark erst in der Höhe des letzten Lendenwirbels endet, in der Regel aber nicht tiefer als am vorletzten Lendenwirbel punktiert werden kann. Es kommt deshalb leicht zu Konusverletzungen. Ferner hat man bei der geringen Menge des abfließenden Liquor keinen Anhaltspunkt, ob man richtig in den Duralsack gelangte. Es scheint sich deshalb die Lumbalanästhesie für Tierversuche (ausschließlich Affen) weniger zu eignen; angewendet scheint sie in der Tat nicht zu sein.

Für den Affen möchte ich die mir zur Verfügung gestellten Erfahrungen von Gauss (Freiburg) anführen, da sie in geeigneten Fällen nützlich sein werden. Die zu injizierende Mischung besteht aus 1/4 ccm physiologischer Kochsalzlösung, in welchem 0,01–0,02 g Stovain, 0,04 g Tropakokain und 0,05 g Alypin enthalten sind. Der mit einer etwa 5 cm langen feinen Lumbalpunktionsnadel vorzunehmende Einstich liegt in der Höhe des 2. bis 3. Lumbalwirbels, d. h. kurz über einer die höchsten Punkte der Crist. oss. ilii verbindenden Linie. Das Tier nimmt während der Injektion eine sitzend-hockende Stellung ein. Dem Eingriff geht eine vorbereitende subkutane Skopolamin-Morphiuminjektion voraus (0,00015—0,000225 g Scopol. hydrobromic., dazu 0,005—0,0075 g Morph. muriat. in wäßriger Lösung in 2—3 Dosen innerhalb einer Stunde vor dem Eingriff). Die Wirkung kann bis 6 Stunden bestehen. Die Angaben gelten für kleine und mittelgroße Tiere.

Wegen der bei mehrfachen derartigen Injektionen erhobenen anatomischen Befunde (Degeneration in den Hinterwurzeln) ist die Mitteilung von Spielmeyer[329]) nachzusehen.

In neuester Zeit wurden von Erhardt[80]) sehr günstige Erfahrungen mit Zusatz von Gummi Arabicum zu Tropakokain**) gemacht. Die Anästhesie war auf den ganzen Körper, einschließlich des Kopfes ausgedehnt,

---

*) Zweckmäßiger vielleicht 5—6%, da diese Lösungen nach Laewen[178]) isotonisch sind; oder isotonische Mischung von NaCl und Kokain.

**) Sterilisierte Lösungen von Merck, Darmstadt.

ohne daß Atemstörung eintrat, welche bei Verwendung derselben Giftmenge ohne Gummizusatz hingegen den Tod herbeiführte. Der Grund dieser günstigen Wirkung des Gummizusatzes liegt in der Verlangsamung der Resorption; das Gift scheint danach lediglich durch den direkten Kontakt mit den austretenden sensiblen Nerven zu wirken.

An dieser Stelle ist noch darauf hinzuweisen, daß man unter Umständen bei Operationen am Rückenmark die Narkose umgehen kann, ohne ihre wesentlichen Vorteile aufzugeben. Scheven[296]) schaltete bei Untersuchung des Patellarreflexes beim Kaninchen das Gehirn mit der Kronecker-Marckwaldschen Paraffinmethode (s. S. 71) aus, und Stricker[340]) nahm nach einer um mehrere Tage vorausgegangenen Rückenmarksdurchschneidung Reizungen der Rückenmarkswurzeln am nicht narkotisierten „Hintertier" vor (vgl. auch Kühlwetter[174])).

In allen Fällen, in welchen durch den operativen Eingriff eine Beeinträchtigung der Atmung erfolgt, sind besondere Verfahren zur künstlichen Atmung notwendig. In Fällen von nur ganz vorübergehendem Aussetzen der Atmung genügt es meist, den Thorax manuell rhythmisch zu komprimieren, wobei man, am Hinterende des Tieres stehend, die Hände der seitlichen Brustwand anlegt. Auf die für längerdauernd oder endgültig währenden Atemstillstand anzuwendenden Methoden der künstlichen Atmung kann hier nicht näher eingegangen werden. Für Vögel sei auf das von Nagel[237]) angegebene Verfahren verwiesen, bei dem die Luftzufuhr von einem eröffneten Röhrenknochen aus geschieht. Weiter dürfte die Methode der Intubation des Kehlkopfes, die Stewart und seine Mitarbeiter[337]) bei der Katze anwendeten, einer besonderen Hervorhebung wert sein. Sie eignet sich besonders für die Fälle, in denen die Atemstörung nur während der operativen Eingriffe (z. B. vorübergehendem Verschluß der Hirnarterien) besteht und in welchen die Tiere nachher längere Zeit am Leben erhalten werden sollen. In Narkose wird ein Glasrohr durch das Maul zwischen die Stimmbänder in den Kehlkopf geschoben und durch eine um den Unterkiefer gebundene Schnur in seiner Lage festgehalten. Die Ausführung ist leichter und weniger zeitraubend, als die Tracheotomie.

IV. Assistenz, mechanische Tierhalter.

Aus äußeren Gründen wird man in der Regel nicht in der Lage sein, mit einem wissenschaftlich vorgebildeten Assistenten zu arbeiten. Es ist deshalb notwendig, die Operationen so einzurichten, daß man sie, von der Narkose abgesehen, vollständig ohne Hilfe eines anderen ausführen kann. Für aseptische Operationen ist es stets erforderlich, einen geübten Gehilfen zur Überwachung der Narkose zu haben und auch für schwierigere nicht aseptische Operationen ist dies sehr erwünscht. Im übrigen muß man die Hände des Assistenten durch mechanische Vorrichtungen ersetzen, von denen in erster Linie passende Tier- und Kopfhalter, dann die unentbehrlichen mit Gewichten beschwerten Haken (s. Fig. 11) zu nennen sind. Zwei wichtige Vorteile hat man dabei jedenfalls: erstens daß die Aussichten auf aseptische Heilung um so größer sind, je weniger Finger mit der Wunde in Berührung kamen, und zweitens daß man sich den Zugang zu dem meist schon so wie so sehr kleinen Operationsfeld nicht noch weiter verengt.

Ebenso wie bei den Narkotika läßt sich auch bei den für Operationen am Zentralnervensystem geeigneten Tier- und Kopfhaltern nicht allgemeingültig der oder jener als der beste bezeichnen, es kommt hier etwas auf die Gewohnheit an. Im folgenden möchte ich mir erlauben, vorwiegend einige eigne, zum Teil noch nicht veröffentlichte Vorrichtungen mitzuteilen, die sich in einer größeren Reihe von Untersuchungen als brauchbar erwiesen, womit natürlich nicht gesagt sein soll, daß nicht auch manche der bekannten Halter gute Dienste für die hier vorliegenden besonderen Zwecke leisten können.

Es sei der bei einer sehr großen Reihe von Tieren verwendbare Universalhalter von Cowl[61])*) und von Johansson[148]) und die Halter von Exner und Kreidl**) erwähnt.

Für Tauben möchte ich zwei Halter angeben, den einen, früher (vgl. [346])) schon beschriebenen, für Operationen am ganzen Spinalmark, den anderen für solche am Kopf



Fig. 1.
Operationstischchen für Tauben.
(1/7 natürl. Größe.)



Fig. 2.
Dasselbe mit aufgebundenem Tier
und Narkosevorrichtung.

(er ist besonders auch für Operationen am Ohrlabyrinth bestimmt). Die Figuren 1 u. 2 zeigen den ersteren Apparat ohne und mit dem aufgebundenen Tier. Das Nähere ist der schon zitierten Abhandlung zu entnehmen (seitdem angebrachte Veränderungen betreffen nur Nebensächliches). Der für Kopfoperationen bestimmte Halter ist in Figur 3 wiedergegeben. Er besteht aus einem U-förmigen Gestell, dessen einer Schenkel mit dem Verbindungsstück durch ein Scharnier verbunden ist. An den freien Enden tragen die Schenkel je ein kurzes, senkrecht angesetztes Querstück, sowie nach innen ein flaches Knöpfchen. Etwa in ihrer Mitte ist in die Schenkel des U-Stückes der Länge nach eine Spalte gefeilt; durch die beiden Spalten ist ein Querstab gesteckt, der durch Schrauben in beliebiger Entfernung von den oben genannten Knöpfchen festgestellt werden kann. An dem Querstab selbst ist ein halbkreisförmiger Bügel befestigt. Der Halter wird nun so an den Kopf gelegt, daß die Knöpfchen, welche sich am Ende der Schenkel befinden, jederseits in der äußeren Ohröffnung liegen und daß der Oberschnabel durch den halbkreisförmigen Bügel gesteckt wird; der Unterschnabel, von ersterem durch den im Munde wie eine Kandare liegenden Querstab getrennt, bleibt

*) Zu beziehen von Lautenschläger, Berlin.
**) Zu beziehen von Castagna, Wien.

ohne besondere Befestigung. An dem Verbindungsstück der U-Schenkel befindet sich ein Ansatz, an dem der Kopfhalter um die quere Kopfachse gedreht werden kann. Das den Kopfhalter tragende Gestänge, welches noch Drehungen des Kopfes um die senkrechte Achse gestattet, wird genau so am Ewaldschen Taubenhalter befestigt, wie dies von Ewald[81]) für seinen Kopfhalter beschrieben und abgebildet ist. Auf diese Weise läßt sich der Kopf in jeder beliebigen Stellung fixieren. Die Tiere verhalten sich in dem einmal angelegten Halter sehr ruhig und sind, weil die Nasenöffnungen freiliegen, leicht narkotisierbar. Der Kopf wird selbst bei extremer Neigung und Drehung festgehalten. Die Trommelfelle bleiben unverletzt. Es empfiehlt sich, vor dem Anlegen des Halters die Federn an der Ohröffnung wegzuschneiden, sowie die Taube schon etwas zu narkotisieren, so daß die störenden Abwehrbewegungen wegfallen.*)



Fig. 3.
Kopfhalter für Schädeloperationen bei der Taube.
(1/2 natürl. Größe.)

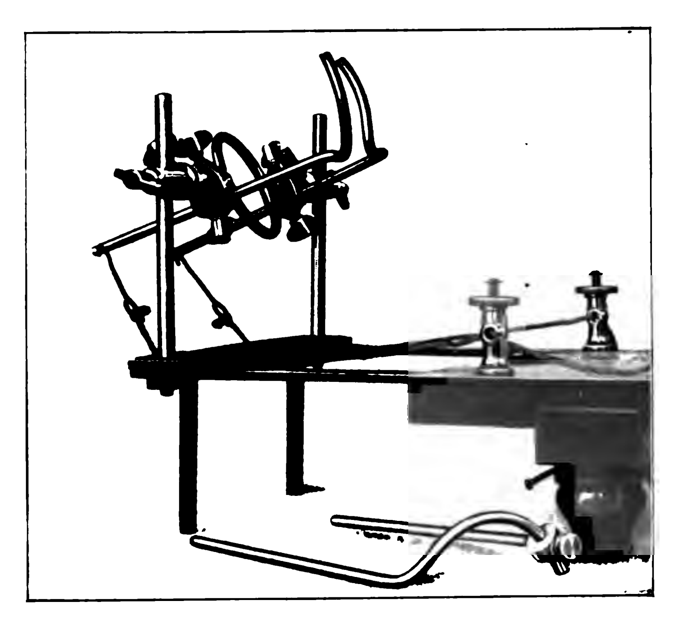


Fig. 4.
Kopfhalter für Kaninchen bei Schädeloperationen. Der unten liegende Teil wird statt der Winkelstücke eingesetzt, wenn am Hals operiert wird.
(2/7 natürl. Größe.)

*) Sind starke Schrägstellungen nötig, so kann man in die an der Platte des Ewaldschen Halters befindlichen Löcher auf der einen Seite Holzpflöcke einstecken, wodurch das ganze Tier schräg gestellt wird.

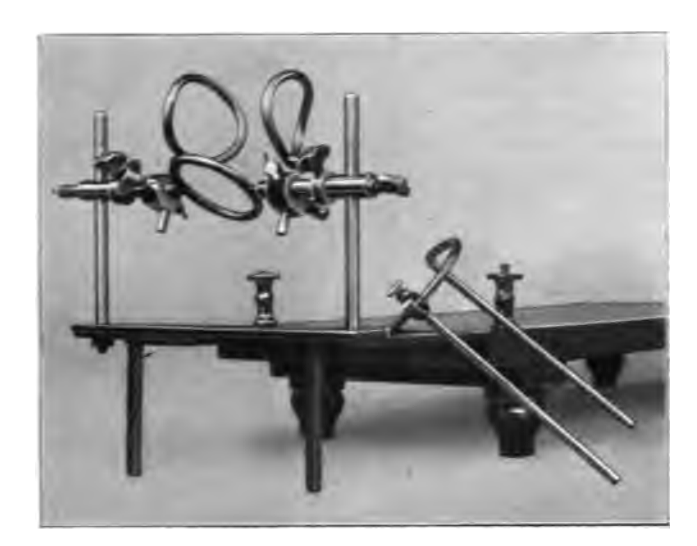


Fig. 5.
Kopfhalter für Katzen und Affen. Statt des Schnauzenringes kann auch die in der nächsten Figur sichtbare Maulstange verwendet werden. Bei Operationen am Halse wird anstatt der Backenringe der rechts unten abgebildete Teil verwendet. (²/₇ natürl. Größe.)

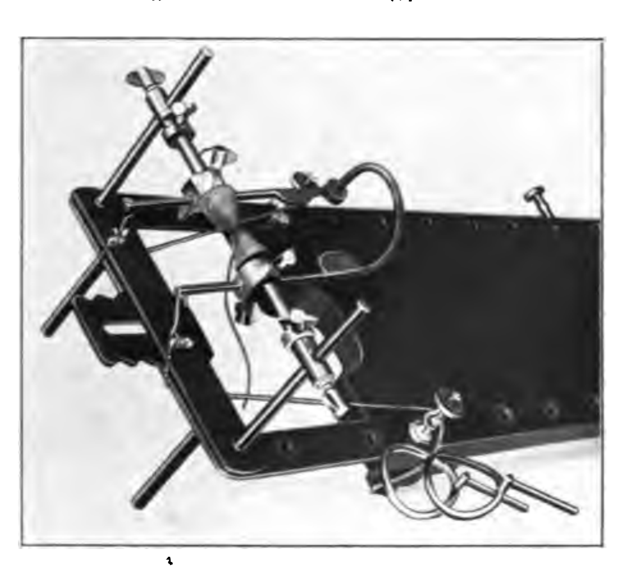


Fig. 6.
Kopfhalter für Katzen und Affen bei Operationen am Schädeldach. Es können auch die rechts unten liegenden Backenringe mit der Maulstange kombiniert werden. (²/₇ natürl. Größe.)

Für Kaninchen ist der Czermaksche Kopfhalter, besonders in der von Knoll[164]) angegebenen Abänderung zweckmäßig, in welcher der Kopf hinter den Supraorbitalfortsätzen des Stirnbeins durch einen einem stumpfen Doppelhaken ähnlichen Bügel gefaßt und so ein Loßreißen unmöglich gemacht wird.

Eine noch festere Lage des Kopfes gewährleistet ferner der in Fig. 4 wiedergegebene Halter, der aus der Abbildung und aus der weiteren Beschreibung der für andere Tiere geeigneten Modifikationen leicht verständlich ist.

Für Katzen und kleine Affen verwende ich folgenden Kopfhalter (Fig. 5 und 6), der an dem üblichen Kaninchenbrett befestigt wird. Die verwendeten Teile sind etwas verschieden, je nachdem am Hinterhaupt oder auf der Höhe des Schädels operiert wird; für Operationen am Rückenmark kann der Kopf mit der ersteren Vorrichtung (Fig. 5) fixiert werden. Bei ihr kommt die Schnauze in einen ovalen Ring, der seitlich in eine horizontale Achse ausgeht. Dieser sitzen Klemmen auf, mit welchen zwei ovale Ringe auf der Achse befestigt werden können, die von rechts und links an die Kopfseite angelegt werden. Sie umgreifen die vorspringenden Teile der Backe und nach oben noch das Ohr. Der Kopf kann in beliebiger Steilheit eingestellt werden und das Tier kann sich auch bei etwa eintretender Unruhe nicht befreien. Der Zugang zum Nacken und zur Mitte des Schädeldaches ist völlig frei. Ist der Schnauzenring richtig gestellt, so liegt er vorn dem Nasenbein an, so daß eine Kompression der Luftwege hier nicht eintritt. Für Operationen am Schädeldach wird derselbe Schnauzenring oder eine mit Holz belegte Mundstange (Fig. 6) verwendet, sowie die gleichen rechts und links befindlichen Klemmen. In diese kommt aber ein aus zwei Teilen bestehender Bügel, welcher das Hinterhaupt umgreift, und dessen gerade Teile einen kleinen Ansatz tragen, auf dem die Kiefer aufruhen. Durch die vorstehenden vorderen Enden der Bügelstangen wird eine Schnur gezogen, welche vorn am Halter befestigt wird. So bleibt der Kopf in jeder ihm erteilten Schräglage fixiert. Für Operationen in Bauchlage wird dieselbe Vorrichtung verwendet; für Kaninchen in Bauchlage eine ganz entsprechende, die ebenfalls am gleichen Halter zu befestigen ist. Das Nähere ist aus den folgenden Abbildungen zu entnehmen.



Fig. 7.

Kopfhalter für Hunde. (Der Körper des Tieres liegt bei Benutzung des Halters rechts; die Stirn des bei der abgebildeten Stellung stark gebeugten Kopfes sieht also nach links.) (1/4 natürl. Größe.)

Für Hunde ist wohl für die meisten Operationen folgender Halter (Fig 7) verwendbar, der ebenso wie die vorigen eine absolut unverrückbare Lage des Kopfes gewährleistet. Die Schnauze wird in der üblichen Weise um eine hinter die Eckzähne gebrachte Mundstange (in der Mitte mit Holzbelag) festgebunden. An dieser horizontal liegenden Achse sind mit Klemmen zwei rechtwinklig gebogene Eisen angebracht, deren obere Schenkel jederseits hinter die Kiefer zu liegen kommen. Am Ende der anderen Schenkel greifen Drähte an, die am Grundbrett befestigt werden und eine Veränderung der Lage der Kopfstützen selbst dann unmöglich machen, wenn die ganze Last des Tieres dieselben nach dem Tierkörper hinzieht. Hiermit kann dem Kopf jede beliebige Neigung bis zur äußersten Senkrechtstellung erteilt werden, und alle Teile des Schädels sind frei zugänglich.*)

Die Tiere werden stets erst in der Narkose aufgebunden.

*) Die im vorstehenden angegebenen Apparate sind von der Firma W. Petzold, Leipzig-Kleinzschocher, Schönauer Weg 6, zu beziehen.

Für Operationen, bei denen man die Schädelbasis von dem Maul aus erreicht, sind besondere Maulsperrer notwendig, mit denen die Kiefer in jeder beliebigen Öffnungsstellung fixiert werden können. Solche Apparate sind von Cowl[61]) *) und von Kreidl**) konstruiert worden.

Für Operationen an der Halswirbelsäule ist eine besondere Halsstütze empfehlenswert. Für den Taubenhalter besteht sie in einer Gabel, die Raum



Fig. 8.

Halsstütze und Wirbelsäulenfixierung für Kaninchen, Katzen, Affen. (¹/₃ natürl. Größe.)

für die Trachea läßt (vgl. Figur 1). Für Affe und Katze wird die Stütze an dem vorderen Teil des Halters angebracht, wie aus Figur 8 zu ersehen ist, die auch die Form der Stütze erkennen läßt. Es wird so erreicht, daß die Teile gehoben und dadurch zugänglich werden und daß die Medianebene des Marks immer genau senkrecht steht, was für Durchschneidungen, welche bestimmte Grenzen einhalten sollen, nötig ist.

Häufig ist eine noch festere Fixierung der Wirbelsäule notwendig, z. B. bei Reizversuchen, bei Längsschnitten. Woroschiloff[366]) (Figur 9)

---

*) Zu beziehen von Lautenschläger, Berlin.

) Beschrieben bei Grossmann, A. f. Lar. u. Rhin. **6. 315; zu beziehen von Castagna, Wien.



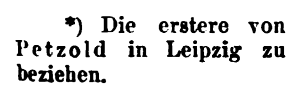
Fig. 9.
Zangen zur Fixierung der Wirbelsäule, nach Woroschiloff.

und de Boeck[45]) haben solche Vorrichtungen für Kaninchen angegeben*). Einen einfachen Apparat, der für die meisten Zwecke ausreichen wird und der an das Tierbrett anzuschrauben ist, gebe ich in Figur 8 wieder.

Handelt es sich weniger um eine ganz feste Fixierung der Wirbelsäule als um Vermeidung einer Schräglage des Körpers, so kann man sich leicht ein kastenartiges Gestell fertigen, dessen Schmalwände zur Aufnahme des Brustkorbs etwas ausgeschweift sind.



Fig. 10.
Wärmegefäß für mittelgroße Versuchstiere (Kaninchen, Katze, Affe). Wasserfüllung von den Ansatzrohren aus. Das Tier wird in die Mulde gelegt und kann bei Bedarf mit einem zweiten gleichen Gefäß bedeckt werden. Maße in cm: Länge 20; Breite 15; Höhe 9; Radius des halbkreisförmigen Ausschnittes 5.



*) Die erstere von Petzold in Leipzig zu beziehen.

Zur Fixierung und auch gleichzeitig zur Erwärmung des Körpers während der Operationen können ferner längliche Blechgefäße dienen, die mit warmem Wasser gefüllt werden. Man kann ihnen zweckmäßig die in Figur 10 dargestellte Form geben. Ebenfalls zur Erwärmung des Tieres dient bei Versuchen mit künstlicher Atmung die Vorerwärmung der Luft, die Sherrington[314]) derart ausführt, daß die Luft durch einen Raum hindurchstreicht, der eine kleine elektrische Lampe enthält.

V. Asepsis.

Ihrer Dauer nach können die den Eingriffen am Nervensystem folgenden Beobachtungen in kurze Versuche und in Dauerversuche unterschieden werden. Unter den ersteren Versuchen sind hier solche verstanden, die in der Regel noch vor beendeter Narkose durch Tötung des Tieres abgeschlossen oder doch nur eine begrenzte Zeit nach dem Eingriff fortgesetzt werden, so daß die Operationen ohne aseptische Maßnahmen durchgeführt werden können. Bei den Dauerversuchen hingegen bildet die Operation nur die Einleitung einer meist nach Wochen oder mehr zählenden Beobachtungszeit, der durch die Folgen der Operation an sich eine bestimmte Grenze nicht gesetzt ist. Es sei hier schon erwähnt, daß diese Unterscheidung für unsere Darstellung nicht nur wegen der anzuwendenden Asepsis erforderlich ist, sondern auch für die spätere Darstellung der Operationsmethoden, da diese sich in ihren Einzelheiten häufig nach den weiteren Absichten bezüglich der Beobachtungsdauer richten.

Es ist schon einleitend betont worden, daß Operationen, die zu Dauerversuchen bestimmt sind, unter strenger Anwendung der Regeln der Asepsis ausgeführt werden müssen. Von allem anderen abgesehen, ist man nur dadurch imstande, ganz unübersehbare Beeinträchtigungen der der Läsion benachbarten Teile zu vermeiden. Die Grundprinzipien der Lehre von der Asepsis sind hier vorauszusetzen, es sind nur die für Operationen am Zentralnervensystem der Warmblüter wissenswerten besonderen Erfahrungen anzuführen.

Einen besonderen „aseptischen" Operationssaal kann man entbehren, wenn man nur sorgt, daß in das zu den Operationen benutzte Zimmer keine eitrigen Sachen gelangen. Sollte also einmal eine kleine Nahteiterung eingetreten sein, so behandle man dieselbe in einem anderen Raum und koche die benutzten Instrumente aus, ehe sie wieder in den Operationsraum gelangen. Man hat ja den großen Vorteil vor dem Chirurgen, daß man nicht unvermutet durch Eiterherde überrascht wird und deshalb Infektionen des Zimmers mit virulenten Keimen besser vermeiden kann.

Zur Erzielung einer glatten Heilung scheint es mir weiter wesentlich zu sein, daß man bei der großen Mehrzahl der hier in Betracht kommenden Operationen kaum Gelegenheit hat, mit den Fingern die Wundflächen häufiger zu berühren, weil es hierfür an Platz mangelt. Man ziehe aus diesem Grunde niemals etwa eine Lage abgelöster Muskulatur mit den Fingern zur Seite, sondern wende die Pinzette und die noch näher zu besprechenden Gewichtshaken an.

Instrumente, Watte und Verbandmaterial sind nach den bekannten Regeln zu sterilisieren. Es sei noch darauf hingewiesen, daß es zweck-

mäßig ist, die nötigen kleinen Wattetupfer nicht erst bei der Operation aus der sterilisierten Watte anzufertigen, sondern schon vorher, so daß sie sicher steril zur Anwendung kommen.

.Die Haut wird, während das Tier schon narkotisiert ist, an der Operationsstelle und in genügendem Umkreis von den Federn oder Haaren befreit; erstere werden mit einer über die Fläche gekrümmten Schere, letztere ebenso und dann noch durch sorgfältiges Rasieren entfernt.*) Bei Vögeln genügt es, die Haut darauf noch etwas mit Äther zu reinigen, bei Säugern folgt Seifenwasser, Äther und schließlich warme Sublimatlösung 1:1000, die man mit Hilfe eines Wattebausches 10—15 Minuten einwirken läßt.**) Im übrigen sind Antiseptika bei den Operationen ganz zu vermeiden. Bei Tauben genügt es weiter in der Regel, über das Tier ein Stück sterilen Mulls zu legen, in welches über der Operationsstelle ein Schlitz geschnitten wird; einige weitere Maßnahmen sind an anderer Stelle nachzusehen ([346]). Bei Säugetieren legt man über die Operationsstelle ein nicht zu kleines, mit Längsschnitt versehenes Stück Billroth-Batist, das an die Ränder des Hautschnitts mit Schiebern oder einigen Nähten befestigt wird. So ist man vor jeder Berührung mit dem Haarkleid geschützt.

VI. Optische Hilfsapparate.

An optischen Hilfsapparaten sind sehr häufig, und zwar auch bei Operationen an Säugetieren, Lupenvergrößerung und künstliche Beleuchtung nötig. Nach ausgedehnter Anwendung kann ich das Zeisssche „binokulare Mikroskop“ sehr empfehlen. Man muß es sich nur den besonderen Zwecken entsprechend etwas anders montieren und zwar so, daß die Objektivlinsen den untersten Teil des ganzen Apparats bilden.***) Sehr zweckmäßig ist es, mit dem Apparat die Beleuchtungsvorrichtung nach Gullstrand (vgl. den Zeiss-Katalog) zu verbinden; sie gibt ein sehr gutes Licht und hat weiter den Vorteil, daß man die im Operationsgebiet entstehenden Reflexe durch Verschieben der Lichtquelle leicht an Stellen bringen kann, an denen sie nicht stören. In der Regel wird die 8fache Vergrößerung (schwächste Objektive und Okulare), bei welcher man einen ausreichenden Objektivabstand hat, genügen.

Zur Beleuchtung ohne Lupenanwendung eignen sich kleine zylindrische Nernstlampen, deren Gehäuse man mit Tuch oder Asbest umgibt, so daß man sich nicht verbrennt, wenn man ihnen etwa mit der Stirn zu nahe kommt. Auch Stirnlampen und Reflektoren sind verwendet worden. Im allgemeinen dürften die Einrichtungen den Vorzug verdienen, welche vom Kopf unabhängig aufgestellt sind, weil die Belichtungsverhältnisse sich nicht mit den Kopfbewegungen des Operateurs ändern.

*) Bei Katzen und jungen Hunden ist es nicht immer leicht, die Haut ohne Verletzung zu rasieren, wodurch die Sicherheit der Asepsis leiden kann. Hier wäre an Ersatz durch Enthaarungsmittel zu denken.

**) Das von Krause[169]) am Menschen geübte Verfahren, einen Tag vor der Operation den ganzen Kopf zu rasieren und mit einem durch Gummipapier feucht gehaltenen Umschlag von $^1/_2$ % Formalin zu versehen, wird sich am Tier schwer durchführen lassen; ich kam in der oben beschriebenen Weise aus.

***) Man wende sich an die Firma C. Zeiss, Jena.

VII. Instrumente.

Es ist hier nicht möglich, auch nur mit annähernder Vollständigkeit die für Operationen am Zentralnervensystem notwendigen Instrumente anzuführen. Von denen abgesehen, die ganz besonderen Zwecken dienen und die im speziellen Teil zu schildern sind, können nur einige Formen kurz erwähnt werden, die sich als brauchbar erwiesen. Von schneidenden Instrumenten kommen außer den üblichen Messern kleine Sichelmesser, geknöpfte Messer (sog. Tränenfistelmesser), gerade und gebogene Lanzen, Hohllanzen in Betracht, alle aus dem augenärztlichen Instrumentarium; überhaupt kann generell bemerkt werden, daß man unter den Instrumenten der chirurgischen Spezialfächer sehr vieles unseren besonderen Zwecken Dienliche findet. Feine Scheren, Pinzetten und Knochenzangen findet man unter den von Ewald[81] für seine Labyrinthoperationen angegebenen vorzüglichen Instrumenten*). An Knochenzangen werden schneidende verschiedener Größe sowie hohlmeißelförmige gebraucht; letztere dienen in kleiner Ausführung auch zur Anlegung von schmalen Knochenrinnen. Zur Eröffnung des Schädels dienen außer den bekannten Trepanen die von Krause[169] empfohlenen Instrumente, die Doyensche Kugelfräse und die Dahlgrensche Zange**). Elektromotorischen Antrieb der Trepane und Fräsen wird man in der Regel entbehrlich finden. Von zahnärztlichen Instrumenten wird hauptsächlich der Bohrer gebraucht und vorzugsweise der Kniestückbohrer, bei dem sich der Bohrer senkrecht zur Handhabe dreht. An dieser Stelle seien auch die unentbehrlichen Gewichtshaken erwähnt, die man sich in der verschiedensten Größe aus etwas biegsamem Material herstellen läßt. Ganz feine derartige Haken, wie sie z. B. zum Anspannen der Dura bei Markoperationen brauchbar sind, biegt man sich aus Insektennadeln; an dem, dem Haken entgegengesetzten Ende befindet sich eine Öse, in welcher der mit einem Gewicht verbundene Faden befestigt wird. Nebenstehende Figur 11 gibt die für die meisten Zwecke geeignetste Form und Größe der Haken an.

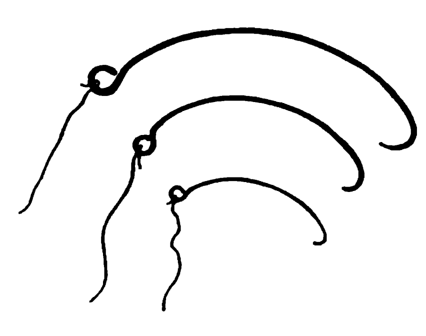


Fig. 11.
Gewichtshaken, natürl. Größe. (Die Schnüre sind nur angedeutet, die Gewichte nicht abgebildet.) Die beiden größeren Formen für Haut und Muskulatur, die kleinste für Dura.

VIII. Operationsregeln.

Der späteren Schilderung der Operationsmethoden können hier schon einige allgemeine Regeln vorausgeschickt werden, wodurch Wiederholungen vermieden werden.

*) Von Streisguth in Straßburg zu beziehen.
**) Von Windler in Berlin, N. 24, Friedrichstr. 133a. zu beziehen.

a) Hautschnitt und Ablösen der Muskeln.

Der Hautschnitt kann im allgemeinen in der Richtung des Muskelschnittes angelegt werden, also bei Operationen am Mark in der Regel in Längsrichtung. Lappenschnitte können den Verschluß durch Verband erschweren und verlängern die Naht, wodurch wieder die Möglichkeit einer Nahtinfektion vergrößert wird. Man muß immer im Auge behalten, daß für die Durchführung der Asepsis in der Nachbehandlung bei Tieren die Bedingungen viel weniger günstige sind, als beim Menschen; wenn man nicht sehr große Übung besitzt, wird man immer einmal mit dem Abrutschen eines Verbandes rechnen müssen. Auch bei Schädeloperationen dürfte der mediane Hautschnitt meist am empfehlenswertesten sein. Der Hautschnitt ist ferner den bekannten Regeln entsprechend etwas länger anzulegen, als die beabsichtigte Durchtrennung der tieferliegenden Teile beträgt.

Für die Ablösung der Muskulatur ist die wichtigste Regel, sich immer hart am Knochen zu halten, wodurch die Blutungen sehr erheblich eingeschränkt werden. Wenn möglich, wird das Periost mit abgelöst. Müssen Muskeln getrennt werden, so geschehe dies wenn möglich in Längsrichtung; bei Trennung zweier Muskeln halte man sich genau an die anatomische Grenze. Ist eine oberflächliche Muskelschicht durchtrennt, so wird sie sogleich mit Gewichtshaken zur Seite gezogen, damit die tiefere Schicht gut zu übersehen ist. Kleinere Blutungen werden durch Auflegen oder Andrücken von Watte gestillt; auch wird Anwendung von kaltem Wasser empfohlen.

b) Eröffnung der Schädelhöhle und des Wirbelkanals.

Die Abtragung der Knochendecke beginnt am Schädeldach in der Regel von einem Trepanloch aus, am Wirbelkanal am besten in dem Zwischenraum zwischen zwei Wirbelbögen. Die Hauptschwierigkeit bei der Knochenentfernung bieten die oft profusen Diploeblutungen. Dittmar[68]) empfiehlt zur Verminderung venöser Blutung den Tierkörper in einem Winkel von 45° mit abwärts gerichtetem Hinterteil schief zu stellen. Ferner hilft Andrücken von Watte in vielen Fällen sehr gut, in den meisten ist ein ausgezeichnetes, von Horsley zuerst empfohlenes Mittel das Anstreichen von Wachs (Klebwachs, Modellierwachs) gegen die blutende Fläche. Die Blutung kommt momentan zum Stehen, und man kann nach kurzer Zeit das überstehende Wachs entfernen, ohne die Blutung zu erneuern. Größere Schwierigkeiten kann es machen, wenn bei Entfernung der Wirbelbögen eine der Dura aufliegende Vene verletzt wird, die natürlich nicht stark komprimiert werden kann. Durch vorsichtiges Aufdrücken eines Wattepfropfes kann man die Blutung beherrschen, doch erneuert sie sich oft nach dessen Entfernung. Längeres Abwarten führt meist zum Ziel, auch kann es vorteilhaft sein, das Gewebe zur Seite zwischen Dura und Wirbelbögen zu schieben, wodurch das blutende Gefäß etwas komprimiert wird. Die Dura wird erst nach Aufhören jedes Blutaustritts gespalten; man hebe sie mit Hilfe einer gekrümmten chirurgischen Nähnadel, deren Spitze tangential zur Duraoberfläche geführt wird, empor und schneide mit einer feinen Schere oder spitzem Messer ein; in das Loch wird eine Sonde eingeführt und unter deren Leitung mit einem kleinen geknöpften Messer oder dergleichen weiter-

2*

geschnitten. Die anderen Hirnhäute müssen dabei unverletzt bleiben. In die Dura werden nahe am Schnittrande ganz feine gekrümmte Haken, welche mit Faden und Gewicht versehen sind (Fig. 11), eingestochen, durch welche die Dura zur Seite gezogen und etwas angehoben wird. Im Gegensatz zur Verwendung einer Pinzette hat man so den Vorteil, beide Hände frei zu behalten. Die freigelegte Oberfläche schützt man bei länger dauernden Operationen durch Auftropfen körperwarmer physiologischer Kochsalzlösung vor Abkühlung und Vertrocknung. (Die besonderen Maßnahmen bei Rindenreizung sind in einem späteren Abschnitt erwähnt.)

Eine besondere Besprechung verlangt an dieser Stelle noch die osteoplastische Methode der Schädeleröffnung, die zwar am Tiere, soviel mir bekannt, bisher nicht angewendet wurde, die aber am Affen, besonders an jüngeren Tieren, vorteilhaft verwendet werden dürfte. Bei dieser Methode, deren Schilderung die Angaben von Krause[169]) zugrunde gelegt sind, wird ein aus Weichteilen und Knochen bestehender Lappen gebildet, dessen Stiel im allgemeinen an der Schädelbasis gelegen ist. Von vier Bohrlöchern aus wird der Knochen mit der Dahlgrenschen Zange durchschnitten, die Dura vom Knochen mit Sonden abgehebelt. Bei dickem Schädel wird der Knochen am Stil der Klappe von der Seite mit einem Meißel eingeschlagen. Nach Umklappen des Lappens wird das Ablösen des Knochens vom Periost durch Anlegen einiger Klauenzangen verhindert (vgl. die Abbildungen im zitierten Werk Krauses). Nach beendeter Operation wird die Klappe reponiert und durch Naht fixiert. Bei Tieren wird man bei der Schwierigkeit einer aseptischen Nachbehandlung bei Drainage diese in der Nachbehandlung lieber ganz vermeiden.

c) Blutstillung und Verhinderung von Blutung.

Da die zur Blutstillung dienenden Mittel bei den speziellen Beschreibungen nicht unerwähnt bleiben konnten, ist es an dieser Stelle nicht notwendig, eine ausführlichere Zusammenstellung zu geben. Es sei nur folgendes in Kürze hervorgehoben. Bei Hautschnitten ist die Längsrichtung in der Mittellinie vorzuziehen, da hier keine größeren Gefäße verlaufen. Sonst werden angeschnittene größere Gefäße in bekannter Weise abgeklemmt. Bei der Muskulatur hält man sich, wie schon erwähnt, an die natürlichen Grenzen der einzelnen Muskeln, in der Nähe der Mittellinie daher genau an diese; größere Gefäße werden abgeklemmt, kapillare Blutungen durch Kompression mit einem Wattebausch behandelt. Meist genügt schon die leichte Kompression der Muskeln, die bei Anwendung der Gewichtshaken von selbst eintritt. Für den Knochen kommt die Behandlung mit Wachs, wie erwähnt, vorwiegend in Betracht, für die Dura kann auf den Abschnitt b) verwiesen werden. Bei Schnitt durch den weichen Gaumen sowie Diploeblutungen wenden Karplus und Spitzer[161]) Wattetampons an, welche in ziemlich konzentrierte warme Gelatinelösung getaucht sind. Am Knochen dürfte das Verfahren dem Wachs gegenüber nur bei tiefen, schwer zugänglichen Stellen von Vorteil sein. Nach umfangreichen Entfernungen von Gehirnteilen wird bei Blutungen vorsichtige Tamponade mit einem lockren Wattebausch angewendet, trocken oder nach Befeuchten in heißer Salzlösung, nach Gotch und Horsley[113]) physiol. Kochsalzlösung von 50° C. Auch Berieselung

mit der heißen Lösung kann gelegentlich in Frage kommen. Gotch und Horsley[113]) verwenden zur Blutstillung an Rückenmark und Gehirn ferner Auflegen von Stückchen trocknen, weichen Zunders (Amadou). Stets ist es zweckmäßig, die Dura, die nicht völlig entfernt werden darf, wieder auf die Wundfläche zurückzulegen. An besonderen blutstillenden Mitteln, welche seltener verwendet werden, kommt vor allem Eisenchloridwatte in Betracht; über örtliche Adrenalinanwendung an Hirnwunden scheinen Erfahrungen zu fehlen. Es sei noch betont, daß bei Anwendung besonderer blutstillender Mittel nachzuweisen ist, daß keine schädlichen Nebenwirkungen (Thromben oder dgl.) erzielt wurden.

Alle diese hier nur skizzierten Verfahren haben das gemeinsam, daß sie gegen eine schon bestehende Blutung anzuwenden sind. Eine andere Gruppe von Eingriffen bezweckt, von vorn herein das Auftreten von Blutungen zu verhindern oder einzuschränken. Hier kommt der Verschluß von großen Gefäßen in Betracht, der je nach den besonderen Umständen zeitweise oder dauernd erfolgt. So eröffnete Langendorff[188]) den Wirbelkanal nach Aortenkompression, für Operationen am Gehirn kommt zeitweiser oder dauernder Verschluß der Karotiden in Anwendung.

Es erscheint sogar nicht ausgeschlossen, gelegentlich für kürzere Zeit die ganze Hirnzirkulation zu unterbrechen. In dieser Hinsicht ist die Angabe von Guthrie[123]) von Interesse, daß man einen ganzen Hundekopf unter Erhaltung der Funktionen von Gehirn und Medulla transplantieren, d. h. auf ein anderes Gefäßgebiet eines Hundes überpflanzen kann, und zwar, worauf es hier besonders ankommt, derart, daß sogar nach 29 Minuten dauernder Unterbrechung der Durchblutung die Funktionen sich gut wiederherstellten.*) Nach Scheven[294]) ist auch für das Kaninchen etwa 1/2 Stunde als Grenzwert anzugeben (vgl. S. 54).

d) Verschluß der Dura und der Knochenöffnung.

Die Dura des Rückenmarks kann in der Regel nicht vernäht werden, man begnügt sich, sie möglichst zu reponieren, da sie bei der Wundheilung dem Mark einen gewissen Schutz gegen die Narbe gewährt. Über die in einigen Fällen empfehlenswerte Naht der Schädeldura ist später (S. 95) das Nötige mitgeteilt.

Der Verschluß der Knochenöffnung ist hier nur insofern zu besprechen, als er ein spezifischer ist, also nicht bloß durch Übernähen der Muskulatur erfolgt, welch letzteres an der Wirbelsäule stets und auch am Schädel in der Regel der Fall ist. Bei der osteoplastischen Methode geschieht der Verschluß, wie schon erwähnt, durch Aufnähen des Lappens über die Lücke. Im übrigen sind bisher erst wenige Versuche zu anderweitigem Verschluß von Knochenlücken gemacht worden. Zu erwähnen sind die Versuche von Karplus und Spitzer[161]), welche Knochendefekte mit Guttaperchaplomben verschlossen (S. 71), die Angabe von Franz[93]), das durch Trepanation

*) Im übrigen ist die Erholung des Zentralnervensystems nach Anämie von Burns, Guthrie, Pike und Stewart genauer untersucht worden. Hier kann auf diese Arbeiten nur verwiesen werden (vgl. Journ. of experim. Medic. **8.** 1906. 289; **10.** 1908. 371; Americ. Journ. of Medic. **17.** 1906. 344; **19.** 1907. 328; **20.** 1907. 61 u. 407; **21.** 1908. 359; **22.** 1908. 51.

entfernte Knochenstück nachher in die Lücke wieder einzusetzen*); ihr steht das kürzlich von Economo und Karplus[75]) verwendete Verfahren nahe, ein großes viereckiges Knochenstück aus dem Schädeldach vollständig herauszunehmen und nach dem Hirneingriff wieder einzusetzen; es tritt knöcherne Verheilung ein. Weiter schließt sich die Beobachtung von Krause an, daß man selbst tote, ausgekochte Knochenstücke einheilen kann, so daß diese natürlich einem beliebigen Knochen entnommen werden können. Über die Verwendung von Platten von Zelluloid oder Aluminium findet man Näheres ebenfalls in dem schon mehrfach zitierten Werk Krauses[169]). Auf alle diese Verfahren kann hier nur kurz verwiesen werden, da sie in der Regel bei den Tieren, die einen stark entwickelten den Defekt verschließenden Temporalmuskel besitzen, entbehrlich sind, wenn auch in andrer Richtung (Verhinderung von Kyphosen nach ausgedehnten Eröffnungen des Wirbelkanals u. a. m.) noch Fortschritte zu erwarten sein dürften.

Über die osteoplastischen Methoden der Chirurgen zum Verschluß der Knochenöffnung wurde schon bei Besprechung der Eröffnung der Schädelhöhle das Nötige mitgeteilt.

Bei jungen Tieren fand ich gelegentlich einen weitgehenden knöchernen Verschluß großer Schädelöffnungen nach vollständiger Knochenentfernung eintreten, wenn das abgehebelte Periost über den Hirndefekt vernäht war. Hierdurch wird auf die Dauer derselbe Schutz der Operationsstelle erzielt wie bei der primären Knocheneinheilung, die damit natürlich keineswegs stets ersetzbar sein wird.

e) Naht und Verband.

Im Interesse einer aseptischen Heilung empfiehlt es sich in der Regel, die Naht möglichst dicht anzulegen (Knopfnaht) und die Wunde außerdem durch einen guten Verband zu verschließen. Als Nahtmaterial kann stets Seide verwendet werden (englische Autoren verwenden vielfach Pferdehaarnaht), die Muskelnähte heilen ein, die Hautnähte werden nach 8 Tagen entfernt, oder auch sich selbst überlassen, was bei widerspenstigen Tieren oft das einfachste ist; sie stoßen sich schließlich von selbst ohne Störungen ab. Die Muskulatur wird, wenn sie in mehrfacher Schicht vorhanden ist, auch in Etagen genäht; besonders dicht ist die oberste Nahtreihe zu setzen, um die Tiefe der Wunde auf alle Fälle zu schützen. Die einzelnen Hautnahtstiche werden in einer Entfernung von etwa 3—5 mm voneinander gesetzt. Bei dem Zuziehen der Fäden kann der Gehilfe mit einer aseptischen Pinzette für glattes Aneinanderlegen der Hautflächen sorgen; bei einiger Vorsicht ist dabei keine Desinfektion der Hände nötig. In der Regel wird man aber ohne Hilfe auskommen. Die Dura wird, wie schon erwähnt, in der Regel nicht genäht**).

Es ist noch die Frage nach der Notwendigkeit der Drainage zu berühren. Bei Rückenmarksoperationen kann sie stets entbehrt werden, wenigstens konnte ich bei Katzen, Affen und Hunden stets durch feste Naht

*) Die Knochenscheibe wird bis zum Wiedereinsetzen in Kochsalzlösung gelegt und später durch einen festen Verband fixiert.

**) Für die Gehirndura vergleiche aber S. 95.

glatte Heilung erzielen. Auch bei Schädeloperationen ist sie nicht notwendig, selbst nach Entfernung der einen Hälfte des Schädeldaches und einer Großhirnhälfte (Katzen und Hunde) führte in meinen Versuchen die feste Naht zum Ziel. Es liegt auf der Hand, daß hiermit ein großer Vorteil verbunden ist, da sich einer sachgemäßen Nachbehandlung der Drainage beim Tier mancherlei Schwierigkeiten entgegenstellen.

Daß sich die Stärke der beim Nähen verwendeten Nadeln und der Seide nach der Größe des Tieres und der Derbheit der Haut richten, ist selbstverständlich; bei Tauben sind Vömelseide Nr. 0 und Konjunktivalnadeln („Augennadeln") geeignet, für größere Tiere (Katzen, Hunde etc.) Nr. 3 desselben Fabrikates.

Als Verband ist bei kleineren Tieren der Verschluß durch Kollodium der geeignetste. Die Nahtstelle wird durch Tupfen mit steriler Watte, die Umgebung und besonders auch die angrenzenden Haarpartien mit Äther getrocknet; auf die Nahtstelle kommt dann ein Streifchen Mull und darauf Kollodium. Das Tier wird erst vom Halter genommen, wenn das Kollodium fest geworden ist. Gerade bei diesen Verbänden, die bei Kaninchen, Katzen und kleinen Affen sehr brauchbar sind, kann man auf die Nahtentfernung verzichten. Bei größeren Schädeloperationen ist der unten beschriebene Stärkeverband vorzuziehen.

Bei Tauben kann man ebenso verfahren; meist genügt es aber, einfach auf die Nahtstelle eine ganz dünne Lage Watte aufzulegen, sie klebt durch die Spuren von austretendem Blut an und bildet dann genügenden Schutz. Die Fäden brauchen hier nicht entfernt zu werden.

Für größere Tiere, besonders Hunde, bei denen die Nahtstelle eher ein wenig sezerniert, sind Verbände, bei denen etwas mehr aufsaugendes Material verwendet wird, zweckmäßiger. Bei Operationen am Nacken und Kopf wird die auf der Nahtstelle liegende Lage Watte zuerst mit einer Mullbinde, dann mit einer in warmem Wasser aufgeweichten und wieder ausgedrückten Stärkebinde festgehalten; das Ende dieser Binde wird mit einer Nadel befestigt. Das Tier wird erst nach Antrocknen der Stärke sich selbst überlassen. Vielleicht ist noch erwähnenswert, daß man für den Kopf die Wickeltouren im Nacken ringförmig führt, dann schräg über das Schädeldach hinweg, zwischen Ohren und Augen wieder ringförmig, so daß nach mehrmaliger Wiederholung dieser Touren alle Teile von der Nasenspitze bis zum Beginn des Halses bedeckt sind, und nur die Ohren herausragen; der Verband kann dann nicht leicht abrutschen. Bei Hautwunden, die vorn ganz bis an die Nasenwurzel heranreichen (z. B. große Hirnexstirpationen) habe ich es nötig gefunden, den Verband vorn mit einigen Nähten direkt an die Haut zu fixieren und dem Tier (Hund oder Katze) einen an der Stirnseite mit Leder bezogenen Maulkorb zum weiteren Schutz anzulegen; sonst ist bei dem oft vorhandenen Bestreben der Tiere, sich mit der Schnauze in ihr Lager einzugraben oder in die Ecken des Käfigs zu drücken, eine Hautinfektion nicht immer zu vermeiden. Während der Beobachtung und Fütterung wird der Maulkorb entfernt. Meist genügt jedoch das Annähen des Verbandes an die Haut. In der Gegend der Extremitäten kann der Verband ganz analog dem besprochenen Kopfverband angelegt werden, die Extremitäten selbst bleiben frei beweglich. Am Rücken wird man den Ver-

band mit Heftpflasterstreifen befestigen, wenn man nicht Kollodium vorzieht, das hier auch am Hunde gute Dienste leistet (Heineke, briefl. Mitt.).

Obwohl eigentlich erst der Nachbehandlung angehörend, sei doch schon im Anschluß an das Gesagte das Nötige über Verbandwechsel und Nahtentfernung mitgeteilt. Sie werden nach 8—10 Tagen vorgenommen. Die Fäden werden mit der Pinzette, die natürlich ebenso wie die Schere zu sterilisieren ist, am Knoten gefaßt und seitlich durchtrennt. Zur Vorsicht kann man über die Nahtstelle nochmals für einige Tage etwas sterile Watte und einen leichten Verband anbringen.

Bei einer nach diesen Regeln durchgeführten Behandlung können die Aussichten hinsichtlich einer glatten Wundheilung als sehr günstige bezeichnet werden: mir selbst kamen Nahtinfektionen nur in einigen wenigen Fällen vor, in denen ungeeignete, sich ablösende Verbände angelegt waren. In der Literatur sind leider nicht sehr viele Erfahrungen niedergelegt; ich hoffe aber, daß man mit den hier mitgeteilten stets auskommen wird.

Wenn doch einmal durch Abrutschen eines Verbandes eine Infektion, die ohne Behandlung zu einem subkutanen Abszeß führen würde, eintritt, so entfernt man einige Fäden der Naht und führt zweimal täglich Tamponade mit sterilen Gazestreifen, die in den ersten Tagen auch in Sublimatlösung 1:1000 getränkt werden können, aus. Die Wunde heilt dann rasch durch Granulation; ein Weiterdringen der Entzündung in die Tiefe läßt sich, wenn die Muskulatur sorgfältig genäht war, leicht vermeiden und die Tiere sind in ihrem Wohlbefinden nicht gestört.

IX. Nachbehandlung.

Tauben wickelt man nach größeren Operationen für die ersten Stunden in ein Handtuch ein, das vorn und hinten durch Sicherheitsnadeln so zusammengesteckt wird, daß das Tier nicht heraus kann. Ist das Tier vormittag operiert, so kann man es nachmittag auswickeln. Ein weiches Lager ist nur bei stärkeren Bewegungsstörungen nötig.

Eine geeignete Lagerstätte ist bei Säugern wichtig, um den Operationserfolg auch in der Nachbehandlung zu sichern. Bei unruhigen Tieren, etwa Hunden nach Kleinhirnoperationen, muß ein Anschlagen des Kopfes an festere Gegenstände durchaus vermieden werden. Man bereite auf nicht zu kleiner Fläche ein dickes Strohlager und umstelle es mit flachen, mit Stroh ausgestopften Säcken, die an einen das Lager umgebenden Bretterzaun oder dergleichen befestigt werden. Gelegentlich darf man es sich nicht verdrießen lassen, ein sehr unruhiges Tier einige Zeit zu beaufsichtigen und durch leichten Druck mit den Händen vor Schaden (Nachblutungen) zu bewahren. In der Regel aber kann man die Tiere nach den Operationen sich selbst überlassen. Ein dickes Strohlager, eventuell in einem Drahtkäfig mit Urinabfluß, ist am geeignetsten.

Nach vollständigen Durchtrennungen des Rückenmarks ist es eine wichtige Aufgabe der Nachbehandlung, das Entstehen von Dekubitus zu verhüten oder ihn zur Heilung zu bringen. Philippson[258]) gelang letzteres durch tägliche Behandlung bei Hunden; bei Affen blieben die Wunden bestehen, waren aber ohne Einfluß auf die allgemeine Gesundheit der Tiere.

In der Behandlung hält man sich an die Erfahrungen der Chirurgen. Das Lager sei stets trocken, das Tier liege nie längere Zeit oder gar ausschließlich auf einer Seite, sondern ist häufig umzulegen; Goltz[107]) empfiehlt Lagerung in einer Hängematte. Ferner sind Bäder und Waschungen zu verwenden, von welchen Stricker[340]) und Singer[320]) gute Erfolge sahen.

Ebenfalls bei Durchtrennungen des Rückenmarks darf die Entleerung von Urin und Fäces nicht außer acht gelassen werden. Hebt man das Tier am Oberkörper in die Höhe, so fließt, nach Stricker[340]), der Harn durch den Druck der angespannten Bauchwand ab. Wenn nötig, wird man durch leichten Druck mit der Hand nachhelfen. Nur bei Affen kann es, nach Sherrington[311]), im Anschluß an totale Durchtrennungen des Rückenmarks notwendig werden, die Blase wegen Urinretention durch Katheterisieren zu entleeren. Defäkationsstörungen bestehen hingegen auch hier nicht.

Nach starken, das Leben gefährdenden Blutverlusten wird man zeitig zur subkutanen Infusion von warmer physiologischer Kochsalzlösung (steril) oder nach einem Vorschlag von Langendorff[189]) besser von Ringerlösung*) (weil diese für das Herz geeigneter ist) schreiten. Genauere Regeln, woran die Notwendigkeit der Injektion zu erkennen ist, lassen sich kaum aufstellen, von der Größe des Blutverlustes abgesehen. Ferner kann versucht werden, durch zeitweises Umschnüren der Extremitäten mit Esmarchschen Binden die Blutfüllung des Herzens und Gehirns zu erhöhen; doch stehen mir hierin keine Erfahrungen zur Verfügung. Schließlich ist noch an Bluttransfusion von einem anderen Tier der gleichen Art her zu denken.

Eine weitere Frage der Nachbehandlung ist die nach einer geeigneten Ernährung. Es handelt sich weniger darum, welche Nahrung zugeführt werden soll — man hält sich auch nach der Operation an das für Tiere übliche Futter — sondern ob künstliche Ernährung notwendig werden kann. Es muß als Regel bezeichnet werden, daß man stets ohne künstliche Nahrungszufuhr (etwa durch Schlundsonde) auszukommen versuchen soll, und man wird in der Tat ohne sie auskommen. Affen machen keine Schwierigkeiten (Munk[230])), man gibt ihnen Rüben, Früchte, Brot, Nüsse usw. Katzen nehmen meist am zweiten Tage wieder ihr gewohntes Futter; bei Hunden, die nicht von selbst wieder fressen, ist es, wie Lewandowsky[197]) betont, nötig, die Nahrung den Tieren immer wieder anzubieten. Man darf dabei nicht versuchen, Zwangshaltungen des Kopfes durch Festhalten verbessern zu wollen. In schwierigen Fällen fand ich es zweckmäßig, Milch oder dünnen Brei mit einer Pipette (mit Gummiansatz zum Einsaugen der Flüssigkeit) in das Maul bei etwas erhobener Schnauze einlaufen zu lassen, und zwar zwischen Zahnreihe und die mit dem Finger etwas zur Seite ge-

*) Bei dieser Gelegenheit sei erwähnt, daß es nach den Untersuchungen von Gies[105]) sowie von Guthrie, Pike und Stewart[124]) nicht möglich ist, etwa in kurzdauernden Versuchen das Blut durch eine Salzlösung zu ersetzen, wodurch für schwierige Operationen manche Vorteile gewonnen würden. Salzlösungen sind nach diesen Autoren ungeeignet, die Funktion von Hirn und Medulla zu unterhalten, auch wenn beträchtliche Mengen Blut hinzugesetzt werden. Selbst defibriniertes Blut ist nur wenige Minuten ohne Schaden zu verwenden. Hier sind jedoch die Erfahrungen von v. Cyon[63]) zu vergleichen, welche doch zeigen, daß eine künstliche Zirkulation gelegentlich mit Nutzen angewandt werden kann (vgl. S. 109).



zogene Backenwand. Sollte man doch eine Sondenernährung für nötig halten, so verfährt man in der bekannten Weise so, daß man dem Tier zunächst ein in der Mitte durchbohrtes Holzstück quer zwischen die Zähne steckt und die Sonde (bei kleinen Tieren einen elastischen Katheter) durch das Loch einführt. Das Tier wird dabei mit dem Bauch nach vorn zwischen den Knieen gehalten.

Besondere Schwierigkeiten hatte Goltz [110]) bei der Ernährung seines großhirnlosen Hundes zu überwinden. Um dem Tiere Fleischnahrung zuzuführen, war es in der ersten Zeit nötig, daß ein Gehilfe den Kopf des Tiers fixierte, ein anderer die Kiefer auseinander hielt und daß dann die Fleischstücke tief in den Rachen geschoben wurden. Nach Loslassen des Kopfes schluckte der Hund die Stücke. Schwieriger war die Zufuhr von Flüssigkeit (Milch). Die Anwendung der Schlundsonde bewährte sich nicht. Da die Flüssigkeit bei Einschütten in den Rachen oft in den Kehlkopf gelangte, wurden aus Schafdarm kleine, mit Milch gefüllte Würstchen hergestellt, die in toto verschluckt wurden. Ferner wurde in sinnreicher Weise das Tier veranlaßt, ein Stück Darmschlauch am einen Ende hinabzuschlucken, vom anderen Ende aus wurde, wie durch eine Magensonde, Milch in den Magen gebracht, die innerhalb des Darmschlauchs vom Tiere geschluckt wurde. Im weiteren Verlauf des Versuchs vereinfachte sich die Fütterungsmethode; der Hund nahm die Nahrung zu sich, wenn sie ihm bis an die Schnauze gehalten wurde.

Katzen, denen beiderseits der Großhirnmantel entfernt war, konnten wir durch Einträufeln von Milch (oder Hackfleisch in Milch) in das geöffnete Maul (bei zurückgebogenem Kopf) und Einschieben von Ballen gehackten Fleisches bis gegen den Zungengrund leicht und reichlich ernähren.

Bei Vögeln ist künstliche Fütterung z. B. bei dem häufiger ausgeführten Experiment der Großhirnexstirpation nötig. Man gebe Erbsen oder kleinkörnigen Mais, zweimal täglich je etwa 30 Körner, etwas weniger, wenn der Kropf zur Fütterungszeit noch nicht leer geworden ist, was sich leicht von außen durchfühlen läßt. Man wickelt die Tiere in ein Handtuch oder bringt sie besser unter ein kastenartiges Gestell, aus dem nur der Kopf herausragt, hält mit Daumen und Zeigefinger der linken Hand den Schnabel auf und führt mit der rechten zwei bis drei Körner auf einmal ein, ohne weitere Manipulationen anzuwenden; die sogleich eintretende Schluckbewegung befördert die Körner weiter. Wasser wird mit einer kleinen Saugpipette gegeben. Man überzeuge sich nach dem Füttern durch Befühlen des Halses von außen, daß alle Körner auch wirklich bis in den Kropf befördert wurden und keins weiter oben stecken blieb, wodurch das Tier ersticken kann (vgl. [346]). Man vergleiche auch die Angaben Ewalds [81]).

Auf die Temperatur der Tiere ist unter Umständen aus zweierlei Gründen zu achten. Erstens kann unter dem Einfluß der näheren Umstände der Operation eine Temperaturherabsetzung des Körpers eintreten. Stärkere Grade wird man durch Befühlen, z. B. der Schenkelbeuge, leicht feststellen, im übrigen wird die Temperatur rektal gemessen. Bei steigender Temperaturabnahme ist Wärmezufuhr nötig. Kleinere Tiere bringt man in einen der zu den verschiedensten Zwecken gebrauchten Thermostaten, der auf etwas über 30° C. temperiert sein kann. Größere Tiere deckt man mit

warmen wollenen Tüchern zu, bringt sie in die Nähe eines Ofens oder dergleichen; am geeignetsten sind nach Goltz und Ewald[112]) große Blechkästen mit doppelten Wänden, zwischen denen konstant-temperiertes Wasser zirkuliert. Eine künstliche Wärmezufuhr ist nach den genannten Autoren besonders bei totaler Halsmarkdurchschneidung (Hund) notwendig.

Zweitens kann eine Temperaturerhöhung der Tiere bei Infektion der Wunde zu Temperaturmessungen Anlaß geben. Örtliche Bekämpfung der Infektion (siehe oben) wird das hauptsächliche Gegenmittel sein. Ferner kommen Temperaturmessungen nach dem „Wärmestich“ in Betracht. Über Temperaturmessung der Hirnsubstanz selbst vgl. S. 33.

Da die normale Körpertemperatur der Tiere zur Feststellung einer abnormen Temperatur bekannt sein muß, und da die erstere mit der des Menschen nicht übereinstimmt, ja wieder bei den einzelnen Tieren verschieden ist, seien hier einige Durchschnittswerte für die tierischen Normaltemperaturen angegeben.

Bei Vögeln liegt die mittlere Temperatur nach Simpson und Galbraith[319]) zwischen 41° und 42° (speziell bei Tauben desgl.).

Für das Kaninchen ergeben die Messungen, deren Literatur bei Ito[147]) zu finden ist, im Mittel für das Minimum und Maximum 38° und 40° C.; Simpson und Galbraith[319]) finden 39° und 40°.

Für Hunde ergibt sich nach Simpson und Galbraith[319]) ein Maximum von 38,8°, ein Minimum von 37,9° C.

Bei Affen (Macacus rhesus) fanden Eyre und Kennedy[86]) als Mittel für die Morgentemperaturen 38,2°, für die Abendtemperaturen 38,6° C.; Simpson und Galbraith[319]) bei Rhesus und Sinicus eine Mitteltemperatur von 38°, tägliche Schwankungen von 2—3°.

Wegen anderer Tiere ist besonders auf die Arbeiten der letzteren Autoren zu verweisen.

X. Methoden der Funktionsprüfung.

a) Untersuchung der Sinnesfunktionen.

Wegen der Auswahl der in diesem Kapitel behandelten Methoden zur Funktionsprüfung des Zentralnervensystems kann auf die Vorbemerkungen verwiesen werden.

Der Geruchsinn wird nach Ossipow[251]) bei verbundenen Augen des Tieres geprüft. Man läßt die Tiere (Hunde), die sich bald an den Verband gewöhnen, Fleischstückchen am Boden aufsuchen, oder hält ihnen dieselben vor, worauf Bewegen der Nasenflügel und Vorstrecken des Kopfes eintritt; auf Origanumöl weichen die Tiere zurück.

Nach dem Prinzip der Dressuren (vgl. unten) ist neuerdings Kalischer[159]) auch zur Prüfung des Geruchsinnes vorgegangen. Hunde wurden so dressiert, daß sie Fleisch nur in Verbindung mit ganz bestimmten Gerüchen nehmen. Es läßt sich eine Unterscheidung für einander nahestehende Gerüche erzielen.

Zur Geschmacksprüfung bediente sich z. B. Sherrington[311]) des Chinins und Pfeffers.

Die Prüfung des Gesichtssinnes, wegen derer vor allem auch auf die anschauliche Schilderung von Goltz[107a]) zu verweisen ist, geschieht nach Hitzig[137]) am besten in der Schwebe, an welche die Tiere (Hunde) schon vor

dem operativen Eingriff zu gewöhnen sind. In ein Stück Sackleinewand werden für die Extremitäten 4 Löcher geschnitten, die Leinewand wird über den Rücken des Hundes zusammengeschlungen, mit einigen spitzen Doppelhaken durchbohrt und mit diesen an einem Längsbalken aufgehängt. Die Sehprüfung wird durch schnelles Öffnen und Schließen der Branchen einer Pinzette, wobei normal Blinzeln erfolgt, vorgenommen, oder es wird ein in der Pinzette gehaltenes Fleischstückchen von hinten her in das Gesichtsfeld eingeführt. Imamura[146]) benutzt, ebenfalls in der Schwebe, Vorführen von Gegenständen von der Seite her oder Aufblitzenlassen einer elektrischen Lampe. Ferner wendet er die „Wurstperimetrie" an: Wurststückchen werden halbkreisförmig auf den Boden gelegt und dann der Hund so an dieselben herangebracht, daß die Medianebene des Kopfes zunächst gegen eines der mittleren Stückchen gerichtet ist. Er frißt dann ein Stückchen nach dem anderen nach jener Seite, für die er nicht amblyopisch ist. Ähnlich fand schon Goltz[108]), daß ein links operierter Hund von einem ihm gereichten Teller mit Fleisch zuerst die linke Hälfte leer frißt.

Auch das Verfahren von Yoshimura[367]) ist noch zu erwähnen, bei welchem zwei Fleischstückchen an je etwa 20 cm langem Draht dem Hund vor die Augen gehalten und hierauf gleichmäßig schnell zur Seite geführt werden. Das Tier verfolgt dabei dasjenige Stück, welches es besser sieht. Von Kurzveil[175]) wird noch die Verwendung von brennenden Streichhölzchen zu gleichen Zwecken erwähnt.

Bei Papageien hat Kalischer[154]) die Sehprüfung an dem auf der Stange sitzenden Tier mit auf Stricknadeln gesteckten Stücken Mohrrübe oder dergleichen vorgenommen. Bei Hühnern und Tauben wird man bei einseitigen Sehstörungen das Aufpicken auf den Boden gestreuter Körner in einfacher Weise zur Beobachtung heranziehen können. An normalen Vögeln ist das Sehvermögen besonders von Hess[135]) vermittels des Körnerpickens untersucht worden, worauf hier in methodischer Beziehung zu verweisen ist.

Außer diesen besonderen Maßnahmen kommt bei allen Sehprüfungen natürlich auch das Verhalten des sich frei bewegenden Tieres (Anstoßen an Gegenstände u. dgl.) sehr in Betracht, worauf wohl nicht weiter eingegangen zu werden braucht.

Der optische Blinzelreflex wird wohl am einfachsten durch Annähern der Hand untersucht (vgl. auch oben die Angabe von Hitzig). Bei der Katze fand ich es zweckmäßig, im Dunkelzimmer mit elektrischer Taschenlampe zu untersuchen. (Bei einem beiderseits großhirnlosen Tier war nur in dieser Weise der Reflex auszulösen, im Hellen nicht deutlich.)

Im Anschluß hieran seien einige Bemerkungen über die Prüfung des Pupillarreflexes gemacht. Besonders bei häufig wiederholter Prüfung, wie sie erforderlich sein kann, ist auffällig, wie schnell der Reflex sich erschöpft (Katze). Will man sicher gehen, so empfiehlt es sich, für eine bestimmte Lichtstärke diejenige Belichtungszeit und zulässige Häufigkeit der Belichtung festzustellen, bei der in längerer Zeit keine Abnahme des Reflexes eintritt; natürlich sind hierbei der wechselnde Grad der Narkose und andere Nebenumstände zu berücksichtigen.

Für die Untersuchung der verschiedensten Sinnesfunktionen sind in neuerer Zeit die Dressurmethoden von großer Wichtigkeit geworden. Sie beruhen auf dem Prinzip der Abrichtung des Tieres auf eine bestimmte Antwortshandlung, welche auf ein bestimmtes Zeichen hin zu erfolgen hat, eine Abrichtung, wie sie zuerst von Goltz[107a]) in Verbindung mit Gehirnoperationen vorgenommen wurde. Eine weitere Verwendung und Ausbildung erfuhr die Methode durch Munk[230]), Gaule[104]) und später durch Franz[94]) sowie Kalischer[155]) u. a.

Die von Kalischer[155]) zur Prüfung des Gehörsinnes ausgebildete Methode, mit der es gelang, die Hörfähigkeit für bestimmte Töne zu untersuchen, besteht darin, daß Hunde darauf abgerichtet werden, nur bei einem ganz bestimmten Ton ihr Futter zu nehmen. Durch Kontrollversuche wurde gezeigt, daß es sich hier tatsächlich um akustische Reaktionen handelt. Die Angaben Kalischers bezüglich der Dressur, die in überraschend kurzer Zeit zu erreichen ist, wurden von Rothmann[283]) bestätigt. Er dressiert ferner in ähnlicher Weise, anschließend an Munk[230]), Hunde auf bestimmte Zurufe und unterscheidet diese „Zurufdressur" von der „Tondressur". Es ist klar, daß diese Dressurversuche, die unabhängig von Kalischer auch im Pawlowschen Institut vorgenommen wurden, ein ausgezeichnetes Mittel an die Hand geben, um die Hörfähigkeit nach Gehirnoperationen zu untersuchen.

Auch für die Untersuchung der Hautsinne ist in neuerer Zeit die Dressurmethode schon verwendet worden. Hier hat die Methode in der Hand von Kalischer und Lewandowsky[158]) zu wertvollen Resultaten geführt. Diese Autoren dressierten Hunde auf Temperaturreize derart, daß die Tiere vorgelegte Fleischstücke nur dann aufnehmen, wenn eine ihrer Pfoten in warmes Wasser von etwa 40° C getaucht wird, nicht aber bei Anwendung von kaltem Wasser von 5—10°. Es wurde so der Verlauf der Bahnen mittels Halbseitendurchschneidung untersucht.

Im übrigen sind die üblichen Sensibilitätsprüfungen beim Tier mit manchen Schwierigkeiten behaftet, besonders weil auch hochstehende Tiere (Affen nach Mott[223])) gegen „schmerzhafte" Reize, wie Nadelstiche, sich ganz indifferent verhalten können. Es wurden deshalb von manchen Autoren (z. B. Munk[232]), Mott[223, 224])), nach dem Vorgang von Schiff, Klemmen angewendet. Munk[232]), welcher scharf gezahnte, stark federnde Klemmen benutzte, hatte daran bei Hunden und Affen ein sehr wertvolles Hilfsmittel der Untersuchung. Schäfer[291]) hingegen kam beim Affen zu dem Ergebnis, daß diese Probe nicht zuverlässig sei. Tiere, welche selbst den starken Druck einer Klemme an der Haut einer gelähmten Extremität nicht berücksichtigen, reagierten sofort auf leichte Berührung. Es scheint, daß beim normalen Tier geringe Muskelbewegungen den Druck der Klemme fühlbarer machen, und es würde hiernach diese Methode wenigstens bei gleichzeitiger motorischer Lähmung nicht geeignet sein. Eine andre Methode, welche für die vorige in mancher Hinsicht Ersatz leisten kann, stammt von Goltz[107a]). Er legte die ausgestreckte Pfote des zu untersuchenden Hundes zwischen zwei durch einen Lederstreifen scharnierartig verbundene Latten und stellte auf die obere Gewichte, wodurch der Druckreiz in leicht ersichtlicher Weise abgestuft werden konnte. Zur Prüfung der Reaktionen auf Tastreize benutzte Schiff[297]) die bei akuter Anämie eintretende Erreg-

barkeitssteigerung. Kaninchen wurde reichlich Blut entzogen, bis sie in einen schlafähnlichen Zustand verfielen; bei vorsichtigen Berührungen traten Öffnen der Augen, Ohrenbewegungen, Beschleunigung der Atmung u. a. m. ein. Zu ähnlichem Zweck der Erregbarkeitssteigerung bei Untersuchung der Rückenmarksreflexe empfehlen Guillebeau und Luchsinger[121]) Anfrischung des Rückenmarkquerschnitts oder starke elektrische Reizung desselben. Daß Strychnin zum Zwecke der Erregbarkeitssteigerung nicht in jedem Falle ohne Bedenken angewandt werden kann, da es neueren Feststellungen entsprechend den Reizerfolg nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ verändert, darf in diesem Zusammenhang nicht unerwähnt bleiben.

Wertvolle Angaben über die Prüfung der Hautsinne beim Affen macht Sherrington[312]). Das Tier wird in einem ruhigen warmen Raum durch den Wärter, der es täglich füttert, im Arm gehalten. Von Zeit zu Zeit während der Untersuchung, die vor der Fütterung vorzunehmen ist, wird etwas Zucker gegeben. Die Haut des Untersuchungsbereichs wird rasiert, jede Hautstelle, deren Reizung beantwortet wurde, durch Anilinfarbe markiert. Die Reizart ist während der Untersuchung häufig abzuwechseln, das Tier darf die Reizanwendung nicht sehen. Zur Tastprüfung wird die Haut an einer vollempfindlichen Stelle (es handelte sich um Durchschneidung einer Wurzel) mit einem durch Strom erwärmten Draht berührt. Sobald das Tier wieder zur Ruhe kommt, bewirkt eine leise Berührung, auf die durch den vorhergehenden Reiz gewissermaßen die Aufmerksamkeit des Tieres schon gelenkt ist, eine starke Reaktion. Zur Schmerzprüfung wird ein Platindraht V-förmig gebogen; der den Draht erhitzende Strom wird erst nach vorübergegangener Tastreaktion geräuschlos geschlossen. Oder es werden durch eine Linse Wärmestrahlen auf die Haut konzentriert oder die Haut mit kleinen Klemmen gekniffen. Faradische Ströme sind nicht so wirksam. Temperaturprüfung wird in der aus der Klinik bekannten Weise mit Reagenzgläsern oder Kupferstangen ausgeführt. Die Reaktion des Tieres bestand u. a. darin, daß die Augen, die in einem für die Beobachtung sehr geeigneten Zustand von Schläfrigkeit halb geschlossen waren, geöffnet wurden.

Simpson[316. 317]) verwendete eine am Ende eines Stockes befindliche Nadel, mit der die Haut berührt oder gestrichen wird, während ein anderer die Aufmerksamkeit des Tieres ablenkt. Ist das Tastgefühl erhalten, so sieht das Tier um sich, und zieht das Glied weg usw. Auf Schmerz wurde durch Nadelstiche untersucht, und zwar ging diese Untersuchung voraus. Zur Temperaturprüfung wurde das Tier in eine Schwebe gebracht (s. o.) und ein Gefäß mit heißem oder kaltem Wasser von unten genähert, so daß die Finger oder Zehen hineintauchten. Die Reaktion bestand im Wegziehen der Extremität oder in Unruhe des Tieres.

Die sogenannte tiefe Sensibilität, das Lagegefühl, kann durch künstliche Herstellung abnormer Stellungen der Extremitäten untersucht werden. Am Hunde versucht man z. B. die Pfoten vorsichtig auf das Dorsum aufzusetzen und stellt fest, ob das Tier, wie es das normale tut, die Pfote sofort wieder richtig aufsetzt, oder ob die hergestellte falsche Stellung bestehen bleibt, obwohl das Körpergewicht auf dem abnorm gestellten Gelenke lastet. Auch an Vögeln können solche Untersuchungen in mannigfacher Weise vorgenommen werden ([346]). Hieran schließt sich die

Feststellung des Widerstandes, den die Extremität gegen passive Bewegungen bietet, und welcher sich nach der Stärke des in der Ruhe vorhandenen Muskeltonus und nach den durch die Passivbewegungen ausgelösten Gegenbewegungen richtet. Mehr eine Mittelstufe zwischen Prüfung sensibler und motorischer Funktionen nimmt die Untersuchung des Gehens des Hundes auf einer Leiter ein (Lattenbrücke von Goltz[109]), Auf- und Absteigen auf einer Treppe, und ähnliche von den verschiedenen Autoren angewandte Maßnahmen. Sie leiten zu den weiter unten besprochenen Untersuchungen der Bewegungsstörungen über.

Weitere Methoden kommen noch in Betracht, wenn die Sensibilitätsprüfung nicht am intakten (oder bloß voroperierten) Tier, sondern im direkten Anschluß an operative Eingriffe oder während derselben vorgenommen werden soll, wobei das Tier nicht länger am Leben erhalten wird. Man hat das Verhalten des Blutdrucks, von der Karotis aus geschrieben, bei peripherer Reizung als Indikator für den Reizerfolg benutzt (Miescher[216]), Tengwall[343]), beide am Kaninchen, Bickeles und Zaluska[36]) am Hunde); erfährt ja der Blutdruck unter Umständen schon auf leichteste Reize, z. B. Anblasen der Haut beim Kaninchen, eine Änderung. Sherrington[309]) fand hingegen diese Methode unter besonderen Bedingungen bei der Katze wenig brauchbar; wenigstens dauert bei ausgiebigen Freilegungen von Nervenwurzeln die Narkose so lange, daß der Blutdruck nicht konstant genug zu halten ist, und daß selbst verhältnismäßig starke Reize keine Änderungen am Blutdruck hervorrufen. Geeigneter ist dann nach Sherrington die Beobachtung der durch Reizung sensibler Nerven bedingten Änderungen des Atemrhythmus, die unter anderen auch von Hering[130]) benutzt wurden. Jedoch kommt dies ebenso wie das Verhalten der Pupille nicht ausschließlich für die oben näher angegebenen Versuchsbedingungen in Betracht.

Zu den mannigfachen methodischen Schwierigkeiten, welche sich den hier in Rede stehenden Funktionsprüfungen entgegenstellen, kommen weiter gelegentlich solche prinzipieller Natur. Streng genommen handelt es sich bei der Untersuchung der „Empfindungen" des Tieres (über die wir ihrer subjektiven Natur nach nichts ermitteln können) immer nur um Vorhandensein oder Fehlen einer auf Reiz eintretenden Antwortsbewegung, die sich an der Muskulatur des gereizten Teiles oder auch entfernter Partien oder des ganzen Körpers in sehr verschiedener Komplikation abspielen kann. Die Aufgabe der hier in Betracht kommenden Prüfungen besteht im allgemeinen darin, den Weg zu ermitteln, welchen die Erregungsprozesse aufsteigend im Nervensystem verlaufen und die Stellen, an denen sie in andere Prozesse verändernd eingreifen. Am einfachsten ist das Resultat zu deuten, wenn nach einem operativen Eingriff eine vorher gesetzmäßige Antwortsbewegung fehlt, vorausgesetzt, daß die Bewegungsfähigkeit an sich nicht gestört ist. Schwieriger kann aber die Beurteilung des Falles sein, wenn trotz des Eingriffes, der etwa am Rückenmark liege, die Reaktion noch besteht. Es muß dann die Möglichkeit ausgeschlossen werden, daß ein lediglich im kaudalen Teil sich abspielender Reflex vorliegt, oder daß, wenn die Reaktion auch im Vorderkörper eintritt, diese indirekt durch eine Erschütterung ausgelöst wird, welche ihrerseits durch den im Hinterkörper

ablaufenden Reflex hervorgerufen wird. Schließlich könnte auch der Fall eintreten, daß durch den applizierten Reiz ein Rückenmarksreflex erfolgt, dieser in den Endapparaten des bewegten Gliedes neue Reize auslöst, welche nun erst die Reaktion im Vordertier verursachen (z. T. nach Schiff[297]).

Auch von diesen Gesichtspunkten aus leuchtet der Vorzug der Dressurreaktionen ein; denn bei ihnen besteht eine feste Verbindung zwischen einem Reiz und einer Antwortsbewegung, deren Komplikation über die Mitbeteiligung der höchsten Hirnteile keinen Zweifel läßt. Gerade die Kompliziertheit der angelernten Antwort oder doch wenigstens der neuen Verknüpfung einer Gewohnheitshandlung mit einem bestimmten Reiz scheidet auch jede Möglichkeit für die erwähnten Täuschungen aus. Die Zukunft wird zeigen, ob es möglich sein wird, das Prinzip der Dressur als Untersuchungsmethode am Zentralnervensystem noch weiter auszudehnen, ob sich z. B. Methoden, die in neuerer Zeit mit Erfolg zur Untersuchung des Farbensinns normaler Tiere angewandt wurden (Nagel[238]))*), mit operativen Eingriffen am Zentralnervensystem kombinieren lassen.

Im Anschluß an die Dressuren sei noch auf die Arbeit von Nicolai[243]) verwiesen, welcher nach Vorgang der Untersuchungen der Pawlowschen Schule[257]) den am Hunde bei den verschiedensten Einwirkungen auftretenden Speichelfluß der Untersuchung zu Grunde legt.

b) Untersuchung der Extremitätenreflexe und der Bewegungen.

Die typischen Sehnen-, Periost- und Hautreflexe werden nach bekannten Regeln untersucht. Ein Gehilfe hält das Tier, bei abgelenkter Aufmerksamkeit, mit freihängenden Extremitäten; den Kopf läßt man in der Hand halten, worauf die Tiere meist die Augen schließen und sich ganz ruhig verhalten. Für unzugängliche Affen (z. B. Meerkatzen) dürfte leichte Äthernarkose gelegentlich zweckmäßig sein; doch lassen auch sie sich untersuchen, wenn man erst einmal den Kopf gefaßt hat, um sich vor den Bissen der Tiere zu schützen. Auf die einzelnen zu erhaltenden Reflexe kann hier nicht in Vollständigkeit eingegangen werden; sie sind zum Teil aus der klinischen Untersuchung des Menschen bekannt.

Für die hintere Extremität des Hundes sind einige Reflexe von Bikeles und Gizelt[35]) zusammengestellt. Hinzugefügt sei noch die Beugung der Zehen und des Fußes, die eintritt, wenn man die Haare des Zehenrückens gegen den Strich berührt. (Näher untersucht von Rothmann[281])). Weitere am Hund nach Rückenmarksdurchschneidung zu beobachtende Reflexe findet man in der Arbeit von Sherrington und Laslett[315]) zusammengestellt.

Die graphische Registrierung von Reflexen wird nach bekannten Regeln (vgl. die entsprechenden Abschnitte des Handbuchs) vorgenommen, am einfachsten mit Mareyschen Kapseln. Eine Vorrichtung zur rhythmischen Auslösung des Patellarreflexes gibt Scheven[296]) an.

Werden die zu untersuchenden Reflexe, besonders bei gleichzeitiger Registrierung, durch elektrische Reize ausgelöst, so können zweckmäßig nach Goltz[107]) eingestochene Nadelelektroden verwendet werden, die man mit

---

*) vgl. ferner Samojloff und Pheophilaktowa, Zentralbl. f. Physiol. **21**, 1907, 133.

dünnen Zuleitungsdrähten verbindet. In dieser Weise bleibt die Reizstelle trotz Bewegungen des gereizten Gliedes unverändert.

Die Untersuchung von Bewegungsstörungen kann hier nur kurz gestreift werden. Zu ihrer Beurteilung ist zunächst die Beobachtung des sich bewegenden Tieres maßgebend, wobei die z. B. bei Katzen nach größeren Operationen häufige Bewegungsunlust störend sein kann. Simpson[316. 317]) empfiehlt, zur Untersuchung auf motorische Störungen das Tier plötzlich mit allen Vieren auf den Boden fallen zu lassen, wobei das normale Tier die Zehen spreizt. Die Bewegung fehlt an der gelähmten Extremität. Den Affen kann man zur Untersuchung der Beine aufheben und leicht gegen eine Wand hin schwingen; das normale Bein wird extendiert. Die motorische Kraft ist beim Affen an Greifbewegungen, z. B. nach dem Finger, leicht zu prüfen (Simpson). Hinsichtlich der genaueren Untersuchung von Bewegungsstörungen sei auf die Methode Lucianis[206]) hingewiesen, Gangspuren aufzunehmen. Die vier Pfoten des Hundes werden in vier mit verschieden gefärbtem Wasser gefüllte Gläser getaucht und das Tier auf glattem Fußboden gehen gelassen. Ähnlich kann man bei der Taube verfahren, welche man am besten über berußtes Fließpapier laufen läßt.[346]) Daß die photographische Momentaufnahme sowie die kinematographische Reihenaufnahme von Bewegungsstörungen und sonstigen motorischen Äußerungen häufig ein unentbehrliches Hilfsmittel ist, sei noch erwähnt.

Die Bewegungen, die bei Reizung von Zentralteilen, besonders der Hirnrinde auftreten, werden in der Regel ohne Registriervorrichtungen beobachtet. Hering und Sherrington[133]) bringen Affen in horizontale Suspension, so daß die Extremitäten frei nach unten hängen. Die graphische Registrierung der Kontraktionen nahmen z. B. Bubnoff und Heidenhain[54]), Exner[84]), Horsley und Schäfer[144]) vor.

c) Untersuchung der Hirntemperatur und der Aktionsströme.

Zur Funktionsprüfung im weiteren Sinne kann auch die Temperaturmessung der Hirnsubstanz gerechnet werden, weshalb dieser noch einige Worte gewidmet seien. Mosso[221. 222]) bediente sich kleiner Quecksilberthermometer*) mit sehr feiner Teilung. Die Methode thermoelektrischer Temperaturmessung benutzte Schiff[298]), welcher die Temperatur zweier Rindenstellen bei peripheren Reizungen untersuchte. Nach Heidenhain[125]) ist es allein einwandfrei, einen Vergleich der Temperatur des dem Gehirn zuströmenden arteriellen Blutes mit der Temperatur des Organes selbst vorzunehmen. Auf eine durch Stoffwechselprozesse des Gehirns bedingte Temperaturzunahme kann mit Sicherheit nur dann geschlossen werden, wenn die Temperatur des Gehirns diejenige des zuströmenden Blutes übersteigt.

Zu den Methoden, die sich etwas von dem gewöhnlichen Begriff der Funktionsprüfung entfernen, gehört weiterhin die Untersuchung der Aktionsströme, soweit diese als ein Anzeichen und Maß für die Tätigkeit

*) H. Berger, dessen Untersuchungen über die Temperatur des Gehirns (Jena 1910) nicht mehr berücksichtigt werden konnten, verwendete sehr dünne Thermometer von der präzisionstechnischen Anstalt in Ilmenau.

des Zentralnervensystems benutzt wird. Für gewöhnlich kann ja vorwiegend nur an irgend welchen Muskelbewegungen festgestellt werden, ob ein untersuchter Teil des Nervensystems an einem Erregungsprozeß beteiligt war; die Untersuchung der Aktionsströme kann hierin nicht nur ergänzend eintreten, sondern es lassen sich mit ihrer Hilfe auch Fragen in Angriff nehmen, die ohne sie wohl kaum lösbar sein werden. Besonders läßt sich, wenigstens im Prinzip, an jeder Stelle der Leitungswege das Vorhandensein einer Erregung feststellen, vielleicht sogar einer Erregung von so geringer Stärke, daß sie überhaupt nicht zu Muskelbewegungen führen, sondern nur in den Zustand eines entfernteren Teiles des Nervensystems verändernd eingreifen würde.

Die Untersuchung der Aktionsströme ist als Methode der Funktionsprüfung am Zentralnervensystem besonders von Beck[17]), Beck und Cybulski[18]) sowie Gotch und Horsley[113]) eingeführt und verwendet worden. Es ist hier nicht der Ort, eine ausführlichere Darstellung der elektrophysiologischen Methodik zu geben, sondern es kann auf den umfassenden Abschnitt von Garten in diesem Handbuch verwiesen werden. Im folgenden sollen nur einige Angaben der genannten Autoren hervorgehoben werden, die für die spezielle Anwendung der Methode am Gehirn und Rückenmark von Wichtigkeit sind. Beck macht in den mir zugänglichen deutsch geschriebenen Arbeiten nur kurze methodische Angaben. Besonders erwähnenswert ist die Verwendung zweier Galvanometer gleicher Empfindlichkeit, wodurch sich an der Hirnrinde leicht der Ort der Potentialverminderung bei peripherer Reizung ermitteln läßt. Beide Galvanometer sind durch getrennte Elektroden mit den gleichen Hirnstellen verbunden; hierbei sind die auftretenden elektrischen Veränderungen von gleichem Einfluß auf beide Galvanometer. Wurde nun an der Stelle, an welcher die Verminderung des Potentials vermutet wurde, eine Elektrode um 2—3 mm verschoben, so blieb, wenn die Vermutung zutraf, die Veränderung im entsprechenden Galvanometer aus, oder war geschwächt, während sie im anderen Galvanometer unverändert blieb. Von den Angaben von Gotch und Horsley sind hier zunächst nur die allgemeinen zu berücksichtigen; die an den einzelnen Gegenden des Zentralnervensystems im besonderen notwendigen Maßnahmen sind den späteren Kapiteln zu entnehmen. Zur Narkose, die bei den vorbereitenden Operationen, Freilegungen, Durchschneidungen tief zu nehmen ist, findet am besten Äther Verwendung, weil sich damit die Narkosentiefe leicht abstufen läßt. Die Aktionsströme wurden entweder mit einem Kapillarelektrometer, welches noch auf 1:10000 Daniell reagierte und mit 300facher Vergrößerung abgelesen wurde, oder mit einem Elliott-Thomsonschen Galvanometer mit 20364 Ohm Widerstand untersucht. Bei einer Stromdauer von 0,001 Sekunde gab ein Strom von 0,01 Daniell einen Ausschlag von 5 Skalenteilen. Die unpolarisierbaren Elektroden entsprachen dem Typus der Fadenelektroden. Die Fäden (Lampendocht) waren mit Kaolinpaste (Bolus alba) getränkt und wurden am Rückenmark um die zu untersuchenden Teile gewickelt. Die durch Eintrocknen der Fäden möglichen Widerstandsänderungen konnten bei dem hohen Widerstand des Ableitungskreises vernachlässigt werden. Gegen die bei elektrischen Reizungen möglichen Stromschleifen war, abgesehen von der Aufhängung des freigelegten Rückenmarks, der einfachste Schutz der, die Narkose zu vertiefen und bei gleichbleibender Art und Stärke der Reizung zu sehen, ob der Galvanometerausschlag sich verminderte oder gleich blieb.

Über die Anwendung des Saitengalvanometers sind am Zentralnervensystem bis jetzt keine Erfahrungen bekannt geworden, wenn man von den Bestimmungen des Rhythmus willkürlicher Muskelkontraktionen absieht, die ja allerdings in gewisser Weise auch hierher gehören und deshalb kurz erwähnt sein mögen (Piper[259])).

Im Anschluß an die galvanometrische Methode bedarf hier noch eine in neuerer Zeit vorwiegend am Menschen studierte Erscheinung einer kurzen Erwähnung, nämlich das sogenannte „psychogalvanische Reflexphänomen“ (Veraguth[357])). Wird die Versuchsperson oder ein Tier in

der noch anzugebenden Weise in einen aus einer Stromquelle von etwa $2^1/_2$ Volt und einem Galvanometer bestehenden Stromkreis eingeschaltet, so treten bei den verschiedensten Einwirkungen auf Sinnesapparate Schwankungen des Galvanometerausschlages ein.

Die Einschaltung des Körpers geschieht durch in den Händen gehaltene Metallelektroden, oder in Tierversuchen durch Einstellen der Pfoten in warme Kochsalzlösung, welche den Strom zuleitet. Auf die Theorie dieser Stromschwankungen, an deren Eintritt besonders die relativ lange Latenz merkwürdig ist, kann hier nicht eingegangen werden. Inwiefern durch diese Untersuchungen, die an Tieren bis jetzt nur gelegentlich ausgeführt wurden, die übrigen an Tieren zur Verfügung stehenden Untersuchungsmethoden wirklich ergänzt werden, kann erst die Zukunft lehren.

C. Methodik der Ausschaltung von Zentralteilen.

I. Allgemeine Bemerkungen zur Ausschaltungsmethodik.

Zur Ausschaltung von Zentralteilen stehen die verschiedensten Verfahren zur Verfügung. Bei der Beurteilung ihres Wertes kommt es vor allem auf die besonderen Zwecke des Versuches an. Man kann die Methoden nach dem Gesichtspunkt voneinander trennen, ob die Ausschaltung eine dauernde oder vorübergehende ist und ob lediglich eine Ausschaltung oder gleichzeitig Reizzustände mit der Methode erzielt werden, ob also eine reizlose Ausschaltung vorliegt oder nicht. Es ist hier nicht der Ort näher die Gründe auseinander zu setzen, welche den Umstand als einen wesentlichen Mangel unserer Methodik erscheinen lassen, daß wir noch keine Methode zur vollkommen reizlosen und dazu nur vorübergehenden, das heißt nach Wunsch des Experimentators zeitlich begrenzten Ausschaltung von Teilen des Zentralnervensystems, besitzen. Diese würde dadurch charakterisiert werden können, daß der Tätigkeitszustand des betreffenden Teiles langsam vermindert und aufgehoben wird, ohne daß auch nur vorübergehend eine Erhöhung eintritt.

Ausgehend von den Erfahrungen, die man an den peripheren Nerven der Warmblüter, besonders am N. vagus, über reizlose und vorübergehende Ausschaltung durch Abkühlung gemacht hat, habe ich mich schon seit längerem mit dem Gedanken beschäftigt, durch systematische Anwendung von Abkühlung von Zentralteilen eine solche reizlose vorübergehende Ausschaltung zu erzielen; die Versuchsreihe, die ich zur Verwirklichung dieses Planes begonnen habe, hat zwar schon brauchbare Ergebnisse gebracht, ist aber noch nicht weit genug fortgeschritten, als daß ich hier im einzelnen über die Aussichten dieser Methode Angaben machen möchte. Ich werde darauf in kurzem an andrer Stelle zurückkommen und möchte hier nur noch erwähnen, daß ich die Möglichkeit verfolge, auf zweierlei Wege die Ausschaltung zu erzielen, durch die Abkühlung oberflächlich gelegener Teile und durch indirekte Abkühlung von der Blutbahn aus.*)

*) Bisher liegen nur ganz gelegentliche Angaben über Abkühlungswirkung an Zentralteilen bei Stefani[335]) und Deganello[67]) vor, die jedoch von ganz anderen speziellen Fragestellungen ausgingen.

Im übrigen sollen hier vor der Beschreibung der besonderen, der Ausschaltung von Zentralteilen dienenden Methoden zunächst die allgemeinen Hilfsmittel besprochen werden, wobei die Anwendung im besonderen Falle nur soweit berücksichtigt wird, als die Erläuterung der Methoden es erfordert.

Die in Frage kommenden Methoden können in solche zur direkten und indirekten Ausschaltung unterschieden werden, je nachdem ob der Eingriff an dem auszuschaltenden Teil selbst erfolgt oder an den ernährenden Gefäßen.

II. Allgemeine Hilfsmittel.

a) Direkte Ausschaltung.

Für die direkte Ausschaltung kommt in erster Linie der Schnitt mit dem **Messer** in Betracht, besonders wenn es sich um Ausschaltung von Bahnen handelt, was am sichersten durch möglichst lineare Durchschneidung geschieht.

Ist auch dem Messer insofern unbedingt der Vorzug einzuräumen, als sich mit ihm Zug- und Druckwirkungen auf die Nachbarschaft am besten vermeiden lassen, so stehen doch darin Nachteile gegenüber, daß die glatt durchtrennten Gefäße sich nicht immer genügend schließen. Es wurden deshalb Instrumente verwendet, die eine stumpfere Verletzung setzen, also die Gefäße mehr durchreißen als durchschneiden; hierhin dürften nicht nur messerartige Holzstäbchen, sondern auch der scharfe Löffel zu rechnen sein. Auch sei in diesem Zusammenhang noch das von Goltz [108]) gebrauchte scherenartig wirkende Instrument erwähnt (Konstruktion von Ewald), bei welchem zwei Hohlmesser in entgegengesetzter Richtung durch eine Bohrmaschine gedreht werden. Selbstverständlich wird man bei Anwendung solcher Instrumente noch mehr auf der Hut sein müssen, ob wirklich die Ausschaltung die gewünschten Grenzen innehält.

Das Messer wird in der Regel aus freier Hand geführt. Es hat sich aber schon vor längerem gezeigt, daß hierbei in besonderen Fällen manches zu wünschen übrig bleibt. Es ist von vornherein zu betonen, daß die Bestrebungen, anstatt der freihändigen Messerführung eine Mechanik anzuwenden, nicht den Zweck haben, individuell fehlendes Handgeschick zu ersetzen, sondern Operationen zu ermöglichen, die auch im günstigsten Falle aus freier Hand überhaupt nicht oder jedenfalls nicht so exakt ausgeführt werden können. Es handelt sich hier z. B. um Schnitte, die genau in einer Ebene zu führen sind (Längsschnitte in den verschiedensten Teilen von Gehirn oder Mark); ferner aber vor allem um Ausschaltungen, welche in der Tiefe umfangreicher sein sollen, als an der Oberfläche, oder bei denen die oberflächlichen Teile nach Möglichkeit unverletzt bleiben sollen.

Von den Bemühungen, manche Mängel des freihändigen Operierens durch **mechanische Vorrichtungen** zu umgehen, sind in erster Linie diejenigen der Ludwigschen Schule zu nennen.*) Miescher [216]) benutzte bei partiellen Markdurchschneidungen ein fest in den Knochen gestecktes Schutz-

*) Nähere Ausführung in meiner Arbeit [346]).

messer, das die nicht zu durchschneidenden Teile vor Verletzung schützte. Nawrocki[239]) verwendete zu ähnlichen Zwecken zwei zu einem Doppelinstrument vereinigte Messer. War bei diesen Verfahren der Schutz der nicht zu verletzenden Teile beabsichtigt, so erstrebten weitere Einrichtungen die Sicherung einer in bestimmter Ebene liegenden Schnittführung. Dittmar[68]) und Cyon[64]) gaben Vorrichtungen an, bei denen das Messer durch ein oder mehrere Schlitze, die in einem Metallstück nebeneinander angebracht waren, geführt wurde, so daß quere Markdurchschneidungen in nahe aneinander gelegenen parallelen Ebenen ausgeführt werden konnten (Fig. 12). Eine weitere Ausbildung der Methode der Schutzmesserchen gibt die Arbeit von Woroschiloff[258]) (Fig. 13).

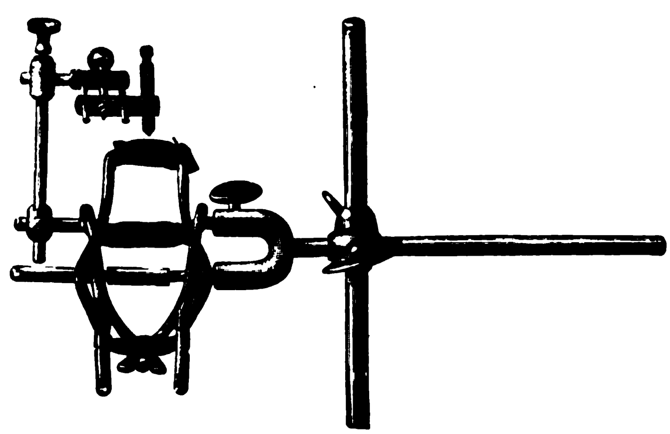


Fig. 12.
Vorrichtung von Dittmar für Markquerschnitte.

Ein von mir ([348]) angegebenes Instrument, das Myelotom, dient nicht nur dem Zweck, Schnitte auszuführen, die genau in einer Ebene liegen, sondern bei denen auch die Begrenzung in der Tiefe genau vorausbestimmt ist, und ferner die oberflächliche Schnittlänge kleiner sein kann, als seine maximale Ausdehnung in der Tiefe. Folgendes ist das zugrunde liegende Prinzip. Ein in einer Ebene liegender Schnitt kann dann nach allen Richtungen nach Wunsch genau begrenzt werden, wenn das Messer in jeder Richtung nur bis zur gewünschten Grenze vordringen kann. Dies läßt sich ohne jeden vorausgehenden Eingriff (wie das Einstechen der Schutzmesser) erreichen, wenn sich am Messerstil ein Stift befindet, der sich in einem in ein Blech geschnittenen Loch bewegt, dessen Grenzen genau den beabsichtigten Grenzen der Schnittläsion entsprechen. Es ist dabei nur noch notwendig, daß das Messer seine Richtung zwischen dem Schnittmuster, wie

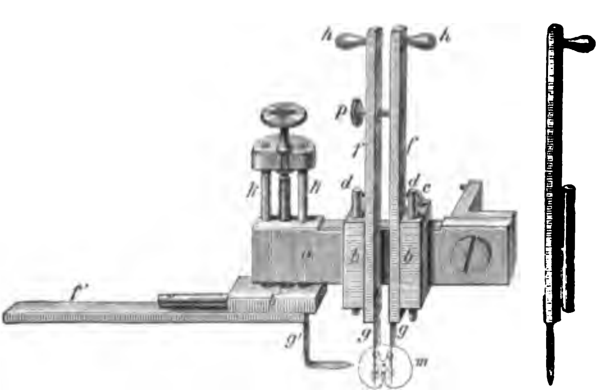


Fig. 13.
Methode der Schutzmesserchen nach Woroschiloff.

ich den Blechausschnitt nenne, und dem Durchschneidungsobjekt nicht ändern kann. Zu dem Zwecke muß eine Führung vorhanden sein, in der das Messer sich nur in Parallelverschiebung in einer Ebene bewegen kann. Das Instrument ist in Fig. 14 wiedergegeben.

Die Messerführung wird durch die beiden Projektionszeichnungen (Fig. 15 und 16) erläutert, von denen die erstere eine Ansicht von der Seite, die letztere von oben wiedergibt. Die Führung besteht im wesentlichen aus zwei miteinander verbundenen Parallelogrammen a b c d und c d e f, deren aus Metallteilen bestehende Seiten an den

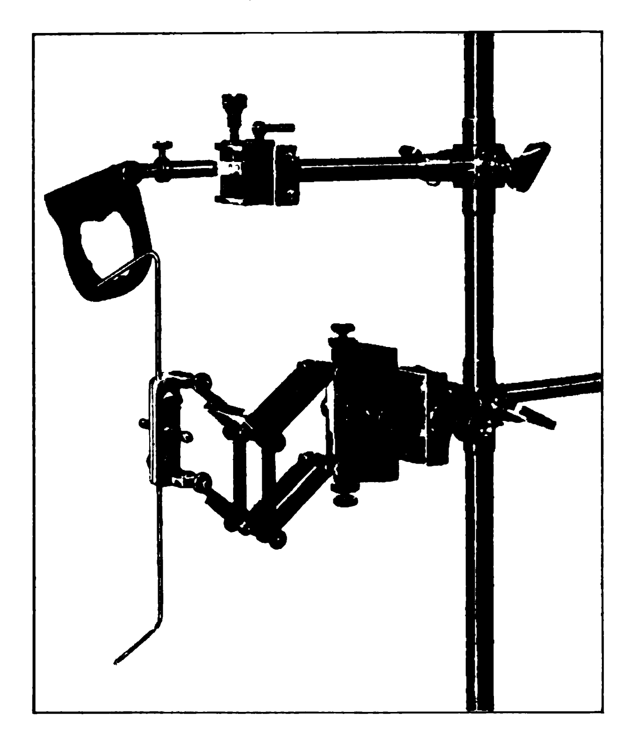


Fig. 14.
Myelotom von Trendelenburg (mit „abgebogenem" Messer und Schnittmuster des Hundekleinhirns). ($^1/_4$ natürl. Größe.)

Eckpunkten um Achsen beweglich sind, so daß der im Bild links befindliche Messerhalter H nur parallel mit sich verschoben werden kann. Um zu erreichen, daß der Messerhalter, und mit ihm auch das Messer, sich nur in einer Ebene, bei Fig. 15 derjenigen der Papierfläche, bewegen kann, ist folgende Einrichtung getroffen. Das hintere Parallelogramm c d e f besteht aus zwei identischen Teilen, die an den gleichen Achsen (c c′ und f f′ in Fig. 16) in einem Abstand von 1½ cm angebracht sind. Vorn (im Bild links) besteht die obere und untere Seite (b c und a d) des Parallelogramms aus je einer Gabel (Fig. 16), die nach der Seite des Messerhalters wieder eine etwas längere Achse b b′ (und a a′) trägt. Hierdurch wird eine Abweichung aus der Ebene der Bewegung ganz unmöglich gemacht. Die Achsen laufen überall in Spitzen, so daß man das Messer mit Leichtigkeit in jeder Richtung der bestimmten Ebene führen kann. Das Messer wird in die Rinne R eingesetzt und mit Schrauben festgehalten. Die Stifte S S′ dienen als Handhabe bei der Benutzung des Instruments. Letzteres ist weiter um die Achse A A′ drehbar, damit man die Ebene des Schnittes genau nach dem Objekt

einrichten kann. Zwei Schrauben B und B′ halten den Apparat darauf in der gewünschten Stellung fest. Die Schraube C dient dazu, das ganze Instrument seitlich verschieben zu können, was wiederum für die genaue Einstellung des Messers in die gewünschte Schnittebene notwendig ist. Mittels des Stabes D wird der Apparat an ein senkrechtes Stativ befestigt, wie des näheren aus der Fig. 14 zu ersehen ist.

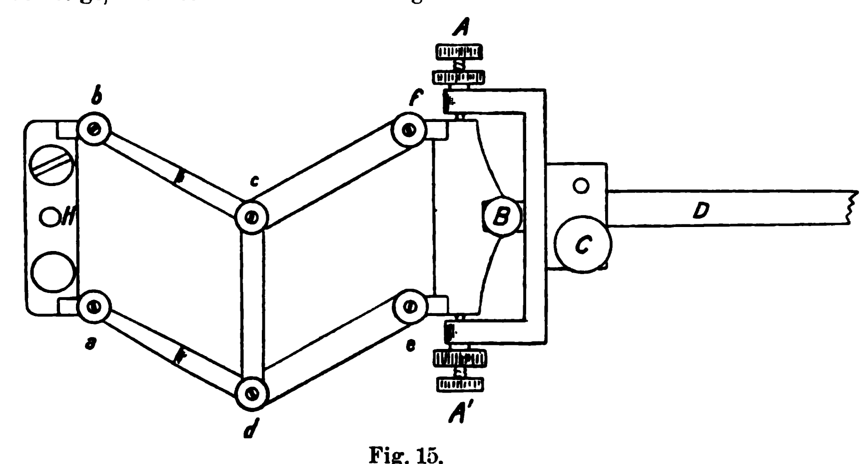


Fig. 15.
Myelotom, Projektionsansicht von der Seite.

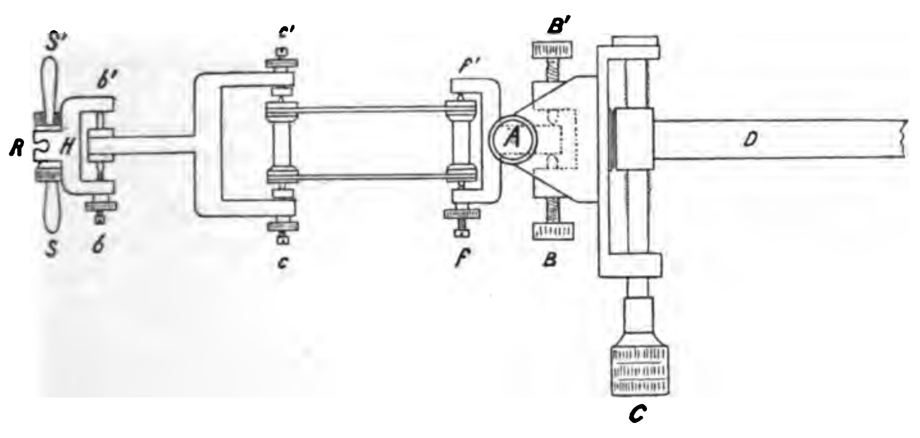


Fig. 16.
Dasselbe von oben gesehen. Während in der Seitenansicht der Apparat in einer Stellung wiedergegeben ist, in der der Halter *H* nach vorne noch ein Stück bewegt werden könnte, ist in der Ansicht von oben der Apparat in maximaler Streckung der Parallelogramme wiedergegeben, in der diese die Form von Rechtecken erhalten. Durch die Beugung der Teile in Fig. 15 ist der Vergleich der Fig. 15 mit der Fig. 14 erleichtert. Das Instrument ist in Figg. 15 und 16 in nicht ganz $^{2}/_{3}$ der natürlichen Größe wiedergegeben.

Das Schnittmuster wird nach einem Tiere von möglichst derselben Rasse und Alter (gleicher Wurf) hergestellt. Das Nähere ist früheren Veröffentlichungen zu entnehmen ([348, 349]). Hingegen sei noch einiges über die Form der Messer und die Methode der „Unterschneidung“ angegeben. Die Messer werden aus Stahldraht hergestellt und haben eine möglichst dünne Schneide. Am einen Ende sitzt der Querstift, der dazu bestimmt ist, den Anschlag an den Rändern des Schnittmusters zu bilden.

Unten befindet sich an dem allmählich platter werdenden Stil die Messerschneide, die je nach dem besonderen Zweck der Operation verschieden gestaltet ist. Handelt es sich um einen keilförmigen Schnitt, so kann die Spitze des Messers gerade nach abwärts gerichtet sein. In allen Fällen aber, in denen die an der Oberfläche gelegene Schnittbegrenzung weniger lang ist, als der größte Schnittdurchmesser in der Tiefe (Unterschneidung), wird die Schneide des Messers in einem stumpfen Winkel von dem Stil abgebogen, worauf so weit unterschnitten werden kann, als der senkrechte Abstand der Messerspitze von dem Stil beträgt. Es muß dann auch das obere Ende des Stils entsprechend gebogen sein, damit der erwähnte, den Anschlag am Schnittmuster gebende Stift wieder senkrecht über der Messerspitze steht. Da sich das Messer am Halter so drehen lässt, daß die Spitze nach vorn oder hinten gerichtet ist, kann nach beiden Seiten die Unterschneidung den genannten Betrag aufweisen. Bei einer Operation ist unter Umständen auch das Wechseln der Messerform nötig, indem ein Teil des Schnitts mit der geraden, ein Teil mit der abgebogenen Messerform auszuführen ist. Es müssen deshalb die zugehörigen Messer genau die gleiche Länge zwischen Stift und Spitze haben. Abbildung 17 gibt einige der bisher benutzten Messerformen; es sei aber betont, daß besondere Zwecke auch besondere Formen nötig machen. Selbstverständlich kann der Apparat auch ohne Schnittmuster verwendet werden, wenn es nur darauf ankommt, daß der Schnitt eine bestimmte Ebene einhält. Schließlich gehört es zu den prinzipiellen Voraussetzungen der Methode, daß der Kopf (oder Rücken) des Versuchstieres eine zum Durchschneidungsapparat unveränderliche Lage einnimmt. Hierfür eignen sich die schon oben beschriebenen Vorrichtungen.

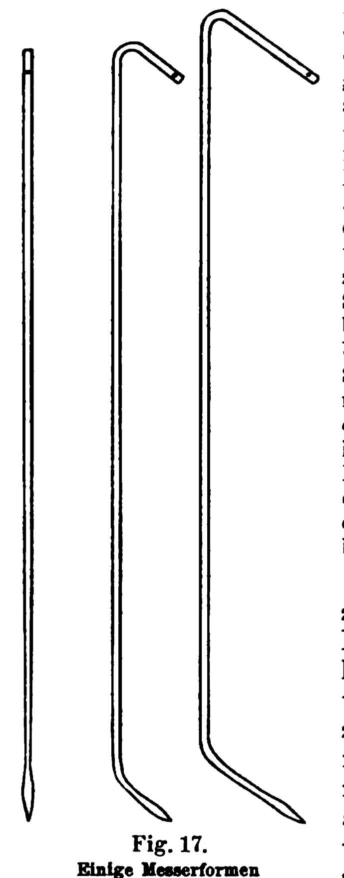


Fig. 17.
Einige Messerformen für das Myelotom.
$^{1}/_{2}$ der natürlichen Größe.

Eine weitere Gruppe von Instrumenten bezweckt, Verletzungen auszuführen, welche nach Möglichkeit gar nicht an die Oberfläche heranreichen. Das Verdienst der ersten Anwendung dieses Prinzips kommt Nothnagel[248]) zu. Seine Anordnung ist folgende. Aus dem freien Ende eines feinen Troikarts ragen zwei feine 4—5 mm lange Federn hervor, die pinzettenartig voneinander abstehen und vom Griff aus vermittels eines Übertragungsmechanismus geschlossen werden können. Das Instrument wird geschlossen eingeschoben, darauf die Federn voneinander entfernt, einige rotierende Bewegungen ausgeführt und das Instrument geschlossen wieder herausgezogen.

White[364]) benutzt eine Hohlnadel mit scharfer Spitze, in deren Nähe sich eine seitliche Öffnung befindet; durch diese kann ein feiner Draht etwa senkrecht zur Nadel herausgeschoben werden. Die Höhlung der Nadel erstreckt sich nur bis zur seitlichen Öffnung. Der Draht wird nach Einführen des Instruments etwas herausgeschoben und das Instrument herumgedreht. Eine ganz entsprechende Vorrichtung benutzt Probst[266]) in Form seiner „Hakenkanüle". In einer ca. 8 cm langen, sehr dünnen Kanüle ist ein Stahldraht verborgen, der beim Hervorschieben aus der Kanüle sich rechtwinklig abbiegt; durch Klemmen kann der Drahtstachel fixiert werden. Nach dem Herausschieben des Stachels wird auch hier mit dem Instrument eine kleine Drehung ausgeführt. Schüller[304]) wendete ein aus einem Troikart herausgeschobenes Drahtbündel an; und

schließlich hat Corona[60]) ein troikartähnliches Instrument angegeben, bei welchem man mittels eines am Griff angebrachten Knopfes zwei kleine Flügel an der Spitze austreten lassen kann; durch Drehen des Instrumentes wird wieder die Läsion bewirkt.

Eine weitere Methode zur direkten Ausschaltung ist das **Saugverfahren.** Es wurde von Lehmann[6]) angegeben, und von ihm gemeinsam mit Babinsky zuerst angewandt. Der Saugschlauch einer Wasserstrahlluftpumpe, wie sie in chemischen Laboratorien Verwendung findet, wird mit einem zu einer feinen Spitze ausgezogenen Glasrohr verbunden; bei hergestelltem Vakuum läßt sich die Gehirnmasse an ganz umschriebenen Stellen entfernen. Die Methode eignet sich nicht nur für sehr kleine oberflächliche Läsionen, sondern ist auch bei größeren Operationen mit Vorteil verwendbar, weil durch die Absaugung auch das Blut entfernt wird, und man sich somit gut über die Tiefe des Eingriffs orientieren kann. Ferner befördert die Säuberung der Operationsstelle die aseptische Heilung, worauf schon die genannten Autoren hinwiesen. Ein Nachteil der Methode dürfte darin liegen, daß bei diesem Eingriff, der ein Abreißen von Substanzteilen darstellt, die Tiefe der Ausschaltung nicht mit der Grenze der direkt entfernten Teile übereinzustimmen braucht. Hier muß die mikroskopische Untersuchung aufklärend zu Hilfe kommen. Das Saugverfahren wurde auch kombiniert mit der Schnittmethode oder der Auslöffelung verwendet, z. B. von Lewandowsky[197]).

Zerstörung durch **Hitze** wird mit einer durch den galvanischen Strom glühend gemachten Platinschlinge ausgeführt, oder nach Gad und Marinescu[103]) mit stecknadelkopfgroßen Glasperlen, die sich beim Erhitzen feiner Glasfäden in der Flamme am Ende des Fadens bilden; bei letzterer Methode liegt ein Vorteil darin, daß die Wärme sehr schnell abgegeben wird, und die Läsion somit ganz punktförmig ausfallen kann. Die Methode der Zerstörung durch Hitze eignet sich vorwiegend für ganz oberflächlich liegende Zerstörungen geringer Ausdehnung.

Sowohl oberflächliche als auch tiefere Läsionen sind durch verschiedene **Chemikalien** hervorgerufen worden, welche die Nervensubstanz entweder lokal abtöten oder nur vorübergehend ausschalten.

Erwähnenswert ist das Verfahren Nothnagels[245]), durch welches es gelang, reine Tiefenläsionen ohne Mitbeteiligung der Oberfläche zu erzielen. Auf Vorschlag Heidenhains verwendete er eine Pravaz-Spritze von der Dicke einer feinen Nähnadel und spritzte durch ein kleines in die Schädelkapsel angelegtes Loch einen minimalen Tropfen konzentrierter Chromsäure an der gewünschten Stelle in die Hirnsubstanz ein. Vergiftungserscheinungen hält Nothnagel bei der Abkapselung und der geringen Menge der Flüssigkeit für ausgeschlossen. Eher ist zu befürchten, daß die Symptome durch Reizerscheinungen getrübt sind, die allerdings in längerdauernden Versuchen abklingen würden. Daneben ist die Unmöglichkeit, die Läsionen ganz nach Wunsch zu begrenzen, die allerdings auch anderen Verfahren eigentümlich ist, der Grund dafür gewesen, daß die Methode in neuerer Zeit wenig verwendet wurde (v. Cyon[64]), Lo Monaco[218])). Jedenfalls ist sie durch das elektrolytische Verfahren überholt worden

Hier schließen sich die Versuche von Goldmann und Edinger[106]) an, in welchen Gehirnteile durch Aufpinseln von Chromsäure- und Formalinlösungen zerstört wurden.

Schließlich sei der lokalen Anwendung von Narkotika gedacht; Belmondo und Oddi[26]) kokainisierten die Hinterwurzeln zur Ausschaltung der in ihnen laufenden Erregungen bei Reizungen der Vorderwurzeln. Filehne und Biberfeld[90]) wendeten am Rückenmark Gazebäusche an, die in 0,5—1—10% Kokain getränkt und wieder gut ausgedrückt waren. Ist es auch in letzterem Falle fraglich, wie weit sich die Wirkung auf den direkt getroffenen Teil lokalisieren läßt, so können doch wegen des Vorübergehens

der Wirkung gelegentlich Vorteile aus der Anwendungsweise gezogen werden (z. B. bei Durchschneidungen, vgl. unter Narkose).

Dem Nothnagelschen Verfahren steht wiederum das neuerdings von Pi Suñer[260]) empfohlene nahe, bei welchem eine kokainhaltige Lösung injiziert wird. Um Diffusion des Giftes zu vermeiden, werden dickflüssige Lösungen verwendet. Um die Einwirkungsstelle bei der Autopsie auffinden zu können, wird der Lösung ein Farbstoff von ähnlichem Diffusionskoeffizienten wie das Kokain zugesetzt. Die Lösung besteht aus: Alkohol (96 %) 30 gr; Äther 30 gr; Schießbaumwolle 5 gr; Malachitgrün 0,25 gr; kurz vor der Injektion wird eine Lösung von 1:5 Kokain in Alkohol der vorigen Mischung zu gleichen Teilen zugesetzt. Wie weit hierin eine eigentliche Ausschaltungsmethode vorliegt, wie weit die stark reizenden Lösungsstoffe komplizierend wirken, wird sich ebenso wie die Leistungsfähigkeit der ganzen Methode erst nach näheren Mitteilungen beurteilen lassen.



Fig. 18.

Fünf Anoden-Läsionen, 11—15, drei Wochen vor dem Tode zur Zerstörung des Nucl. dentatus, embolus, globosus und der äußeren Teile des Nucl. fastigii hergestellt. Die Verletzungen wurden nacheinander hergestellt. Die kleinen Teilstriche der Skala sind Millimeter. — Nach Horsley und Clarke.

Wiederum zum Zwecke der Herstellung von Tiefenläsionen, die gar nicht an die Oberfläche reichen, ist die **Elektrolyse** von Sellier und Verger[307]) empfohlen worden. Die verwendeten Nadelelektroden sind bis zur Spitze isoliert, die Stärke des verschieden lang einwirkenden Stroms beträgt etwa 10 Milliampère. Diese Methode dürfte die Mängel des Einspritzens der wirksamen Stoffe vermeiden, da es bei ihr möglich ist, die letzteren (nämlich die Produkte der Elektrolyse) auf einen begrenzten Ort zu beschränken.

Es ist deshalb sehr wertvoll, daß Horsley und Clarke[143]) das elektrolytische Verfahren, auf welches sie unabhängig von den erstgenannten Autoren gekommen waren, zu einem sehr hohen Grad von Vollkommenheit ausgebildet haben. Besonders mit der Anode konnten sie elektrolytische Hirnläsionen ohne nennenswerte Nebenwirkungen ausführen, und zwar unter

scharfer Abgrenzung zwischen normalem und nekrotisiertem Gewebe. Der Strom von 1—5 Milliampère wird unipolar zugeführt, die differente Elektrode Anode) ist in Fig. 40 (S. 117) wiedergegeben. Sie besteht aus einer 10 cm langen feinsten Platin-Iridium-Nadel (20 % Iridium), welche durch eine Glaskapillare isoliert ist.*) Innerhalb der angegebenen Stromstärken, deren Überschreitung zu widerraten ist, beträgt die Breite der Läsion für eine Minute Stromdauer und je ein Milliampère Stromstärke 1 Millimeter. Als Ursache der zerstörenden Wirkung des Stroms kommt unter anderem hauptsächlich die Gasbildung in Betracht, welche an der Anode schwächer und kontinuierlicher erfolgt, als an der Kathode. Die Läsionen wurden von den Autoren auf das genaueste mikroskopisch untersucht, doch kann hier auf diesen Teil der Ergebnisse nicht eingegangen werden; Fig. 18 stellt einige Kleinhirnkernverletzungen nach Horsley und Clarke dar. (Betreffs der mechanischen Nadelführung vgl. S. 111.)

b) Indirekte Ausschaltung.

Die indirekte Ausschaltung auf dem Gefäßwege kann in erster Linie durch Unterbindung oder Embolie erfolgen.

Damit die spätere Darstellung der speziellen Methoden an Übersicht gewinnt, seien hier schon die wichtigsten Fragen der Blutversorgung besprochen**) und zunächst die Verhältnisse am Rückenmark geschildert. Hier kommt zur Ausschaltung besonders der grauen Substanz des Lumbalmarks der Stensonsche Versuch der Aortenkompression, die unterhalb der Nierenarterien auszuführen ist, in Betracht (Ehrlich und Brieger[76]). Dieser Versuch führt aber nur beim Kaninchen zu positivem Erfolg, da nur bei diesem die einzelnen Arteriengebiete genügend getrennt sind. Über die Blutversorgung des Rückenmarks (Hoche[138])) sei hervorgehoben, daß beim Hunde, ebenso wie beim Menschen die einzelnen Abschnitte anastomotisch derartig verbunden sind, daß vom Lendenmark aus das ganze Rückenmark injiziert werden kann, während beim Kaninchen nur lokale Gefäßfüllungen zu erzielen sind. Dementsprechend konnten Münzer und Wiener[228]) durch 1-stündige Aortenabklemmung unter dem Abgang der Nierenarterien beim Hunde, Hering[132]) durch $^3/_4$-stündige Abklemmung beim Affen keine Funktionsstörungen erhalten. Während also beim Kaninchen die Absperrung der aus dem gleichen Niveau stammenden Blutversorgung zur Zerstörung des Lendenmarkgraus ausreicht, wird letztere beim Hunde und Affen durch den Blutzufluß aus den oberen Teilen, auf dem Wege der Längsarterien, verhindert. Diesen Schwierigkeiten entgeht die Emboliemethode, bei welcher die feineren Gefäße einer bestimmten Region künstlich verstopft werden, so daß zu den abgesperrten Rückenmarkspartien auch bei Vorhandensein von anderen Zuflußwegen kein Blut mehr gelangen kann.

Das Gehirn wird bekanntlich von 4 Arterien aus versorgt, den beiden inneren Karotiden und den beiden Vertebralarterien, welche aus der Subclavia

*) Anfertigung der Nadeln durch Mr. Rittershaus, Huntley Street, Tottenham Court Road, London.

**) Betreffs der makroskopischen Verhältnisse sei auf die Arbeit von Hofmann[140]) verwiesen, welcher die Fig. 19 entnommen wurde, sowie Marckwald[209]). Die mikroskopische Anatomie der Rückenmarkgefäße wurde vergleichend von Hoche[138]) behandelt.

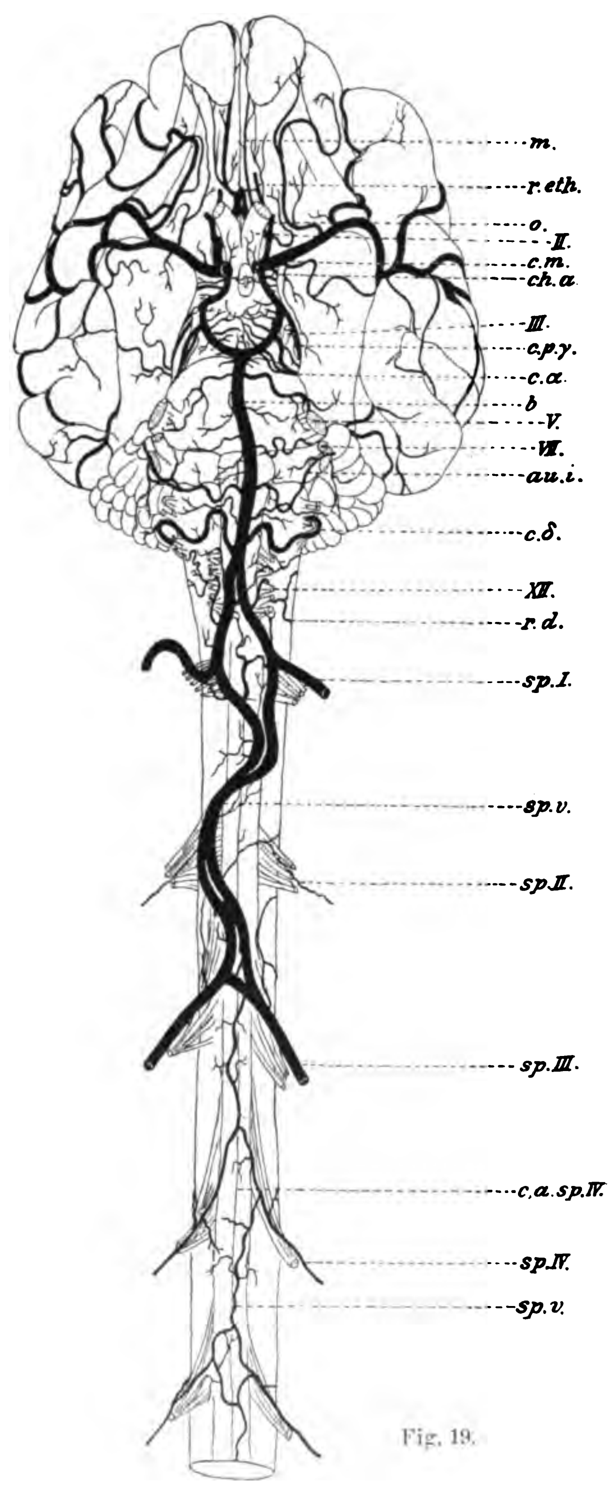
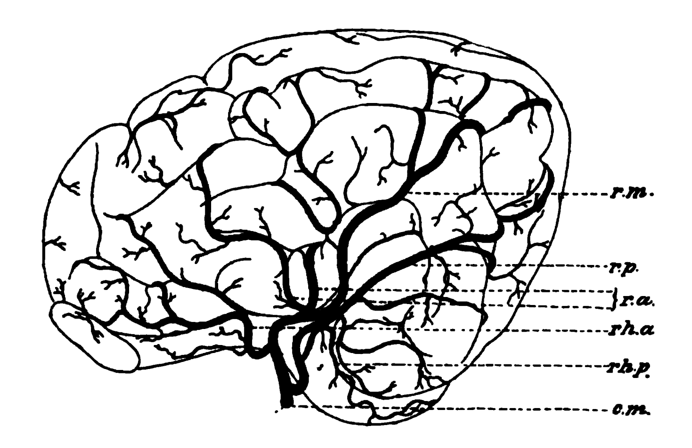

m.
r. eth.
o.
II.
c. m.
ch. a
III.
c. p. y.
c. α
b
V.
VII.
au. i.
c. δ.
XII.
r. d.
sp. I.
sp. v.
sp. II.
sp. III.
c. a. sp. IV.
sp. IV.
sp. v.

Fig. 19.



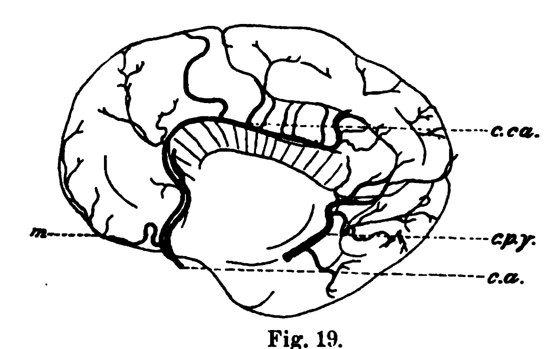


Fig. 19.

Arterien des Hundegehirns nach M. Hofmann.

Zeichenerklärung.

au. i.	= Arteria auditiva interna,
b	= A. basilaris,
c. α, β, γ, δ	= A. cerebelli α, β, γ, δ,
c. a.	= A. cerebri anterior,
c. a. sp.	= circulus arteriosus spinalis,
c. ca.	= A. corporis callosi,
ch. a.	= A. chorioidea anterior,
c. m.	= A. cerebri media,
c. p. α, β, γ, δ	= A. cerebri posterior α, β, γ, δ,
m.	= A. marginalis,
o.	= A. ophthalmica,
r. a, m, p	= Ramus anterior, medius, posterior,
r. eth.	= Ramus ethmoidalis,
rh. a.	= A. rhinalis anterior,
rh. p.	= A. rhinalis posterior,
sp.	= A. nervi spinalis,
sp. x.	= Tractus spinalis ventralis,
II bis *XII*	= die entsprechenden Hirnnerven.

abgehen; diese geht links unmittelbar aus dem Aortenbogen hervor, während sie rechts mit der rechten (oder auch beiden) Karotiden aus der A. anonyma entsteht. Hiermit sind aber noch nicht alle Zuflußwege zum Gehirn, wenigstens nicht für alle Tiere, angegeben. Durch die Untersuchungen von Hill[136]) (vgl. auch Wood und Carter[365])) ist nachgewiesen, daß man bei Hunden alle vier

Hirnarterien in einer Sitzung unterbinden kann, ohne daß notwendig der Tod eintritt, ja es traten sogar nur recht geringe Störungen auf*). Bei der Sektion zeigten sich die oberen Interkostaläste, welche in die vordere Spinalarterie münden, und auf diesem Wege mit dem Gefäßsystem des Gehirns in Verbindung stehen (vgl. Fig. 19), zur Größe von Vertebralarterien dilatiert. Katzen hingegen vertrugen in Hills Versuchen nur die Unterbindung beider Karotiden und einer Vertebralis. Bei Affen konnten gewöhnlich beide Karotiden ohne Auftreten von Störungen unterbunden werden; die weitere Unterbindung einer Vertebralis ist erst nach einigen Tagen Zwischenraum möglich, wird aber nicht immer vertragen. (Bei der Ausführung der Versuche wurde erst eine Karotis und Vertebralis, dann nach einigen Tagen die andere Karotis unterbunden). Unterbindung beider Karotiden bewirkt beim Affen eine dem Auge sehr bemerkliche Anämie der Hirnrinde; die Erregbarkeit war in einem derartigen Fall sogar erloschen, in anderen erhalten**). Es geht hieraus hervor, daß der Kussmaul-Tennersche Versuch nur bei manchen Tierarten zur Ausschaltung der höheren Hirnteile führt.

Diese Bemerkungen mögen zur allgemeinen Übersicht genügen, die spezielle Technik ist im nächsten Abschnitt zu erörtern.

III. Besondere Technik.

a) Zentralnervensystem der Vögel.

1. Ausschaltung des ganzen Gehirns bis zum Halsmark.

Für Untersuchungen über die Reflexfunktionen des Rückenmarks ist die von Tarchanoff[342]) an der Ente ausgeführte Methode wichtig, bei welcher unter künstlicher Atmung das Halsmark in der Höhe des 3.—4. Halswirbels durchschnitten und nach Anlegen einer Ligatur um den Hals, welche Verblutung verhütet, dieser völlig abgetrennt wird.

2. Rückenmarkswurzeln.

Zur Durchschneidung der **Hinterwurzeln** (vgl. [346. 347]) ist die Technik eine recht verschiedene, je nach der Gegend, in welcher operiert wird. Die Wurzeln werden in der Regel durchgehend numeriert; zum Flügelgebiet gehören die Wurzeln 11, 12, 13, 14, 15; zum Beingebiet die Wurzeln 21, 22, 23, 24, 25, 26. Da die anatomischen Verhältnisse in wichtigen Punkten von denen bei den Säugern ganz abweichen, müssen sie hier kurz berührt werden; Genaueres findet man in meiner früheren Darstellung ([346. 347]), welche hier überhaupt nur auszugsweise wiedergegeben werden kann. Die Strecke der Wurzeln zwischen der Eintrittstelle in den Wirbelkanal und derjenigen in das Mark ist überall sehr kurz, auch im Lendenmark liegen sich diese Stellen unmittelbar gegenüber. Eine weitere Raumbeengung kommt für die Operation dadurch zustande, daß das Rückenmark gerade in der Gegend der Zervikalanschwellung den Wirbelkanal fast völlig ausfüllt, und im Lendenteil sogar fest vom Knochen umschlossen ist.

---

*) Über allerdings vorhandene histologische Veränderungen vgl. Mott und Hill[226]).

**) Über die Erregbarkeit der anämisierten Hirnrinde vergleiche man im übrigen Minkowski[217]), Hering[130]), Hill[136]).

Durchschneidung in der Armregion. Der Zugang zu den zu Schulter und Arm gehörigen Wurzeln ist durch die Gefäße der Rückenmarkshäute weiter erschwert. Vor allem kommen die dorsalen Venenzüge in Betracht, welche gerade die Wurzeln bedecken oder zum Teil dicht neben ihnen laufen. Die zarte gefäßhaltige Haut ist durch Bindegewebsstränge mit den Wirbelbögen verbunden, weshalb bei deren Entfernung große Vorsicht nötig ist.

Die Operation gestaltet sich folgendermaßen:

Medianer Hautschnitt beiderseits vom 13. Halswirbel, dessen Dornfortsatz durchfühlbar ist. Ablösung der Muskulatur vom 1.—15. Wirbel (oder mehr, je nach der Zahl der zu durchschneidenden Wurzeln) weit nach der Seite hin. Das Messer schneidet dicht am Knochen und an den zwischen den Wirbelbögen ausgespannten Membranen, die nicht verletzt werden dürfen. Die Muskulatur wird durch Gewichtshäkchen zur Seite gezogen. Nunmehr wird die Operation unter der Lupe weitergeführt. Entfernung der Wirbelbögen mit feiner Knochenzange. Ehe der Arm der Knochenzange zwischen Rückenmark und Wirbelbogen eingeschoben wird, müssen mit einer feinen Sonde die erwähnten Bindegewebsfäden so durchrissen werden, daß die Gefäßhaut intakt bleibt. Ein stärkeres Bindegewebsseptum, das sich etwa über der 11. Wurzel befindet, erfordert besondere Vorsicht. Die Gefäßhaut muß bei der Freilegung überall unverletzt bleiben. Sollte ein Einreißen passiert sein, so ist ein sehr kleiner Wattebausch aufzulegen und vorerst an anderer Stelle weiter vorzugehen. Der Knochen ist sehr weit seitlich zu entfernen; ist nur eine einseitige Durchschneidung beabsichtigt, so braucht er überhaupt nur bis zur Mittellinie entfernt zu werden, wodurch das Rückenmark vor Narbenkompression geschützt wird. Die Durchschneidungen beginnen erst, wenn alle Wurzeln freigelegt sind. Die größeren Wurzeln (12, 13, 14) werden „einhändig“ durchschnitten, mit einem gebogenen, auf der konkaven Seite scharfen, vorn geknöpften Messerchen. Die Narkose ist so stark zu vertiefen, daß das Tier reaktionslos bleibt. Zerrungen sind zu vermeiden, das Messer ist mehrmals hin- und herzuziehen, ohne daß das Rückenmark an der Wurzel gehoben wird. Die anderen Wurzeln sind am besten „zweihändig“ zu durchschneiden, d. h. die eine Hand führt unter sie eine feine Sonde, die andere führt gegen diese ein feines Messer. Unter der Lupe gelingt es, die Begleitvenen etwas von den Wurzeln loszulösen und diese ohne Verletzung der Venen zu durchschneiden, wodurch für die Orientierung über den Erfolg viel gewonnen ist. Zur Vorsicht kann man (allerdings nur bei einseitiger Operation) die Vene durch etwas in der Mitte unter den Knochen geschobene Watte vor dem Schneiden komprimieren. Bei der Muskelnaht ist sehr darauf zu achten, daß die Muskulatur nicht zu fest über dem Mark zusammengezogen wird; lieber läßt man an einer Stelle eine Lücke. Vor der Hautnaht wird am besten die Flügelbefestigung etwas gelockert.

Durchschneidung in der Beinregion. Wie aus den schon gemachten Angaben hervorgeht, fehlt dem Lendenmark die Cauda equina. Eine zweite Eigentümlichkeit ist das Auseinanderweichen der Hinterstränge zu einer rautenförmigen Bildung, in welcher ein den Zentralkanal enthaltender gallertiger Pfropf liegt. Dieser „Lumbalwulst“ nimmt etwa die Mitte des Beingebiets ein. Die Hinterwurzeln erreichen das Rückenmark an einer scharfen Kante, welche die Hinterstränge dorsolateral bilden. An Gefäßen kommen die dorsalen Wurzelarterien in Betracht (Sterzi[339]), sie liegen meist in unmittelbarer Nähe der Wurzeln, müssen aber bei der Operation geschont werden, was nur unter der Lupe gelingt.*) An der knöchernen dorsalen Wand des Kanals, der vom Lumbalmark ausgefüllt wird, kann man zwei Lamellen unterscheiden, eine äußere und eine innere, welch letztere nur über

*) In diesem Punkte habe ich mein ursprüngliches Verfahren verbessert. Vgl. [347]).

dem Lendenwulst der äußeren sehr nahe liegt, sonst einigen Abstand von ihr hält.

Die Operationsmethode ist folgende:

Medianer Hautschnitt vor und hinter der Verbindungslinie der gut durchfühlbaren Trochanteren. Haut und Periost werden nach Abtrennen durch Gewichtshaken zur Seite gezogen. Ein vorn zwischen Dornfortsätzen und Darmbein liegendes Muskelpaar wird exzidiert; Wattetamponade gegen etwa auftretende Blutung. Entfernung der äußeren Lamelle des Knochens, bis die von der inneren Lamelle noch überdeckten Wurzeln sichtbar werden. Entfernung der Querlamellen zwischen den Wurzelpaaren. Nach Forttupfen des heraussickernden Blutes wird die innere Knochenbedeckung mit einer feinen, aber starken Pinzette oder dgl. abgehoben; es ist zu vermeiden, daß Knochensplitter sich seitlich zwischen Knochenwand und Mark schieben, wodurch es zu Verletzungen kommen kann. Die Wurzelfäden durchschneide ich jetzt „zweihändig" und zwar die einzelnen Fäden für sich, wenn es wegen der Gefäße nötig ist. Da Ruhighalten des Tieres absolut erforderlich ist, kann man zur Allgemeinnarkose noch örtliche Anwendung von Kokain hinzunehmen. Sind die Gefäße geschont worden, so bleibt das Operationsgebiet nach den Durchschneidungen völlig klar und es kann sofort die Hautnaht vorgenommen werden. Zu erwähnen ist noch, daß bei einseitiger Operation der Knochen besonders in der Mitte des Lumbalwulstes nur auf der einen Seite entfernt wird.

Durchschneidungen von **Vorderwurzeln** sind isoliert meines Wissens nicht ausgeführt worden. In der Beinregion dürfte die Operation ohne Verletzung anderer Teile schwierig sein. An den übrigen Stellen, besonders an der Armregion, könnte man versuchen, zwischen die in der beschriebenen Weise freigelegten Wurzeln ein gekrümmtes Messer einzuschieben, das im Gegensatz zu dem bei den Hinterwurzeln verwendeten auf der konvexen Seite geschärft ist; man würde gegen die vordere und seitliche Wand des Knochenkanals zu schneiden haben.

3. Markdurchschneidungen.

Quere Durchschneidungen sind im ganzen leicht auszuführen, besonders totale Querschnitte. Das Mark wird in der für die Wurzeloperationen beschriebenen Weise freigelegt (eine Öffnung von wenigen Millimetern Länge genügt). Die dorsale in Längsrichtung auf dem Mark (Hals- und Dorsalteil) verlaufende Vene wird am besten vor der Durchschneidung in der Weise komprimiert, daß kleine Wattepfröpfe vorn und hinten am Rande der Knochenöffnung zwischen Mark und Knochendecke gesteckt werden, so daß sie nur einen ganz leichten Druck ausüben. Die Trennung des Marks wird mit einer feinen Schere vorgenommen, vor Entfernung der Wattetampons überzeugt man sich mit der Sonde durch leichtes Aufheben der Markenden von der Vollständigkeit der Trennung. Die Blutung nach Aufhebung der Kompression ist nur gering und durch Auflegen von etwas Watte leicht zu stillen. In dieser Weise ist die Durchbrennung, welche Singer[321]) neben der Durchschneidung anwendete, entbehrlich.

Für partielle Querschnitte, für die das Mark in der gleichen Weise freizulegen ist, und zwar an breiteren Stellen nur halbseitig, ist besonders auf eine exakte Schnittbegrenzung zu achten. Die Anwendung der Lupe ist sehr zu empfehlen. Soll die Mittellinie nicht überschritten werden, so kann man ein aus einer Nadel geschliffenes „Schutzmesser" (s. o.) in Längsrichtung in die Mittellinie einstechen, wodurch auch das Mark ein wenig fixiert wird. Besonders im Gebiet der Lendenanschwellung ist darauf zu achten, daß man den Schnitt zwischen den (quer oder schräg verlaufenden)

Ästen der Wurzelgefäße ausführt; es lassen sich dann Nebenverletzungen durch Ernährungsstörungen ganz vermeiden. Auch bleiben bei richtigem Verfahren Nebenwirkungen auf die andere Seite (von sekundären Degenerationen gekreuzter Bahnen natürlich abgesehen) aus, wie ich durch mikroskopische Untersuchung einer Reihe von Fällen feststellte.

Die Hinterstränge durchschnitt Bechterew[16]) mit einem kleinen zweischneidigen Messer.

Für **Längsschnitte**, die genau in der Mitte laufen sollen, sind wegen Gefäßausschaltung Nebenverletzungen zu erwarten, welche über die Mittellinie hinausgehen. Kommt es also bei Längsschnitten nur auf das Erhaltenbleiben der einen Seite an, so wird man den Schnitt etwas neben der Mittellinie auf der anderen Seite führen. Kurze Längsschnitte (zu anatomischen Zwecken) lassen sich im Lendenmark zwischen den in die Medianfurche sich einsenkenden Gefäßen ausführen, ohne daß Nebenverletzungen eintreten, wie mir die mikroskopische Untersuchung ergab.

Hinterhornverletzungen (zu anatomischen Zwecken) erreichte ich durch längsgerichtetes Einstechen eines feinen Messers von der Kante des Seitenstrangs (Lendenmark) aus. (Vgl. eine demnächst erscheinende Arbeit.)

4. Kleinhirn.

Das Kleinhirn ist zwar beim Vogel, besonders der Taube schon beträchtlich entwickelt (auf das Fehlen eigentlicher Hemisphären sei nur hingewiesen), doch bietet es für operative Eingriffe nicht unbeträchtliche Schwierigkeiten dar. In Längsrichtung verläuft über seine Mitte ein Blutsinus (Sinus occipitalis) und seitlich erschweren die sehr weit nach oben reichenden vorderen Bogengänge des Ohrlabyrinths den Zugang. Es ist zweckmäßig, sich nach J. R. Ewald[81]) ein Schädelpräparat herzustellen, an dem man im wesentlichen nur die Hirnbasis mit Schnabel und die Bogengänge stehen läßt. Man hat dann bei Operationen den nötigen Anhalt über die Abstände der Teile, die nicht verletzt werden dürfen. Für alle Operationen am Kleinhirn ist der Kopfhalter Fig. 3 geeignet.

Für diejenigen Kleinhirnoperationen, bei denen das Organ von oben her erreicht wird, ist die **Entfernung des Sinus occipitalis** wünschenswert. Lange[184]) versuchte den Sinus occipitalis zunächst in der Weise zu unterbinden, daß er über ihm in der Mittellinie eine Knochenspange stehen ließ und den Sinus durch je eine Ligatur oben und unten gegen die Spange abband; dies gab aber keinen genügenden Abschluß. Eine Umstechung der Dura nach Entfernung der Knochenspange gab im allgemeinen auch keine günstigen Resultate.

Ich selbst habe (in noch nicht veröffentlichten Versuchen) den Sinus in folgender Weise unterbunden.

In dem oben beschriebenen Kopfhalter wird der Kopf mit dem Schnabel abwärts so eingestellt, daß die Kleinhirngegend nach oben steht. Nach medianem Hautschnitt wird das Periost entfernt, die Nackenmuskulatur wird nicht abgetrennt. Mit der flach gehaltenen Klinge eines kleinen stark gerundeten Messers wird die obere Knochenlamelle und die Diploe entfernt. Die innere Knochendecke nimmt man zuerst seitlich zwischen Längssinus und Bogengängen in Angriff; die Dura darf nicht verletzt werden. Seitlich geht man bei der Knochenentfernung bis möglichst nahe an die Bogengänge; bei Verwendung sehr feiner Knochenzangen (Ewalds Modell) ist eine Verletzung de

Gangs und des Begleitsinus zu vermeiden. Es ist zweckmäßig, nach Lange den anzulegenden Knochendefekt vorher mit einem kleinen Messer zu umstechen. Nach vorn ist die Grenze der Lücke durch das Vorderende des Kleinhirns gegeben, nach hinten durch den Ansatz der Nackenmuskulatur. Sollte aus kleinen zwischen Knochen und Dura laufenden Gefäßen etwas Blut austreten, so legt man etwas Wattefasern für einige Zeit auf. An der vorderen und hinteren Grenze der Lücke werden nun rechts und links vom Längssinus kleine längsverlaufende Einschnitte in die Hirnhaut gemacht. Das Durchführen des Fadens macht große Schwierigkeiten, wenn man Nadeln, sowohl gekrümmte chirurgische Nähnadeln, als auch feine Unterbindungsnadeln verwendet; hingegen kam ich mit folgendem Mittel zurecht. Es kommt darauf an, ein „Instrument" zu haben, das zwar nicht so biegsam ist, wie der Faden selbst, andererseits aber auch nicht so starr, wie die eben genannten Hilfsmittel, welche immer die Gefahr der Sinuszerreißung bedingen. In einfacher Weise lassen sich diese Bedingungen erfüllen, wenn man das Fadenende selbst versteift, und zwar durch Tränken in flüssiges Paraffin nicht zu niedrigen Schmelzpunktes oder in Kollodium. Ehe der Faden starr geworden ist, biegt man ihn an seinem Ende halbkreisförmig; wird er nun mit der Pinzette gefaßt, so gelingt es, ihn unter dem Sinus ohne Verletzung des Kleinhirns durchzuführen und nunmehr den Sinus vorn und hinten abzubinden und das Mittelstück zu exzidieren.

Die **Längsdurchschneidung** des Kleinhirns in der Mittellinie wird nach der Entfernung des Längssinus ausgeführt. Sie ist aus freier Hand oder mit dem Myelotom auszuführen; ich besitze zurzeit über die Resultate des einen oder anderen Verfahrens noch keine ausreichende Erfahrung.

Über **Durchschneidung der Kleinhirnstile** liegt in der Literatur nur folgende technische Angabe vor. v. Reusz[275]) sticht eine kleine schmale, mit Querstange zur Begrenzung des Einstichs versehene Lanzette bei stark nach vorn gebeugtem Kopfe durch die Haut und Membrana occipitalis in der Richtung des hinteren Augenwinkels ein und biegt die Nadel darauf seitwärts, wodurch der Stil einseitig durchtrennt wird. Nebenverletzungen seien nicht eingetreten, höchstens die Durchtrennung nicht korrekt gelungen.

Meine eigene (bisher unveröffentlichte) Methode ist folgende. Der einzige direkte Zugang zu dem Kleinhirnstil (bei welchem man die für die Säuger bekannten drei Arme nicht unterscheiden kann) ist der von der Ohrhöhle aus. Es liegt nämlich der seitliche die Hemisphäre andeutende Kleinhirnfortsatz, der etwa die dorsale Grenze des Stils angibt, in dem vom vorderen Bogengang des Ohrlabyrinths umschriebenen Bogen. Geht man nun innerhalb dieses Bogens durch Knochen und Hirnhaut bis an die Mitte ein, so kann man den Kleinhirnstil durchschneiden. Die mikroskopische Untersuchung meiner bisher operierten Fälle hat mir gezeigt, daß bei diesem Verfahren keine Nebenverletzungen, besonders auch keine Erweichungen im Kleinhirn, etwa durch Gefäßverletzung, eintreten. Selbstverständlich ist eine genaue Kenntnis der Topographie der Ohrhöhle erforderlich, wegen deren auf das Buch Ewalds[81]) zu verweisen ist. Im einzelnen ist das Verfahren folgendes.

Die Ohrhöhle wird nach den Angaben Ewalds freigelegt, nur wird im oberen Teil des Canalis posterior und gegen den ganzen Bogen des Can. ant. zu der Knochen wesentlich weiter entfernt, als es für Labyrinthexstirpationen nötig ist. Die innere Knochenwand wird nun nach innen am vorderen Bogengang entlang, von der Ampulle anfangend, mit einem Stichmesser linear eingeschnitten, wobei Ampulle und Bogengang intakt bleiben müssen. An dem Messer macht man sich eine unter der Lupe gut sichtbare Marke, welche die Einstichtiefe (etwa die halbe Entfernung der beiden Bogengangebenen, also ca 4,5 mm) angibt und schneidet nun mit senkrecht zur Bogenebene gehaltenem Messer den Kleinhirnstil ein. Da die hintere Grenze des Lobus

opticus etwa mit dem vorderen Teil des Canalis anterior übereinstimmt, braucht ersterer nicht verletzt zu werden.

In dieser Weise sind jedenfalls partielle Durchschneidungen der Kleinhirnstile gut ausführbar, über totale fehlt es mir zurzeit noch an genügenden Erfahrungen. Daß die Endkerne des 8. Hirnnerven in der Medulla unverletzt blieben, stellte ich durch mikroskopische Untersuchung fest.

Die **halbseitige Entfernung** des Kleinhirns wird exakt nur auszuführen sein, wenn ein Medianschnitt und dazu womöglich ein Schnitt durch den einen Kleinhirnstil vorausgegangen ist. Die Entfernung der Hirnsubstanz geschieht am besten mit der Saugmethode. Die Methode der Blutstillung ist bei der nächsten Operation nachzusehen.

Die **vollständige Entfernung** des Kleinhirns ist mit der Saugmethode möglich. Das Schädeldach wird in derselben Weise wie für die Sinusunterbindung eröffnet, der Sinus selbst entfernt (s. oben). Wendet man die Absaugung ohne vorhergehenden Einschnitt in den Stil an, so ist man betreffs der Begrenzung der Läsion in der Tiefe etwas dem Zufall anheimgegeben. Immerhin ergibt sich die Grenze an geeigneter Stelle. Gelegentlich treten nach der Entfernung stärkere Blutungen ein; sie können in sehr wirksamer Weise so bekämpft werden, daß man ein Stückchen Gummituch fest über die Schädelöffnung zieht und erst nach einigen Minuten die derart bewirkte Kompression aufhebt. Die Blutung steht dann ohne nennenswerten Verlust, und nachteilige Wirkungen treten nicht ein.

Schließlich sei noch die Methode angeführt, nach der Lange[184]) etwa $^2/_3$ des Kleinhirns entfernte. Der Sinus und eine ihn von oben schützende Knochenspange werden stehen gelassen und zur Seite das Schädeldach entfernt. Mit einem kleinen galvanokaustischen Brenner wurden kleine Teile des Kleinhirns umgrenzt und Stück für Stück in der Öse herausgehoben. Blut wurde mit Schwämmchen abgetupft. Soviel ich sehe, dürfte durch Absaugen das gleiche zu erreichen und die Möglichkeit einer schädlichen Erwärmung zu vermeiden sein, die sonst nur durch das so sorgfältige Vorgehen Langes auszuschließen ist.

5. Lobi optici.

Singer und Münzer[323]) erreichten die Zweihügel nach Entfernung des Großhirns, nach welchem Eingriff die genannten Teile von oben her völlig freiliegen. Für die Freilegung ohne andere Verletzungen, die nur von der Seite her möglich ist, und die von Münzer und Wiener[229]) angewendet wurde, fehlen nähere Angaben der Autoren; ich möchte deshalb meine Erfahrungen hier anführen. Der Kopf der Taube wird in dem beschriebenen Halter befestigt, die Federn von der Schädelmitte bis zur Ohröffnung entfernt. Der Hautschnitt wird in der Richtung der Ansatzlinie der Nackenmuskeln von der Ohröffnung bis zur Sagittallinie geführt, die Muskulatur braucht nur in der Nähe der Ohröffnung etwas abgelöst zu werden. Nach dem Ewaldschen Verfahren (vgl. Labyrinthexstirpation) wird der vordere Teil der Ohrhöhle (zwischen der äußeren und der inneren das Gehirn bedeckenden Knochenlamelle) freigelegt, so daß der Sinus anterior und der entsprechende Bogengang zu übersehen sind. Nach vorn von diesen Teilen wird die Spongiosa entfernt, wodurch die Knochendecke des Lobus opticus und des Großhirns bloßgelegt werden. Diese Decke wird mit einem feinen Messer entlang dem Sinus anterior und dem Winkel zwischen Großhirn und Lob. opt. so umstochen, daß die Hirnhaut unverletzt bleibt. Nach Ent-

fernung der Decke wird die Dura mit einer feinen Sonde ohne Verletzung der Gefäße der Hirnoberfläche durchrissen, worauf an dem sich aus der Lücke etwas vorwölbenden Lobus kleinere Verletzungen mit dem Messer, größere am besten mit der Absaugung vorgenommen werden können. Der Bogengangapparat bleibt bei dieser Operation (die mit der Lupe und guter Beleuchtungsvorrichtung vorzunehmen ist) bei richtiger Ausführung ganz unverletzt; ferner erwies mir die mikroskopische Untersuchung des Gehirns (Marchimethode), daß keine Nebenverletzungen aufgetreten waren.

6. Großhirn.

Die Hauptmasse des Großhirns der Taube wird von den Stammganglien eingenommen, während die Rinde nur geringe Mächtigkeit aufweist. Bei der Großhirnentfernung ist deshalb stets das Corpus striatum eingeschlossen.

Die **vollständige Entfernung** des Großhirns nimmt Munk[230]) in folgender Weise vor. Es werden alte Tiere verwendet, denen etwa 18 Stunden vor der Operation die Nahrung entzogen wird. Bei der Schädeleröffnung wird eine Knochenleiste über dem Sinus longitudinalis stehen gelassen. Die Dura wird in einem Abstand von 1 mm von dieser gespalten. Beide Hemisphären werden nacheinander exstirpiert. Hierzu finden zwei ganz dünne etwa 3 mm breite Holzstäbchen Verwendung, mit denen die Hemisphäre von hinten her hochgehebelt wird. Wenn man auf den Widerstand des Pedunculus stößt, geht man mit dem einen Stäbchen nach vorn unten und hebt die abgetrennte Hemisphäre heraus. Nachdem in gleicher Weise die andere Hemisphäre entfernt ist, wird die Blutung mit einem dünnen lockren Wattetampon, der in die Höhle oberflächlich eingeführt wird, und durch Aufdrücken eines Schwämmchens auf die Knochenlücke gestillt. Die Haut wird zur Vermeidung von Hirndruck nicht genäht.

Das von Schrader[302]) eingeschlagene Verfahren, welches ich nach eigenen Erfahrungen empfehlen möchte, weicht von dem eben geschilderten vorwiegend darin ab, daß der Sinus longitudinalis nicht geschont und beide Hirnhälften gleichzeitig entfernt werden. Nach allseits ausgiebigster Abtragung des Schädeldachs mit der Knochenzange (wobei zur Schonung der Dura jeweils eine Sonde zwischen jene und den Knochen einzuschieben ist, ehe das Blatt der Knochenzange folgt) wird die Dura parallel der Falx und dem hinteren Knochenrande eingeschnitten, die Falx vorn durchschnitten und torquiert. Mit einem glatten dünnen Spatel, der beiderseits unter die „Schläfenlappen" geschoben wird, lassen sich nun die beiden Hemisphären abheben und nach vorn umklappen; in der Gegend der vorderen Kommissur werden die Pedunculi durchtrennt. Die Blutung ist oft nur gering. Ist sie reichlicher, so wird mit kühlem Wasser gespült, bis die Orientierung über die Operation möglich ist, und dann die Haut genäht.

Bei der Schwierigkeit, die Blutung ohne zu großen Verlust für das Tier zu stillen, seien noch einige weitere Erfahrungen über diesen Punkt angeführt. Fuchs[101]) rät, die Wundhöhle vorsichtig mit Penghawar oder Eisenchloridwatte ohne stärkeren Druck zu tamponieren oder Glutol einzustreuen. Hermann[134]) verschließt die Schädelöffnung nach Herausnahme des Gehirns mit einem Läppchen und hält dieses angedrückt, bis das die Höhle erfüllende Blut geronnen ist. Darauf Hautnaht. Ich selbst wende zunächst die doppelte Unterbindung des Sinus an und verfahre dann in folgender Weise. Nachdem die Hemisphären in der von Schrader angegebenen Weise zusammen in toto

entfernt sind, werden die ersten Sekunden, in denen die Blutung noch völlig zurückhält, zur Orientierung über die Vollständigkeit der Operation benutzt*). Dann werden die schon vor der Hirnentfernung durch die Hautränder gezogenen Fäden schnell hoch gehoben, wodurch sich die Hautränder aneinander legen; nun wird sofort eine gebogene, in Längsrichtung dem Schädel anpassende Klemme möglichst dicht am Schädel der Haut von beiden Seiten angelegt. In dieser Weise ist erreicht, daß sich nur eben der durch die Hirnentfernung freigewordene Raum mit Blut füllen kann. Die Fäden können jetzt in Ruhe geknotet werden, die Klemme wird bald vorsichtig entfernt, ohne daß es zu Nachblutungen kommt. Man könnte dieses Verfahren wegen der Möglichkeit einer schädlichen Wirkung des Blutdrucks für unstatthaft halten; dagegen ist zu bemerken, daß weder symptomatisch noch auch anatomisch sich nachteilige Folgen von Hirndruck erkennen ließen. Bei einem 17 Tage am Leben erhaltenen und dann bei bestem Zustand getöteten Tier konnte z. B. während des Lebens das Zufliegen und sich Niederlassen auf Gegenstände in der von Schrader beschriebenen Weise beobachtet werden. Ob der Prozentsatz der Fehlversuche bei diesem Verfahren der Blutstillung kleiner oder größer ist, wie bei einem anderen, vermag ich nicht anzugeben**).

Die **halbseitige Entfernung** folgt denselben Regeln; das Schädeldach wird nur halbseitig eröffnet, der Sinus kann in der von Munk geübten Weise geschont werden.

Eine **Entfernung der Rinde** (Dach der Ventrikel) wäre im Bereich des Okzipitalhirns leicht durch Absaugen möglich, ist aber meines Wissens nicht ausgeführt.

Wegen Operationen an Papageien, die wohl nur ausnahmsweise zu weiteren Untersuchungen Anlaß geben, so daß sie hier nicht ausführlich berücksichtigt werden können, sind die Arbeiten Kalischers nachzusehen [152—154].

b) Zentralnervensystem der Säugetiere.

1. Ausschaltung des ganzen Nervensystems.

Im Anschluß an Herings [131]) Verfahren zur Isolierung des Herz-Lungenkreislaufs bildeten Asher und Arnold [4]) eine Methode zur ganz allmählichen unblutigen Ausschaltung zentraler Teile aus. Da die Methode vorwiegend zur Ausschaltung nur des Rückenmarks verwendet wurde, ist sie erst unten näher zu besprechen. Hier ist nur zu erwähnen, daß durch Unterbindung auch noch der anderen Karotis das ganze Gehirn ausgeschaltet wird.

Weniger empfehlenswert erscheint das Verfahren von Spina [331]), bei welchem der Atlas entfernt und von hier aus das ganze Rückenmark durchbohrt wird; der Wirbelkanal wird durch Wattetampons verschlossen. In ähnlicher Weise wird das Gehirn zerstört. Zur Blutdrucksteigerung werden 150—250 ccm körperwarmer physiol. Kochsalzlösung zentralwärts in die Schenkelarterie injiziert. Asher und Arnold [4]) sind u. a. der Ansicht, daß sich die Ausschaltung auf diese Weise nicht sicher genug ausführen und nachweisen läßt.

2. Ausschaltung des Gehirns mit Medulla und Halsmark.

Aus dem oben (Seite 46) Gesagten geht schon hervor, daß sich der Kussmaul-Tennersche Versuch der Unterbindung der vier Hirnarterien nicht bei allen Versuchstieren mit dem für uns in Betracht

*) Etwa stehen gebliebene Reste der Okzipitalrinde werden abgesaugt.

**) Auch Exner (Hermanns Handb. d. Physiologie II. (2). 1879. 198) verwendet, wie ich nachträglich sehe, den sofortigen Verschluß durch Naht der Kopfhaut (Huhn) und streut auf die Nahtstelle gepulvertes Gummi arabicum.

kommenden Erfolg der vollständigen Ausschaltung des Gehirns ausführen läßt, sondern daß der Hund ausscheidet und neben der Katze vorwiegend das Kaninchen in Betracht kommt.

Die Methode der Gefäßunterbindung ist für das Kaninchen von Kussmaul[176]), Kussmaul und Tenner[177]), Scheven[294]) angegeben worden (vgl. auch Hermann[134])). Die Muskulatur wird von der Spitze des Brustbeins abgelöst und der obere Sternumteil reseziert. Die Zungenbein- Brustbeinmuskeln werden entfernt. In dieser Weise werden die vom Aortenbogen abgehenden Gefäßstämme freigelegt. Es sei daran erinnert, daß meist die beiden Karotiden und die rechte Subclavia, welche ihrerseits wieder die rechte Vertebralis abgibt, aus dem gemeinsamen Truncus anonymus entstehen, während die linke Subclavia, welche die linke Vertebralis abgibt, stets getrennt aus der Aorta entsteht. Da die Isolierung und Unterbindung der Vertebrales zu schwierig ist, wird die Arteria subclavia sinistra und der ganze Truncus anonymus unterbunden. Nach Scheven sind die Krämpfe (die bei der bloßen Ausschaltung nach Möglichkeit zu vermeiden sind) je nach dem Stand der Narkose gering oder fehlend. Da die Ausschaltung bis zum Halsmark geht, ist künstliche Atmung vorzusehen. Gelegentlich wird es nützlich sein zu wissen, wie lange die Abklemmung ohne dauernden Schaden des Gehirns anhalten darf. Scheven stellte fest, daß nach einer Gefäßkompression von 10—15 Minuten Dauer die durch elektrischen Reiz geprüfte Erregbarkeit des Gehirns schon 2—5 Minuten nach Lösung der Abklemmung wiederhergestellt ist. Unter günstigsten Bedingungen konnte noch nach 30 Minuten dauerndem Gefäßverschluß die Erregbarkeit wieder eintreten. Allerdings wird zu berücksichtigen sein, daß die einzelnen Teile und Funktionen des Gehirns sich hierin verschieden verhalten können.

An der Katze (in einigen Fällen auch am Hunde) arbeiteten Stewart, Guthrie, Burns und Pike[337. 338]). (Letztere auch am Kaninchen.) In der ersten der angegebenen Arbeiten sind die Varietäten des Ursprungs der Gefäße aus dem Truncus anonymus besprochen und abgebildet. Es wurde wiederum der Truncus anonymus und die linke Subclavia proximal von dem Ursprung der Vertebralis unterbunden. Die Pleura und der Ductus thoracicus sind bei der Freilegung sorgfältig zu schonen. Über die für Dauerversuche zur künstlichen Atmung angewendete Kehlkopfintubation s. S. 9.

Eine direkte Ausschaltung des Gehirns und der Medulla kann nach Sherrington[314]) derart vorgenommen werden, daß an der Katze die Trachea mit Kanüle versehen und beide Karotiden unterbunden werden. Dicht hinter dem Proc. transversus des Atlas, der sich durchfühlen läßt, wird die Muskulatur nach Freilegung tief inzidiert. Hinter den Transversalfortsätzen des Atlas wird in eine in den Dornfortsatz des Epistropheus gemachte Kerbe eine starke dicke Ligatur mit einer Aneurysmennadel unter dem Körper des Epistropheus durchgeführt. Durch diese werden die Vertebralarterien dort komprimiert, wo sie vom Proc. transversus des Epistropheus zu dem des Atlas verlaufen. Eine zweite starke Ligatur wird in der Höhe des Ringknorpels so um den Hals geschlungen, daß nur die Trachea außerhalb bleibt. Die Dekapitation wird im Atlanto-Okzipitalraum vorgenommen. Blutsickern aus dem Wirbelkanal wird durch Hebung des Halses über den Rumpf zum Stehen gebracht. Der Hautlappen wird vernäht. Bei Warmhalten des

Rumpfes und künstlicher Atmung mit erwärmter Luft können die Reflexe über lange Stunden beobachtet werden, wenn nach Beendigung des Eingriffs das Narkotikum (Chloroform) ausgesetzt wird.

Über reizlose vorübergehende Ausschaltung des Gehirns (vgl. S. 35) durch Abkühlung des Bluts sowie durch ringförmige örtliche Halsmarkkühlung denke ich in kurzem an anderer Stelle berichten zu können.

3. Eingriffe am Rückenmark.

a) Ausschaltung des Rückenmarks in größeren Abschnitten.

Die schon kurz berührte Methode von Asher und Arnold[4]) wird am Kaninchen ausgeführt. Beide Vertebrales und Subclaviae werden unterbunden und ein Faden zur temporären Abklemmung um die Aorta gelegt (wegen der Technik der Freilegung der Aorta muß auf die Abhandlung verwiesen werden). Eine Karotis dient zur Verbindung mit dem Manometer, die andere wird freigelassen (oder ebenfalls verschlossen, wenn auch das Gehirn ausgeschaltet werden soll, s. o.) Der Aortenbogen wird etwa 5 Minuten verschlossen und der kurzdauernde Verschluß so oft wiederholt, bis durch Ausbleiben der Wirkung bei Reizung des Depressor die Ausschaltung des Rückenmarks angezeigt wird. (Dieser Reflex leistet der Anämie am längsten Widerstand.)

Der Stensonsche Versuch der Aortenabklemmung wurde zur dauernden Ausschaltung des Lendenmarks, besonders der weniger widerstandsfähigen grauen Substanz, am Kaninchen von Ehrlich und Brieger[76]) angewendet. Die Ligatur, deren Anlegung von du Bois-Reymond[46]) beschrieben ist (vgl. auch Krause[170])), und die in einer Umstechung der Aorta in der Höhe des 4. Lendenwirbels besteht, bleibt etwa eine Stunde liegen, wenn dauernde Lähmung erfolgen soll. Die anatomischen Befunde sind der Arbeit von Münzer und Wiener[228]) zu entnehmen*).

Will man die Zirkulation im Rückenmark bis an die obere Grenze des Dorsalmarks hinauf unterbrechen (Katze, Kaninchen), so sind nach Gad[102]) der Aortenbogen und beide Art. subclaviae zu unterbinden; es kann dann aber noch Blut rückläufig aus dem Gebiet der Vertebrales in die Art. intercost. suprem. gelangen, was am besten durch Mitunterbindung der Vertebrales verhindert wird. (Die Karotiden müssen natürlich frei bleiben, wenn der Hirnkreislauf intakt bleiben soll.)

Da, wie erwähnt (S. 43), beim Hunde die Aortenabklemmung für sich nicht zur Ausschaltung durch Anämie genügt, bemühte sich Rothmann[277]), bei diesem Versuchstier (für Katzen gilt das gleiche Verhalten) den Versuch in geeigneter Weise zu vervollständigen. Es wurde die Aortenabklemmung mit Durchschneidung der Art. spinalis anterior kombiniert; das mit einem gekrümmten Haken aus dem Wirbelkanal herausgehobene Rückenmark wird ventral mitsamt der genannten Arterie durchschnitten. Die Tiere lassen sich eine für Degenerationsversuche genügende Zeit am Leben erhalten.

Eleganter werden ähnliche Zwecke beim Hunde mit der zuerst von Lamy[180]) geübten Emboliemethode erreicht. Die durch Bauchschnitt freigelegte Aorta wird unterhalb der Nierenarterien mit Daumen und Zeigefinger abgeklemmt. Durch die eröffnete Art. cruralis wird eine Sonde in die Aorta eingeführt, die Aorta oberhalb der Art. spermat. abgeklemmt und

*) Eine Vorrichtung zur vorübergehenden Kompression der Bauchaorta enthält das Verzeichnis von W. Petzold, Leipzig-Kleinzschocher, auf Seite 106, Fig. 148.



nun in das zwischen den Abklemmungsstellen liegende Aortenstück 2—3 ccm einer Lykopodiumaufschwemmung injiziert; durch Aufhebung der oberen Kompression werden die Körperchen in die allein noch freien Lumbararterien getrieben. Nach einigen Sekunden wird auch die untere Kompression aufgehoben und die Cruralis unterbunden. Nach der gleichen Methode arbeiteten Rothmann[276]) und Hoche[139]). Aus des letzteren Arbeit seien noch einige methodische Angaben, welche zur Ergänzung der von Lamy dienen, hervorgehoben. Nach Hoche ist es nicht nötig, die Aorta schon über den Art. spermat. abzudrücken, vielmehr ist die Stelle dicht über der Teilung in die Iliacae zu bevorzugen. Während der Operierende mit den Fingern die beiden Abklemmungen besorgt, führt ein Assistent einen elastischen mit Spritze versehenen Katheter in die Femoralis ein, welchen man durch die untere Kompressionsstelle bis in die Aorta gleiten läßt. Die Suspension der Lykopodiumkörner wird durch Erhitzen und Schütteln mit Kochsalzlösung erzielt.

Eine ähnliche Methode wurde von Hoche[139]) zur Embolie des oberen Dorsalmarks angegeben. Nach Bauchschnitt wird die Aorta mitsamt Art. coeliaca und mesenter. sup. an der Durchtrittstelle durch das Zwerchfell komprimiert; der von der Femoralis aus eingeschobene Katheter passiert die Kompressionsstelle und wird bis in die Aorta thoracica geschoben. Eine obere Kompression ist nicht notwendig, die injizierte Flüssigkeit gelangt mit dem Blutstrom in die Interkostalarterien.

Im Anschluß hieran sei noch auf die Methode Singers[322]) kurz verwiesen, durch welche Ölfarbe in begrenzte Teile der Spinalarterien injiziert werden kann. Nach Marckwald[209]) kann mit seiner unten beschriebenen Methode (S. 71) beim Kaninchen von der Vertebralis aus das Halsmark mit 0,1 ccm bis zum Atlas, mit 0,11 ccm bis zum Beginn der Art. basilaris injiziert werden.

Zur direkten Ausschaltung größerer Rückenmarksstrecken stehen die folgenden Methoden zur Verfügung. Nachdem Goltz in der ersten Zeit das Lenden- und Sakralmark mit der Sonde zerstört hatte, gingen später Goltz und Ewald[112]) derart vor, daß sie in einer ersten Operation eine einfache Querdurchschneidung des Rückenmarks in der Höhe des 5. Halswirbels oder tiefer vornahmen (Methode s. u.); nach einigen Wochen folgte ein zweiter Querschnitt dicht kaudal an der Narbe der ersten Durchschneidung. Das ganze zu entfernende Rückenmarksstück wird freigelegt und unter Durchschneiden der Nervenwurzeln herausgehoben. Es folgt Tamponade des Wirbelkanals, in welchem ein Docht aus Baumwollstoff ein bis zwei Tage liegen bleibt. Nach einigen Wochen können weitere solche Operationen ausgeführt werden; die Länge der auf einmal herausgenommenen Markstücke beträgt 8—11 cm. Die Operationen wurden an kleinen Hunden ausgeführt.

Radikaler verfährt Friedenthal[96]), welcher das Rückenmark in einer Sitzung vom 4. Brustwirbel abwärts herausnimmt. Von einer kleinen Öffnung des Wirbelkanals aus wird das Rückenmark am oberen Ende des herauszunehmenden Stückes durchschnitten und die Wunde wieder verschlossen. Darauf legt man eine Öffnung am unteren Ende des Wirbelkanals an und zieht das abgetrennte Rückenmarksstück in toto aus dem Kanal heraus.

b) Durchschneidung der Rückenmarkswurzeln.

1. Topographisches.

Den Methoden der Wurzeldurchschneidung seien einige anatomische Angaben über die Lage der einzelnen Wurzeln zu den Wirbeln und über die peripheren Verbreitungsgebiete der Wurzeln vorausgeschickt.

Die erstere Beziehung ist von Gotch und Horsley[113]) für die Katze genauer angegeben worden. Für ihre Benutzung zu operativen Zwecken ist natürlich vorausgesetzt, daß die Lage der einzelnen Wirbel durch die intakte Haut feststellbar ist; soweit dies nicht in der üblichen Weise durch Abzählen an den Dornfortsätzen möglich ist, könnte man die Durchleuchtung des wenn nötig narkotisierten Tieres mit Röntgenstrahlen zu Hilfe nehmen, und sich die mit Hilfe des Schirmes ermittelte Wirbellage etwa durch einen durch die Haut gezogenen Silberfaden markieren.

Topographische Beziehung zwischen Ursprung der Spinalnerven am Rückenmark und den Wirbelkörpern bei der Katze (nach Gotch und Horsley). Neben den die Wurzeln bezeichnenden römischen Ziffern findet sich die entsprechende Wirbelhöhe angegeben.

Zervikale Rückenmarkswurzeln.

I. Oberer Rand des ersten Halswirbels.
II. Obere Hälfte des zweiten Halswirbels.
III. Mitte des dritten Halswirbels.*)
IV. Oberer Rand des vierten Halswirbels.*)
V. Zwischenscheibe des 4. und 5. Halswirbels.
VI. Unterer Rand des 5., und Scheibe zwischen 5. und 6. Halswirbel.
VII. Untere Hälfte des 6. Halswirbels.
VIII. Mitte des 7. Halswirbels.

Dorsale Rückenmarkswurzeln.

I. Scheibe zwischen 7. Hals- und 1. Dorsalwurzel.
II. Unterer Rand des 1., und Scheibe zwischen 1. und 2. Dorsalwirbel.
III. Untere Hälfte des 2. Dorsalwirbels.
IV. Untere Hälfte des 3. Dorsalwirbels.
V. Untere 2/3 des 4. Dorsalwirbels.
VI. Mitte des Körpers des 5. Dorsalwirbels.
VII. Untere Hälfte des 6., und Scheibe zwischen 6. und 7. Dorsalwirbel.
VIII. Untere Hälfte des 7., und Scheibe zwischen 7. und 8. Dorsalwirbel.
IX. Scheibe zwischen 8. und 9. Dorsalwirbel.
X. Scheibe zwischen 9. und 10. Dorsalwirbel.
XI. Obere Hälfte des Körpers des 11. Dorsalwirbels.
XII. Mitte des Körpers des 12. Dorsalwirbels.
XIII. Untere Hälfte des Körpers des 13. Dorsalwirbels.

Lumbale Rückenmarkswurzeln.

I. Untere Hälfte des 1. Lumbal- und Scheibe zwischen 1. und 2. Lumbalwirbel.*)
II. Unteres 1/4 des 2., Zwischenscheibe und oberes 1/4 des 3. Lumbalwirbels.*)

---

*) Diese Nerven verlaufen zwischen Mark und Zwischenwirbelloch ein wenig nach vorwärts.

III. Scheibe zwischen 3. und 4. Lumbalwirbel.
IV. Unterer Rand des 4. Lumbalwirbels.
V. Mitte des 5. Lumbalwirbels.
VI. Unteres 1/4 des 5. und Scheibe zwischen 5. und 6. Lumbalwirbel.
VII. Oberes 1/4 des 6. Lumbalwirbels.

Sakrale Rückenmarkswurzeln.

I. Zweites 1/4 des 6. Lumbalwirbels.
II. Drittes 1/4 des 6. Lumbalwirbels.
III. Scheibe zwischen 6. und 7. Lumbalwirbel.

Coccygeale Rückenmarkswurzeln.

Das Mark verjüngt sich allmählich und reicht bis zum 3. Sakralwirbel.

Die wertvollen Ergebnisse Sherringtons[309, 311]) über die periphere Ausbreitung der einzelnen Hinterwurzelgebiete, welche für viele experimentelle Fragen heranzuziehen sind, lassen sich leider hier nicht in Kürze wiedergeben. Im allgemeinen ist hervorzuheben, daß sich die peripheren Gebiete der einzelnen Hinterwurzeln überdecken, daß also ein bestimmter Hautnerv seine Fasern verschiedenen Hinterwurzeln zuführt. Das Verbreitungsgebiet einer einzelnen Wurzel konnte aber in der Weise ermittelt werden, daß eine genügende Anzahl von Wurzeln ober- und unterhalb der zu prüfenden durchschnitten und nun die Grenzen der empfindlichen Hautstelle aufgesucht wurden. Für jede Wurzel ergab sich so ein in sich zusammenhängender Bereich.

Über die Beziehungen der Rückenmarkswurzeln zur oberen Extremität des Affen sei folgende Tabelle nach Sherrington (vereinfacht) wiedergegeben; sie enthält auch einiges über die Innervation der Muskulatur durch die Vorderwurzeln verschiedener Höhe. Wegen dieser Beziehung ist im übrigen auf Sherringtons Arbeiten zu verweisen.

		Wurzeln	
		Zervikale	Thorakale
Schulter	Haut	3. 4. 5. 6.	2. 3. 4.
	Muskeln	4. 5. 6. 7. 8.	1.
Ellenbogen	Haut	5. 6. 7. 8.	1. 2.
	Muskeln	5. 6. 7. 8.	1.
Handgelenk	Haut	6. 7. 8.	1.
	Muskeln	6. 7. 8.	1. 2.
Finger	Haut	6. 7. 8.	1.
	Muskeln	(6). 7. 8.	1. 2.

Besonders erwähnenswert dürfte weiter sein, daß der vielfach untersuchte Patellarreflex nach Sherrington[308, 311]) beim Affen durch die 5., bei der Katze durch die 6., beim Kaninchen durch die 5. und 6. lumbale Hinterwurzel geleitet wird (vergleiche auch v. Trzecieski[352]) für das Kaninchen), während beim Hunde nach Bikeles und Zaluska[36]) die 5., daneben aber noch die 4. und weniger die 6. Lumbalwurzel in Betracht kommt (vgl. auch Bikeles und Gizelt[35])). Die der Übertragung einiger Hautreflexe dienenden Hinterwurzeln, sowie diejenigen, welche zu den wichtigsten sensiblen Nerven der Hinterextremität des Hundes in Beziehung stehen, wurden von Bikeles und Gizelt[35]) ermittelt.

Die sympathischen Fasern für das Auge stammen bei der Katze nach Langley[191]) aus der 1., 2. und 3. Thorakalwurzel; ebenso nach Sherrington[310]) für den Affen.

2. Durchschneidung der Hinterwurzeln.

Dem Plane der Darstellung entsprechend werden die Durchschneidungen, welche zum Zwecke der nachfolgenden Reizung ausgeführt werden, erst im zweiten Hauptabschnitt berücksichtigt. Hier handelt es sich im wesentlichen um Versuche, in denen die Hinterwurzeln zum Zweck des Studiums der Bewegungsstörungen durchschnitten werden, und in welchen eine längere Lebensdauer der Tiere nötig ist. Hieraus ergibt sich auch in bezug auf die Technik ein Unterschied gegen die erstgenannten Operationen, indem bei der Notwendigkeit, eine durch Kompression nicht komplizierte Heilung zu erzielen, die Öffnung in dem Wirbelkanal möglichst schmal auszuführen ist, während man sich im anderen Fall durch breite Eröffnung einen möglichst bequemen Zugang zu den Wurzeln verschafft.

Am häufigsten werden die Hinterwurzeln der Cauda equina, die unter anderem die Hinterbeine versorgen, durchschnitten. Eine genaue Beschreibung der Methode hat Bickel[33]) gegeben. Es werden Hunde im Alter von 5 Wochen bis drei Monaten verwendet. Die Cauda, das Lenden- und untere Brustmark werden freigelegt, die Dura in der Mittellinie gespalten und zur Seite gezogen. Vom kranialen Wundende her läßt man nach Sistieren der Blutung physiologische Kochsalzlösung über das Rückenmark rieseln, wodurch der Austritt der flottierenden Hinterwurzeln aus der hinteren Seitenspalte sehr deutlich wird. Mit einer an der Spitze bis zu $^1/_2$ cm fast rechtwinklig abgebogenen Nadel geht man unter die Fäden der Wurzeln und durchtrennt sie mit der Schere, von kranial nach kaudal fortschreitend.*) Die Wunde wurde in den ersten Tagen drainiert. An Katzen ist die Operation in gleicher Weise ausführbar. Nach Sherrington[309]) wird die auf der Dura liegende Fettschicht, welche große Venen enthält, mit einem stumpfen Finder zurückgeschlagen. Vor der Durchschneidung führt er einen Faden um die Wurzel, um die vollständige Durchschneidung durch Entfernen des geschlossenen Fadens nach dem Schnitt zu sichern; dieser hat mit einem einzigen Scherenschluß zu geschehen, weil die die Wurzeln begleitenden Venen Blutungen geben, welche die Wurzeln verdecken.

Man kann auch extradural vorgehen, indem man nach Gumprecht[122]) das Bindegewebe zwischen Hinter- und Vorderwurzel durch feine ausgezogene Glasstäbe mit angeschmolzener Kuppe durchtrennt.

Eine ganz entsprechende Methode verwendete Merzbacher[214]) für die vorwiegend zu Schwanz und After gehörigen Wurzeln der Cauda equina.

Im Gegensatz zu diesen intraduralen Methoden nimmt Köster[165]) bei Hunden die Durchschneidung von Hinterwurzeln der einen Seite im Gebiet der unteren Brust- und oberen Lendenwirbelsäule extradural vor. Auf der Seite, auf der die Hinterwurzeln durchschnitten werden sollen, wird die zwischen Proc. spinosi und transversi gelegene Muskelmasse in meist recht blutiger Operation möglichst rasch entfernt, die Blutung durch Tam-

*) Auf das Verfahren von Oddi und Rossi zur Lokalanästhesie (S. 8) sei hier nochmals verwiesen.

ponade gestillt. Dann werden so viele Wirbelbögen, als Wurzeln durchschnitten werden sollen, trepaniert; der Trepan darf nicht in die Mittellinie gelangen, der Blutungen wegen, welche schon so wie so stark sind und durch Tamponade des Trepanlochs behandelt werden. Bei kleineren Hunden werden noch die Knochenbrücken zwischen den einzelnen Trepanlöchern unter Schonung der Proc. spin. und transv. entfernt. Die auf einen gebogenen Finder genommenen Wurzeln werden extradural durchschnitten. Die Haut wird primär vernäht.

Ebenfalls extradural geht v. Trzecieski[352]) beim Kaninchen zur Durchschneidung einzelner Lendenwurzeln vor. Nach querer Durchtrennung der Fascia lumbo-dorsalis über den Querfortsätzen dringt man durch stumpfe Präparation an der medialen Seite derselben bis auf die Wirbelsäule vor, und trepaniert zwischen zwei benachbarten Querfortsätzen, von denen die Muskelsehnen abgeschnitten werden. Die Trepankrone mißt $3^1/_2$—4 mm Durchmesser. Die im Trepanationsloch erscheinende Wurzel wird mit einer sehr feinen Pinzette fixiert und mit schmalem Messer unter Andrücken an den Knochen durchschnitten. Die Faszie wird vernäht.

Die zur vorderen Extremität gehörigen Hinterwurzeln wurden von Mott und Sherrington[227]), von Munk[231]) und von Kopczyński[166]) am Affen durchschnitten. Nach Munk (briefl. Mitt. und [231])) läßt sich hier die extradurale Durchschneidung nicht fehlerfrei für eine ganze Reihe von Wurzeln ausführen, so daß die Dura eröffnet werden muß. Im Bereich der zu durchschneidenden Wurzeln, nämlich von der 4. Zervikal- bis zur 4. Dorsalwurzel einschließlich, werden die Wirbelbögen beiderseits symmetrisch und so weit seitlich, daß die Vena spinalis nicht verletzt wird, mit der Kneifzange aufgebrochen, die auf der Dura gelegene Fettschicht mittels Finders beseitigt, die Dura in der Mittellinie von vorn nach hinten gespalten. In der Nähe der zu durchschneidenden Wurzel wurde die Dura jedesmal mit der Pinzette gehoben und ein feines Scherenblatt unter die Wurzel geschoben, diese durchschnitten und der zentrale Stumpf medialwärts zurückgeschlagen; das Rückenmark lag so vollkommen glatt und von jedem Wurzelfaden frei vor. Die Dura blieb sich selbst überlassen, die Muskulatur und Haut wurden direkt vernäht.

Für das Halsmark fehlen nähere technische Angaben über isolierte Hinterwurzeldurchschneidungen, abgesehen von den gleich zu erwähnenden Versuchen von Köster, in denen es sich nur um eine einzige Wurzel handelt. Ich fand die oberen Halswurzeln (die unteren, zum Zervikalplexus gehörigen sind schon erwähnt worden) bei der Katze intradural gut zugänglich, mit einer Methode, die sich an die für die Armwurzeln gültigen eng anschließt. Die erste Wurzel ist vom Foramen atlanto-occipitale aus gut zu erreichen, dessen Freilegung weiter unten beschrieben wird; wenn nötig, kann noch ein Stück des vorderen Atlasrandes mit der Knochenzange entfernt werden.

Um eine möglichst gute Heilung ohne Kompression durch die übergenähte Muskulatur oder durch Kyphosenbildung zu erreichen, habe ich bei der Katze die vier ersten Halswurzelpaare jede von einer besonderen zwischen den beiden Wirbeln (bzw. Atlas und Okziput) angelegten Lücke aus durchschnitten und die Dura über jedem Wurzelpaar nur eine kurze Strecke weit gespalten; die stehenbleibenden Teile der Wirbelbögen sollten dabei die Kompression des Markes verhüten. Es stellte sich aber dabei ein anderer Übelstand heraus, indem das Mark an den Operationsstellen herausgedrängt

wurde, so daß sehr bald Lähmungserscheinungen auftraten. Es ist also die völlige Entfernung der Wirbelbögen, und zwar in möglichst geringer Breite, und die Schlitzung der Dura entlang der ganzen Operationsstrecke auch hier zu empfehlen.

Schließlich ist noch die Methode zur Durchschneidung der zweiten Halswurzel, der einzigen, die außerhalb des Wirbelkanals in Angriff genommen werden kann, anzuführen. Bei Katzen und Hunden vereinigt sich die vordere und hintere Wurzel dieses Paares erst außerhalb des Wirbelkanals, so daß sie von den verschiedenen Autoren dort durchschnitten wurde. Köster[165]) beschreibt die Methode folgendermaßen. Nach Hautschnitt in der Mittellinie wird die Muskulatur an der Übergangsstelle des sehr prominenten Proc. spinos. III zu dem weniger hervortretenden Pr. sp. II hart am Knochen eingeschnitten. Der Schnitt ist möglichst klein zu machen, damit der eigentümlich gekrümmt verlaufende 2. Zervikalnerv nicht verletzt wird. Durch stumpfe Präparation dringt man bis auf die Wurzel vor, trennt unter Achtung auf eine zwischen der Vorder- und Hinterwurzel verlaufende Vene die beiden Anteile mit einem Finder, wobei auf das Vorkommen von mehreren Wurzelbündeln statt eines zu achten ist.

Mit den beschriebenen Methoden lassen sich vollständige Ausschaltungen der afferenten Bahnen in jeder Gegend der Spinalachse mit Sicherheit ausführen. Schwieriger ist nach den vorliegenden Berichten die Frage zu beantworten, ob die Ausschaltung immer ohne (primäre oder sekundäre) Nebenverletzungen motorischer Systeme möglich ist. Es können hier nur einige Punkte kurz herausgegriffen werden. Munk[231]) berichtet, daß sich in seinen Fällen durch Verlust der Wirbelbögen und Insertionsstellen der Rückenstrecker eine Kyphose der oberen Wirbelsäule ausbildete, so daß eine nach 9—11 Monaten zur Lähmung führende Kompression entstand. Es scheint mir nicht unlohnend zu sein, den Versuch zu machen, ob durch Einheilenlassen einer festen Stütze die Kyphosenbildung vermindert werden kann. Jedenfalls muß die anatomische Untersuchung feststellen, bis zu welchem Zeitpunkt diese Nebenwirkungen vernachlässigt werden können. Von den veröffentlichten anatomischen Untersuchungen, welche Hinterwurzeldurchschneidungen betreffen, kommen hier nur solche mit ausgedehnten Durchschneidungen in Betracht. Sehr gute Resultate erzielte Mott[225]), welcher z. B. bei einseitiger Durchschneidung von 5 lumbalen Wurzeln nach 40 Tagen nur Degeneration in den gleichseitigen Hintersträngen fand. Kopczyński[166]) findet bei einseitiger Durchschneidung der Wurzeln des Brachialplexus des Affen nach 4 Wochen keine Anhaltspunkte, welche berechtigen, die Symptome auf Nebenläsionen zurückzuführen. Daß solche Ergebnisse nicht allgemeingültig sein können, sondern daß es sehr auf die Ausführung der Operation ankommt, braucht kaum besonders betont zu werden.

3. Durchschneidung der Vorderwurzeln.

Über diese Operation ist nach dem vorigen nur wenig hinzuzusetzen. Eine intradurale Durchschneidung dürfte nur im Gebiet der Cauda möglich sein. Im übrigen ist es, wenn der Versuchsplan das Erhaltenbleiben der Hinterwurzeln nicht erfordert, am einfachsten, beide Wurzeln im Wirbelkanal extradural zu durchschneiden. Das Verfahren bei Reizversuchen ist weiter unten nachzusehen.

c) Querschnitte.

Von queren Durchschneidungen kommen hier nur die in Betracht, welche das ganze Mark oder genau die eine Hälfte betreffen. Die Schnitte durch einzelne Strangsysteme werden unter eigener Überschrift aufgeführt.

Quere Durchschneidungen lassen sich im allgemeinen am bequemsten zwischen zwei Wirbeln ausführen, indem man nach Entfernung des Dornfortsatzes von der Lücke zwischen den beiden Wirbelbögen aus vorgeht. Sie müssen mit möglichst scharfem Schnitt ausgeführt werden, da nach Goltz und Ewald[112]) die Shockwirkung bei Durchquetschung stärker ist, als bei Durchschneidung.

Bei totalen Quertrennungen kommt es vor allem darauf an, schon bei der Operation über die Vollständigkeit der Trennung sicher zu sein. Goltz und Ewald[112]) verwendeten hierfür eine kleine Zange, die einer Geburtshelferzange ähnlich gebaut ist. Jeder Arm der Zange wird für sich um das Rückenmark geführt, bis die stumpfen Enden beider Faßarme sich berühren. Die derart geschlossene das ganze Rückenmark umgreifende Zange kann uneröffnet nur dann herausgezogen werden, wenn das Mark wirklich vollständig durchschnitten ist. Philippson[258]) verwendet zu dem gleichen Zweck einen mit einer gekrümmten Nadel unter das Mark geführten Faden.

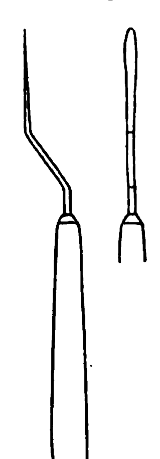


Fig. 20.
Bajonettförmiges Messer. Links von der Kante, rechts von der Fläche gesehen (natürl. Größe).

Um die Durchschneidung der ventral liegenden (extraduralen) Venen mit der folgenden Blutung zu vermeiden, durchschnitt Eckhard[70]) das Mark mit der Schere zunächst nicht ganz vollständig, hob dann die ventral stehen bleibende Brücke innerhalb der Dura mit einem Häkchen auf und durchtrennte sie nun für sich; ein Verfahren, welches besonders bei kleinen Tieren mit zarter Dura empfehlenswert sein dürfte.

Bei halbseitigen Schnitten, bei denen genau die eine Markhälfte durchtrennt werden soll, macht zunächst das Auffinden der Mittellinie Schwierigkeit. Man kann das Mark seitlich bis zum Eintritt der hinteren Wurzelfäden freilegen und nach diesen die Mitte taxieren; oder man richtet sich nach der Höhe der Rundung des Marks. Ich habe in der Regel die Lupe zur genauen Orientierung zu Hilfe genommen. Weiterhin kann das gewünschte Resultat nur erzielt werden, wenn die Sagittalebene des Marks genau senkrecht steht, was mit Hilfe der schon beschriebenen Tierhalter erreicht wird. Auf genaue Senkrechthaltung des Messers in der Gegend der Mittellinie ist zu achten. Das Messer selbst trägt am besten keine Spitze, sondern ist unten abgerundet, wenn auch geschärft (Fig. 20). Man verfängt sich dann nicht in der Dura, und kann hoch oben im Halsmark so durchtrennen, daß die großen basalen Arterien unverletzt bleiben (vgl. Fig. 19, welche die Lage der Arterien für den Hund wiedergibt). Man führt deshalb das Messer mit nur geringem Druck in die Tiefe, bis man die Resistenz der Hüllen deutlich fühlt. Große Vorsicht ist bei dem Schnitte nötig, wenn im Halsmark oberhalb der spinalen Ursprungsstellen der Atemnerven geschnitten wird. Es können zwar die Leitungsbahnen der einen Seite stets

entbehrt werden, doch kann durch Zerrung der anderen Seite eine Atemstörung eintreten. Man schneide deshalb nicht mit einem Zuge ganz durch, sondern führe das Messer mehrmals ein; tritt doch einmal Aussetzen der Atmung ein, so komprimiert man den Thorax rhythmisch, bis die spontane Atmung wieder eintritt. Damit die das Messer führende Hand das Operationsfeld nicht überdeckt, ist es zweckmäßig, das Messer bajonettartig herzustellen (Fig. 20), besonders wenn man unter der Lupe arbeitet. Verwendet man das oben empfohlene abgerundete Messer, so kann man, die nötige Übung vorausgesetzt, schon bei der Operation über die genau halbseitige Durchschneidung ziemlich sicher sein*), in jedem Falle ist aber trotzdem die mikroskopische Untersuchung der Schnittstelle nötig. Ihr Ergebnis trägt man in Querschnittzeichnungen ein (vgl. [315, 350, 351])).

Die Wunde kann in der Regel fest verschlossen werden. Bei Ansammlung von Zerebrospinalflüssigkeit wendete Mott[223]) Punktion an. Bei stärkerer auf Tamponieren nicht stehender Blutung legte Philippson[258]) einen Gazedocht ein, der erst nach einigen Tagen entfernt wurde, wie dies auch schon von Goltz und Ewald[112]) ausgeführt war.

d) Quere Durchtrennung einzelner Leitungsbahnen.

1. Aufsteigende Bahnen.

Eine isolierte Durchschneidung der Hinterstränge wurde beim Hunde von Borchert[49]) vorgenommen. Nach Freilegung des Rückenmarks und Spaltung der Dura werden zwei spitze Messerchen gegeneinander konvergierend so in die beiden hinteren Seitenfurchen, welche am Eintritt der hinteren Wurzelfäden kenntlich sind, eingestochen, daß ihre Spitzen sich etwa in der Gegend der hinteren Kommissur begegnen. Die Messer werden mit der Schneide etwas nach vorn gerichtet herausgezogen, wobei die Spitzen dauernd in Berührung bleiben. Eine Mitverletzung der grauen Substanz ist nicht zu vermeiden. Bechterew[16]) sticht ein dünnes zweischneidiges Messer bis zur vorausbestimmten Tiefe ein und vervollständigt die Durchschneidung, wenn nötig, durch seitliche Bewegungen.

Weitere Versuche könnten, wie mir scheint, zweckmäßig mit mechanischer Messerführung gemacht werden. Dem Messer wäre genau die Gestalt des zu durchschneidenden Areales zu geben; es würde in mehrfacher Wiederholung ganz allmählich bis zur bestimmten Tiefe einzustechen sein, wodurch Quetschung vermieden würde.

Für die Seitenstrang-Kleinhirnbahn haben Marburg[208]) und Bing[40]) methodische Angaben gemacht, beide für Hunde. Ersterer geht zwischen dem ersten und zweiten Halswirbel ein, entfernt den Wirbelbogen in der Länge von 1—$1\frac{1}{2}$ cm, spaltet die Dura in Kreuzform und sticht in der hinteren Längsfurche ein spitzes mit der Schneide kaudalstehendes Messer etwa 2 mm tief ein, dreht die Schneide nach außen und zieht das Messer unter leichter Senkung nach der Seite hin aus. Bing operiert in ähnlicher Weise. Auf die Einzelheiten in der Beschreibung der Schnittführung beider Methoden kann hier nicht eingegangen werden. Bing gibt

*) Die bei meinen ersten Durchschneidungen (vgl. [350])) in manchen Fällen im Vorderstrang stehen bleibenden Zacken konnten durch Anwendung des abgerundeten Messers besser vermieden werden, vgl. [351]).



an, die gewünschten Bahnen ohne Auftreten absteigender Degeneration verletzt zu haben.

2. Absteigende Bahnen sowie Stränge mit auf- und absteigender Leitung.

Auf Grund der Topographie der Leitungsbahnen des Rückenmarks ist es klar, daß es wohl möglich erscheint, die peripher liegenden genannten aufsteigenden Bahnen annähernd isoliert zu treffen, nicht aber die zentraler liegende Pyramidenseitenstrangbahn, wenigstens nicht auf den bisher beschrittenen Wegen der freihändigen Durchschneidung. Schiff[299]) erreichte die letztere Bahn im Halsmark wiederum von der hinteren Längsfurche aus mit einem kleinen dort eingestochenen Starmesser, das dann nach außen gewendet wurde und im Zurückziehen den Pyramidenstrang durchschnitt. Zur Durchschneidung des Vorderstrangs und ventralen Abschnittes des Vorderseitenstrangs führt Rothmann[279]) ein rechtwinklig abgebogenes, zweischneidig geschliffenes schmales Messer im ventralen Teil des rechten Vorderseitenstranges ein, sticht nach links durch und führt nach vorn schneidend heraus. Die Durchtrennung der Vorderstränge des Rückenmarks dicht unter der Pyramidenkreuzung führt Rothmann (briefl. Mitt.) in Anlehnung an die Starlingersche Pyramidenoperation (s. u. unter Medulla) aus. Durch Abpräparieren von Kehlkopf und Speiseröhre nach rechts wird die Membr. obtur. ant. freigelegt, die Dura am vorderen Atlasrand durchtrennt und nun die Vorderstränge mit einer gekrümmten Nadel umstochen und durchrissen, wobei die beiden Arterien unverletzt auf der Nadel zurückbleiben. (Methoden zur Durchtrennung der Pyramiden s. S. 68 u. 69.)

Beim Kaninchen erreichte Steffahny[336]) das Rückenmark zur Durchschneidung vorwiegend absteigender Bahnen (soweit diese isoliert überhaupt zu erreichen sind) ähnlich durch Freilegung des Halsmarks von vorne her. Nach Beiseiteziehen von Karotis und Trachea geht man in der Mittellinie zwischen den Musculi longi colli ein. Schwierigkeiten können die an der Innenwand des Wirbelkanals verlaufenden Venensinus machen. Durch Injektion von der Vena jugularis ext. aus wurde festgestellt, daß diese in der Gegend der Zwischenwirbelscheiben am wenigsten nach vorne reichen, so daß hier am besten zu trepanieren ist (Trepankrone von 4 mm Durchmesser, die Zähne derselben wurden mit Eisenchloridlösung befeuchtet).

e) Längsschnitte.

Bei den Eigentümlichkeiten der Gefäßverteilung im Rückenmark ist es bedauerlicherweise nicht möglich, ganz fehlerfreie Längsschnitte auszuführen, da die unvermeidliche Verletzung unentbehrlicher Gefäße Zerstörungen hervorruft, die beiderseits über die Mittellinie hinausgehen. Selbst bei Anwendung mechanischer Messerführung sind deshalb hier solche Schnitte, wie sie etwa im Kleinhirn erreicht werden konnten, nicht ausführbar. Ausgedehnte Längsschnitte, vom 2. Zervikal- bis zum 1. Dorsalwirbel, führten Porter und Mühlberg[264]) aus freier Hand aus. Die Narkose ist sehr tief zu wählen, der Schnitt wird mit dem Kataraktmesser gemacht. Ich selbst habe in einer Reihe von Fällen bei Katzen und Affen

mit dem Myelotom Längsschnitte von ähnlicher Ausdehnung (5. Zervikal- bis 3. Dorsalsegment) ausgeführt.[351]) Da es auf die Durchschneidung der vorderen Kommissur ankommt, wird als Schnittmuster ein Blechausschnitt von etwa 5 mm Höhe verwendet; das Muster braucht diesmal nicht nach dem Mark selbst gefertigt zu werden. Es war notwendig, die Rinne in den Wirbelbögen so schmal wie nur möglich anzulegen, da sonst die Marksubstanz sich hervordrängte, wodurch Lähmung entstand. Es wurde eine Hohlmeißelzange von 2 mm Breite verwendet. Nach Längsspaltung der Dura besteht die Hauptschwierigkeit im genauen Auffinden der Mittellinie, was schon Grünbaum[120]) betont; es ist zweckmäßig die Lupe zu Hilfe zu nehmen. Zur sicheren Fixierung des Rückenmarks, die schon wegen der Verdeckung des Gesichtsfelds durch Blut nötig ist, genügt nicht einmal eine sehr tiefe Narkose, sondern es sind besondere Vorrichtungen zu verwenden, von denen schon oben die Rede war. Der Vorteil der mechanischen Schnittführung liegt hier in der Möglichkeit, die am unverletzten Mark bestimmte Schnittrichtung einzuhalten und bei Verwendung des abgebogenen Messers den Schnitt nach vorn und hinten unter die der Öffnung benachbarten Wirbelbögen noch zu verlängern; ferner läßt sich vermeiden, daß der Schnitt unnötig tief ausgeführt wird. Kommt es mehr auf das Erhaltenbleiben der einen Seite als die Unverletztheit der andern an, so ist es besser, den Schnitt etwas zur Seite von der Mittellinie auszuführen. Die Dura wird nicht genäht, Muskulatur und Haut werden dicht verschlossen.

f) Besondere Eingriffe am Rückenmark bei Untersuchung der Aktionsströme.

Bei der Untersuchung der Aktionsströme sind von Gotch und Horsley[113]) verschiedene vorbereitende Operationen vorgenommen worden, über die hier noch einiges mitgeteilt sei, soweit nicht die Angaben der vorigen Kapitel schon genügen. Zur Fixierung des Rückenmarks wurde eine an den Proc. transv. angreifende Klemme angebracht, deren Arme wegen der notwendigen elektrischen Isolierung aus Elfenbein bestanden. Um bei Querschnitten des Marks die Zirkulation möglichst intakt zu erhalten, wurde eine Ligatur vorsichtig um das Mark gelegt und nun oberhalb oder unterhalb durchschnitten, je nachdem, ob das Mark in Verbindung mit dem Gehirn oder mit den peripheren Nerven untersucht werden sollte. Durch Hochheben am Schnittende und Durchschneiden der Wurzeln wurde das Rückenmark genügend isoliert. Um den galvanometrischen Effekt in jeder Rückenmarkshälfte getrennt beobachten zu können, wurden Längsschnitte angelegt, an deren Ende das Mark quer durchtrennt wurde. Das freigelegte, aber nicht ligierte Mark wird auf ein kleines Stück erwärmten Kork gelegt, welches eine seichte Furche enthält. Unter Berieselung mit warmer Salzlösung schneidet man mit dem Messer allmählich tiefer und tiefer. Nunmehr wird jede Längshälfte an ihrem Ende umbunden und in die Höhe gehoben. Die Blutung aus dem Schnitt wird durch Einlegen kleiner Stückchen weichen Zunders gestillt. Zur Spaltung in eine vordere und hintere Hälfte wird das freigelegte Rückenmark aufgehoben, ein dünnblattiges Messer durchgestochen und gegen das Querschnittende hin durchgezogen.

4. Eingriffe an der Medulla und dem Hirnstamm.

a) von der Dorsalseite aus.

1. Freilegung der Medulla.

Die Medulla ist am leichtesten von der Membrana atlanto-occipitalis posterior aus zugänglich. Da diese Operation sehr oft die Einleitung zu den folgenden Eingriffen bildet, sei ihre Technik hier vorangestellt. Die Freilegung ist bei allen üblichen Versuchstieren, auch beim Affen, gut ausführbar; sie erfordert eine gute Fixierung des soweit nach vorn gebeugten Kopfes, daß die Stirn senkrecht steht. Nach einem etwa von der Protuber. occip. ext. bis etwa zum zweiten Wirbel reichenden medianen Hautschnitt wird der Trapezius genau in der Mittellinie gespalten, die tiefere längsverlaufende, paarige Muskulatur wird genau in der Mitte stumpf auseinander präpariert und mit Gewichtshaken auseinander gezogen. Die Blutung ist dabei nicht der Rede wert; Massenligaturen der Muskeln, wie sie auch ausgeführt wurden, wird man wohl immer entbehrlich finden. Um den Zugang zu der Membran zu erleichtern, kann man die Muskeln ein wenig von der Protub. occip. und vom vorderen Atlasrand, hart am Knochen schneidend, ablösen. Hat man zuerst das Os occip. freigelegt, so läuft man keine Gefahr, die Membran vorzeitig zu verletzen. Diese selbst wird mit dem Messer am Rande des Hinterhauptknochens eingeschnitten und entfernt, wobei seitlich Vorsicht wegen der Vertebralarterien nötig ist (Grossmann[117])). Bei Dauerversuchen läßt man so viel von ihr stehen, wie möglich, wodurch die Medulla vor Narbendruck völlig geschützt wird. Am bequemsten ist in dieser Weise die Medulla des Kaninchens zugänglich, weniger bei Affen, bei denen die Hinterhauptschuppe stark nach hinten vorspringt, und das Kleinhirn ebenso wie bei Hunden und Katzen die Medulla weiter nach kaudal verdeckt, wie bei Kaninchen. Man kann den Überblick in dreifacher Weise verbessern, durch Entfernung eines Stückes des Atlasbogens (dessen vorderer Rand etwa der Grenze zwischen Medulla und Halsmark entspricht), durch Abtragung der Hinterhauptschuppe, soweit es ohne Verletzung des Sinus (vgl. Fig. 24 für den Hund) möglich ist, und schließlich durch ein Verschieben des Kleinhirns nach vorne. Der erstere Eingriff bedarf keiner besonderen Besprechung; bei dem zweiten ist gegen Blutungen, die z. B. bei der Katze beträchtlich sein können, Wachs anzuwenden; das Kleinhirn endlich wird mit einem aus biegsamem Blech passender Breite gefertigten spatelartigen Gewichtshaken, der in seiner Form dem Schädeldach angepaßt ist, nach vorn und oben gezogen. Das Gewicht hängt vorne herab. Bei diesem Verfahren wird die Medulla nicht durch Blut verdeckt, was ein Nachteil bei der Abtragung des Kleinhirnwurmes (etwa durch Absaugen) ist. Bei Dauerversuchen wird die Muskulatur in zwei Etagen verschlossen; während in der Tiefe wenige Fäden genügen, ist in der obersten Lage dichte Naht empfehlenswert.

2. Querschnitte.

Über die Methode genau halbseitiger Querschnitte ist hier nach dem für das Rückenmark Erörterten nicht mehr viel hinzuzusetzen. Mit Hilfe

des gerade hier sehr zweckmäßigen Bajonettmessers (s. o.) kann man die Schnitte auch recht weit vorn, unter dem Kleinhirn ausführen, ohne eine zu breite Eröffnung, die für Dauerversuche nicht vorteilhaft ist, vornehmen zu müssen. Die Mittellinie ist hier leicht zu sehen, mit Ausnahme an den kaudalen Partien der Medulla. Im übrigen ist das oben für das Rückenmark, besonders über die Atmung und die Schonung der basalen Gefäße Gesagte nachzusehen. Es ist noch der Rat zu geben, den Schnitt zunächst in der Mitte und nach ventral hin vollständig zu machen, und nach der Seite erst nachher vorzugehen, weil es von dorther eher zu Blutung kommt, welche nicht mehr schadet, wenn der Schnitt schon fertig ist. Sie steht bald auf vorsichtiges Auflegen von Watte und kann überhaupt vermieden werden, wenn man nicht unnötig weit zur Seite vorgeht.

Weiter kommen in dieser Gegend totale Querschnitte in Betracht. Die einmalige Durchschneidung ist nach dem oben für das Rückenmark und für den halbseitigen Medullaschnitt Gesagten auszuführen; selbstverständlich ist sofort künstliche Atmung einzuleiten. Warmhaltung der Tiere darf nicht versäumt werden.

Besondere Maßnahmen sind nötig, wenn etwa zur Feststellung der Grenzen von Zentren mehrere parallele Schnitte ausgeführt werden müssen. Diese Aufgaben waren es vorwiegend, welche Ludwig und seine Schüler zur Konstruktion der mechanischen Messerführung veranlaßten. Dittmar[68]) legte am Kaninchen die Medulla ausgiebig frei, indem er den Knochen bis zum hinteren Winkel des Os interparietale (Fig. 21) wegnahm und das Kleinhirn nach oben schob. Die schon beschriebene Schlitzvorrichtung wurde so über der Medulla befestigt, daß die Längsachse derselben senkrecht zur Sagittalebene des Tierkörpers steht. Durch Verschiebung des Schlitzes kann der Schnitt nacheinander an verschiedenen Stellen ausgeführt werden (Fig. 12).

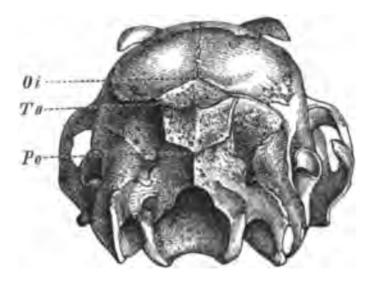


Fig. 21.
Schädel von hinten. *Oi* **Vorderes Ende des Os interparietale.** *To* **Tuberculum occipitale.** *Po* **Protuberantia occipitalis externa.** (Nach Krause.)

Zum gleichen Zwecke kann das Myelotom (s. S. 38) sehr gute Dienste leisten. Ein Schnittmuster wird nicht verwendet; das Messer ist bajonettförmig und rund, der Apparat wird quer zur Längsachse des Marks aufgestellt. Da er hier nur zur Festlegung der Schnittebene dient, kann man sich die Durchschneidung der Seitenteile des Marks sehr in folgender Weise vereinfachen. Im oberen Teil des Parallelogramms werden die Schrauben b b¹ (Fig. 16) gelöst und die obere Gabel zurückgelegt. Hierauf ist das Messer zwar auch nur in einer Ebene beweglich, aber nicht nur parallel verschieblich, sondern um die entsprechenden Schraubenspitzen der unteren Gabel drehbar, so daß man leicht unter den überstehenden Knochen zur Seite des Marks gelangen kann. Die Schraube C gestattet eine Parallelverschiebung der Schnittebene um beliebige Beträge, deren Größe man in einfacher Weise am Schraubenkopf bestimmen kann, wenn die Höhe des Schraubengangs gemessen wird. Vor der Dittmarschen Methode hat die hier beschriebene besonders den Vorzug der leichten Beweglichkeit des Messers. Da das Mark nach dem ersten Schnitte etwas den Halt verliert,

empfiehlt es sich, die Schnitte mit mehreren kleinen kreisförmig geführten Einzelschnitten auszuführen.

3. Längsschnitte.

Die Längsdurchschneidung der Medulla wurde von Kreidl[173]) (Katze, Hund), Langendorff[185]) (Kaninchen) und Economo[74]) aus freier Hand mit dem Gräfeschen Messer vorgenommen; die Raute wurde vorn dorsal freigelegt oder es wurde (Kreidl) das Schädeldach in größerer Ausdehnung abgetragen und in raschem Tempo Hinterhauptslappen und Kleinhirn entfernt und nun die Medulla gespalten. Die eintretende profuse Blutung führte bei letzterem Verfahren gewöhnlich zu raschem Tode.

Bei Verwendung der mechanischen Schnittführung würde man unter anderem den Vorteil haben, beliebig weit unter das stehenbleibende Kleinhirn unterschneiden zu können.

Hier ist noch die Methode Rothmanns[278]) zur Durchtrennung der Pyramiden beim Affen zu erwähnen. Da bei diesem Tier die Operation von der Ventralseite aus (s. u.) nach Rothmann schwierig ist, wird nach Freilegung der Medulla von der Dorsalseite etwa am Kleinhirnende in die Mittellinie eingestochen, das Messerchen bis zum Atlasrand durchgezogen und so die Pyramidenkreuzung durchtrennt. Da beim Affen die Art. basil. sich bereits am unteren Ende der Brücke in die beiden Vertebrales teilt, sind Verletzungen größerer Arterien nicht zu befürchten. Nach dem ungünstigen Verlauf eines der weiteren Versuche Rothmanns[280]) ist aber zu empfehlen, ein abgerundetes Messer zu verwenden.

4. Ausschaltung begrenzter Teile der Medulla.

Die Hinterstrangkerne wurden u. a. von Mott[225]), Turner[355]) (beide am Affen), und Tschermak[353]) (an der Katze) entfernt. Die Medulla wird von dorsal her freigelegt. Zur Entfernung der Substanz wendet Mott ein kleines winklig abgebogenes Messer an, Turner die galvanokaustische Methode; Tschermak umschneidet die zu exstirpierenden Massen und trägt sie mit feiner Scherenpinzette ab. Auf die Verwendbarkeit des Absaugens sei hier noch hingewiesen.

Gad und Marinescu[103]) benutzen für ganz zirkumskripte Zerstörungen am Boden des vierten Ventrikels ihre schon oben (S. 41) erwähnte Methode. Zu ähnlichen Zwecken verwendete Fraser[95]) die galvanokaustische Zerstörung.

Besondere Beziehungen hat eine Stelle am Boden des vierten Ventrikels zum Zuckerstoffwechsel. Die Verletzung dieser Stelle, welche von Zuckerausscheidung im Harn gefolgt ist, wird meist als Zuckerstich*) bezeichnet. Die Stelle (Vaguskern) ist ungefähr durch die Ursprungshöhe der Nervi acustici und vagi begrenzt und hat nach der Zeichnung von Eckhard[69]) am Kaninchen eine Länge von ca. 12 mm, eine Breite von 5 mm, berührt die

*) Da die Deutung dieses Eingriffs als Reiz- oder Zerstörungsmaßnahme unsicher ist (Lewandowsky[198])), zog ich es vor, den Zuckerstich hier aufzuführen.

Mittellinie und ist mit ihrem hinteren Ende etwa 5 mm vom Calamus scriptorius (hinteres Ende der Rautengrube) entfernt.

Die Operation wird meist am Kaninchen ausgeführt.*) Nach den Angaben der Autoren darf nicht narkotisiert werden, da der Stich sonst wirkungslos bleibt. Der Zucker tritt im Harn erst nach $1/2$—2 Stunden auf (Eckhard[69]), Bang[9])). Der Eingriff wird mit oder ohne Freilegung der Medulla ausgeführt. In letzterem Fall wird nach der Beschreibung von Cyon[64]) ein pfriemenähnliches Instrument (s. Fig. 22) dicht hinter der Prot. occip. (s. Fig. 21) eingestoßen und die Spitze so gerichtet, daß sie die Verbindungslinie der beiden Gehörgänge kreuzt. Das Instrument wird durch das Kleinhirn bis zur Basis eingeführt. Die besondere Form des Instruments hat den Zweck, daß die Schneide nur bis in die Mitte der Medulla gelangen kann (Cyon[64])).

Eckhard[69]) verbesserte die Methode durch Vorgehen von der freigelegten Medulla aus. Nach Eröffnung der Membr. atlant.-occip. (vgl. S. 66) wird eine Starnadel bis zu einer an ihr angebrachten Marke gegen den vierten Ventrikel hin vorgeschoben und die schon oben angegebene Stelle nicht unter einen Millimeter tief verletzt. Der Diabetesstich hatte in dieser Form stets positiven Erfolg.

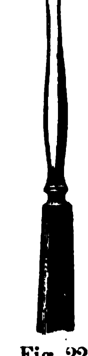


Fig. 22. Messer für den Zuckerstich. (Hdb.d.Physiol. v.Nagel 4, 355.)

Bei Verletzung anderer Stellen der Medulla wird nach Eckhard[73]) Hydrurie erzielt. Für diese Untersuchungen ist die Bloßlegung des Operationsfeldes, wiederum ohne Narkose, notwendig. Der vierte Ventrikel wird vorn dorsal so weit freigelegt, daß die runden Stränge und die Alae cinereae klar zu übersehen sind. Nach der Freilegung folgt eine Ruhepause von $1/2$—1 Stunde. Die Gegend der Funiculi teretes wird nicht zu weit zur Seite verletzt. Der Harn wird durch Auspressen der Blase (weibliche Kaninchen) gewonnen**).

b) von der Ventralseite aus.

1. Durchschneidung der Pyramiden.

Nach Starlinger[333]) ist die Pyramide am Hunde am besten kaudal vom Trapezkörper zu durchschneiden, da sie hier noch oberflächlich liegt. Die Stelle entspricht dem mittleren Drittel des Clivus des Os basilare (Fig. 23).

Die Haut wird in der Mittellinie des Halses 4—5 cm oberhalb und ebensoviel unterhalb des Kehlkopfes durchschnitten, und seitlich von Ösophagus und Kehlkopf bis auf die tiefen Halsmuskeln stumpf präpariert. Hinderliche Gefäße und Nerven werden durchschnitten und unterbunden. Von dem durchfühlbaren Tuberc. ant. des Atlas werden rechts und links die inserierenden Muskeln abgeschoben und die Membrana obtur. ant. freigelegt. Wegen eines dem vorderen Rande des Foramen occip. entlang laufenden Sinus ist der Weg von diesem Rand aus nicht gangbar. Nach Abschieben der Muskeln vom Os basil. wird dieses mit einem Trepan von 7—8 mm Durchmesser, dessen Rand 1—2 mm vom Knochenrand entfernt bleibt, angebohrt, wodurch man ohne nennenswerte Blutung zur Medulla gelangt. Man sieht in der Mitte die Art. basil. (Fig. 19) und seitlich davon die Pyramiden, die mit einem Messerchen einzeln durchtrennt, oder mit einer Nadel zusammen umstochen und durchrissen werden. Schluß der Wunde durch Hautnaht. Werden die Tiere gleich nach dem Versuch getötet, so kann man sich nach Hering[132]) den Zugang durch Einsetzen einer Trachealkanüle und Zu-

*) Über Zuckerstich bei Vögeln s. Bernhardt[28]).

**) Über Katheterisieren vgl. Ritzmann, A. f. exp. Path. u. Pharm. 61, 1909, 233.

rückschlagen des Kehlkopfes und Ösophagus (kopfwärts) erleichtern. Wertheimer und Lepage[363]) unterbinden bei Reizversuchen die Basilararterie doppelt und entfernen das dazwischen liegende Stück, wodurch das eigentliche Operationsfeld zugänglich wird.

Bei der Schwierigkeit, auf diesem Wege totale Pyramidenausschaltung ohne Verletzungen der Olive und Schleife zu erhalten, zieht es Rothmann[278]) vor, die Pyramiden in der Kreuzung selbst zu durchtrennen. Hier spaltet sich gerade die Art. bas. in zwei Äste, so daß die ventrale Mittellinie freibleibt, in der man die Kreuzung mit einer Nadel durchreißt. Man gelangt an die Operationsstelle von der Membr. obtur. ant. aus, deren Freilegung schon besprochen wurde. Schüller[305]) hält dagegen die Bedenken Rothmanns nicht für berechtigt. Am Hunde geht er nach der Methode von Starlinger vor, verwendet zur Verletzung aber ein feines Messerchen. Beim Affen nimmt Schüller eine temporäre Tracheotomie vor und trepaniert den vorderen Atlasbogen und den Zahnfortsatz des Epistropheus.

Über Pyramidendurchtrennung beim Affen auf anderem Wege vgl. ferner S. 68.



Fig. 23.

Schädelbasis des Hundes. (⁴/₅ natürl. Größe.)
≡ Brücke. O Hypophyse. × Chiasma.

2. Durchschneidung des Trapezkörpers.

An das beschriebene Verfahren Starlingers schließt sich dasjenige von Tschermak[354]) zur Durchschneidung des Trapezkörpers bei der Katze eng an. Nach entsprechender Freilegung der Schädelbasis wird zwischen den Bullae osseae trepaniert. Es können dann Operationen in der Gegend von den Pyramiden bis zu den Hirnschenkeln vorgenommen werden. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode gibt Keller[162]). Es sei noch erwähnt, daß eine an der Grenze des vorderen und mittleren Drittels quer über die Bulla ossea verlaufende Vene nach doppelter Unterbindung zu durchschneiden ist.

3. Durchschneidungen in der Brückengegend.

Zur Freilegung der Brücke haben Karplus und Spitzer[161]) eine an Katzen, Hunden und Affen anwendbare Methode ausgearbeitet, bei welcher von der Mundhöhle aus vorgegangen wird.

Die Tiere werden in Rückenlage befestigt, bei Hunden und Katzen wird ein Kopfhalter mit Maulsperrer, bei Affen eine Fixierung des Unterkiefers und Abwärtsziehen des Oberkiefers mittels Gewicht angewendet. Durch die Zungenspitze wird ein Faden geführt und nach oben gezogen. Nach Reinigen der Mundhöhle wird der weiche Gaumen unter Schonung der Uvula in der Mitte gespalten, die Hälften durch Fäden zur Seite gezogen. Schleimhaut und Periost des Rachendaches werden in der Mittellinie getrennt, das vordere Schnittende liegt vor der Tubenmündung. Stärkere Blutungen werden mit Wattetampons behandelt, die in ziemlich konzentrierte warme Gelatinelösung getaucht sind. Mit Kniestückbohrer werden drei kleine Lücken in den Knochen gemacht, die vordere liegt in der Mittellinie, etwas hinter der Tubenquerebene, die beiden anderen weiter rückwärts rechts und links mehrere Millimeter seitlich von der Mittellinie. Die drei Öffnungen werden mit Hammer und Meißel vereinigt. (Auch kann eine einzige Öffnung mit passendem Bohrer erweitert werden.) Nach Eröffnung der Dura sieht man die Art. basil. pulsieren; man orientiert sich an den Rändern der Brücke, deren sagittaler Durchmesser bei Katzen etwa 9 mm beträgt. Große Sorgfalt wurde auf den exakten Verschluß der Knochenöffnung gelegt; für große Öffnungen fanden Plomben aus Guttapercha (amerikanisches Präparat der Zahnärzte) Verwendung: der Knochenrand wird mit einem kleinen Galvanokauter getrocknet, die aus erwärmtem Guttapercha geformte Plombe eingeführt, worauf nochmals mit dem Galvanokauter dem Knochenrand entlang zu fahren ist. Die Plombe wird über ihre Ränder hinaus mit einer Lösung von Guttapercha in Chloroform bestrichen. Nach Trocknen wird die Naht ausgeführt. Bei kleinen Löchern wurde eine Jodoform-Knochenplombe oder ein in Mastixlösung getränkter Wattepfropfen angewandt.

5. Ausschaltung der höheren Hirnteile bis zur Medulla

In diesem Abschnitt handelt es sich um Eingriffe, die in der Regel zur Untersuchung der Ateminnervation angestellt wurden und bei denen entweder die wichtigen Zentren der Medulla intakt blieben oder ebenfalls ausgeschaltet wurden. In letzterem Falle wird mithin ähnliches erzielt, wie durch die schon aufgeführten Methoden zur Ausschaltung des ganzen Gehirns. Hier handelt es sich aber darum, daß man mehr oder weniger nach Belieben die Medulla unversehrt lassen kann oder nicht, so daß es vorzuziehen war, die hierzu geeigneten Eingriffe für sich zusammenzustellen.

1. Schnittmethode.

Am einfachsten wird eine Ausschaltung der höheren Hirnteile in wechselnder Höhe durch einen Querschnitt im Hirnstamm ausgeführt, so daß auf das entsprechende Kapitel (S. 67) verwiesen werden kann. Es sei noch hinzugefügt, daß Langendorff[186]) und Lewandowsky[196]) beim Kaninchen das Großhirn, die Sehhügel und Vierhügel direkt entfernten, nachdem sie die Schädelhöhle von oben her in möglichst großer Ausdehnung eröffneten. Über die Abtrennung in der Vierhügelgegend vgl. S. 78.

2. Emboliemethode.

Da es für viele Fragen wichtig ist, die Ausschaltung unter Vermeidung der möglichen Schnittreize vorzunehmen, hat Marckwald[209]) in Kroneckers

Laboratorium eine Emboliemethode ausgearbeitet, die von ihm sowie von Asher und Lüscher[5], angewandt wurde. Die vorliegende Beschreibung hält sich vorwiegend an die Arbeit der letzteren. Es wird von der Karotis aus in die Hirngefäße eine durchgekochte Mischung von Öl und Paraffin, welche bei 40—41° C gleichmäßig erstarrt, injiziert. Die Masse wird mit Fuchsin gefärbt, wodurch sich das Injektionsgebiet gut hervorhebt, besonders nach Alkoholhärtung des Gehirns. Je nach der injizierten Menge wird ein größerer oder kleinerer Bereich des Gehirns ausgeschaltet*).

Nach Tracheotomie wird die Teilungsstelle der Carotis communis aufgesucht, etwas oberhalb davon die Car. ext. unterbunden und die Car. int. mit Klemme verschlossen. In die Car. comm. wird die Kanüle einer Beckschen Mikrosyringe**), mit welcher sich sehr kleine Flüssigkeitsmengen genau ablesen und einspritzen lassen, eingebunden. Zur Ausschaltung von Großhirn, Mittelhirn und Medulla wird der 0,4 ccm betragende Inhalt der Spritze durch einen raschen, aber nicht zu gewaltsamen Stempelstoß injiziert; bei etwas größeren Tieren empfiehlt sich auch die Abbindung der Car. comm. der anderen Seite. Wird nur die Ausschaltung von Groß- und Mittelhirn beabsichtigt, so werden nur 0,2—0,1 ccm injiziert, und zwar etwas abgestufter als vorher. Die genauere Begrenzung der Ausschaltung läßt sich nicht ganz nach Belieben beherrschen, sondern ist etwas dem Zufall überlassen.

Scheven[295]) mischt Paraffin mit Paraff. liquid. auf einen Schmelzpunkt von etwa 41° C. Das Gemisch wird mit Alkannin gefärbt (Blaufärbung in alkalisch gemachtem Alkohol, in welchem die Gehirne aufgehoben wurden). Die Lösung wurde in das periphere Ende der Carotis commun. eingespritzt; dementsprechend waren etwas größere Mengen, 0,5—0,75 ccm zur vollständigen Injektion der Hirngefäße und statt der Mikrosyringe eine gewöhnliche (metallene) Pravazspritze nötig. Mit 0,25—0,3 ccm ließen sich in einzelnen Versuchen allein die Großhirnhemisphären ausschalten. Am Hunde konnten durch schnelles Einspritzen von 1,5—2 ccm der Flüssigkeit von der Carotis commun. aus die Gefäße der Hirnbasis vollständig injiziert werden.

6. Kleinhirn.

a) Vollständige Entfernung.

Die Methode zur vollständigen Entfernung des Kleinhirns ist von Luciani[206]), Munk[235]), Lewandowsky[197]) (und anderen) etwas verschieden angegeben worden; bei der Schwierigkeit des Eingriffs seien hier mehrere der Verfahren berücksichtigt und zunächst die Operation der Freilegung des Kleinhirns geschildert.

Das Kleinhirn wird in der Regel vom Nacken aus in Angriff genommen: der Kopf wird am besten mit der Schnauze abwärts stark gebeugt in den

*) Die Gefäßverteilung an der Gehirnbasis von Katze und Kaninchen ist der Arbeit von Marckwald[209]) zu entnehmen. (Vgl. auch Hofmann[140])). Es ist hervorzuheben, daß nach ersterem im allgemeinen Großhirn, Mittel- und Kleinhirn, Brücke und Nachhirn aus getrennten Gefäßstämmen versorgt werden, zwischen denen keine Anastomosen liegen. Somit läßt sich die gesonderte Ausschaltung einzelner Hirnabschnitte erreichen.

**) Beck, Illustr. Monatsschr. d. ärztl. Polytechn., Jahrg. 6 und 7, 1884—5. Abbildung bei Marckwald; vgl. auch die Abbildung eines ähnlichen Zweckes dienenden Instrumentes bei Singer[322]).

oben beschriebenen Haltern eingespannt, bei denen die ganze Nackenregion völlig frei bleibt. Der Hautschnitt wird median etwas vor der Protub. occip. beginnend bis zum 2. Halswirbel angelegt. Das Hinterhaupt und die Membrana atlanto-occipitalis werden in der gleichen Weise freigelegt, wie es oben für die Operationen an der Medulla beschrieben wurde (S. 66). Nur sind die Muskeln mehr von der Prot. occip. und Linea semicirc. zu entfernen, was durch Einschneiden der Ansätze mit der Schere, die gegen den Knochen zu richten ist, und Abhebeln geschieht. Bei einseitigen Kleinhirnexstirpationen ist es sehr zweckmäßig, nach Russel[287]) die Muskulatur beiderseits ganz symmetrisch loszulösen, damit die durch die Nebenumstände der Operation etwa bedingte Beeinträchtigung der Funktion auf beiden Seiten gleich ist. Die ebenfalls freigelegte Membr. atl.-occ. wird eingeschnitten und von dieser aus mit der Hohlmeißelzange die Okzipitalschuppe in möglichster Ausdehnung ohne Duraverletzung entfernt. Nach oben darf man beim Hunde ohne weiteres nur bis zum Quersinus herangehen, der bei diesem Tier im Knochen selbst eingelagert ist*). Seine Topographie gibt Fig. 24 wieder, in welcher der Verlauf des Sinus auf der linken Seite dunkel eingetragen ist. Beim Affen bestehen die Verhältnisse wie beim Menschen, es kann deshalb der Knochen ausgiebiger entfernt, sowie die Sinusunterbindung vorgenommen werden (s. u.).



Fig. 24.
Okzipitalteil des Hundeschädels. Links ist die Lage des Transversalsinus mit Tusche auf den Knochen aufgezeichnet. (⁴/₅ nat. Gr.)

Nach Entfernung der Dura nimmt Luciani bei Affen und Hunden zunächst den Mittellappen in Angriff. Mit einem Gräfeschen Messer wird letzterer durch zwei seitliche, bis zu $^2/_3$ Tiefe des Kleinhirns reichende Längsschnitte von den Seitenteilen getrennt, und die Wurmteile mit einem scharfen Löffelchen sukzessive entfernt. Vor Eröffnung der Rautengrube werden erst die Seitenteile ausgelöffelt, und zwar die äußersten Partien derselben erst nach Durchschneidung der Kleinhirnstile mit der Schere. Erst zuletzt werden die tiefsten Kleinhirnteile entfernt und die Rautengrube freigelegt.

Munk beseitigt zuerst die Hemisphären; der scharfe Löffel wird nicht verwendet. Mit dem Messer geht Munk den seitlichen Rand des Wurms entlang an der hinteren Seite des Tentoriums bis zu dessen Ende vor und trennt durch einen bis zur Höhe des Kleinhirnstils senkrecht zur

*) Eine Überschreitung des Sinus kann aber nach der Methode von v. Rynberk (s. S. 75) ausgeführt werden.

Oberfläche, danach ein wenig schief nach unten außen geführten Schnitt die Hemisphäre ab. Mit einem dünnen breiten Stäbchen wird von der Schnittstelle aus die Hemisphäre nach außen und hinten gedrückt, wodurch sie, gewöhnlich als ein ganzes, am seitlichen Rande der Schädelöffnung herausbefördert wird. Nach gleicher Behandlung der zweiten Hemisphäre geht man mit zwei Stäbchen an der Konvexität des Wurms entlang, bis man sein vorderes Ende erreicht hat. Auf allmählichen Druck nach hinten oben zerreißt das Marksegel, worauf der ganze vordere Teil des Wurms nach hinten und etwas zur Seite zurückgeschlagen und mit der Schere abgetrennt werden kann. Der hintere Teil des Wurms wird durch Emporheben mittels untergeschobenen Stäbchens und beiderseitiges Einschneiden des Stilrestes (Schnittrichtung etwas schief nach außen oben) beseitigt.

Lewandowsky wendet bei Hunden (auch Katzen, Kaninchen und Affen) eine Vereinigung von Auslöffelung und Absaugung an; für das weiche Kaninchenhirn genügt sogar die letztere Methode. Nach Beendigung der Operation wird gegen die Blutung zunächst ein loser Wattetupfer eingelegt.

Nach Ferrier und Turner[87]) kann bei Affen der Lateralsinus auf der einen Seite ligiert und durchschnitten werden.

b) Halbseitige Entfernung.

Die Entfernung der ganzen einen Kleinhirnhälfte beginnt Luciani[206]) mit einem tiefen Einschnitt in der Mittellinie mit dem Gräfeschen Messer. Hierauf wird die eine Hälfte ausgelöffelt, wobei die völlige Freilegung der Raute wieder zuletzt vorgenommen wird. Munk[235]) eröffnet den Schädel über dem Wurm und der einen Hemisphäre, entfernt diese ebenso, wie bei der Totalexstirpation, durchschneidet vom hinteren Ende des Wurms her den Rest des gleichseitigen Kleinhirnstils und schneidet den Wurm (wenn dieser nicht ganz stehen gelassen wird) von der Konvexität aus gegen das an seine untere Fläche angelegte Stäbchen glatt durch, wobei die vordersten Teile undurchschnitten bleiben.

c) Entfernung einzelner Teile.

Für die Exstirpation des Wurms trennt Luciani[206]) den Mittellappen zunächst von den seitlichen Teilen durch zwei Schnitte mit dem Gräfeschen Messer, wie oben bei Besprechung des Totalexstirpation geschildert wurde. Mit einem scharfen Löffelchen werden dann sukzessive die Teile des Wurms entfernt, von der Oberfläche vorgehend. Der Rest wird mit der Schere entfernt, die unter Aufheben des hinteren Wurmendes die Trennung von den Seitenlappen vervollständigt.

Neuerdings hat v. Rynberk[288. 289]) am Hunde umschriebene Teile des Kleinhirns entfernt, wobei er sich in der Nomenklatur an Bolk[48]) anschließt (Fig. 25).

Der an der Oberfläche des Vorderwurms gelegene Lobus simplex ist von hinten nicht zugänglich. Es wird unmittelbar vor der Linea semicircularis in der Medianlinie eine große Knochenöffnung angelegt, die Dura neben und parallel dem Longitudinalsinus eingeschnitten, die Großhirnhemisphären mit Spateln zur Seite geschoben. Die das beim Hund knöcherne Tentorium bedeckende Dura wird entlang der Vena magna Galeni eingeschnitten, letztere nach Loslösen zur Seite geschoben. Im Tentorium wird mit Zange

und Schere eine Lücke angelegt und die Kleinhirnsubstanz an der gewünschten Stelle mit dem scharfen Löffel entfernt. Während der Läsion selbst ist die topographische Orientierung schwierig.

An die Crura des Lob. ansiformis gelangt v. Rynberk[289]) unter Durchtrennung des Sinus. Die Okzipitalschuppe wird links und zum Teil auch rechts breit freigelegt, die Muskelblutungen mit Wattetamponade behandelt; die linke Linea nuchae sup. wird durch Loslösen der Insertion des Temporalmuskels freigelegt und auf der linken Seite eine weite Knochenlücke bis an die Linea nuchae hergestellt. Mit einer starken gekrümmten Knochenschere wird von hier aus mit zwei Schnitten ein Knochendreieck ausgeschnitten, dessen Spitze nach vorn liegt, während die Seiten die Linea nuchae überschneiden und somit den Sinus eröffnen ([289] Fig. 3). Mit zwei weichen Klumpen Wachs werden diese beiden Öffnungen sofort verschlossen und mit Watte tamponiert. Nach einigen Minuten wird mit reichlich Wasser gewaschen und so das Operationsfeld freigelegt. Die Knochenlücke wird nach Bedarf unter Orientierung nach dem Gehirn erweitert, worauf der gewünschte Hirnteil mit dem scharfen Löffel exstirpiert werden kann*).

Fig. 25.
Das Kleinhirn des Hundes, nach Bolk. *L. a.*, Lobus anterior; *L. s.*, Lobulus simplex; *L. ans.*, Lobulus ansiformis; *C. 1*, Crus primum; *C. 2*, Crus secundum; *L. p.*, Lobulus paramedianus; *F. v.*, Formatio vermicularis; *L. m. p.*, Lobulus medianus posterior; *S. pr.*, Sulcus primarius; *S. i.*, Sulcus intercruralis; *S. p.*, Sulcus paramedianus.
(Aus Tigerstedt, Lehrb. d. Physiol.)

Der Flocculus cerebelli, welcher von Muskens[236]) exstirpiert wurde, ist in seiner Knochenkapsel beim Kaninchen von oben her unschwer zu erreichen. Über seine Lage orientiert Fig. 31. Die hier sehr harte Knochendecke wird mit spitzer Knochenzange nach Beiseiteschieben der Muskulatur eröffnet und der Flocculus stumpf herausgehoben. Am Affen durchschnitten Ferrier und Turner[88]) den Stil des Flocculus cerebelli in der bei den Akustikusoperationen (S. 104) geschilderten Weise.

Für andere partielle Exstirpationen wird man im vorigen genügend Anhaltspunkte finden (vgl. u. a. auch Marrassini[210])).

Über die schönen Versuche von Horsley und Clarke[143]), welche die Binnenkerne des Kleinhirns auf elektrolytischem Wege zerstörten, ist die Methodik den allgemeinen Teilen (S. 42 und S. 111) zu entnehmen.

d) Längsdurchschneidung.

Eine genaue Längsspaltung des Kleinhirns in zwei Hälften stößt, wie zum Teil aus schon Gesagtem hervorgeht, auf große Schwierigkeiten. Besonders beim Hunde steht die schwere Zugänglichkeit des Organes, welche besonders durch den im knöchernen Tentorium verlaufenden Sinus bedingt ist, dem Eingriff hinderlich im Wege. Die Spaltung wurde freihändig oder mit mechanicher Schnittführung versucht.

*) Die anatomischen Ergebnisse dieser Operationen sind der Arbeit von Binnerts[41]) zu entnehmen.

Wegen der bisher mit dem freihändigen Verfahren gemachten Versuche kann auf meine frühere Zusammenstellung verwiesen werden ([348, 349]). Hier seien nur einige technische Angaben hervorgehoben.

Luciani[206]) schnitt in die Mittellinie des Kleinhirns mit dem Graefeschen Messer ein, drängte darauf die beiden Schnittflächen mit kleinen Schwämmchen auseinander und vervollständigte die Spaltung in den tieferen Schichten durch ein Häkchen. Die erreichte Zerstörung erstreckte sich hierbei aber zuweit in die Substanz des Wurmes. Bei Affen gingen Ferrier und Turner[87]) wiederum vom Okzipitalpol des Großhirnes aus, unterbanden den Lateralsinus und legten nach Spaltung des Tentoriums den Mittellappen des Kleinhirns frei. Die Autoren berichten zwar über die Vollständigkeit der Durchschneidung, nicht aber über den Zustand der an den Schnitt angrenzenden Teile.

Gegenüber dem freihändigen Verfahren habe ich die Durchschneidungen mit dem Prinzip der mechanischen Schnittbegrenzung vorgenommen ([348, 349]). Die Ergebnisse wurden hinsichtlich der Exaktheit der Durchschneidung anatomisch kontrolliert und sind den angegebenen Arbeiten, besonders der zweiten, zu entnehmen. Hiernach lassen sich besonders beim Hunde in der Tat sehr feine Schnitte ohne Nebenverletzungen erzielen. Daß im übrigen auch bei diesem Verfahren nicht ein Versuch wie der andere ausfällt, braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden, es ist dies bei der Schwierigkeit der Aufgabe einstweilen nicht anders zu erwarten. Der Hauptwert ist jedenfalls weniger darauf zu legen, daß der Schnitt nicht zu tief reicht, da sich hierbei keine bemerkbaren Symptome ergeben, als daß ein Schnitt von möglichst linearer Breite erzielt wird*).

Die allgemeinen Prinzipien der Methode sind oben schon besprochen worden. Der Kopf des Hundes wird mit der Gaumen- und der Sagittalebene senkrecht eingestellt. Die freigelegte Membrana atl.-occ. wird nur am Rande des Okziput eingeschnitten, und von hier ausgehend in den Knochen mit einer 2 mm breiten Knochenzange eine ebenso breite Rinne genau in der Mittellinie angelegt, die bis an den Sinus (Fig. 24) reicht. Die Rinne ist danach etwa 15 mm lang (bei mittelgroßen Hunden). Die Dura wird ebenfalls genau in der Mittellinie gespalten. Die Methode gestattet nun, von dieser kleinen Öffnung aus das ganze Organ zu durchschneiden. Auf die Art und Weise der richtigen Einstellung von Schnittmuster und Messer kann hier nicht eingegangen werden. Es sei hingegen erwähnt, daß die Durchschneidung zum Teil mit einem geraden Messer durchgeführt wird, so weit, bis dessen Stil an den Knochenrand vorn anstößt; darauf wird ein gleichlanges abgebogenes Messer eingesetzt und mit diesem unter den Knochen bis an das Tentorium unterschnitten (vgl. [349])). (Die Fig. 14 gibt die gegenseitige Anordnung der Apparatteile annähernd in der Stellung wieder, wie sie bei der Kleinhirnoperation erforderlich ist.)

e) Die Kleinhirnstile.

Die Verbindungen des Kleinhirns mit dem Hirnstamm, an denen bekanntlich drei „Schenkel" unterschieden werden, sind nur schwierig zugänglich; es liegen aber methodische Angaben für die verschiedenen Versuchstiere vor.

Nach Curschmann[62]) sind am Kaninchen der vordere und hintere Schenkel, die sich beim Übergang in das Kleinhirn in einen Strang zusammenlegen, dem sich außen der Brückenschenkel anlegt, nicht isoliert zu

*) Da bei Affen der gleichen Art die individuellen Variationen von Größe und Form des Kopfes sehr gering sind (Horsley und Clarke[143])), würden sich diese Tiere zu solchen Operationen weit mehr eignen, als Hunde.

durchtrennen, und auch beim Brückenschenkel gelingt dies nur äußerst schwierig. Nach Freilegung der Membr. obtur. (S. 66) wird auf der einen Seite noch ein Stück Hinterhauptschuppe weggenommen. In dem Winkel zwischen dem hinteren Teil der Kleinhirnhemisphäre und dem Seitenteil des Wurms (Fig. 26 a und c) sieht man das Tuberculum acusticum (b), vor welchem unmittelbar die Kleinhirnstile liegen. Sie können durch ein zwischen Tuberculum und Hemisphäre eingeschobenes schmales Messer getroffen werden. Der Brückenschenkel ist nur schwer zu erreichen, der Weg von der Seite ungangbar.

Für den Hund liegen Angaben von Bechterew[14]) vor, welche allerdings die zu ergreifenden Maßnahmen nicht in allen Einzelheiten genügend erkennen lassen. Es handelt sich nicht um möglichste Freilegung der Stile, sondern um Vorschieben besonderer Messer von der Membrana obturatoria oder von Öffnungen des Hinterhauptes aus. Jedenfalls dürften erfolgreiche Versuche nur nach Studium der Schilderung des Autors in allen Einzelheiten und wohl auch nur nach ausreichender Einübung möglich sein, so daß hier von näheren Angaben abgesehen werden muß.

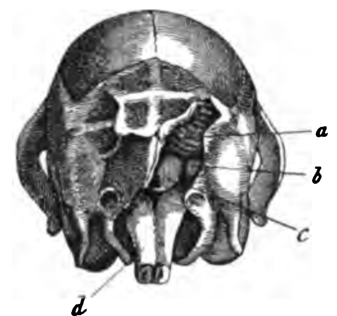


Fig. 26.
Situs für Durchschneidung des Kleinhirnstils am Kaninchen (nach Curschmann).
a Hemisphäre; b Tuberculum acusticum; c Vermis; d Medulla.

Beim Affen konnten Ferrier und Turner[87]) den vorderen und mittleren Stil nach Entfernung des Okzipitallappens des Großhirns und Spaltung des Tentoriums (ohne Unterbindung des Sinus) erreichen. Durch leichtes Verschieben der Kleinhirnlamellen konnten die genannten Stile klar freigelegt und mit einem schneidenden Haken durchtrennt werden. Zu dem vorderen Stil leitet der Trochlearis, zu dem mittleren der Trigeminus. Der hintere Stil wird von der Dorsalseite der Medulla aus durch Aufheben des unteren Kleinhirnrandes erreicht.

Ähnlich ging Thiele[344]) bei Katzen und Affen, Russel[287]) beim Hunde vor. Nach letzterem ist es schwierig, den hinteren Kleinhirnstil genügend hoch (dorsal) zu durchschneiden, so daß die Akustikuskerne unverletzt bleiben.

7. Vierhügel und Corpus geniculatum.

1. Vierhügel.

Bei Eingriffen an den Vierhügeln (Zweihügel) ist das Verfahren je nach dem besonderen Zweck der Versuche verschieden. Wie auch an vielen anderen Teilen des Zentralorgans, hängt der Eingriff davon ab, ob die Tiere nachher am Leben erhalten bleiben, oder ob es sich um kurzdauernde Versuche handelt. Der Unterschied des Verfahrens beruht wiederum darin, daß man im letzteren Fall Hirnteile entfernen kann, die der breiten Freilegung des zu operierenden Teils im Wege stehen, deren Wegnahme aber ein Erhaltenbleiben der Tiere in Frage stellen würde. Im allgemeinen sind also die Eingriffe für Dauerversuche schwieriger; sie kommen hier zunächst allein in Betracht.

Die Vierhügel sind bei höheren Säugetieren, bei Affen und auch schon

Hunden, von dem Hinterpol des Großhirns verdeckt und nur zu erreichen, wenn dieser beiderseits abgetragen, oder wenigstens empor- und nach vorne geschoben wird. Obgleich die Eingriffe zum Teil schon oben bei Besprechung der Kleinhirnoperationen aufgeführt wurden, seien sie hier nochmals zusammenhängend dargestellt.

Für den Affen haben Bernheimer[31]) sowie Ferrier und Turner[88. 89]) die Methode der Exstirpation beschrieben. Nach den letzteren Autoren wird auf der linken Seite der Schädelknochen hinten und seitlich in beträchtlicher Ausdehnung weggenommen, so daß der Okzipitallappen des Großhirns und der größere Teil des Gyrus angularis freiliegen. Nach Zurückschlagen der Dura wird der Okzipitallappen in der Parieto-okzipitalfurche weggeschnitten und das Tentorium hinter dem Lateralsinus eingeschnitten. Mit kleinen Schwammstückchen werden die vorderen Blätter des Kleinhirns beiderseits zurückgeschoben, so daß die Vierhügel und Vena Galeni freiliegen. Unter Vermeidung der letzteren wurden erstere galvanokaustisch zerstört. Ohne Entfernung des Okzipitallappens konnte kein klarer Überblick gewonnen werden.

Bernheimer[31]) trägt in ähnlicher Weise, ebenfalls am Affen, beide Okzipitallappen ab und hält es zur exakten Abtragung der Vierhügel bis zum Aquädukt für notwendig, den Balkenwulst nach vorne sowie das Kleinhirn nach hinten zu drängen und dann die Vierhügelgegend genau in der Mittellinie bis auf den Aquädukt einzuschneiden. Nun wird das Vierhügeldach erst rechts, dann links nach außen bis gegen den Thalamus hin abgetragen. Die Zerstörung der hinteren Vierhügel war in der Regel unvollständig. Sollen die Hinterhauptslappen geschont werden, so empfiehlt Bernheimer, den Balken ein wenig einzuschneiden. Die ähnliche Methode für nur einseitige Entfernung braucht hier nicht besonders geschildert zu werden.

Bei Katzen und Hunden wird nach Braunstein[52]) und Rothmann ([282] u. briefl. Mitt.) in entsprechender Weise verfahren; das knöcherne Tentorium ist mit der Knochenschere zu entfernen, die Vierhügel stumpf vom Kleinhirn abzupräparieren und, nach Rothmann, mit breiter anatomischer Pinzette zu zerquetschen. Die hinteren Teile der Großhirnhemisphäre werden nicht abgetragen, sondern nur hochgehoben.

2. Corpus geniculatum.

Auf dem gleichen Wege ist nach Ferrier und Turner[89]), sowie Rothmann (briefl. Mitt.), das Corpus geniculatum mediale vom vorderen Rand des hinteren Vierhügels aus freizulegen und zu zerquetschen (Rothmann). Die erstgenannten Autoren heben beim Affen nach Entfernung des Okzipitallappens und Spaltung des Tentoriums das hintere Ende der Hemisphäre auf und gelangen so an den Kniehöcker, den sie galvanokaustisch zerstören.

8. Hirnschenkel, Abtrennung des Vorderhirns.

Die Durchschneidung der Hirnschenkel und damit bei doppelseitiger Operation die Abtrennung des ganzen Vorderhirns wird nach Boyce[50]) in der Vierhügelgegend ausgeführt. Man führt das Messer zwischen Okzipitallappen und Tentorium ein (die Eröffnung des Schädels

s. u.) und schneidet von der Mittellinie nach außen. Der Schnitt geht meistens zwischen den vorderen und hinteren Vierhügeln durch.

Bei seinen Versuchen über „decerebrate rigidity" führt Sherrington ([100] und Demonstr. Heidelberg 1907) die gleiche Durchtrennung nach Umschlingung der Karotiden mit Faden doppelseitig aus; zur Schonung der basalen Gefäße wird ein stumpfes Instrument verwendet. Künstliche Atmung kann für einige Zeit notwendig sein*).

Von der Basis her können die Hirnschenkel nach Economo und Karplus [75]) an Katzen und Affen derart erreicht werden, daß die ganze hintere Partie der Hemisphäre bis an die Schädelbasis freigelegt und die Hemisphäre nach Spaltung der Dura nach vorne und oben abgehoben wird. Vielleicht ließe sich auch hier das neuerdings von Karplus und Kreidl [160]) angegebene Verfahren, bei Rückenlage des Tiers zu operieren (s. S. 100), zweckmäßig verwenden. Es läßt sich so eine vollständige Übersicht über das Mittelhirn erreichen und der Pedunculus unter Leitung des Auges durchschneiden.

9. Großhirn und Zwischenhirn.

Zum Großhirn gehören bekanntlich die Rinde (Mantel), die Markstrahlung und die Stammganglien (Corpus striatum, aus Nucleus caudatus und N. lentiformis bestehend); der Thalamus opticus hingegen, der sich räumlich eng an die genannten Kerne anschließt, ist dem Zwischenhirn zuzurechnen.

Bei den Großhirnexstirpationen, die zuerst abgehandelt werden sollen, wurde in etwas verschiedener Weise vorgegangen. Während die einen vorwiegend die Rinde entfernten, dehnten andere die Verletzung auch auf die Stammganglien, zum Teil auch auf das Zwischenhirn aus. Bei der Schwierigkeit der Eingriffe ist es verständlich, daß es nicht immer gelingt, die Zerstörung ganz nach Wunsch zu begrenzen, immerhin aber sollte stets erstrebt werden, der Verletzung eine bestimmte, sich an die anatomische Einteilung haltende Grenze zu geben. Es ist allerdings gleich hinzuzufügen, daß diese operative Abgrenzung wohl zwischen Hirnmantel und Stammganglien gelingt, schwerlich aber zwischen diesen und dem Zwischenhirn. Hier wird also auch wieder die anatomische Untersuchung die wirklich stehen gebliebenen Teile festzustellen haben.

a) Vollständige Entfernung des Großhirns.

Bei der Verschiedenheit der topographischen Verhältnisse und der eingeschlagenen Wege ist es notwendig, diesen Eingriff für die einzelnen Tierarten gesondert zu beschreiben.

1. Kaninchen.

Als Beispiel für die niederen Säugetiere diene das Kaninchen, für welches Munk [230]) und Christiani [57]) die Operation der Großhirnentfernung beschrieben haben.

Nach Munk verwendet man am besten kräftige erwachsene Tiere. Die Dura wird mit dem Sinus longitudinalis tordiert und nach vorn und

*) Vgl. auch die ganz kürzlich von Magnus (Pflügers Arch. 130, 1909, 254) gegebene Beschreibung des Verfahrens.

nach hinten zurückgeschlagen. Die Exstirpation ist der geringeren Blutung wegen erst nach Abklingen der Narkose vorzunehmen. Der Kopf des Tieres ist möglichst senkrecht einzustellen. Nach ausgiebiger Freilegung der Hirnoberfläche legt man nach Munk zwei dünne und schmale Holzstäbchen ganz flach an das hintere Ende der rechten Hemisphäre an, und legt letztere bis zum Balkenknie nach vorn um. Nachdem man ebenso auf der anderen Seite verfahren hat, schneidet man mit dem Messer unmittelbar vor den sichtbaren vorderen Rändern der Thalami optici, frontal, etwas schief nach vorn und unten bis zur Schädelbasis, so daß das Messer auf das hintere Ende der vorderen Schädelgrube stößt. (Hierbei darf der Sehnerv nicht verletzt werden.) Hierauf wird die Hautnaht angelegt. Bei Meerschweinchen und Ratten ist die Methode die gleiche.

Im wesentlichen ähnlich verfährt Christiani, er verwendet statt des Messers einen zugeschärften hölzernen Skalpellstil.

Eine im Prinzip abweichende Methode wurde von Seck[306]) angewandt. Das Großhirn wurde unter Erhaltung der Hirnhäute freigelegt, die Dura auf beiden Seiten längs der Mittellinie und von da aus jederseits abwärts bis zur Temporalgegend geschlitzt. Mit einem zweckmäßig gebogenen und geöhrten Haken kann man einen starken Faden in der Gegend der Sella turcica unter das Gehirn führen, dann diesen bis in die Gegend der Vierhügel zurückschieben und hier das ganze Gehirn abbinden.

2. Katze.

Für Dauerversuche über den Einfluß der Großhirnentfernung ist das Kaninchen nicht geeignet, da es sich nach Munk[230]) nur etwa zwei Tage nach diesem Eingriff erhalten läßt. Viel günstiger liegen die Dinge bei höheren Säugern, die sich wenigstens nach Entfernung des Hirnmantels gut erhalten lassen.

Ich fand in einer Reihe eigner Versuche[351]) die Katze sehr geeignet, bei welcher ich die beiderseitige Entfernung des ganzen Hirnmantels vornahm, die Stammganglien aber unverletzt ließ.

Für kurzdauernde Versuche kann man beide Hemisphären in der gleich zu beschreibenden Weise unmittelbar nacheinander herausnehmen, während man bei Dauerversuchen einen Abstand von mindestens einer Woche für beide Operationen wählt. Im ersteren Falle wird gleich das ganze Schädeldach entfernt, im letzteren nur genau die Hälfte, indem die Eröffnung an der Mittellinie halt macht.

Zu diesen Versuchen sind auch erwachsene Tiere geeignet. Auf die oben auseinander gesetzte Vorbereitung zur Operation hinsichtlich der Nahrung muß hier nochmals verwiesen werden. Der Kopf wird in dem beschriebenen Halter mit der Längsachse horizontal eingespannt. Nach einem von der Nasenwurzel bis zur Prot. occip. ext. reichenden Längsschnitt durch die Haut wird der Temporalmuskel möglichst bis zum Jochbogen hin ohne Blutung stumpf vom Knochen abgelöst und durch Gewichtshaken weggezogen; an der Linea semicircularis wird die Muskulatur, um Platz zu schaffen, etwas abgelöst. Bei der Eröffnung des Schädels liegt die Hauptschwierigkeit in den bei der Katze oft ganz profusen Diploeblutungen. Der Schädel wird auf der Seite mit einer rechtwinklig abgebogenen schneidenden Knochenzange (Trepanieren ist nicht nötig, wenn man an dünnen Stellen beginnt) eröffnet, die Blutung stets sofort durch Wachsanwendung

gestillt, da sonst der Blutverlust zu groß ist. Man drückt mit der einen Hand etwas Watte auf den Knochenrand, nimmt mit den feuchten Fingern der anderen ein Wachsklümpchen und streicht es an den Knochenrand nach Wegnahme der Watte an. Die Blutung steht unmittelbar. Liegt die Dura an einer kleinen Stelle frei, so schiebt man eine passende stumpfe Sonde unter den Knochen, drängt die Dura ein wenig zurück, und schiebt jetzt erst das Blatt der scharfen Knochenzange nach. Die Dura muß völlig unverletzt bleiben, nötigenfalls wird sie mit der Sonde vom Knochen abgehebelt, ehe von diesem ein weiteres Stück entfernt wird. Nach unten geht man so weit, als es der Temporalmuskel zuläßt, nach vorn vermeide man eine breite Eröffnung der Stirnhöhle (ich erhielt in einem Fall eine Infektion von der Nase aus); man hält ein, wenn die Stirnhöhle eben eröffnet ist, und streicht das kleine Loch mit Wachs zu. Nach oben geht man genau bis zur Mittellinie vor, nach hinten so weit, als es der Sinus transversus zuläßt. Die Dura wird wenige Millimeter neben dem Longitudinalsinus diesem parallel und ferner entlang der vorderen und hinteren Knochenöffnung eingeschnitten, der Duralappen nach unten zurückgeschlagen, und dem Sinus entlang kleine Durahäkchen (Fig. 11) eingesetzt, deren Gewichte zur anderen Seite ziehen. Es empfiehlt sich nun, die Gefäße der Hirnoberfläche (die bisher unverletzt bleiben müssen) in der Nähe der Medianfurche zu umstechen und zu unterbinden, wodurch die Blutung vermindert wird. Nun wird mit stumpfen Instrumenten (Skalpellstil oder dgl.) der Okzipitalpol etwas gehoben und nach außen gedrängt, so daß er dem Knochenrand aufliegt. Nachdem man, wenn dies wegen des austretenden Bluts nötig ist, einen länglichen Wattetupfer in die Medianspalte eingeschoben und etwas liegen gelassen hat, liegt der Balken frei. Man faßt mit Daumen und Zeigefinger der linken Hand den Okzipitalpol und zieht ihn nach hinten außen; die Rechte führt mit einem schmalen Skalpell folgende Schnitte schnell hintereinander aus. Der Balken wird etwas seitlich von der Mitte eingeschnitten, so daß der dritte Ventrikel freiliegt. In der Regel übersieht man nun sehr gut den Nucleus caudatus und Thalamus, im anderen Falle tupft man das Blut mit Watte etwas weg. Es werden nun, wenn die Stammganglien erhalten bleiben sollen, diese Teile nach vorn und seitlich bis zur Schädelbasis umschnitten, wobei vorn der Sehnerv unverletzt bleiben muß; am besten ist es, den Bulbus olfactorius ganz intakt zu lassen, was ja auch bei beabsichtigter Entfernung allein des Hirnmantels nötig ist. Seitlich schneide man in der Sagittalebene und besonders in der Tiefe nicht zu weit nach außen, damit von der Basis des Temporallappens nichts stehen bleibt, was allerdings in einigen meiner bisherigen Fälle passierte. Wenn es auf völlige Entfernung dieses Teils ankommt, ist es nicht schwer, die Umschneidung etwas mehr zur Mitte zu führen. Man hat nun die Hemisphäre in toto unverletzt in der Hand und kann sofort an ihr die Vollständigkeit der Operation kontrollieren, worin ein wesentlicher Vorteil dieses Verfahrens liegt. Die Blutung aus den Gefäßen (Art. cerebri media, vgl. Fig. 19) ist in der Regel sehr gering, so daß besondere Maßnahmen nicht notwendig sind. Die Dura wird über den Defekt wieder ausgebreitet und der Temporalmuskel etwas schnell, aber sorgfältig übergenäht, was nur vorne einige Schwierigkeit bietet; man näht ihn

hier an das subkutane Gewebe an. Dichte Hautnaht und Stärkegazeverband beschließen die Operation. Da der Verband bei Katzen leicht abrutscht, muß man das Tier bis zum völligen Trocknen desselben ruhig halten. Soll später auch die andere Hemisphäre entfernt werden, so ist ganz der gleiche Weg einzuschlagen. Die erste Nahtstelle wird dabei am besten exzidiert.

Die Tiere ließen sich sowohl nach einseitiger als auch beiderseitiger Operation bei passender Nachbehandlung (s. o.) gut lange Zeit am Leben erhalten. Näheres hierüber, sowie über das Sektionsergebnis ist den Angaben und Abbildungen einer unlängst erschienenen Arbeit ([351]) zu entnehmen.

Da bei dieser Operation der Nucleus caudatus und der Thalamus übersichtlich vorliegen, ist es natürlich möglich, auch auf sie die Zerstörung nach Wunsch auszudehnen.

Die von Boyce[50]) bei der Katze angewandten Verfahren scheinen mir den Nachteil zu haben, daß bei ihnen zum Teil ohne Leitung des Auges operiert und der Tractus opticus durchschnitten wird. Boyce schneidet zwischen den Hemisphären vorwärts bis zum Stirnknochen, dann rückwärts durch den Balken bis vor das Tentorium: hier wurde das Messer nach außen gewandt und der Hirnschenkel durchschnitten. Noch besser erschien es, die Hemisphäre in mehreren Stücken herauszunehmen. Die Blutung wird mit Watte gestillt, die mit sehr heißem Wasser benetzt ist.

3. Hund.

Am Hunde (junge Tiere) hat Goltz[108, 110]) seine bekannten Operationen ausgeführt, deren Technik hier vorangestellt sei, wenn man es auch in mancher Beziehung vorziehen wird, von ihr abzuweichen. Nachdem Goltz in der ersten Zeit das Messer verwendet hatte, dann sich des schon erwähnten rotierenden Scherenmessers bediente([108]), kehrte er später wieder zur Benutzung des Messers zurück([110]). Bei seinem berühmten Hund ohne Großhirn schnitt er die linke Hemisphäre in zwei, vier Monate auseinander liegenden Operationen weg, und ließ ein Jahr nach dem ersten Eingriff in einem dritten die Exstirpation der rechten Hemisphäre folgen. Jede Halbkugel wurde in drei großen Stücken entfernt, deren eines den Stirnlappen und Scheitellappen, das zweite den Schläfenlappen, das dritte den Hinterhauptslappen umfaßte. Vom Großhirnmantel blieb nur der Uncus des Schläfenlappens zur Schonung der Sehbahnen stehen. Diese Teile gingen noch nachträglich zugrunde.

Schon Goltz fand, daß sich zu diesen Operationen junge Hunde besonders eignen, eine Erfahrung, die auch Vitzou[359]) bestätigt, dessen Beschreibung im übrigen nicht ganz ausreichend ist. Sie entspricht bis zur Trennung des Balkens etwa dem oben für die Katze angegebenen Weg.

Rothmann([284] und briefl. Mitt.) entfernt nach Abtragung der ganzen knöchernen Schädeldecke der einen Seite und Bildung eines breiten Duralappens mit der Basis am Sinus longitudinalis das Großhirn der einen Seite ähnlich wie Goltz in mehreren Etappen. 1. Stirnhirn, 2. Hinterhauptlappen, 3. Schläfenlappen unter möglichst ausgiebigem stumpfem Herausdrücken der lateralen Teile des Gyrus pyriformis (= Gyrus uncinatus, vgl. Fig. 27), 4. Entfernung der medialen Abschnitte des noch stehenden Großhirnrestes, 5. Abkappung des mittleren Restes mit der Schere. Stehen bleibt der Thalamus opticus und der größte Teil des Corpus striatum, ferner kleine basale Reste der Großhirnrinde. Nach Tamponade mit Gaze Überklappen

des Duralappens, Muskel- und Hautnaht. Die zweite Operation kann nach 2—3 Wochen in der gleichen Weise angeschlossen werden. Die Tiere ließen sich auch nach der zweiten Operation längere Zeit am Leben erhalten.

Ich selbst ziehe es vor, auch am Hunde, und zwar an jungen Tieren, die Operation ganz in der gleichen Weise auszuführen, wie es oben für die Katze geschildert wurde. Nur unterbinde ich zur Verminderung des Blutverlustes die beiden Karotiden am Halse, ein Eingriff, der an sich beim Hunde ohne Bedeutung ist (S. 46). Man könnte auch versuchen, nur die gleichseitige Karotis zu unterbinden, oder den Verschluß der zweiten Karotis einige Zeit nach der Operation wieder zu entfernen, indem man um das Gefäß mit einem geölten glatten Faden eine Schleife legt, die sich nach der Naht von außen wieder aufziehen läßt; doch es liegt kein besonderer Grund vor, von der Unterbindung beider Gefäße abzugehen. Über die Ausführung der Operation ist nach dem oben Gesagten nur noch wenig hinzuzusetzen. Die Eröffnung des Schädels, die bei jungen Hunden wiederum ohne Trepan ausgeführt werden kann und die nach vorn an den (noch wenig entwickelten) Stirnhöhlen halt macht, begegnet viel geringeren Schwierigkeiten als bei der Katze, da die Diploe nicht so blutet. Der Bau des Schädels ist bei jungen Tieren viel geeigneter als bei alten, denn der Temporalmuskel ist viel schwächer entwickelt und der Jochbogen springt weniger weit vor. Nach dem medianen Längsschnitt löse man das Periost gleich von der Mittellinie an los, man kann es dann nachher wieder an das der anderen Seite vernähen und so einen sehr vollkommenen Verschluß erzielen. Gegen Blutungen sind keine besonderen Maßnahmen nötig, man näht sofort nach Feststellung der Vollständigkeit der Operation. Zum Schutz des Kopfes dient auch hier der Stärkeverband; es ist zu empfehlen, vorn die der Nahtstelle aufliegende Watte durch einige Nähte direkt an die Haut zu fixieren. Wegen des Ergebnisses dieser Operation hinsichtlich einer vollständigen Entfernung vergleiche man die schon angeführte Arbeit ([351]).

Für den Affen liegen meines Wissens keine technischen Angaben vor. In dem Falle von Goltz [111]) war in zwei Sitzungen mit dem Messer der größte Teil des Stirnlappens und Scheitellappens der linken Seite bis dicht an den Hinterhauptlappen entfernt, also keine vollständige Hemisphärenentfernung vorgenommen. Nach dem Gesagten wird man aber auch beim Affen im Bedarfsfalle die richtige Methode finden. Vielleicht ist es gut, dauernd nur die gleichseitige Karotis zu unterbinden (s. S. 46).

Die dauernde Gefäßunterbindung der Karotiden könnte auch in folgender Weise umgangen werden. Unter den am Halse freigelegten Karotiden wird je ein Faden durchgezogen und an seinen Enden zugebunden, so daß also um jedes Gefäß ein einfacher geschlossener Faden führt. Die Schlinge wird durch die wieder vernähte Haut nach außen geführt. Darauf wird nur ein zeitweiser Verschluß der Gefäße dadurch herbeigeführt, daß erst unmittelbar vor der Hirnentfernung Gewichte in die Fadenschlingen gehängt werden, so daß die Gefäße verschlossen werden. Hat man sich dann durch zeitweises Aufheben der Gewichte davon überzeugt, daß die Gefäße ohne Schaden (Blutung) wieder eröffnet werden können, so braucht man die Fadenschlingen nur zu durchschneiden und die Fäden herauszuziehen. Dies Verfahren wäre auch einseitig mit oder ohne dauernden Verschluß der anderen Karotis anwendbar. Ferner könnte eine Unterbindung der Art. cerebri media oder ihrer Hauptäste als vorbereitende Operation nach ausgiebiger Entfernung der temporalen Schädelwand besonders bei

jüngeren Tieren (Affen) versucht werden; diese Unterbindung ist, wie ich sehe, von Beevor und Horsley[23, 24]) zu anderen Zwecken tatsächlich ausgeführt worden.

b) Unterschneidung der gesamten Großhirnhemisphäre.

Für besondere, vorwiegend anatomische, Zwecke kann es erforderlich sein, die gesamte Großhirnhemisphäre von den tieferen Teilen durch Durchschneidung des Stabkranzes zu trennen, ohne die Ernährung des funktionell ausgeschalteten Teiles zu beeinträchtigen. Dies ist nur dadurch möglich, daß die hauptsächlichen ernährenden Gefäße, wie Fig. 19 zeigt, oberflächlich liegen, so daß sie unverletzt bleiben, wenn man von der Mitte her bis dicht unter die Rindenoberfläche schneidet.

Ausgehend von einer von Herrn Privatdozent Dr. Spielmeyer angeregten Fragestellung habe ich nach diesem Plan einige Versuche an der Katze in folgender Weise ausgeführt.

Die Schädeldecke wird in gleichem Umfang eröffnet, wie zur Totalexstirpation der einen Großhirnseite, besonders muß man nach hinten so weit wie möglich vorgehen. Der Okzipitalpol wird ein wenig nach außen geschoben und in die Medianfissur unter möglichster Schonung der in den Sinus einmündenden Venen ein bauchiges Skalpell eingeschoben, das an der Wurzel der Schneide über die Fläche winklig abgeknickt ist. Hierdurch ist es möglich, das Messer einzuführen, ohne daß man an die Ränder der Knochenlücke anstößt. Nun schneidet man in einer zur Sagittalebene um 45 Grad schräg abwärts geneigten Ebene das ganze Marklager durch, ohne die Schneide des Skalpells zu sehen, und stellt außen an der Basis der Großhirnhemisphäre mit dem tastenden Finger fest, wann sich die Skalpellschneide der Oberfläche bis auf eine ganz dünne Zwischenschicht nähert. Diese Schicht darf natürlich nicht durchtrennt werden. Durch sanften Druck mit Wattebausch wird die Blutung, soweit vorhanden, gestillt und nun der Temporalmuskel mit seinem medianen Rand mit der entlang dem Sinus geschlitzten Dura vernäht. Dadurch weicht das Gehirn, das zunächst etwas zum Prolaps neigt, zurück und es wird ein Ersatz dafür geschaffen, daß der Duralappen sich hierbei an der Katze nicht gut vernähen läßt. Die Operation kann mit Balkendurchschneidung kombiniert werden. Die Tiere ließen sich unbegrenzt am Leben halten.

c) Balkendurchschneidung.

Die Balkendurchschneidung wird als Teileingriff bei der Entfernung einer Großhirnhälfte, Freilegung der Stammganglien und des Thalamus, oder als Eingriff für sich vorgenommen. Hier kommt nur der letztere in Betracht. Die Methode wurde für den Hund von Lo Monako[218]) und Imamura[146]) beschrieben.

Ich folge zunächst den ausführlichen Angaben Lo Monakos. Die Haut wird von der Prot. occip. bis zur Stirnregion gespalten, der Temporalmuskel mit dem Periost auf beiden Seiten abgeschabt. Seitlich wird trepaniert und eine 3—3½ cm breite und 3½—4 cm lange symmetrisch die Höhe des Schädeldaches einnehmende Knochenöffnung angelegt. Die Blutung aus einer direkt zwischen Knochen und Dura laufenden Vene wird durch heiße Kompressen gestillt. Die Dura wird jederseits entlang dem Sinus längs eingeschnitten, von der Mitte dieser Schnitte geht jederseits ein Querschnitt bis zum Rand der Knochenlücke, wodurch das Ausweichen des Gehirns ermöglicht wird. Der Sinus wird am vorderen und hinteren Rand der Knochenlücke mit kleiner stark gekrümmter Nadel umstochen,

unterbunden und mitsamt der Falx durchschnitten. (Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß der Hund nach Sinusunterbindung keine Funktionsstörungen erkennen läßt.) Mit zwei kleinen Knochenplatten werden nun die Hemisphären auseinander gedrängt, bis man die Oberfläche des Balkens sieht. Dabei tritt durch Zerreißung von Pialvenen Blutung ein. Der Balken wird entweder direkt mit den genannten Platten durchtrennt, oder es wird ein pinzettenartiges Instrument eingeführt, dessen breite Branchen durch Schraube auseinander gehalten werden, und nun der Balken mit einem stumpfen Instrument durchtrennt.

Imamura verfährt im wesentlichen in der gleichen Weise; doch führte er die Operation auch ohne Sinusunterbindung aus. Mit dem schmalen und stumpfen Ende eines Skalpellstils geht man in diesem Falle nach Längsspaltung der Dura entlang dem Sinus in die Tiefe der medianen Hirnspalte ein, bis man einen Widerstand fühlt; bei senkrecht stehendem Messer stößt man das stumpfe Ende etwas in den Balken ein und erweitert den Schlitz nach vorne und hinten. Die ziemlich starke Blutung steht bald von selbst.

Beim Affen führten Ferrier und Turner[88]) die Balkendurchschneidung aus; die Methode entsprach dem vorigen, der Sinus scheint nicht unterbunden worden zu sein.

Partielle Balkenzerstörungen führt Yoshimura[367]) mit einem bajonettartig gebogenen Blechstreifen aus, dessen Abbiegung auf der Hirnoberfläche aufliegt, wenn die abgerundete freie Kante den Balken durchstoßen hat.

d) Zerstörung der Stammganglien und des Thalamus opticus.

Diese vom Hirnmantel bedeckten, in die Hirnventrikel hineinragenden Teile sind mit oder ohne vollständige Freilegung erreicht worden. Im ersteren Falle hat man naturgemäß den Vorteil, den Ort der Verletzung genau zu übersehen, während man dafür einige Nebenverletzungen mit in Kauf nehmen muß, die bei den anderen Verfahren mehr oder weniger vermieden werden. Man wird also je nach dem besonderen Versuchszweck das eine oder andere Verfahren wählen.

1. Zerstörung unter Freilegung der Ventrikel.

Die Methode der Freilegung der Hirnventrikel braucht hier nicht ausführlich geschildert zu werden, da sie dem bei der Großhirnentfernung beschriebenen Verfahren (S. 80) entspricht, indem nach Durchschneidung des Balkens die ganze Hemisphäre zur Seite gezogen wird. Die für die genannte Operation nötige Umschneidung der Basalganglien unterbleibt hierbei.

In dieser Weise hat Lo Monako[219]) beim Hunde den Sehhügel erreicht und ihn mit dem scharfen Löffel abgetragen; durch zeitweise Einführung kleiner Schwämmchen in die Höhlung wurde die Blutung gestillt; die Tiere konnten längere Zeit am Leben erhalten werden.

Beim Affen entfernten Ferrier und Turner[88]) in ähnlicher Weise die linke Seite des Schädeldaches, zogen die linke Hemisphäre zur Seite und spalteten die hintere Balkenhälfte. Die Zerstörung wurde galvanokaustisch vorgenommen.

Ziehen[369]) hat beim Kaninchen nach doppelter Unterbindung und Entfernung des Sinus und der Falx die Konvexität der Hemisphäre durch scharfen Schnitt abgetragen

und ist so zu den gewünschten Teilen gelangt, während Babinsky und Lehmann[6]) ebenfalls am Kaninchen zur Eröffnung der Ventrikel und zur Zerstörung der Nuclei caudati die Absaugung anwendeten.

2. Zerstörung ohne Freilegung.

Diese ist auf den verschiedensten Wegen versucht worden, je nachdem ob diese oder jene Nebenverletzung bei dem Versuchszweck vernachlässigt werden konnte. Man ging vom Frontalhirn oder von der Konvexität des Gehirns oder von der Medianfissur aus vor.

Schüller[304]) geht, um den Nucl. caudatus zu treffen, vom Frontalhirn aus vor. Bei kurzschnauzigen, nicht weniger als 1 Jahr alten Hunden wird die vordere Wand der Stirnbeine entfernt und durch Ausmeißelung die Schädelhöhle eröffnet. Die Knochenlücke wird so weit erweitert, daß der Stirnpol des Gehirns genügend freiliegt. Durch das Stirnhirn hindurch wird in der Richtung von vorne nach hinten ein dünner Troikart samt Hülse eingestochen, und zwar von der Mitte zwischen der Mantelkante und der Umbiegungsstelle des Sulc. praecruciatus aus. Der Winkel zwischen Achse des Instruments und dem vorderen Ende des Sulcus coronarius soll 45 Grad (vorne offen) betragen. Die Einstichtiefe ist ca. 2 cm. Der Stachel des Troikarts wird nun herausgezogen und an seine Stelle das zerstörende Instrument geschoben, das in einem Bündel von Drähten besteht, welches etwa 6 mm weit über den Rand der Hülse vorgeschoben und dann gedreht wird. Nach Ausführung desselben Verfahrens noch etwas weiter kaudalwärts könne noch der Rest des Kopfes und Schwanzes mit einer gekrümmten Borste zerstört werden.

Der Sehhügel wurde von Nothnagel[248]) mit seinem schon oben (S. 40) beschriebenen Instrument von der Seite her unter Perforation des Ammonshorns erreicht. Von der großen Hirnspalte aus gehen Bechterew[15]) und Probst[268, 270]) vor. Ersterer verwendet ein in einer Schneide verborgenes Messer, letzterer seine schon erwähnte Hakenkanüle. Bei diesen zuletzt genannten Verfahren vermißt man nähere Angaben über genauen Ort, Tiefe und Richtung des Einstichs.

Den Linsenkern erreichte Nothnagel[245, 246]) beim Kaninchen durch Einspritzen von Chromsäure. Für den Nucleus caudatus war die Methode wegen der Notwendigkeit, den Ventrikel zu durchstechen, nicht anwendbar. Er wurde mit einer durch ein feines Bohrloch eingeführten und hebelartig bewegten Nadel zerstört[247]).

Allen diesen Verfahren gegenüber bildet die Methode von Horsley und Clarke einen großen Fortschritt, welche kürzlich von Sachs[289a]) am Thalamus opticus verwendet wurde. Auf nähere Einzelheiten konnte hier nicht mehr eingegangen werden.

3. Der Wärmestich.

Zu den Eingriffen ohne Freilegung gehört auch der „Wärmestich“, bei dem es, ebenso wie für den „Zuckerstich“, zweifelhaft sein kann, ob seine Technik nicht bei den Reizversuchen abzuhandeln ist. Da es sich aber um im wesentlichen zerstörende Eingriffe handelt, sind sie hier schon aufgeführt und zwar nur der besseren Übersicht wegen an einem gesonderten Platz. Bei dem Wärmestich handelt es sich um eine Verletzung des vorderen Endes des Nucleus caudatus beim Kaninchen. Die Methodik ist von Aronsohn und Sachs[3]) beschrieben worden. Nach Längsschnitt durch die Kopfhaut wird ein Trepanloch von 7 mm Durchmesser an der Vereinigung der Sutura sagittalis und coronalis (Fig. 31) so angelegt, daß die Zacken des Trepans eben gerade über diese Suturen als mediale und kaudale Begrenzung zu stehen kommen. Nach Spaltung der Dura wird

mit einer Nadel von 3 mm Durchmesser etwa 1 mm seitlich vom Sinus longitudinalis zwischen den zwei in der Wunde sichtbaren, senkrecht zum Sinus laufenden Gefäßen eingestochen. Nach der etwas näheren Beschreibung von Babinsky und Lehmann[6]) ist die Einstichstelle im vorderen rechten Winkel zwischen Sutura sagittalis und S. coronaria gelegen. Denkt man sich diesen Winkel halbiert und auf der Halbierungslinie vom Scheitelpunkt aus 2,5—3 mm abgetragen, so gelangt man von diesem Punkt durch senkrechten Einstich einer Nadel in den vordersten, wulstartig in den Ventrikel hineinragenden Teil des Nucleus caudatus.

Ito[147]) bestätigt diese Ortsbestimmung; die Operation ist nach ihm ohne Narkose am nicht aufgebundenen Tier auszuführen. White[364]) benutzt zur Zerstörung die oben beschriebene Nadel. Im übrigen sei auf die umfangreiche Literaturzusammenstellung in der Arbeit von Ito hingewiesen.

e) Entfernung größerer Teile des Großhirns oder seiner Rinde.

Der Besonderheiten der Technik wegen werden hier die Ausschaltungen großer Bezirke des Vorderhirns zusammengefaßt und die Exstirpationen kleiner Rindenabschnitte erst später für sich abgehandelt. Auch sei gleich betont, daß es sich hier nur um die Ausschaltungen des Großhirnmantels handelt; diejenigen an den Stammganglien wurden mit denen am Thalamus opticus der ganz entsprechenden Methodik wegen schon gemeinsam besprochen (S. 85).

Es liegt in der Natur der Objekte, daß in diesem Abschnitt die Untersuchungen an niederen Säugetieren zurücktreten; erst bei höheren ist die Hirnrinde morphologisch so differenziert, daß man ohne zu großen Zwang von einzelnen „Lappen“ reden kann. Auch bei den höheren Säugetieren bestehen aber noch große Unterschiede in der Rindeneinteilung; nur diejenige des Affen läßt eine direkte Vergleichung mit derjenigen des Menschen zu, wenn sie auch in einigen Punkten, z. B. der scharfen Absetzung des beträchtlichen Hinterhauptlappens, über die letztere hinausgeht.

Eine genauere Darstellung der Hirnoberfläche kann hier nur für den Hund gegeben werden; sie ist in Fig. 27 und 28 nach Langley[190]) enthalten. Die Zeichenerläuterung dürfte eine Beschreibung hier entbehrlich machen. Wegen der übrigen in Betracht kommenden Versuchstiere muß auf die Fig. 33, 46 u. 47 sowie auf die in der Anmerkung zitierten Arbeiten verwiesen werden*). Manche zur Orientierung nötige Einzelheiten finden sich noch im folgenden.

Schon für die hier zu besprechenden Methoden sind ferner einige Kenntnisse der topographischen Projektion der einzelnen Rindenabschnitte auf die Schädeloberfläche notwendig; aus den weiter unten gegebenen Figuren 31, 32 und 33 kann man für die meist benutzten Versuchstiere das Nötige entnehmen; zur Ergänzung sei auf Flatau und Jacobson[91]) verwiesen.

---

*) Besonders zu erwähnen: Flatau und Jacobson[91]). Weitere Literatur bei Tschermak, im Handbuch der Physiologie von Nagel 4. (1) S. 18 (Anm.). Für den Affen vgl. auch Horsley und Schäfer[145]).



1. Stirnlappen.

Nach Munk [230]) wird zum Stirnlappen des Hundes der vor der „Hauptstirnfurche" (Sulcus supraorbitalis nach Langley; vgl. s. or. in Fig. 27) gelegene Teil gerechnet. Beim Affen ist eine entsprechende von Munk in der gleichen Weise bezeichnete Furche vorhanden (Sulcus praecentralis Fig. 33).

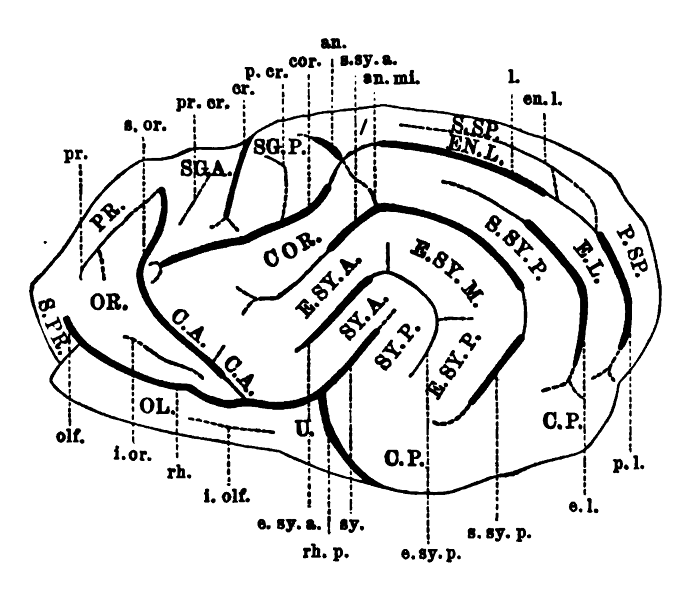


Fig. 27 (und 28). Großhirnoberfläche des Hundes nach Langley.
(Aus Nagel, Handbuch der Physiologie 4 (1). S. 18 u. 19.)

PR.	Gyrus	prorea
OR.	„	orbitalis
S. P. R.	„	subprorea
OL.	Lob. olfactor.	
U.	Gyrus	uncinatus
SGA.	„	sigmoideus ant.
SGP.	„	„ post.
COR	„	coronalis
CA	„	compositus ant.
E. SY. A.	„	ectosylv. ant.
SY. A.	„	sylviacus ant.
S. Sp.	„	suprasplenialis
P. Sp.	„	postsplenialis
ENL	„	entolateralis
EL	„	ectolateralis
S. SY. P.	„	suprasylv. post.
E. SY. M.	„	ectosylv. medius
E. SY. M.	„	ectosylv. post.
SY. P.	„	sylviacus post.
C. P.	„	compositus post.
G.	„	gennalis
PR. SP.	„	praesplenialis
S. C.	„	supracallosus
SP.	„	splenialis.
pr.	Sulcus	prorealis
s. or	„	supraorbitalis
i. or.	„	infraorbitalis
olf.	„	olfactorius

rh.	Sulcus	rhinalis
i. olf.	„	interolfactorius
pr. cr.	„	praecruciatus
cr.	„	cruciatus
p. cr.	„	postcruciatus
cor.	„	coronalis
an.	„	ansatus
an. mi.	„	ansatus minor
s. sy. a.	„	suprasylv. ant.
e. sy. a.	„	ectosylv. ant.
sy.	„	sylviacus
rh. p.	„	rhinalis post.
en. l.	„	entolateralis
l.	„	lateralis
p. l.	„	postlateralis
e. l.	„	ectolateralis.
s. sy. p.	„	suprasylv. post.
e. sy. p.	„	ectosylv. post.
ro.	„	rostralis
gen.	„	genualis
pr.sp.	„	praesplenialis
call.	„	callosus
sp.	„	splenialis
s. sp.	„	suprasplenialis
p. sp.	„	postsplenialis
de.	„	dentatus
re. s.	„	recurrens sup.
re. i.	„	recurrens inf.
rh. p.	„	rhinalis post.

Die Entfernung des Stirnteils ist sehr häufig vorgenommen worden (Munk[280. 288]), Grosglick[115]), Bianchi[32]), Polimanti[261])). Ich werde im folgenden die Darstellung Munks in erster Linie berücksichtigen.

Am Hunde hat Munk bei seinen späteren hier allein berücksichtigten Versuchen (11. Mitt.) die Stirnhöhle trepaniert und das Dach derselben in ganzer Ausdehnung abgetragen. Die Schädelwand wird in der Gegend der

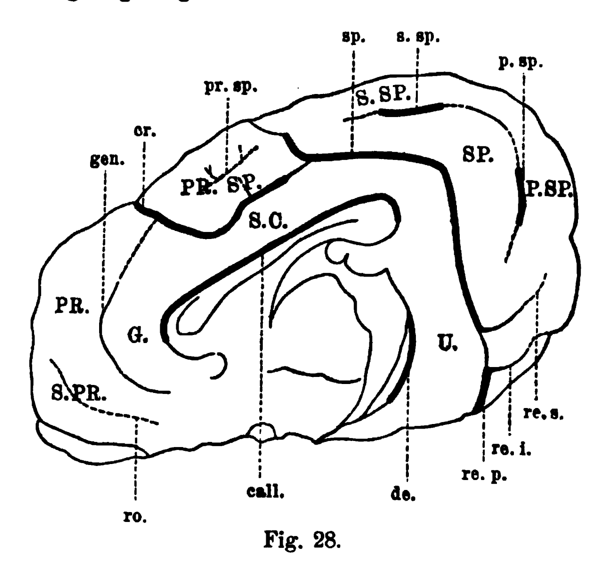


Fig. 28.

Hauptstirnfurche (Supraorbitalfurche) eröffnet, bis oben der Sinus und unten das Dach der Augenhöhle erreicht ist. Vor der Hauptstirnfurche wird die Dura gespalten und die Furche, deren Vene zu schonen ist, freigelegt. Zwischen Falx und Hemisphäre wird das Messer mit der Schneide nach hinten bis auf den Knochen geführt, darauf die Schneide nach außen gewandt und nun der Furche entlang dicht vor derselben geschnitten, wobei die Messerspitze immer Fühlung mit dem Knochen behält. Der Tractus olfactorius wird dabei durchschnitten. Bei Verwendung eines bauchigen Messers, das an der Schädelbasis die den Tract. olf. bergende Furche überspringt, schneidet man diesen nur an. Für doppelseitige Abtrennung kann die Lücke über die Mittellinie hin fortgesetzt werden. Zur Vermeidung des Hirnprolapses wird der Stirnlappen nicht entfernt; die völlige Ausschaltung ist ja schon durch Abtrennung aller seiner Verbindungen erreicht.

Bianchi will die Stirnzone nicht nach den Furchen abgrenzen, sondern hält sich, um funktionell zusammengehörige Stellen nicht voneinander zu sondern, 2—3 mm vor den erregbaren Feldern für Arm, Gesicht und Kiefer.

Beim Affen wird der Knochen nach Munk in der ganzen Breite des Stirnbeins eröffnet und das Messer zunächst wie bei der eben für den Hund geschilderten Operation eingeführt. Dann wird das Messer nicht senkrecht zum Sinus, sondern mit der Spitze nach vorn abweichend in einem Winkel von ca. 80 Grad gegen den Sinus lateralwärts geführt. Der Schnitt läuft in der Höhe der vorderen Spitze des medialen Endes der Hauptstirnfurche

(Präzentralfurche) quer durch die Hemisphäre, wobei die Messerspitze in Berührung mit dem Knochen bleibt. Nur das Stück des Stirnlappens, das vom „Haken“ der Furche eingefaßt wird, bleibt unabgetrennt. Der Tractus olfactorius wird mit durchschnitten.

Betreffs des Riechhirns vgl. Polimanti[263]) und Probst[267]); letzterer erreicht den Bulbus olfactorius mit seiner Hakenkanüle, die zwischen den Vorderhirnenden eingeführt wird.

2. Extremitätenzone.

Während die zur Ausschaltung kleinerer Bezirke vorwiegend der Extremitätenzone nötigen Maßnahmen einem späteren Abschnitte vorbehalten sind, kommen hier die Versuche mit möglichst totaler Ausschaltung dieser Gegenden in Betracht, soweit diese Versuche in technischer Beziehung Besonderheiten bieten. Versteht man unter der Extremitätenregion nur die Stellen, von denen aus durch elektrische Reizung Bewegungen der Skelettmuskulatur erhalten werden, so sind besonders beim Affen etwas andere Stellen zu entfernen, als wenn überhaupt das ganze in engem funktionellem Zusammenhang mit den Extremitäten stehende Areal gemeint ist. Beim Affen sind die motorischen Teile nur in dem vor der Zentralfurche gelegenen Abschnitte zu suchen. Beim Hunde und der Katze kommt die Gegend des sulcus cruciatus in Betracht; das Nähere ist den Abbildungen dieser Arbeit zu entnehmen*).

In technischer Beziehung kann man Rindenabtragungen von Unterschneidungen, die durch den Stabkranz laufen, unterscheiden. Die letzteren seien zunächst geschildert.

Unterschneidungen der motorischen Region wurden bei Affen ausgeführt von Mott[224]), Schäfer[291]), Simpson[316, 317]) (von letzterem Autor auch bei Katzen). Mott schiebt ein Messer bis zur Falx cerebri unter Vermeidung des Gyrus fornicatus ein und trennt durch Bewegung nach vorn und hinten die motorische Region ab. Das Stück bleibt an Ort und Stelle, durch die großen Gefäße und die Pia mit den übrigen Teilen verbunden. Simpson sticht nach unten und vorwärts durch die graue Substanz bis zu einer Tiefe von etwa 2 cm in die weiße Substanz am mittleren Rand der Hemisphäre ein und führt das Messer unmittelbar hinter dem hinteren Rand der motorischen Region heraus (vgl. [317], Fig. 1). Schäfer ließ ebenfalls das abgetrennte Stück in manchen Versuchen in situ.

Zur Abtragung der vorderen Zentralwindung beim Affen gehen Lewandowsky und Simons[199]) so vor, daß sie die beiden Zentralwindungen durch zwei Spatel möglichst bis zum Grunde der Furche voneinander abdrängen und dann die vordere Windung von hinten nach vorn vorgehend entfernen. Größere Verletzungen der hinteren Windung ließen sich so vermeiden. In entsprechender Weise ließ sich auch die hintere Zentralwindung für sich entfernen.

Munk[232]) führt am Hunde und Affen die Totalexstirpation der Rinde der Extremitätenregion in folgender Weise aus.

---

*) Weitere Abbildungen findet man, von den Spezialarbeiten abgesehen, u. a. bei Tschermak, Hdb. d. Physiol. v. Nagel 4. (1). 26ff. Edinger, Bau d. nerv. Zentralorgane I, 1904, 303. Tigerstedt, Lehrb. d. Physiol. II, 1908. Vgl. auch die Abb. bei Munk[232]).



Die Schädellücke wird beim Hunde etwas größer als die konvexe Fläche der Extremitätenregion angelegt, die am Rand des Schädelknochens gespaltene Dura nach der Mittellinie als Lappen zurückgeschlagen. Die Rinde der Extremitätenregion wird senkrecht zur Hirnoberfläche ohne Venenverletzung umschnitten und die umschnittene Rindenpartie vom lateralen Schnittrande her parallel zur Hirnoberfläche bis nahe zur medialen Fläche der Hemisphäre unterschnitten. Die unterschnittene Partie wird mit einem schmalen Skalpellstil herausgenommen.

Beim Affen wird nach Munk[232]) die Schädellücke ebenfalls etwas größer als die konvexe Oberfläche der Extremitätenregion hergestellt, die Dura in Zipfel medialwärts und lateralwärts zurückgeschlagen. Die vom frontalen Schenkel des Sulcus praecentralis zur Falx verlaufende Vene wird geschont, ebenso die Vene des Sulcus parieto-occipitalis; die 2—3 dazwischengelegenen Venen werden am Sinus longitudinalis doppelt unterbunden und dazwischen durchschnitten. An der nunmehr bequem zugänglichen medialen Seite der Hemisphäre wird die Rinde am Sulcus calloso-marginalis entlang, soweit dieser die genannte Region begrenzt, senkrecht zur Oberfläche eingeschnitten und die ganze mediale Partie scheibenförmig in einem Stücke abgetragen. Durch Einschnitte dicht hinter der vorderen und dicht vor der hinteren Grenzvene wird der an der Konvexität gelegene Teil umschnitten und mit oberflächlichen Messerschnitten abgetragen. Die Stelle zwischen dem Ende des Sulcus calloso-margin. und dem Sulcus partiet.-occip. ist mit zu entfernen. Die Rinde wird unter den genannten Venen etwas unterschnitten, sowie unter der Vene des Sulcus parieto-occip. entfernt.

3. Schläfenlappen.

Bei einer ausgiebigen Rindenentfernung im Schläfenlappen handelt es sich in der Regel um eine Totalexstirpation der Hörsphäre. Es handelt sich hier um eine möglichst völlige Ausschaltung nur der Rinde, da eine tiefergreifende Läsion unerwünschte Nebenverletzungen bedingen würde. Auf die mannigfachen sich solchen Versuchen entgegenstellenden Schwierigkeiten wird erst unten im Zusammenhang eingegangen werden, hier soll nur darauf hingewiesen werden, daß es schwer ist, den entgegengesetzten Fehler des Stehenlassens funktionsfähiger Rindenteile zu vermeiden. Hat doch Rothmann[283]) an von Munk operierten Hunden noch Tondressur erzielen können, was nach völliger Ausschaltung beider Schläfenlappen nicht mehr der Fall war.

Die Totalexstirpation beider Hörsphären am Hunde wird nach Munk an beiden Seiten nacheinander in einem Intervall von 1—2 Monaten vorgenommen. Nach Ablösung des Schläfenmuskels wird der Knochen über dem Knochenlappen entfernt, so daß die Öffnung vorn der Fossa Sylvii, und hinten der Linea semicircularis nahe kommt, oben die laterale Grenze der Sehphäre sehen läßt und unten die Schädelbasis erreicht. Nach Spaltung und Zurückschlagen der Dura wird ein Schnitt etwa 2 mm tief parallel der lateralen Grenze der Sehsphäre 1—2 mm unterhalb derselben, ein zweiter Schnitt ebenso tief vom vorderen Ende des ersten Schnittes aus durch die zunächst hinter der Fossa Sylvii gelegene Furche (Fissura ectosylvia) bis zur Basis geführt; von der Kreuzungsstelle beider Schnitte aus wird in der Richtung von vorn und oben nach hinten und unten die Rinde des Schläfenlappens mit flachen Messerzügen abgetragen, bis man dem Gyrus hippocampi auf 1—2 mm nahe gekommen ist. Die dem Kleinhirn zugewandte Rindenpartie wird für sich scheibenförmig abgeschnitten. Die Schnitte dürfen nicht mehr als 2 mm tief und müssen stets parallel zur Oberfläche geführt werden. Blutungen werden durch Andrücken eines Schwämmchens gestillt. Die hauptsächlichen Schwierigkeiten liegen darin, daß an der Spitze des Lappens Rindenteile der Exstirpation entgehen und die Tiere durch Nachblutung aus den Arterienästen der Fossa Sylvii zugrunde gehen können.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß bei jungen Hunden die basalen Teile der Schläfenrinde leichter freizulegen sind, als bei alten.

4. Hinterhauptlappen.

Da bei dem Hunde eine eigentliche Abgrenzung des Hinterhauptteils nicht vorhanden ist, handelt es sich hier um die Abtragung der Sehsphäre. Gegen die von Munk[230]) angegebenen Grenzen (Fig. 29) sind mannigfache Einwendungen gemacht worden (v. Monakow[220]), Hitzig[137]), Kalberlah[151])). v. Monakow fand an den von Munk selbst operierten Hunden den anatomischen Befund nicht mit den angegebenen Grenzen übereinstimmend. Gewiß ist es berechtigt, wenn Munk unter anderem dagegen einwendet, daß die gegebenen Grenzen nur schematisch sind, immerhin ist aber auf Grund des vorliegenden Materials die Frage nach den Grenzen der Sehsphäre des Hundes noch offen.

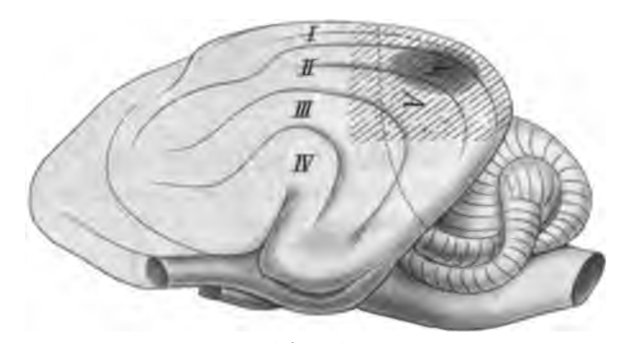


Fig. 29.
Sehsphäre des Hundes (schraffiert) nach Munk.

Munk[230]) (15. Mitt.) schiebt in seinem späteren Verfahren, dessen im wesentlichen wörtliche Mitteilung hier wiederum unerläßlich ist, nach Eröffnung des Schädeldachs über der ganzen Ausdehnung der Sehsphäre, einen Skalpellstil am vorderen Ende der Sehsphäre neben der Falx bis auf den Balken ein, sticht dann ein bauchiges Skalpell mit geradem Rücken, diesen nach vorn gewandt, dort, wo nach Munks Figuren (vgl. Fig. 29) der vordere und der laterale Rand der Sehsphäre zusammenstoßen, nahezu horizontal, etwas schräg nach oben gerichtet, so weit ein, bis die Spitze auf den Messerstil, 2—3 mm oberhalb seines unteren Endes, trifft, und zieht das Skalpell in unveränderter Haltung nach hinten durch die Hemisphäre aus. Der Horizontalschnitt muß an der medialen Seite der Hemisphäre im Gyrus fornicatus möglichst nahe dem Sulcus calloso-marginalis verlaufen. Nun wird das Skalpell, die Schneide nach vorn, zwischen Messerstil und medialer Hemisphärenwand eingeschoben und unter Wendung des Skalpells am vorderen Rande der Sehsphäre ein Frontalschnitt durch die Hemisphäre geführt, bis der Horizontalschnitt erreicht ist. Das abgetrennte Stück wird herausgenommen.

Exstirpationen im Gebiet des Sulcus recurrens des Hundes (der wahrscheinlich der Fissura calcarina entspricht) führte Kurzveil[175]) aus.

Am Affen wird nach Munk[230]), ferner Brown und Schäfer[53]) sowie Ferrier und Turner[88]), entlang der Parieto-okzipitalfurche unmittelbar hinter der dort verlaufenden Vene ein Vertikalschnitt durch die Hemisphäre gemacht und der abgetrennte Okzipitallappen entfernt.

5. Ammonshorn.

Vom Okzipitalhirn aus erreichte Ossipow[251]) das Ammonshorn. Nach Trepanation und Erweitern mit der Knochenzange werden die 2. und 3. Okzipitalwindung beim Hunde freigelegt. An den Rändern derselben werden zwei seitliche Schnitte ausgeführt und durch einen an der vorderen Knochenöffnung liegenden Querschnitt vereinigt. Das Hirnstück wird zurückgeschlagen und an der hinteren Grenze der Knochenöffnung abgeschnitten. Mit dem Skalpell können Teile des freiliegenden Ammonshorns exstirpiert werden. Man vermeide Eindringen von Blut in die Tiefe des Ventrikels. Nach zwei Wochen kann die Operation auf der anderen Seite hinzugefügt werden.

f) Ausschaltung kleinerer Rindenstücke (Unterschneidung, Umschneidung).

Bei der Entfernung kleinerer Rindenstücke liegen einige Schwierigkeiten vor, welche eine gesonderte Besprechung dieser Aufgabe nötig machen, obschon sie sich im übrigen eng an das Vorige anschließt.

Man beabsichtigt bei diesen Operationen, an mehr oder weniger eng umschriebener Stelle nur die Rinde zu entfernen oder wenigstens doch nur solche Fasersysteme mit zu verletzen, welche zu dem Rindenstück hinziehen oder von ihm ausgehen; Bahnen also, die nach Entfernung des Rindenstückes doch so wie so ausgeschaltet sind. Bei der nahen Nachbarschaft aber, in welcher die Bahnen der verschiedensten Herkunft in der Regel liegen, würde den Versuchen der Vorzug zu geben sein, in welchen wirklich nur die graue Substanz zerstört wäre. Man sieht ohne weiteres, daß sich hier recht beträchtliche Schwierigkeiten bieten. Nur bei den niedersten Säugetieren ist die Rinde in einer kontinuierlichen Fläche ausgebreitet, so daß man sich mit dem Messer stets in der gleichen Entfernung von der Oberfläche halten kann; bei den höheren Tieren ist die Rinde aber in den tief einschneidenden Furchen sehr schwer zugänglich und erfordert oft, daß man auf der Höhe der Gyri tiefer eingeht, als es hier streng genommen statthaft ist. Ja aber selbst bei ganz oberflächlichen Läsionen, bei denen sicher nur die Rinde getroffen wurde, fanden sich später beträchtlichere Zerstörungen. Edinger hatte Gelegenheit, Hundegehirne zu untersuchen, bei denen Hitzig zum Teil ganz oberflächliche Abtragungen vorgenommen hatte [106, 137]). Hier fanden sich nun dicht unter der Wunde Blutergüsse und Cysten, welche es sehr problematisch erscheinen lassen, ob es bis jetzt gelingt, reine Rindenabtragungen auszuführen. Nach Edinger[137]) liegt z. B. bei allen Operationen in der okzipitalen Hälfte die Gefahr der Nebenverletzung der Sehstrahlung vor.

Es wäre von größtem Interesse, die Ursache für das Auftreten solcher den Ort der direkten Läsion überschreitenden Nebenwirkungen zu ermitteln. Hitzig dachte an die Verletzung der Blutgefäße. Daneben scheint mir vor allem das Auftreten von Prolapsen in Frage zu kommen. Bei Eröffnung des Schädels drängt sich, besonders bei jungen Tieren (Paneth[254])), die weiche Hirnmasse aus der Schädellücke hervor und geht durch Ernährungsstörung zugrunde. Leider haben die meisten Autoren, welche partielle Rindenexstirpationen vornahmen, keine Stellung zu diesen Fragen genommen,

so daß man (wenigstens aus der mir zugänglichen Literatur) bisher zu wenig über den besten Weg zur Vermeidung unerwünschter Nebenwirkungen orientiert ist.

Zwei Dinge scheinen aber vor allem zu berücksichtigen zu sein. Einmal die Art der Schädelöffnung und die Frage ihrer weiteren Behandlung und zweitens die Art des zur Ausschaltung der Rinde gewählten Eingriffs.

Man könnte der Ansicht sein, daß eine möglichst kleine Schädelöffnung den Prolaps am sichersten verhindere. Bei sehr kleiner im Bereich weniger Millimeter sich bewegender Öffnung ist dies wohl auch der Fall; im übrigen lehrte aber die Erfahrung, daß eine größere Öffnung die Gefahr des Prolapses vermindert (Paneth[254]), so daß einer breiten Eröffnung der Vorzug einzuräumen wäre. Andererseits wäre der Prolaps zu vermeiden oder einzuschränken, wenn die nur klein angelegte Schädelöffnung möglichst schnell nach dem Eingriff wieder verschlossen würde.

Weiter kommt, wie gesagt, die Art des operativen Eingriffs in Frage. Hitzig[137]) hat die verschiedensten Verfahren angewandt, Anätzung, Unterschneidung, Umschneidung mit Messer und Abtragung mit Präparatheber, Umschneidung und Abtragung des an einem Zipfel erfaßten Rindenstückes mit der Cooperschen Schere, Skarifikation; die geringsten Nebenwirkungen werden nach Hitzig bei der Unterschneidung erhalten. Auch Sherrington führt (nach Angabe Herings[129])) immer die Unterschneidung der Rindenbezirke aus. Sehr zweckmäßig ist auch das Verfahren von Kalberlah[151]), die Dura nicht abzutragen, sondern nur zu spalten und nun die Rinde unter der Dura weg flach strichförmig anzuschneiden. Es dürfte jedenfalls dem möglichst scharf schneidenden Instrument (etwa Starmesser, das z. B. Franz[93]) verwendet) der Vorzug zu geben und von dem von manchen verwendeten scharfen Löffel sowie dem Galvanokauter abzuraten sein. (Das schließt nicht aus, bei ganz punktförmigen Läsionen eine feine glühende Drahtschlinge oder die Absaugung zu verwenden.)

Soweit die angeführten von den Autoren gemachten Angaben ein Urteil zulassen, liegen hier also in technischer Beziehung noch manche unerledigte Fragen vor, die in Zukunft weiter zu bearbeiten sind. Mehr als bisher hat dabei die genaue mikroskopische Untersuchung bei der Bewertung der operativen Resultate mitzusprechen.

Nachdem im vorigen eine Übersicht über die in der Literatur niedergelegten Angaben, soweit sie mir bekannt geworden sind, gegeben wurde, möchte ich nunmehr noch über einige eigne Erfahrungen berichten, bei welchen ich möglichst reine Ausschaltungen begrenzter Rindenpartien im Bereich der motorischen Zone (ca. 1—3 qcm Größe) zu erreichen suchte. Die Angaben beziehen sich auf Katzen und Hunde. Letztere sind wegen der festeren Dura geeigneter. Der Knochen wird in beträchtlich größerem Umfang entfernt, als der Läsion entspricht, damit man bei der Unterschneidung genügend Platz zur Führung des Instrumentes hat. Die Dura wird lappenförmig gespalten und zwar derart, daß die Schnittlinie überall $^1/_2$—1 cm vom Knochenrand entfernt liegt, wodurch ein Andrücken der Hirnsubstanz an diesen Rand verhindert wird; die Basis des Lappens wird nach dem Stirnhirn hin verlegt, weil an dieser Seite sich der Temporalmuskel weniger vollständig über den Defekt vernähen läßt. Die Dura wird ringsum mit

den beschriebenen Häkchen zurückgezogen und nun die auszuschaltende Rindenpartie 2—3mm tief mit einer gegen den Stil schaufelartig abgebogenen Hohllanze unterschnitten. Die Größe des doppelschneidigen Messers richtet sich nach der Größe der beabsichtigten Läsion. Man schiebt es zweckmäßig derart unter die Rinde, daß die sichtbaren Gefäße intakt bleiben, weil dadurch die Blutung vermindert wird. Das unterschnittene Stück wird an Ort und Stelle gelassen und nun nach Auflegen der Dura durch sanften Druck mit Tupfer die Blutung gestillt. Ich halte es für wesentlich, nunmehr die Dura möglichst exakt zu vernähen, was bei nicht zu jungen Hunden besonders gut ausführbar ist. Freilich ist es nicht überall möglich, die Schnittränder völlig dicht aneinander zu ziehen, es genügt aber auch, sie durch vorsichtiges Zuziehen der Fäden nahe aneinander zu bringen. Da der Duralappen wesentlich größer ist, als die Hirnläsion, liegen intakte Teile unter den Nahtlücken, Teile, welche nicht in Gefahr sind, durch die engen Spalten herausgedrückt zu werden. Nach vollendeter Duranaht wird der Temporalmuskel über die Knochenlücke gezogen und fest vernäht, wodurch ein sehr wirksamer weiterer Schutz gegen Prolaps gebildet wird. Hinten und in der Mitte kann der Muskel an die Faszie des gleichen Muskels der anderen Seite vernäht werden, vorne nimmt man zweckmäßig das subkutane Gewebe mit zur Hilfe. Zum Schluß folgt die Hautnaht und ein Stärkeverband. Das Ergebnis der eingehenden mikroskopischen Untersuchung, welche ich Herrn Privatdozent Dr. Spielmeyer verdanke, war recht befriedigend. Wie der in Fig. 30 wiedergegebene Schnitt zeigt, ist nicht nur die Unterschneidung ohne in die Tiefe greifende Läsion geglückt, sondern auch die getrennte Rindenpartie erhalten geblieben.

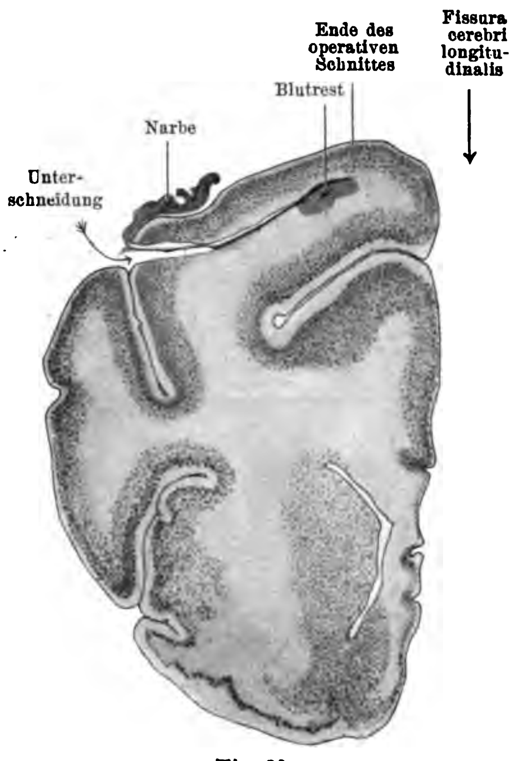


Fig. 30.
Frontalschnitt der linken motorischen Region des Hundes, $3^1/_2$ Wochen nach Unterschneidung der Rinde. (8 fach vergr.)

Bei Affen verfüge ich über keine eigenen Erfahrungen. Es sei hier noch auf die Möglichkeit verwiesen, besonders an jüngeren Tieren bei denen der Temporalmuskel schwach entwickelt ist und die Schädelform sich eignet, die osteoplastische Methode anzuwenden, die von Krause[169]) bei Operationen am Menschen zu großer Vollkommenheit ausgebildet ist (S. 20). Im übrigen dürfte auch bei Affen die Naht der Dura zum Ziele führen, und eventuell

nach Horsley und Schäfer[145]) ein hart werdender Kollodiumverband gegen Prolapsgefahr anzuwenden sein; es ist klar, daß diese bei dem osteo-



Fig. 31.
Topographie des Kaninchengehirns. (Natürl. Größe.)
○ Trepanationsort für die motorische Gegend.

plastischen Verfahren, bei welchem ein Deckel aus Haut und Knochen gebildet wird, kaum in Betracht kommen kann.



Fig. 32.
Topographie des Hundegehirns. (3/4 natürl. Größe.)
S. cr. = Sulcus cruciatus; *S. Sy.* = Sulcus Sylvii; *S. s. o.* = Sulcus supraorbitalis (Hauptstirnfurche); *S. e. s.* = Sulcus ectosylvius; *S. s. s.* = Sulcus suprasylvius.

Betreffs anderer Methoden zum Verschluß der Schädellücke kann auf das im allgemeinen Teil Gesagte verwiesen werden (S. 21).

Zieht man es aus besonderen Gründen vor, das Rindenstückchen ganz zu entfernen, wodurch natürlich eine vielleicht schädliche Lücke entsteht, so kann auf das Verfahren **Krauses**[169]) hingewiesen werden, am Menschen die zum Rindenstückchen führenden Gefäße doppelt zu unterbinden und an den inneren lang gelassenen Fäden das zu exzidierende Stück etwas anzuheben und zwischen den Ligaturen zu durchschneiden. Nach der Entfernung wird der Duralappen zweckmäßig eine Zeitlang auf den Defekt gedrückt gehalten, bis er ihm fest anhaftet.

Nur weniges ist hier noch über die Methode der **Umschneidung eines Rindenstückes** zu sagen, die von **Exner** und **Paneth**[85]) benutzt wurde.

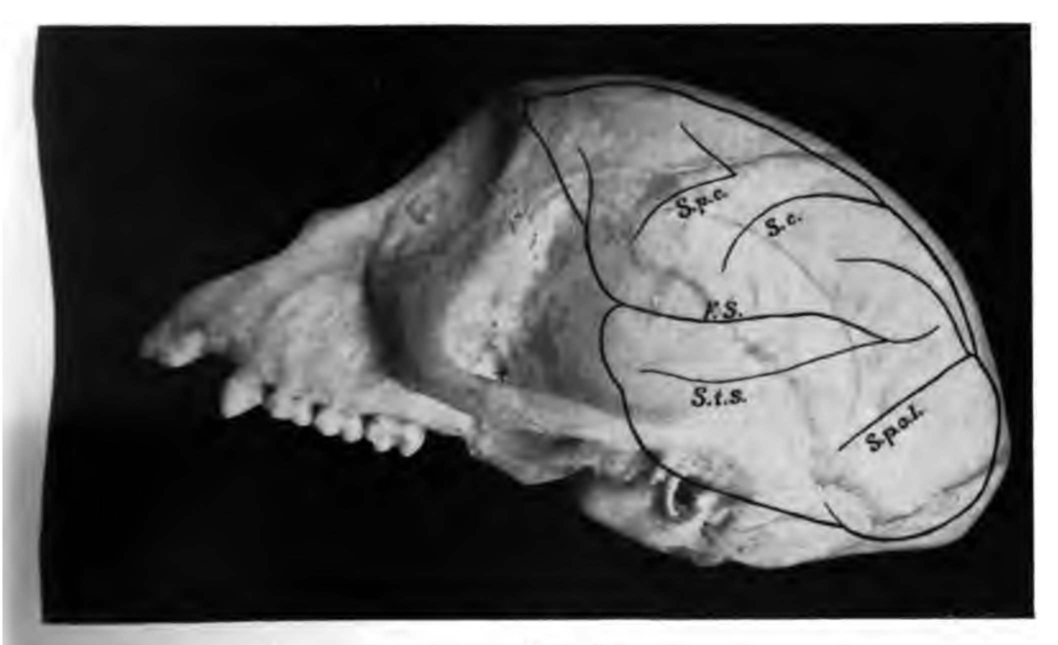


Fig. 33.

Topographie des Affengehirns (junge Meerkatze). (Etwas über natürl. Größe.)
S. c. = Sulcus centralis; *S. p. c.* = Sulcus praecentralis („Hauptstirnfurche"); *F. S.* = Fissura Sylvii; *S. t. s.* = Sulcus temporalis superior; *S. p. o. l.* = Sulcus parieto-occipitalis lateralis („Affenspalte). Am Os parietale ist die Ansatzlinie des Temporalmuskels aufgezeichnet.

Man beabsichtigt damit, das Stück mit der Projektionsfaserung in Verbindung zu lassen, im übrigen aber von anderen Rindenteilen völlig zu isolieren. Die Technik der Freilegung und des Wiederverschlusses ist die zuletzt geschilderte. Der Schnitt selbst bedarf großer Vorsicht zur Erhaltung der Pialgefäße; die genannten Autoren drückten das 6—7 mm tief eingestochene Messer mit dem Rücken gegen den Finger oder einen Skalpellstil, wodurch die Hirnsubstanz durchquetscht wurde. Nach den bisherigen Untersuchungen ist es etwas zweifelhaft, ob es gelingt, einen Rindenteil im Zusammenhang mit seiner Projektionsfaserung funktionell zu isolieren, ohne daß durch ungewollte Ernährungsstörungen der umschnittene Teil zu stark geschädigt wird (vgl. hierzu **Schäfer**[292])).

Über die **spezielle Technik** kleinerer Rindenläsionen ist nach dem in den letzten Abschnitten Gesagten nicht mehr viel hinzuzufügen. Will

man nur eine Trepanation ohne breitere Eröffnung ausführen, so ist es wichtig, die Projektion des Gehirns auf die Schädeloberfläche zu kennen. In den Abbildungen 31—33 gebe ich diese für das Kaninchen, den Hund und einen jungen Affen (Cercopithecus, Meerkatze) nach eigenen Präparaten.*) Für die motorische Zone der Extremitäten vgl. auch Fig. 51.

Bei der topographischen Orientierung an der Schädeloberfläche ist es meist wichtig, die Nähte zwischen den einzelnen Schädelknochen zu erkennen. Es sei deshalb darauf hingewiesen, daß auch bei älteren Tieren der Nahtverlauf bei der Operation sehr gut sichtbar wird, wenn man den Knochen nach Entfernung von Haut und Periost ein wenig an der freien Luft antrocknen läßt.

Nach dem früher Gesagten sind auch die medialen, dem Hirnspalt zugewandten Teile der Hemisphäre überall zugänglich; man entfernt nach Munk[230]) das Knochendach über dem Sinus und schiebt diesen beiseite. Horsley und Schäfer[145]) verwenden am Gyrus fornicatus zur Exstirpation ein besonderes gekrümmtes Messer.

10. Hypophyse und Corpus pineale.

1. Hypophyse.

Obwohl es sich bei der Hypophyse vom funktionellen Standpunkt aus nicht um einen Teil des Zentralnervensystems handelt, soll die Technik ihrer Exstirpation doch hier Platz finden, da sie sich in vielen Punkten an schon beschriebene Methoden anschließt und da andererseits die Technik der Hypophysenexstirpation wertvolle Anhaltspunkte für Operationen an den benachbarten Hirnteilen, besonders den Nerven gibt.

Die Hypophysenexstirpation wurde bei Kaninchen, Katzen und Hunden schon von den verschiedensten Autoren ausgeführt (Vassale und Sacchi[356]), Biedl[37]), Biedl und Reiner[38]), Friedmann und Maas[97]), Friedmann[98]), v. Cyon[65]), Paulesco[256]), Livon[201]) u. a.). Das Organ ist auf drei verschiedenen Wegen erreicht worden, vorwiegend von der Seite und von unten, sowie beim Kaninchen von oben. Das Verfahren ist für die einzelnen Versuchstiere verschieden; für das Kaninchen folge ich den Angaben von v. Cyon, für die Katze hauptsächlich der Beschreibung von Friedmann und Maas, da es diesen Autoren gelang, die Tiere längere Zeit am Leben zu erhalten.

*) Für die Projektion von der Seite wurden die gefrorenen Schädel etwas seitlich von der Mittellinie sagittal durchsägt und die größere „Hälfte“ in Formalin gehärtet. Das Gehirn wurde dann mitsamt der Dura möglichst intakt herausgenommen, der Schädel nach Abkochen in dünner Kalilauge skelettiert und nach Benzinbehandlung gebleicht. In den Schädel wurden einige kleine Löcher gebohrt und durch diese in das wieder hineingelegte Gehirn Stecknadeln als Koinzidenzmarken eingesteckt. Schädel und Gehirn wurden in genau entsprechender Stellung photographiert und in den Abzug der Schädelphotographie die Umrisse des Gehirns unter Berücksichtigung der Koinzidenzmarken eingezeichnet. Entsprechend verfuhr ich für die Projektion von oben. — Erst nach Abschluß meiner eigenen, oben wiedergegebenen Projektionsversuche wurde mir das Werk von Flatau und Jacobsohn[91]) zugänglich, in welchem sich für eine große Anzahl von Tieren topographische Abbildungen, die bei Hirnoperationen weitere gute Dienste leisten können, finden, so daß auf dieselben verwiesen sei.

Kaninchen. Das von v. Cyon für die Operation von unten angegebene Verfahren dient nur für kurzdauernde Versuche. Nach Tracheotomie werden sämtliche Weichteile zwischen Zungenbein und Kehlkopf bis auf die Schädelbasis doppelt umstochen und nach Unterbindung durchschnitten. Das Zungenbein wird in die Höhe und nach vorn gezogen. An der der Hypophyse entsprechenden, an der Schädelbasis etwas hervorragenden Stelle wird ein Trepanloch von 2 mm angelegt. Eine kleine in der Mittellinie verlaufende Vene wird in ihrem vorderen Verlaufe mit Watte komprimiert.

Von der Seite gelangt v. Cyon zur Hypophyse nach vorsichtigem Ausschälen der einen Hemisphäre.

Biedl und Reiner gehen von der Mundhöhle aus vor; auch wurde der Weg von oben versucht, aber als weniger empfehlenswert befunden. (Nach breiter Eröffnung des Schädeldachs und Duralspaltung werden in diesem Falle beiderseits die Riechlappen durchtrennt und das Stirnhirn so weit emporgehoben, bis das Chiasma an der Basis sichtbar ist; die Nn. optic. werden vor diesem durchschnitten.)

Katze. Alle Autoren operierten hier von der Mundhöhle aus. Das Maul wird maximal geöffnet, die Zunge weit herausgezogen. Nach Friedmann und Maas, deren Verfahren im wesentlichen mit demjenigen früherer Autoren übereinstimmt, wird das mittlere Drittel des weichen Gaumens in der Mittellinie durchschnitten, die Hälften mit Gewichtshaken auseinander gezogen; in der Mittellinie des Keilbeinkörpers werden Schleimhaut und Periost eingeschnitten und mit dem Raspartorium entfernt. In der Mitte des nun freiliegenden Keilbeinkörpers sieht man eine kleine leicht blutende Vertiefung (nach Vassale und Sacchi das Durchtrittsloch einer Vene), welche mit einem feinen Bohrer erweitert wird, worauf man mit einem Spiralbohrer von 4 mm Durchmesser genau in der Mittellinie durchbohrt. Das Loch wird unter Vermeidung des seitlich liegenden Sinus cavernosus (Karotis) vorsichtig erweitert, indem man mittels feiner Knochenzange am hinteren Umfange des Loches einige Millimeter große Knochenstücke genau in der Mittellinie abkneift, und nach den Seiten mit einem schräg unter den Knochenrand geschobenen Meißel den Knochen stumpf zurückdrängt. Hierdurch kommen die Blutungen aus den Knochenvenen zum Stehen. Die Dura, durch welche man die Hypophyse hindurchsieht, wird genau in der Mittellinie gespalten und die Hypophyse mit einer stumpfen Sonde allseits umfahren. Nach Lockerung und Durchtrennung des Stils wird das Organ mit der Pinzette herausgenommen. Die Knochenlücke läßt man sich nur durch ein Blutkoagulum verschließen, die Gaumenschleimhaut wird mit einigen Seiden-Knopfnähten, die dauernd liegen bleiben dürfen, verschlossen. Dieselbe Operation hat Friedmann an jungen Kätzchen ausgeführt.

Vassale und Sacchi bilden an der Schädelbasis einen Schleimhaut-Periostlappen, dessen Stil 3—4 mm hinter den Proc. pteryg. liegt. Wegen ihres Verschlusses der Knochenöffnung und Reinigung des Operationsfeldes vgl. die Angaben für den Hund.

Hund. Bei kurzschnauzigen jungen Hunden verfährt v. Cyon in analoger Weise. An der Schädelbasis (an welcher nach Vassale und Sacchi die Vene fehlt) orientiert man sich nach den Proc. pteryg. Eine den hinteren Rand dieser Fortsätze verbindende Linie entspricht fast genau dem vorderen Rand der Hypophysenhöhle (vgl. auch Fig. 23). Der Knochen ist wiederum

genau zentral anzubohren; man führt zwischen die beiden Proc. pteryg. ein viereckiges Kartonstück ein und verzeichnet dessen Mitte auf dem Keilbein. Als Trepane werden Zahnbohrer verwendet.

Bei langschnauzigen Hunden genügt nach Vassale und Sacchi der Zugang von der unverletzten Mundhöhle nicht allein. Es wurde deshalb ein Hohlmeißel durch einen in der rechten Regio subhyoidea geführten Schnitt ein wenig vor dem vorderen Rand des Masseters am Kiefer entlang eingeführt. Hierauf kann mit dem Instrument senkrecht zur Schädelbasis hantiert werden. Gegen Blutung aus der Knochenlücke wird tamponiert: das Organ wurde mit dem Thermokauter zerstört, oder durch Chromsäure, welche mit Pipette aufzutupfen ist. Da viele Tiere Infektionen bekamen, wurde die Knochenlücke in weiteren Versuchen mit Zement (in 2 ‰ Sublimat angemacht) oder meist mit Mastix (Präparat der Zahnärzte) verschlossen. Aus der Nasenhöhle sind die Blutkoagula sorgfältig zu entfernen.

Livon zieht nach dem Vorgang von Paulesco beim Hunde die Operation von der Seite vor. Die rechte Karotis wird ligiert, die Haut auf dem Schädel median durchschnitten, der rechte Temporalmuskel transversal durchtrennt. Nach Beseitigung des Muskels wird der Knochen auf der rechten Seite möglichst weit nach unten freigelegt, wenn nötig unter Resektion des Jochbogens; der Proc. coron. des Unterkiefers braucht hingegen nicht reseziert zu werden, er rückt bei weiter Öffnung des Mauls genügend herab. Nach Freilegung der Seitenteile des Gehirns bis zur Basis und vorsichtigem Aufheben des Gehirns sieht man bei Beleuchtung mit Stirnspiegel die gelb-rötliche Hypophyse (sowie den Opticus und Oculomotorius). Nachher wird die Dura reponiert, Muskulatur und Haut vernäht.

Es sei an dieser Stelle noch auf das Verfahren von Karplus und Kreidl[160]) hingewiesen, welche (bei Gelegenheit anderer Eingriffe an der Hirnbasis) sich die Übersicht über die basalen Teile dadurch sehr erleichterten, daß sie das Tier (vorwiegend Katzen), nach Anlegung einer umfangreichen Schädellücke in Rückenlage brachten; nach Spaltung der Dura sinkt die Hemisphäre abwärts, was durch eingeschobene Wattebäusche noch unterstützt werden kann.

Für Versuche am Affen dürfte außer den bisher erwähnten Verfahren noch der von Krause[169]) am Menschen zur Freilegung der Hypophyse eingeschlagene Weg wertvoll sein. Über den Augenbrauen wird ein osteoplastischer Lappen gebildet und extradural bis zum Keilbeinflügel vorgegangen; hier wird die Dura eröffnet, worauf sich der Nervus opticus, das Chiasma und die Karotis übersehen und mithin das durch diese Teile seiner Topographie nach bestimmte Organ erreichen läßt.

2. Corpus pineale.

Auch die Zirbeldrüse sei hier noch berücksichtigt. Am Kaninchen wird nach v. Cyon[66]) das Schädeldach abgetragen, die Dura jederseits des Sinus am Okzipitallappen gespalten; die Zirbel wird nach Hochhalten der Okzipitallappen mit Löffeln sichtbar.



II. Durchschneidung der Hirnnerven.

Die Operationen an den Hirnnerven sind hier insofern zu berücksichtigen, als durch sie eine vollständige Aufhebung der Verbindung zwischen den peripheren Aufnahmeapparaten und dem Zentralorgan, oder zwischen dem letzteren und dem Erfolgsorgan in der Peripherie vorgenommen wird. Diese Eingriffe werden am Stamm des Nerven vor den Verteilungsstellen ausgeführt, also in der Regel noch innerhalb der Schädelkapsel oder doch nahe an der Austrittsstelle außerhalb derselben.

Für das Kaninchen sind die operativen Angaben vorwiegend dem Werk von Krause[170]) entnommen, in welchem die Literatur angegeben ist und auch einige hier nicht angeführte mehr oder weniger unsichere Durchschneidungsmethoden für das Kaninchen enthalten sind.

a) Olfactorius.

Beim Kaninchen (Krause) wird nach einem Längsschnitt von 1,5 cm Länge zwischen beiden Augen der Schädel mit Trepan (7 mm) in der Mitte des Stirnbeins eröffnet; mit querem Skalpellschnitt werden die Lobi olfactorii abgetrennt.

Am Hunde (junge Tiere) nahm Schiff[301]) die Operation vor, doch gibt er keine nähere Beschreibung. Um Prolapse zu vermeiden, fand ich folgendes Verfahren zweckmäßig. Vorn etwas seitlich von der Mittellinie wird die Stirnhöhle breit eröffnet und ebenso ihr Boden (Schädelkapsel) mit Trepan und gebogener Hohlmeißelzange zum Teil abgetragen. Die intakt bleibende Dura wird vorn-seitlich vom Knochen stumpf abgehebelt, wobei die in die Siebplatte eintretenden Riechfäden abgerissen werden. Die Sonde wird bis auf die Hirnbasis geschoben und der vordere Hirnpol mit ihr umfahren, wobei sie immer möglichst dem Knochen anliegt. Orientierung an einem Schädelpräparat ist hierbei nützlich. Die uneröffnete Dura verhindert den Prolaps.

Über den Bulbus olfactorius vgl. S. 90.

b) Opticus.

Die Durchschneidung des Opticus kann durch die Exstirpation des Auges ersetzt werden, auf deren Technik hier nicht eingegangen werden kann. Die Durchschneidung des Nerven selbst wird in der Orbita oder in der Schädelhöhle vorgenommen.

Am Kaninchen erreicht Eckhard[72]) die Optici vom Nasenteil der Schädelhöhle aus. Nach Eröffnung über dem Riechhirn werden die vorderen Enden der Riechkolben abgelöst und diese stumpf zurückgeschoben, bis man die Optici bis zum Chiasma übersieht, worauf sie mit der Schere durchtrennt werden können. An den Tractus gelangt Eckhard ebenfalls am Kaninchen am besten nach Heraushebeln des Okzipital- und Schläfenlappens und teilweiser Entfernung des Großhirns.

Gross[116]) benutzt zur Durchschneidung des Sehnerven am Eintritt in die Orbita mittelgroße Hunde mit möglichst langgebautem Kopf. Etwa 1—2 cm hinter dem Auge wird ein nach vorn konvexer etwa 4—5 cm langer Bogenschnitt gemacht, dessen hinterer Teil dem oberen

Rande des Jochbogens entlang läuft. Nach Durchtrennung der Muskulatur (Temporalis) und Blutstillung durch Tupfer oder Unterbindung wird stumpf unter Vermeidung von Nerven und Gefäßen in die Tiefe vorgegangen. Nach Vordringen bis zu den Augenmuskeln wird die Blutung sorgfältig gestillt, der Opticus mit Pinzetten aus seiner Umgebung losgelöst, möglichst weit bis zur Austrittsstelle aus der Schädelhöhle hin verfolgt und dort durchschnitten (an einer Stelle also, an welcher die Art. centralis noch nicht in ihn eingetreten ist). Zur Erleichterung der Operation kann ein Stück Jochbogen entfernt werden.

Zur Durchschneidung des Chiasma in Längsrichtung sind von Nicati[242]) und Bernheimer[29, 30]) Verfahren angegeben worden.

Von Nicati wird der Schnitt „blind" ausgeführt. Ein besonderes Instrument (vgl. die Fig. der zit. Arbeit) wird von der Mundhöhle aus an der Grenze des knöchernen Gaumens und Gaumensegels eingestochen. Das Chiasma wird zwischen die Schneide des Instruments und Schädelbasis gedrückt und so durchschnitten. Das Tier (junge Katze) wird zwischen den Knieen gehalten.

Wesentlich sichrer ist die Methode, die Bernheimer beim Affen einschlug. Die ganze vordere Hälfte der beiden Hemisphären wird freigelegt, die Dura unter Schonung des Sinus zurückgeschlagen, sodann der Sinus vorne doppelt abgeklemmt, durchschnitten und nach hinten umgeschlagen. Die Tract. olfact. werden durchschnitten und die Stirnlappen auf breitem Spatel emporgehoben. Bei Reflektorbeleuchtung ist das Chiasma zu übersehen. Das zur Durchschneidung zu verwendende Messer ist lang, lanzetförmig und zweischneidig. Die Lanze ist der schneidenden Kante nach in einem Winkel von etwa 45° im Stile gebogen. Bei dem Schnitt sind nach hinten die großen Arterien zu vermeiden.

Es sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß auf Grund der Methoden zur Hypophysenexstirpation und überhaupt der Verfahren, in denen die Schädelbasis von der Mundhöhle aus erreicht wird, es wohl möglich sein dürfte, auch an das Chiasma heranzukommen. Daß letzteres bei der Freilegung der Hypophyse durch die unverletzte Dura sichtbar ist, wird von Biedl[37]) erwähnt. Auch bei dem Verfahren von Karplus und Kreidl (vgl. S. 100) sind unter anderem das Chiasma und der Anfang des Tractus opticus zu übersehen.

Auch den Tractus opticus konnte Bernheimer[29, 30]) beim Affen erreichen. Die Methode entspricht genau der eben geschilderten. Wird das Schädeldach genügend weit eröffnet, so kann man nach sorgfältigem Absaugen von Blut und Zerebrospinalflüssigkeit neben dem Chiasma eben noch den Anfangsteil des Tractus sehen. Um diesen sicher zu durchtrennen, muß man mit einem Graefeschen Schmalmesser dicht hinter dem Chiasma unter dem linken Tractus eingehen, und zwar so, daß das Messer flach auf der Schädelbasis mit nach hinten gerichtetem Rücken, und gegen den Mittelpunkt der Schädelbasis sehender Spitze aufliegt. Indem man das Messer auf den Rücken aufstellt und nach oben ausschneidet, gelingt es meist ganz gut, den Tractus vollkommen zu durchschneiden. Die basalen Gefäße müssen geschont werden.

c) Oculomotorius.

Direkt zugänglich ist beim Kaninchen der Nerv nach Großhirnentfernung und Durchschneidung des Lob. olf. und des Opticus (Krause[170])).

Bei jungen Katzen trepaniert Apolant[1, 2]) nach Spaltung des weichen Gaumens die Schädelbasis zwischen den Proc. pterygoidei, am Boden der Sella turcica. Mit einem durch die Hypophyse über den hinteren seitlichen Rand der Sattelgrube geführten Tenotom kann der Oculomotoris isoliert durchtrennt werden.

Apolant[2]) empfiehlt, junge Tiere im Alter von 2—4 Monaten zu wählen. Das Verfahren entspricht zunächst dem der Hypophysenexstirpation, auf dessen Darstellung mithin verwiesen werden kann. Zur Durchschneidung des Nerven dient ein Tenotom, ein kleines gebogenes Messerchen, welches mit schräg nach hinten und außen gerichteter Spitze durch die Hypophyse hindurchgestochen und unter vorsichtigem Tasten über den hinteren seitlichen Rand der Sattelgrube geführt wird. Es genügt dann ein kurzer, kräftiger, bei der Rückenlage des Tieres nach oben, gegen den Knochen, geführter Schnitt, um den Oculomotorius zu durchschneiden.

Braunstein[52]) durchsticht bei der Katze 1 cm vor dem äußeren Gehörgange mit dem Neurotom das Schläfenbein und gleitet unter gleichzeitiger Orientierung an einem Katzenschädel an dessen Pyramide nach innen vorne zur Medianlinie vor, um so zum Nerven zu gelangen.

Am Hunde liegt der Oculomotorius bei der Methode von Livon[201]) zur Exstirpation der Hypophyse (s. o.) frei.

Auch nach dem Verfahren von Karplus und Kreidl (siehe S. 100) kann der Oculomotorius freigelegt werden.

d) Trochlearis.

Wegen seines dorsalen Ursprungs ist dieser Nerv leichter zu erreichen. Am Kaninchen wird man nur den Okzipitalpol des Großhirns etwas abzuheben haben, um den Nerven am Tentoriumrande zu finden. Im übrigen dürfte das Verfahren von Livon[201]), sowie Karplus und Kreidl (S. 100) auch für den Trochlearis zum Ziele führen.

e) Trigeminus.

Am Kaninchen ist dieser Nerv nach v. Cyon[64]) durch Entfernung der Großhirnhemisphäre zu erreichen. Intrakraniell (Cl. Bernard, Longet; s. Krause[170]) und v. Cyon[64])) wird der Nerv mit einem Neurotom durchschnitten (Fig. bei Krause), das etwas vor und oberhalb des Meatus auditorius die Schläfenschuppe durchbohrt. Die Einzelheiten der Methode, die wie alle blinden Verfahren den Erfolg etwas dem Zufall überlassen, sind den angegebenen Stellen zu entnehmen.

Eckhard[71]) durchschneidet, ebenfalls am Kaninchen, den Trigeminus unter Leitung des Auges. Der Schädel wird über dem Flocculus cerebelli geöffnet, dieser selbst entfernt*), und dann die Öffnung zum Schädelinnern so erweitert, daß der Trigeminus deutlich freiliegt und mit der Schere sicher durchtrennt werden kann.

Nach Braunstein[52]) und Réthi[274]) kann man bei der Katze und dem Hunde den Trigeminus durch Emporheben der genügend freigelegten Großhirnhemisphäre mit einem gekrümmten Neurotom durchschneiden. Das knöcherne Tentorium cerebelli ist hierbei zu entfernen.

*) Die Methode ist S. 75 angegeben.

Spallitta[325]) ging in ähnlicher Weise beim Hunde vor. Der Jochbogen und der Proc. coronoid. des Unterkiefers werden reseziert.

Ferrier und Turner[87]) erreichen beim Affen den Nerven mit derselben Methode, die ihnen zur Freilegung des mittleren Kleinhirnstils (s. S. 77) diente. Der Nerv wird hierbei zwischen Ganglion Gasseri und Pons durchtrennt.

Sherrington[311]) hingegen schlägt beim Affen ein Verfahren ein, das dem eben für die anderen Säugetiere angegebenen entspricht. Der Temporalknochen wird breit eröffnet und die mittlere Schädelgrube durch Aufheben des Temporallappens freigemacht. Man sieht nun durch die Dura mater — bei Macacus rhesus leichter als bei sinicus — das Ganglion Gasseri und die Nervenstämme. Besonders leicht ist es, den ganzen Nerv proximal vom Ganglion zu durchtrennen.

Auch für die Trigeminusfreilegung wird sich das Verfahren von Karplus und Kreidl (s. S. 100), die Rückenlage anzuwenden, empfehlen.

f) Abducens.

Von den von Krause[170]) für das Kaninchen angeführten etwas unsicheren Verfahren abgesehen sind mir keine Methoden zur Abducensdurchschneidung in der Schädelhöhle bekannt. Da dieser Nerv am hinteren Rande der Brücke austritt, müßte er durch das Verfahren von Karplus und Spitzer (s. S. 71), bei welchem die Brücke freigelegt wird, zugänglich sein. Auf die Durchschneidung in der Orbita kann hier nicht eingegangen werden.

g) Facialis.

Im allgemeinen dürfte zur Ausschaltung des Facialis die Ausreißung aus dem For. styl. durch Torsion mit der Pinzette den Vorzug verdienen; man geht dicht unterhalb des knöchernen Gehörgangs ein und schiebt die Parotis zur Seite (Cyon[64])).

Ferner ist darauf hinzuweisen, daß der Facialis bei der intrakraniellen Acusticusdurchschneidung (s. u.) mit durchschnitten wird. Es kann also auch dieser Weg für den Facialis gewählt werden.

Für das Kaninchen findet man einige Verfahren bei Krause[170]) und v. Cyon[64]): der Nerv wird in der Schädelhöhle, von der Paukenhöhle aus, oder schließlich an seinem Austritt am Foramen styloideum erreicht.

Am Hunde geht Laffay[179]) vom Gehörgang aus vor, dessen knöcherner Teil von unten und vorn her freigelegt wird. Man dringt bis zur inneren Wand der Paukenhöhle vor, führt in das runde Fenster einen Zahnbohrer bis in die Tiefe von etwa 8 mm ein und wendet diesen nach oben und hinten. Durch Zerstörung der Schnecke und der Wand des Can. auditorius int. gelangt man zu den dort liegenden Nervenstämmen.

h) Cochlearis und Vestibularis (Octavus).

Die Durchschneidung dieser Nerven kann in der Regel durch die Herausnahme ihrer Endorgane ersetzt werden. Da diesen ein eigner Abschnitt dieses Handbuches gewidmet ist, genügen hier wenige nur die intrakranielle Durchschneidung des Nerven selbst betreffende Angaben.

Am Kaninchen erreicht Cyon[64]) diesen Nerv von dem Raum zwischen Atlas und Okziput aus durch vorsichtiges Verschieben der Medulla zur Mitte hin.

Bei der Katze kam ich in folgender, im Prinzip schon gegebener Weise zum Ziel. Nach medianem Hautschnitt werden die an der Knochenleiste der Hinterhauptschuppe auf der einen Seite inserierenden Nackenmuskeln (bei einseitiger Operation) abgelöst; schneidet man mit der Schere immer hart am Knochenrand, so tritt keine Blutung ein. Es wird so die ganze Okzipitalschuppe und die Membr. atl.-occip. freigelegt. Ohne Verletzung der genannten Membran oder der das Kleinhirn bedeckenden Dura wird der Knochen halbseitig zunächst bis an die Leiste (Linea semicircularis) entfernt, wobei man besonders weit zur Basis hin vorgeht, und Blutungen des Knochens mit Wachs stillt. Darauf wird auch die genannte Leiste überschritten und der Knochenrand sofort mit Wachs zugestrichen. Nach Entfernen des Blutes, in der Tiefe wenn nötig durch leichte Tamponade, kann man unter zur Mitteschieben des von der Dura bedeckten Kleinhirns und zu Hilfenehmen von künstlicher Beleuchtung den Durchtritt des Nervus octavus durch den Meatus acusticus internus sehen, und den Nerven mit einem kleinen Knopfmesser sicher unter Leitung des Auges durchschneiden. Das Kleinhirn wird dabei nicht nennenswert behelligt, wenn man die Knochenlücke nach vorn so weit angelegt hat, daß man die Kleinhirnhemisphäre (von der Dura bedeckt) bis zu ihrer größten Seitenausdehnung übersehen kann. Die intakte Dura und die sorgfältige Muskel- und Hautnaht schützen das Kleinhirn fernerhin vor Prolaps. Die Durchschneidung auch des Facialis dürfte sich kaum vermeiden lassen. Es ist sehr zweckmäßig, ein geeignetes Schädelpräparat bei der Operation zum Vergleich zur Hand zu haben.

Bumm[55]) hat am neugeborenen Kätzchen von der noch knorpeligen Pars mastoidea des Schläfenbeins aus mit einem an der Felsenbeinpyramide entlang tastenden Messer den Hörnerv durchrissen. Doch ist das Verfahren etwas unsicher.

In ähnlicher Weise, wie eben für die Katze beschrieben, jedoch intradural, verfuhr Loeb[202]) am Hunde zur Durchschneidung des Acusticus und Facialis.

Nach Freilegung der Membrana atlant-occip. und Loslösung des Temporalmuskels in seinem hinteren Teil wird der seitliche Teil des Hinterhaupt-, sowie Parietal- und Schläfenbeines herausgebrochen, der eröffnete Sinus verschlossen (mit in Eisenchlorid getränkten Schwammstückchen, besser wohl mit Wachs). Nach Eröffnung der Dura und Verschieben oder teilweiser Abtragung der Seitenteile des Kleinhirns werden Facialis und Acusticus am Eintritt in den Meat. ac. int. aufgesucht und gemeinsam durchtrennt. Zu Dauerversuchen dürfte sich diese Methode nur eignen, wenn es auf nachträgliches Zugrundegehen von Kleinhirnteilen (Prolaps) nicht ankommt. Sonst ist die extradurale Methode auch hier zu versuchen.

Weniger sicher erscheint das Verfahren von Bechterew[13]), welcher die Okzipitalschuppe seitlich freilegt und sie an einer (am Schädelpräparat leicht sichtbaren) ungewöhnlich dünnen Stelle durchbohrt. Mit einem winklig abgebogenen Messer geht er an der hinteren Oberfläche der Felsenbeinpyramide entlang nach unten und vorne bis zum Meat. acust. int., wo der Nerv durch einen Druck des Instruments durchschnitten wird.

Beim Affen gehen Ferrier und Turner[88]) von der Flocke des Kleinhirns aus vor. Die Seitenteile des Kleinhirns werden freigelegt und

zur Mitte gedrängt, so daß der Stil der Flocke sichtbar wird. Mit einem auf der ventralen Seite des Stils zwischen diesem und dem 8. Nerven angesetzten schneidenden Haken wird die Flocke abgetrennt. Nun ist der Nerv zugänglich.

Bei der großen Ähnlichkeit der anatomischen Verhältnisse zwischen Mensch und im besonderen jungen Affen kann hier noch auf die Methoden von Krause[169]) zur Freilegung der hinteren Schädelgrube am Menschen verwiesen werden. Es wird eine halbseitige okzipitale Haut-Knochenklappe angelegt, ein Duralappen nach unten umgeschlagen. Wird das Kleinhirn mit einem Spatel ganz allmählich zur Mitte geschoben, so lassen sich Acusticus und Facialis übersehen. Ferner sei daran erinnert, daß man am Affen den Sinus transversus der einen Seite ohne Schaden unterbinden kann.

Biehl[39]) endlich führte an Pferden und Schafen die isolierte Durchschneidung des N. vestibularis aus, der hier vom Cochlearis vom Ursprung an ganz getrennt verläuft.

Am Schaf*) (junge, höchstens 6 Wochen alte Tiere) wird nach Sagittalschnitt der Haut etwas hinter dem Scheitelbeinhöcker trepaniert, der Okzipitallappen ausgiebig freigelegt und nach Hochheben abgetrennt. Das Tentorium wird an der Innenseite des Sinus, ihm parallel durchschnitten. Das Tier wird nun mit der Operationsseite etwas höher gelagert, während der Operateur sich auf die gegenüberliegende Seite stellt. Die Nerven sind darauf zu übersehen und der Vestibularis zu durchschneiden.

l) Glossopharyngeus, Vagus und Accessorius.

Das Wurzelgebiet dieser Nerven wurde mehrfach in übersichtlicher Weise freigelegt. Es kommen die Arbeiten von Grossmann[118. 119]), Réthi[274]), Beer und Kreidl[19]), Kreidl[171. 172]), Schaternikoff und Friedenthal[293]) und Cadman[56]) in Betracht**).

Beim Hunde oder der Katze werden nach Cadman das Hinterhauptbein, die Membr. atlanto-occipit. und der Atlas freigelegt, die ganze Hinterhauptschuppe und ein kleiner Teil des hinteren Randes des linken Temporalknochens schnell entfernt, die starke Blutung aus dem eröffneten Sinus durch Wachs sistiert. Nach Eröffnung der Dura erreicht man durch vorsichtiges Verschieben des Kleinhirns die drei Nerven.

Am Kaninchen ist das genannte Wurzelgebiet nach Grossmann, Rethi, Beer und Kreidl, Schaternikoff und Friedenthal durch Freilegung der Medulla von der Dorsalseite her, eventuell mit Erweiterung des Hinterhauptloches, zugänglich; das Tier wird nach der Präparation, bei welcher Einfließen von Blut in den Subduralraum zu vermeiden ist, in Seitenlage gebracht, das Operationsfeld passend künstlich beleuchtet.

Ganz entsprechend ist die Operation beim Affen, wo ein Stück der Hinterhauptschuppe abgetragen wird (Kreidl[172])).

Der Accessorius kann für sich mit einem Irishäkchen aus dem Wirbelkanal herausgezogen werden (Grossmann[119]), Schaternikoff und Friedenthal[293])).

---

*) Die Operation am Pferde ist dem Original zu entnehmen.

**) Vergleiche auch die oben für den Acusticus angegebenen Verfahren.

k) Hypoglossus.

Der letzte Hirnnerv wird außerhalb der Schädelkapsel durchschnitten. Es sei hier nur bemerkt, daß man am Halse am großen Zungenbeinhorn eingeht (Krause[170]).

D. Methodik der Reizung von Zentralteilen.

I. Allgemeine Hilfsmittel.

a) Reizarten.

Wenn auch die elektrische Reizung an Wichtigkeit die erste Stelle einnimmt, so sind doch auch die übrigen geläufigen Reizarten vielfach mit Nutzen angewendet worden. An Chemikalien stehen für die Hirnrinde das Kreatin (Landois[182, 183]), Maxwell[212]) u. a.), für das Kleinhirn neuerdings (Pagano[252, 253])) das Kurare im Vordergrund. Über die Auswahl der geeigneten Stoffe entscheidet neben einer sicheren Reizwirkung das Fehlen einer stärkeren zerstörenden Wirkung*). Die Applikation der Mittel geschieht durch Aufstreuen auf die Oberfläche in Substanz oder durch Einspritzen in die Tiefe mit Pravazspritze. Von Kurare verwendet Pagano 0,1—0,3 ccm einer 1 % Lösung; die Spritze wird durch ein kleines Trepanloch eingeführt (vgl. auch Polimanti[262])). Auch Einspritzung der Stoffe in die Blutbahn wird vorgenommen, wenn eine diffuse Einwirkung auf das Gehirn beabsichtigt ist. Besonders sind Absinthinjektionen (intravenös) vorwiegend von englischen Autoren viel verwendet worden (Boyce[50]), Gotch und Horsley[113]), Hill[136]); bei letzterem weitere Literatur). Nach Hill gibt man bei Affen ca. $^1/_3$, bei Hunden ca. $^1/_2$ und bei Katzen ca. $^1/_5$ ccm.

Mechanische Reizungen kommen zunächst als Nebenwirkung bei zerstörenden Eingriffen in Betracht. Dementsprechend sind auch Einstiche und Einschnitte vielfach zur Reizung benutzt worden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Reizwirkungen im allgemeinen nur kurz andauern. Größere Bedeutung kommt der mechanischen Reizung bei Untersuchung der Rückenmarkswurzeln zu; bei dem engen Raum, auf den die Teile da zusammengedrängt sind, bietet die elektrische Reizung oft nicht die genügende Sicherheit gegen Fehlerquellen (Stromschleifen) und so ist an den Wurzeln das Quetschen mit der Pinzette (Schiff[300])) oder das Abbinden mit Faden (Stricker[340])) ein sehr wertvolles Reizmittel.

Für die elektrische Reizung kommt der konstante und der induzierte Strom in Betracht. Eine besondere Besprechung ist hier zunächst für die im letzteren Fall gebrauchten Elektroden notwendig. Bei bipolarer Reizung sollen die Elektroden 1—2 mm voneinander entfernt sein. Für alle Reizversuche am Zentralnervensystem sehr zweckmäßig und in neuerer Zeit viel verwendet ist die Methode der unipolaren Reizung (Negro[240])). Am einfachsten verbindet man den einen Pol des Induktionsapparates mit

*) Die allgemeinen Bedingungen der chemischen Hirnreizung untersuchte Maxwell[211]).

dem Kopfhalter oder einer der geschorenen Brust angelegten feuchten Kompresse; die differente Elektrode besteht aus einem feinen, am Ende mit kleinem Knopf versehenen oder einfach kurz umgebogenen Platindraht *). Bei der Biegsamkeit des Drahtes ist eine Verletzung der Hirnoberfläche ausgeschlossen. Eine zweckmäßige Form hat Sherrington [100]) der Elektrode gegeben (Fig. 34), indem er eine Drahtspirale einschaltete. Für aseptische Versuche genügt es gelegentlich, die Platinspitze einfach auszuglühen; in der Regel wird man es aber vorziehen, mit einer in toto sterilisierbaren Elektrode zu arbeiten. Am einfachsten ist es, durch ein an beiden Enden ausgezogenes Glasrohr einen Platindraht durchzuziehen und einzuschmelzen; die Elektrode kann nun im Dampf sterilisiert werden. Zur Vorsicht gegen Platzen kann seitlich eine kleine Öffnung im Glasmantel angebracht werden **). Zur Reizung unter der Oberfläche liegender Teile werden Nadeln verwendet, die bis an die Spitze mit Lack gut isoliert sind, oder die weiter unten beschriebenen und abgebildeten Nadeln nach Horsley und Clarke. Die Reizstärke wird je nach den besonderen Umständen zwar verschieden sein, doch kann als Regel der allgemeinen Erfahrung hingestellt werden, daß die geeigneten Ströme auf der Zunge

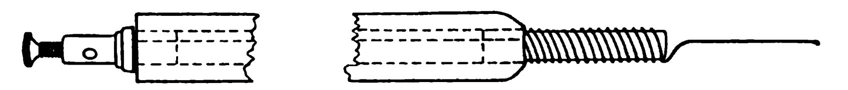


Fig. 34.
Unipolare Elektrode nach Sherrington.

gerade zu spüren sind, ohne unangenehm zu sein (Fritsch und Hitzig [99]) u. a.). Jedenfalls empfiehlt es sich, die Versuche mit dieser Stromstärke zu beginnen ***).

Bei zu starken Strömen treten Täuschungen durch Stromschleifen und bei Reizungen an der Hirnrinde Störungen durch „epileptische" Krämpfe ein. Gelegentlich kann es notwendig sein, dennoch stärkere Ströme zu verwenden, dabei aber die Möglichkeit der Mitreizung benachbarter Oberflächenteile auszuschließen. Dafür ist die Anordnung zweckmäßig, welche Ewald [83]) beim Studium der Genese der Rindenepilepsie benutzte. Da eine einfache Umschneidung zwar die Ausbreitung des physiologischen Erregungsprozesses, nicht aber diejenige des Stromes hindern würde, wird ein kleiner dünnwandiger Glaszylinder einige Millimeter tief in die Hirnrinde so versenkt, daß er auch noch ein Stück über die Oberfläche hinausragt. Der Reiz wird auf dem derart abgegrenzten Oberflächenstück angebracht.

*) Dem üblichen Brauch folgend kann auch dann, wenn beide Elektroden dem Tier anliegen von unipolarer Reizung gesprochen werden, wofern die eine Elektrode (indifferente) einen sehr großen Querschnitt im Vergleich zur andren (differenten) besitzt.

**) Eine andere fertige und ebenfalls auskochbare Elektrode, von Krause [168]) angegeben, ist von Hirschmann, Berlin N., Ziegelstr. zu beziehen.

***) Die Platinspitze der sterilisierten Elektrode wird nach der Zungenprobe in der Flamme geglüht. Man kann die passende Stromstärke auch am freiliegenden Temporalmuskel (od. dgl.) des Tieres erproben.

In ähnlicher Weise verfuhren Jolly und Simpson[149]) an der motorischen Region des Affen. Eine dünne Kautschukplatte, deren einer Rand geschärft war, wurde in die Rinde am Boden der Zentralfurche so eingesenkt, daß sie nicht bis in die weiße Substanz reichte; von den hinter dieser Platte liegenden Teilen war nun keine Reaktion mehr zu erzielen. Zu dem gleichen Zweck des Schutzes gegen Stromschleifen benutzten die gleichen Autoren Messingplatten, die, zur Erde abgeleitet, auf die Hirnoberfläche gelegt wurden. Daß man schließlich, nach Gotch und Horsley[113]), die Vertiefung der Narkose benutzen kann, um auf Stromschleifen zu fahnden, wurde oben schon erwähnt (S. 34).

Zur Untersuchung der nicht direkt freiliegenden mittleren und unteren Fläche der Großhirnrinde benutzt Schäfer[290]) besondere Elektroden, bei welchen die Drähte mit paraffiniertem Papier bis auf ein Stück der einen Seite nahe der Spitze verdeckt sind; die Vorrichtung ist so geformt, daß sie leicht zwischen Dura und Hirn geschoben werden kann und der Reiz durch den unbedeckten Teil des Drahtes direkt dem gewünschten Punkt der verborgenen Oberfläche zugeleitet wird.

Für den konstanten Strom werden nach Bubnoff und Heidenhain[54]) unpolarisierbare Wollfaden-Elektroden verwendet, deren Fäden, dicht nebeneinander angebracht, den pulsatorischen und respiratorischen Hirnbewegungen folgen.

Die Möglichkeit, durch Anämie und Erstickung Reizungen größerer Abschnitte des Zentralnervensystems auszuführen, z. B. durch Abklemmen der Hirnarterien, bleibe an dieser Stelle nicht unerwähnt. Des näheren genügt es, hier auf die Methodik der indirekten Ausschaltung zu verweisen (S. 43 u. 53).

Schließlich kann noch die Erwärmung über die normale Temperatur hinaus wenigstens für einige Teile des Zentralnervensystems als eine Reizform besonderer Art angeführt werden. Die betreffenden Untersuchungen gingen aus von der Frage nach der Genese der bei Übererwärmung des ganzen Tieres auftretenden Veränderungen, besonders der Atmung, des Herzschlages und des Blutdruckes. Um die Möglichkeit peripher angreifender Reizwirkungen des übererwärmten Bluts auszuschließen, wandte Goldstein die künstliche Erwärmung des Karotidenblutes an. Wegen der Methodik muß auf die neuere Arbeit von Kahn[150]) verwiesen werden, in welcher man auch die zweckmäßigen Erwärmungsröhren abgebildet findet.

Eine Modifikation stellt das Verfahren von v. Cyon[63]) dar, bei welchem die zum Hirn führenden Gefäße unterbunden und in die Karotiden kopfwärts Röhren eingebunden werden, die mit einem Behälter defibrinierten Bluts verbunden sind, der auf erhöhte Temperatur eingestellt werden kann.

Eine direkte Erwärmung der Medulla, die von hinten her freigelegt wurde, wandten Stefani[335]) und Deganello[67]) an.

b) Besondere Reizvorrichtungen.

1. Vorrichtungen Ludwigs und seiner Schüler.

Mußte bei Schnittversuchen häufig die Aufgabe gestellt werden, Richtung und Ausdehnung des Schnitts vorauszubestimmen und genau zu kennen, so

erhebt sich bei den Reizversuchen ganz entsprechend die Notwendigkeit, einen Reiz nicht nur an der Oberfläche, sondern auch in der Tiefe der Substanz an genau bekannter oder doch wenigstens nachträglich genau feststellbarer Stelle anzubringen. Hierzu ist wiederum das freihändige Verfahren durchaus unzulänglich; es ist vielmehr eine mechanische Führung der den mechanischen oder elektrischen Reiz vermittelnden Nadel notwendig.

Die erste der von Ludwig und seinen Mitarbeitern ersonnenen Vorrichtungen wurde von Birge[42]) angewendet. Es handelte sich um die Aufgabe, das Rückenmark des Frosches an den verschiedenen Stellen des Querschnitts durch Nadelstiche zu reizen. Das Tier befindet sich mit gut fixierter Wirbelsäule auf einem Brettchen, das durch Mikrometerschrauben in zwei aufeinander senkrecht stehenden Richtungen bewegt werden kann, die Verschiebung ist bis auf 0,01 mm ablesbar. Die zum Einstich verwendete feinste Nähnadel ließ sich in gerader Richtung heben und bis zu jeder beliebigen, aber genau ablesbaren Tiefe in das Rückenmark durch einen Zahntrieb senken. Die Stichrichtung konnte mit der Lage des Froschbrettchens variiert werden. Bei der anatomischen Untersuchung ließen die Stiche in der Regel keine zurückgelassenen Spuren erkennen, jedoch konnte eine bestimmte Stelle durch eine Reihe von dicht nebeneinander liegenden Einstichen genügend markiert werden. Die Stichrichtungen wurden in vergrößerte Umrißzeichnungen des Querschnitts eingetragen.

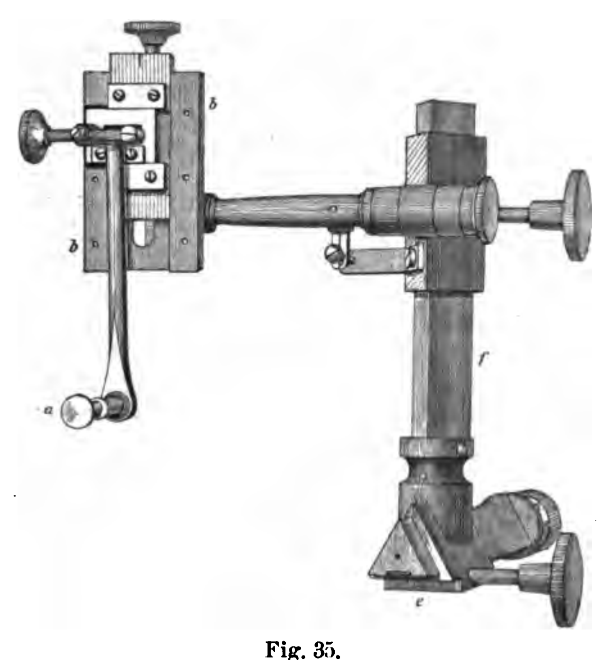


Fig. 35.
Apparat aus Ludwigs Laboratorium zur genauen Führung einer Reiznadel. Nach Sirotinin.

In der ähnlichen Zwecken dienenden Einrichtung von Sirotinin[324]) (Fig. 35) ist die Nadel selbst an einem Stativ mit zwei groben Trieben und zwei Mikrometereinstellungen, die in den verschiedenen Richtungen senkrecht zu einander stehen, angebracht. Der gleiche Apparat wird nun auch zur unipolaren elektrischen Reizung verwendet, indem die Nadel mit dem einen Pol der Induktionsspule verbunden wird. Vor der Reizung mußten die durch den Einstich hervorgerufenen Zuckungen abgelaufen sein.

Am Kaninchen führte de Boeck[45]) entsprechende Versuche aus. Der Apparat entsprach im wesentlichen dem von Sirotinin benutzten; die

Nadel ragte, um Verbiegung zu verhindern, nur 15 mm über den Messingstift hervor, in welchem sie befestigt war.

2. Methodik von Horsley und Clarke.

Die im vorigen geschilderten sinnreichen Methoden der Ludwigschen Schule, deren Prinzip am Warmblüter später, wie es scheint, nur von Negro[240]) angewendet worden ist, wurden in neuester Zeit von Horsley und Clarke[143]) auf dem Wege unabhängiger Erfindung weiter ausgebildet und zu hoher Vollendung gebracht. Die Methodik der genannten Autoren, welche zu den besten in diesem ganzen Untersuchungsgebiet vorhandenen gehört, erscheint berufen, in Zukunft ein ebenso unentbehrliches wie ergiebiges Hilfsmittel zur Untersuchung des Zentralnervensystems zu werden. Obwohl an dieser Stelle streng genommen nur die eigentliche Reizvorrichtung Platz zu finden hätte, so soll doch eine zusammenhängende Darstellung des ganzen Verfahrens gegeben werden, da besonders die Methode zur topographischen Festlegung jedes beliebigen Punktes der Hirnmasse nur im Zusammenhang mit der Reizmethodik richtig gewürdigt werden kann.*)

Bei der durch die Schwierigkeit der zu lösenden Aufgaben notwendigen großen Kompliziertheit der Apparate ist es mir leider nicht möglich, auf dem mir zur Verfügung stehenden Raum alle Einzelheiten so zu beschreiben, daß danach die richtige Benutzung der Methode ohne weiteres möglich wäre, auch wäre dies ohne vollständige Mitteilung der zahlreichen Abbildungen und ihrer eingehenden Erläuterungen nicht möglich. Ich muß mich deshalb damit begnügen, die Grundzüge des Verfahrens zu schildern, so daß ein jeder zum mindesten beurteilen kann, wann dasselbe anzuwenden ist, und welche große Sicherheit den gewonnenen Ergebnissen zukommen wird.

Die Methodik der englischen Forscher besteht im Prinzip darin, daß ähnlich, wie oben beschrieben, eine Reiznadel in drei senkrecht zu einander stehenden Ebenen verschoben werden und die Verschiebung abgelesen werden kann, so daß man den Ort der Nadelspitze genau kennt. Die Methode geht aber über die Bemühungen der Ludwigschen Schule darin prinzipiell hinaus, daß für das ganze Gehirn eine genaue Topographie gegeben wird, nach welcher für jeden Punkt der Abstand von drei senkrecht zu einander stehenden Koordinatenebenen ermittelt werden kann. Da die Nadel in denselben drei Ebenen geführt wird, läßt sich ganz genau vorausbestimmen, wie die Nadel eingestochen werden muß, um einen gewünschten Punkt zu treffen.

Das von Clarke stammende topographische Verfahren, welches zunächst geschildert sei, projiziert das Schädelinnere nicht auf die Schädeloberfläche, sondern, wie schon angedeutet, auf drei Ebenen, eine sagittale, horizontale und frontale. Die Horizontalebene wird durch die Mitte beider äußeren Gehörgänge und die Mitten des unteren Randes der Orbita gelegt; die Frontalebene geht, zur vorigen senkrecht, durch die Mitten beider äußeren Gehörgänge, während die Sagittalebene den Schädel senkrecht zu den beiden vorigen Ebenen in Längsrichtung halbiert. Mit einem besonderen Instrument,

*) Über den der Zerstörung von Zentralteilen dienenden Teil der Methodik vgl. S. 42.

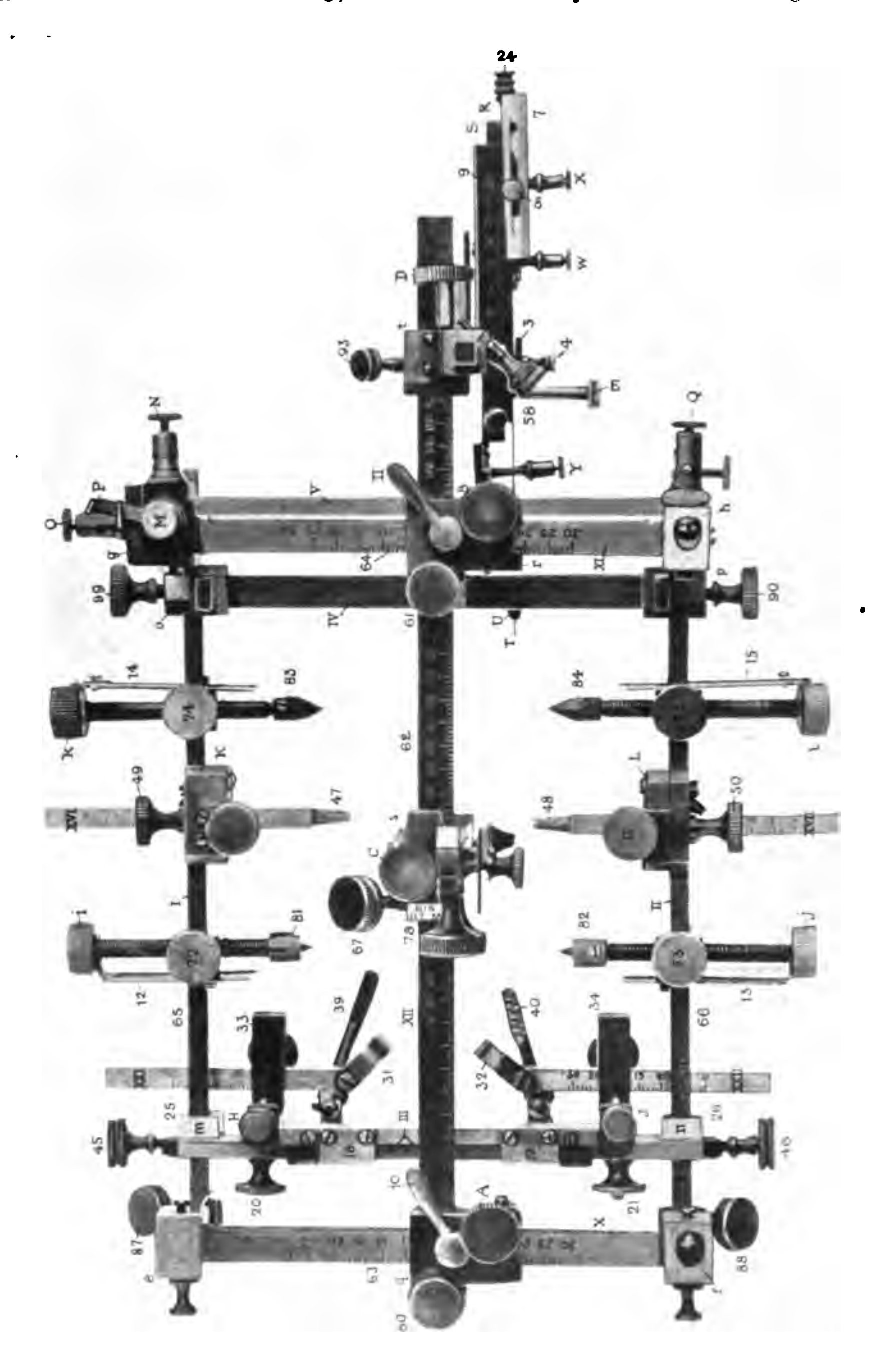


Fig. 36.

Clarkes „Stereotaxic apparatus", von oben gesehen.

welches hier nicht näher geschildert werden kann, werden gefrorene Köpfe parallel zu den drei Ebenen in Scheiben von 1 mm Abstand geschnitten, aus denen die Koordinatenwerte für jeden Punkt des Gehirns entnommen werden können. Natürlich müssen die topographischen Daten an einem anderen Schädel gewonnen werden, als derjenige, an welchem die Operation vorgenommen wird; es eignen sich deshalb für diese Versuche Katzen und

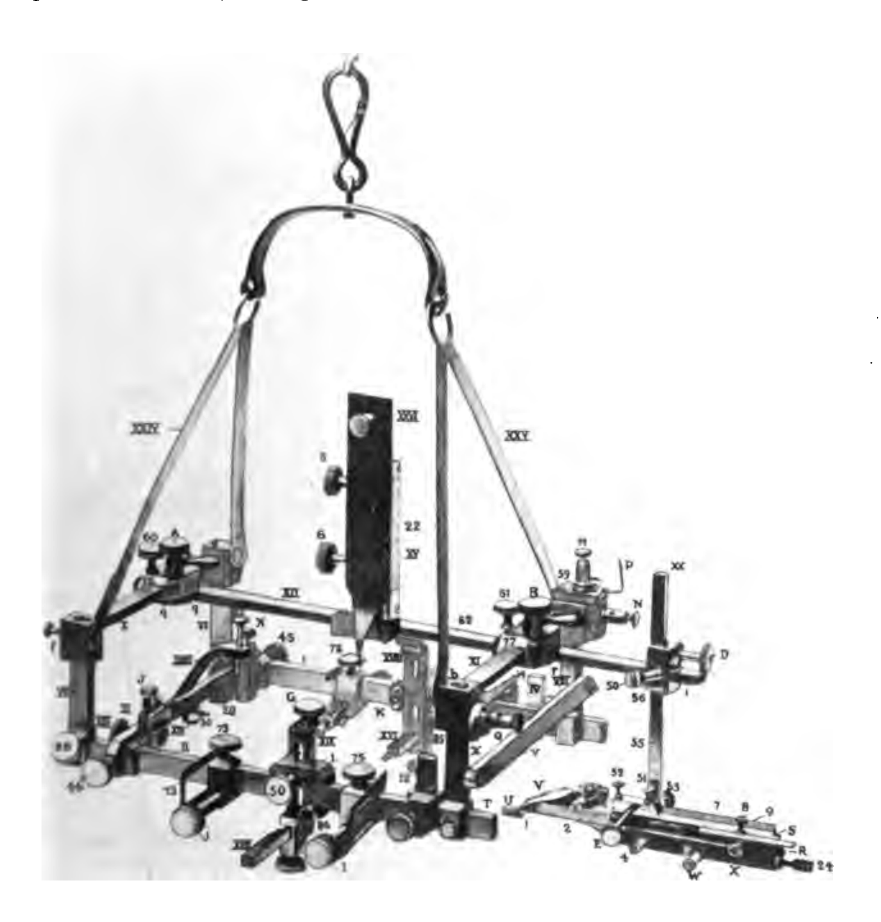


Fig. 37.
Seitenansicht von Clarkes Instrument.

besonders Affen, während bei Hunden die individuellen Unterschiede zu groß sind.

An dem der Nadelführung dienenden Teil des Apparats ist zunächst wesentlich, daß er am Kopf des Tieres selbst befestigt wird. Sein Grundbestandteil ist ein rechteckiger Rahmen (I, II, III, IV in den Figuren 36—39), der genau in der oben definierten Horizontalebene des Schädels angebracht wird: vorn ist er in der Höhe des unteren Orbitalrandes, hinten seitlich in

Zapfen (XVI, XVII) im Gehörgang befestigt. An den Ecken des Horizontalrahmens sind senkrecht stehende paarweise durch horizontale Stangen (X, XI) verbundene Pfeiler (VI, VII, VIII, IX) angebracht; die Mitte der in Millimeter geteilten Stangen, welche der Sagittallinie entspricht, ist mit Null bezeichnet. Auf den genannten Stangen (X, XI) (Transversalführung) ist mit Zahn und Trieb eine Längsstange (XII) (Sagittalführung) verschieblich, welche wiederum eine der Frontalebene entsprechende Nullmarke trägt und von diesem Punkt aus nach vor- und rückwärts graduiert ist. Der eigentliche Nadelhalter (XV) schließlich gleitet auf der Sagittalführung und auch hier

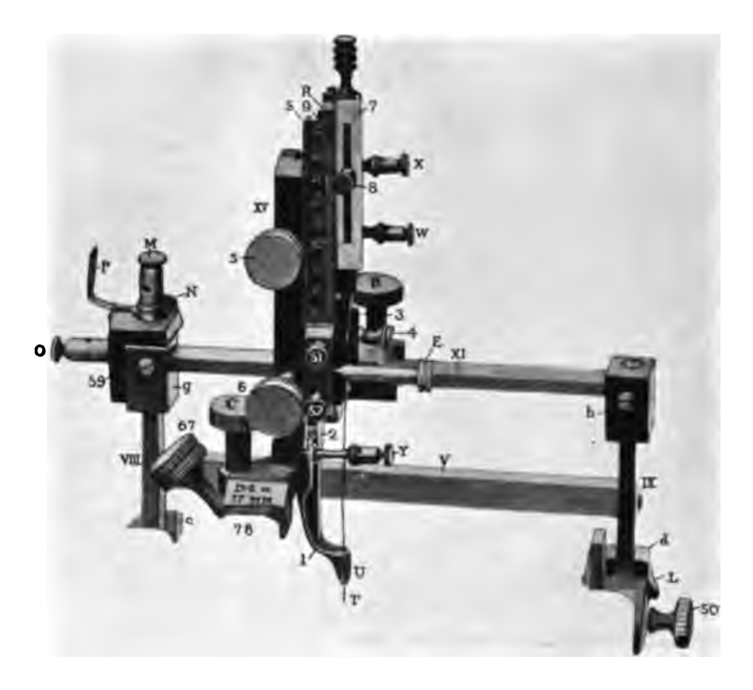


Fig. 38.
Hinteransicht von Clarkes Instrument (hintere Hälfte); die Nadel für senkrechtes Einstechen aufgesetzt.

ist wieder die Stellung an einer Teilung ablesbar. Die Nadel läßt sich weiterhin nicht bloß von oben her senkrecht zur Horizontalebene vorschieben, sondern auch von hinten her senkrecht zur Frontalebene. In beiden Fällen entspricht der Nullpunkt der Skala der Stellung, in welcher die Nadelspitze die betreffende Ebene erreicht. Soll die Nadel von hinten eingeführt werden, so ist sie an der Sagittalführung in besonderer Weise (mittels rechtwinklig nach unten führender Stange XX) verbunden. Eine nähere Vorstellung des Instrumentes mögen die der Arbeit von Horsley und Clarke entnommenen Figuren 36—39 geben; wegen weiterer Einzelheiten muß auf das Studium der Erläuterung der Abbildungen und der Originalabhandlung verwiesen werden.

Einer besonderen Besprechung bedürfen noch die Vorrichtungen, durch welche gewährleistet wird, daß der horizontale Rahmen genau in die entsprechende Ebene

zu liegen kommt. Sie ist in Fig. 39 für sich gesondert wiedergegeben, in der vorwiegend für Katzen geeigneten Form. (Für Affen ist der entsprechende Teil im Original näher erläutert und abgebildet.) Dieser Apparatteil wird an dem Kopf befestigt durch die Infraorbitalträger (31, 32 in den Abb.), welche an dem unteren Rand der Orbita einige Millimeter in sie hineinragen, und durch die horizontalen Kieferstangen, welche in den Mund geführt werden, und mit den vorigen zusammen den Oberkiefer festhalten. Sowohl die Infraorbitalträger als auch die Kieferstangen sind transversal und horizontal beweglich und lassen sich Köpfen verschiedener Größe (auch größeren Vögeln) anpassen. Im übrigen besteht der Vorderteil des horizontalen Rahmens, an welchem eben die besondere Anpassungsvorrichtung angebracht ist, aus zwei dünnen Platten, der nasalen und der orbitalen (XIII und XIV); sie lassen sich gegeneinander durch Schrauben (H, J) in senkrechter Richtung verschieben. An der Nasalplatte sind die Seitenstangen des Horizontalrahmens angebracht (in den Schlitzen m und n). Um den unteren Rand der nasalen Platte, wie notwendig, mit der horizontalen Ebene des Schädels zusammenfallen zu lassen, wird mit einem Kaliber die senkrechte Höhe der Orbita gemessen und der ausgeschweifte Teil der Nasenplatte in die Höhe des oberen Orbitalrandes gestellt (bei Affen findet hier die Befestigung des Apparates statt); durch Ablesung an der Millimeterskala der Schrauben läßt sich nun feststellen, wann sich der untere Rand des Rahmens in der horizontalen Ebene befindet.

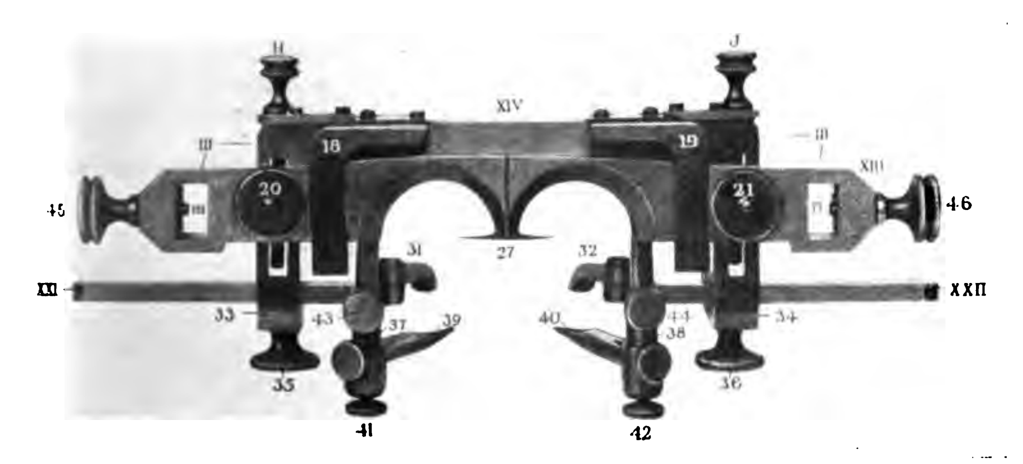


Fig. 39.

Clarkes Instrument, Vorderansicht der orbitalen Anpassung (für verschiedene Tiere).

Erläuterung zu den hauptsächlichsten Teilen der Apparate von Horsley und Clarke (Fig. 36—39).

I II Rechte und linke Seitenstangen des horizontalen Rahmens.
III IV Frontale und okzipitale Stange.
V Okzipitale Stütze.
VI VII VIII IX Rechte und linke vordere und rechte und linke hintere Eckpfeiler.
X XI Vordere und hintere Transversalführung.
XII Sagittalführung.
XIII XIV Nasale und orbitale Platte.
XV Nadelhalter.
XVI XVII XVIII XIX Rechte und linke Ohrzapfen.
XX Vertikalstange.
XXI XXII Stangen der rechten und linken Infraorbitalträger.
XXIII Supraorbitalträger.

XXIV XXV Hintere und vordere Schlinge.
A und B Triebschrauben zur Bewegung der Sagittalführung auf der vorderen und hinteren Transversalführung.
C Triebschraube zur Bewegung des Nadelhalters auf der Sagittalführung.
D Triebschraube zur Bewegung der Vertikalführung.
E Triebschraube für die Schlittenverschiebung der Nadel.
F G H I K L Schrauben und Teile der Anpassung an Orbita und Ohr.
M N Enden der Leitung von Batterie und Nadel (Kathode).
Q Enden der Leitung von Batterie und Nadel (Anode).
R Hartgummilager des Nadelhalters.
S Scheide des Nadelhalters.
T Nadel.
e f Rechtes und linkes Endverbindungsstück der vorderen Transversalführung.
g h Rechtes und linkes Endverbindungsstück der hinteren Transversalführung.
i j k l Seitenschrauben zur Befestigung des Rahmens.
m n Rechte und linke Gleitverbindung der nasalen Platte.
o p Rechte und linke Gleitverbindung der okzipitalen Stange.
q r Zwei-Wege-Verbindungsstück auf der vorderen und hinteren Transversalführung.
t Zwei-Wege-Verbindungsstück mit Zahntrieb und Schlittenlager an der Vertikalführung.
1 2 Teile der Scheide des Nadelhalters.
3 4 Hartgummileiste und Schraube am Nadelhalter.
5 6 Schrauben zur Befestigung des Nadelhalters an der Vertikalführung.
9 12-15 18 19 22 55 62-66 Millimeterteilung an den verschiedenen Teilen des Apparats.
10 11 Klemmen zur Befestigung der Schiebeverbindung an der vorderen und hinteren Transversalführung.
20 21 Rechte und linke Schraube zur Befestigung der Orbitalanpassung.
23 Schraube, welche die Stirn auf den Supraorbitalträger herabdrückt.
27 Nadel, welche den unteren Rand der nasalen Platte und mithin die vordere Grenze des horizontalen Rahmens anzeigt.
29 30 Rechter und linker supraorbitaler Träger.
31 32 Rechter und linker infraorbitaler Träger.
37 38 Rechte und linke vertikale Kieferstange.
39 40 Rechte und linke horizontale Kieferstange.
45 46 Schrauben zur Befestigung der rechten und linken Gleitverbindung der nasalen Platte.
47 48 Zugespitztes Ende der rechten und linken Ohrzapfen.
49 50 Rechte und linke Schraube zur Fixierung der Ohrzapfen.
51 52 Schrauben zur Befestigung des Nadel-Zahntriebs.
53 Schraube zur Befestigung des Nadelhalters an der Vertikalführung.
60 61 Schrauben zur Fixierung der Sagittalführung in den Gleitverbindungen der vorderen und hinteren Transversalführung.

Über die Form der Nadeln ist, soweit sie den Zwecken der elektrolytischen Zerstörung dienen, schon S. 43 einiges mitgeteilt worden. Auch die zur Reizung dienenden Nadeln sind aus Platin-Iridium angefertigt und in außerordentlich geschickter Weise durch Einschmelzen in Glaskapillaren isoliert. Während zur elektrolytischen Zerstörung unipolar verfahren wird, dient zur Reizung die bipolare Methode mit Doppelnadeln oder den ebenfalls bipolaren Ringnadeln, welche in Fig. 40 vergrößert sowie in natürlicher Größe wiedergegeben sind. Wie man sieht, sind bei der Doppelnadel zwei feinste Drähte jeder für sich in einer Glaskapillare eingeschmolzen, beide Kapillaren dann aneinander geschmolzen; auch die Ringelektrode besitzt zwei

Glaskapillaren; während der eine Draht spitz endet, umschließt der andere mit seinem Ende ringförmig die Kapillare des erwähnten spitzen Pols.*)

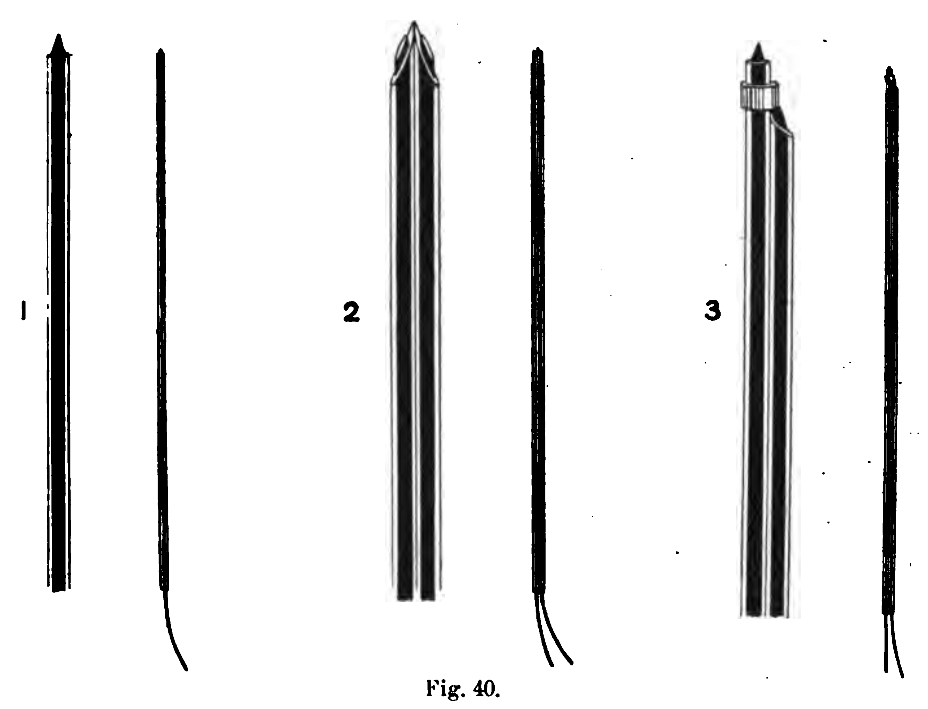


Fig. 40.
Nadeln nach Horsley u. Clarke zur Reizung und elektrolytischen Zerstörung.

Um aseptische Operationen zu ermöglichen wird das ganze Instrument mit absolutem Alkohol, die Nadeln mit starken Säuren behandelt.

3. Ewalds Rindenreizung am freilaufenden Hunde.

Bei den gewöhnlichen Reizverfahren ist man stets auf einen mehr oder weniger unnormalen Zustand des Tieres angewiesen (Narkose, Fesselung). So wertvoll die Resultate trotzdem sind, wenn man nur dafür sorgt, daß ein möglichst konstanter und in seinen Bedingungen bekannter Zustand des Tieres herrscht, so war es doch wünschenswert, eine Ergänzung durch eine Methode zu besitzen, durch welche eine Reizung unter völlig normalen Bedingungen und trotzdem ohne Belästigung des Tieres möglich ist.

Diesen Zwecken dient die von Ewald[82. 83]) ersonnene Methode der Rindenreizung am freilaufenden Hunde. Sie besteht im wesentlichen darin, dem Tiere in Narkose eine in ein gedrehtes Elfenbeinstück eingelassene Elektrode in eine Trepanöffnung des Schädels einzuschrauben, sie nach außen mit Leitungsschnüren zu versehen und nun die Reizungen am freilaufenden Tier erst nach einigen Stunden oder am folgenden Tage nach

*) Die Apparate sind hergestellt von Swift and Son, Tottenham Court Road, London; die Nadeln von Rittershaus Huntley Street, Tottenham, Court Road, London.

Vorübergehen der Narkosenwirkung vorzunehmen. Es zeigt sich, daß das Tier die Reizung und die durch sie ausgelösten Bewegungen gar nicht weiter beachtet. Die Methode ist von Baer[8]) und von Talbert[341]) zu eingehenden Versuchen benutzt worden. Die von den Autoren verwendeten Elektroden (beide von Ewald) sind etwas verschieden; sie seien beide genauer besprochen.

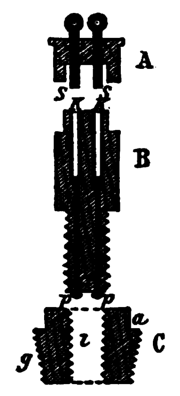


Fig. 41.
(Nach Talbert.)
Elektrodenträger für Hirnreizung nach J. R. Ewald.
(Ansicht im Durchschnitt.)
A Deckel mit Steckstiften *S S* zum Anschluß an die Leitung.
B „Kern", enthaltend die Kupferhülsen *K K* für die Steckstifte, und die Knopfelektroden *p p* aus Platin.
C „Conus", zum Einschrauben in die Trepanöffnung der Schädeldecke.

Fig. 41 zeigt die von Talbert zuerst verwendete Form. Der in die Schädellücke einzuschraubende Elfenbeinring C ist außen konisch geformt; in seinen inneren Schraubengang paßt die Windung des die Platin-Knopfelektroden tragenden Stückes B. Die Leitungsschnüre werden an dem deckelartigen Steckkontakt A angebracht. An Stelle der letztgenannten Teile A und B verwendete Talbert später die in D und E wieder gegebenen Stücke, durch die der Kontakt besser gegen zufälliges Loslösen gesichert war (Fig. 42). Die Leitungsschnüre L laufen in eine Art Zange D aus, deren Spitzen z in den Vertiefungen V den Elektrodendrähten angedrückt werden. Durch Vorschieben des Querstücks Q wird das Abschütteln der Zange verhindert.

Bei der von Baer benutzten Einrichtung (Fig. 43) ist der mit Gewinde versehene Konus b aus Metall; er wird mit einem auf den vierkantigen Aufsatz a passenden Schlüssel in die Trepanöffnung eingeschraubt. Die in der Mitte des Konus befindliche Längsbohrung l stellt nun die Schraubenmutter dar für das Gewinde c eines dickeren Metallzylinders M, in welchem zwei bis vier Drähte derart enden, daß ihre abgerundeten Enden nur sehr wenig über dem Niveau der unteren Fläche von c hervorragen. Die Tiefe, bis zu welcher der Zylinder eingeschraubt wird, kann durch Zwischenlegen von Ringen r zwischen Zylinder und Konus beliebig bestimmt werden.

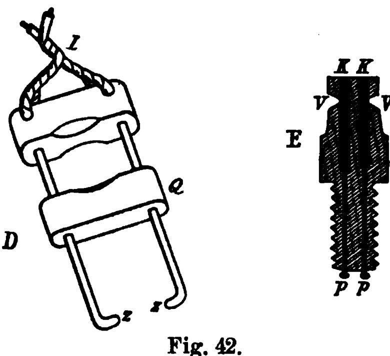


Fig. 42.
(Nach Talbert.)
Veränderte Form des Leitungsanschlusses.
D „Zange".
E „Kern" mit seitlichen Vertiefungen *V V*, in denen die Zangenspitzen *z z* mit den Elektroden *Kp Kp* in Kontakt treten können. (Im Durchschnitt dargestellt.)

Sollen bestimmte Stellen der Hirnoberfläche gereizt werden, so ist die Trepanöffnung unter Berücksichtigung der topographischen Beziehungen anzulegen. Durch Vorhandensein mehrerer Elektroden bietet die Baersche Anordnung noch die Möglichkeit, bei schon festliegendem Konus die Reizstelle zu wechseln. Talbert empfiehlt, um den gewünschten Punkt der Hirnrinde mit größerer Sicherheit zu treffen, gleich auf beiden Seiten ein Elektrodenpaar anzubringen (und auch sonst die Operation gleich an zwei oder mehreren Stellen auszuführen). Nach der Trepanation wird die Dura im freigelegten Bezirk entfernt und dafür gesorgt, daß in der Öffnung kein Blutgerinnsel liegt (Baer). Nach Talbert wird sodann gleich nicht nur der Konus, sondern auch der Kern eingeschraubt, die Haut über dem ganzen zusammengenäht und dann für den oberen Teil des Kerns ein kleiner Einschnitt in die Haut gemacht.

Auch zur gleichzeitigen Reizung zweier Rindenstellen ist die Methode durch Baer in einer größeren Reihe von Versuchen verwendet worden.

Als Reiz kamen beide Stromarten, der faradische und der galvanische Strom in Anwendung, ersterer von Talbert, letzterer in der Regel von Baer. Auf die Nachteile des mit polarisierbaren Metallelektroden zugeleiteten konstanten Stroms kann hier nur verwiesen werden; an die Möglichkeit einer schädlichen Wirkung von „Zersetzungen durch den Strom" hat auch Baer gedacht.

Neben der bipolaren Anwendung der Elektrode kam die unipolare bis jetzt weniger in Betracht. Nur Baer führte einige Experimente so aus, daß die Anode auf der einen, die Kathode auf der andern Hirnhälfte lag, so daß also je nach der Stromrichtung und der Art der Stromveränderung (Schließung oder Öffnung) die Erregung von der einen oder anderen Seite ausging, und eine Art unipolarer Reizung vorlag. Es sei aber noch

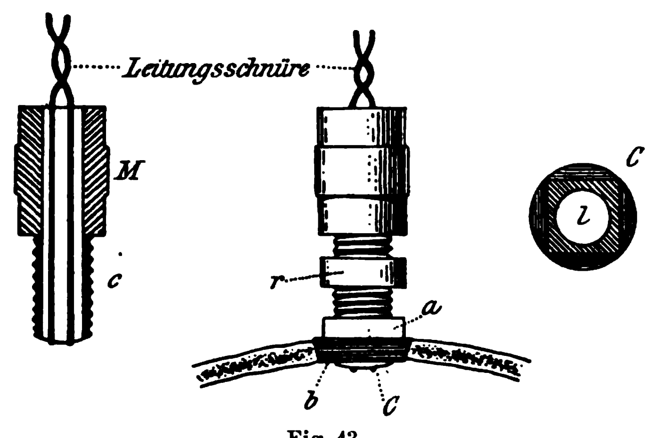


Fig. 43.
Ewaldsche Elektrode (nach Baer).

darauf hingewiesen, daß man mittels der mit mehreren Drahtenden versehenen Knopfelektrode das gewöhnliche unipolare Verfahren in ähnlicher Weise, wie es oben beschrieben wurde, anwenden könnte; man hätte dabei den Vorteil, bei einmal festliegender Elektrode mehrere Punkte streng getrennt reizen zu können.

So einleuchtend nun die Vorzüge dieser Methode Ewalds auch sind, so wenig dürfen die ihr entgegenstehenden Schwierigkeiten bei einer Deutung der Resultate vernachlässigt werden. Zunächst dürfte es sich empfehlen, die Reizungen nicht zu lange Zeit nach dem operativen Eingriff auszudehnen. Talbert stellte fest, daß die anfangs gültige Reizstärke etwa 4 Tage lang beibehalten werden konnte, dann aber allmählich zu vermehren war. Nach 14 Tagen wurde bei der Sektion zwischen Hirnoberfläche und Elektroden eine Schwarte gefunden, wonach es wahrscheinlich ist, daß die Abnahme des Reizeffektes durch die Vernarbung bedingt wird. Dasselbe nimmt auch Baer an. Es leuchtet aber ein, daß die Gefahr von wirksamen Stromschleifen auf Nachbarteile mit der Dicke der sich zwischenlegenden Schicht wächst. Freilich konnte Talbert an den Reizerfolgen keine Anzeichen einer solchen Stromausbreitung bemerken. Kann man sich gegen diese Möglichkeiten leicht dadurch schützen, daß man die Reizungen auf die ersten Tage nach dem Einsetzen der Elektroden beschränkt, so ist es wesentlich schwieriger, sich vor einem anderen Fehler zu sichern. Er würde darin bestehen, daß die Draht-

enden der Elektroden nicht immer an genau der gleichen Stelle der Oberfläche anliegen und daß die Berührung überhaupt zeitweise aufgehoben ist und die Leitung nur durch eine mehr oder weniger dicke Flüssigkeitsschicht aufrecht erhalten wird. Hierdurch würden ein Wechsel des Reizerfolges, Änderungen der Erregbarkeit usw. in unübersehbarer Weise vorgetäuscht werden. Da die Drahtenden in fester Beziehung zu dem Schädelknochen stehen, die Gehirnoberfläche sich aber infolge des Herzschlages und der Atmung etwas in der senkrechten Richtung zum Knochen bewegt, werden solche Verschiebungen kaum ganz ausbleiben können. Es wäre möglich, daß die Verschiedenheit der Stromstärke, die bei verschiedener Lage und Haltung des Tieres nach Talbert nötig ist, zum Teil durch solche Verschiebungen der Hirnoberfläche gegen die Drahtenden bedingt ist; auch Baer erwähnt diese Möglichkeit, es findet sich sogar an einer Stelle (l. c. S. 562) die Bemerkung, daß die durch eine konstante Durchströmung ausgelösten Zuckungen kurz vor der Höhe der Inspiration am intensivsten waren.

Bei weiteren Versuchen wäre meiner Ansicht nach in Erwägung zu ziehen, ob man nicht durch Anbringen einer Federung, welche die Drahtenden mit leichtem Druck an die Hirnoberfläche anzudrücken hätte, einen unter allen Umständen sicheren Kontakt herstellen könnte. Dadurch würde diese elegante Methode nicht nur zur Demonstration, sondern auch zur Forschung weiter fruchtbar werden.

II. Besondere Technik.

Nachdem im ersten Teil dieses Abschnittes die zur Freilegung der verschiedenen Gebiete des Zentralnervensystems dienlichen Methoden ausführlich abgehandelt worden sind, brauchen hier nur noch diejenigen vorbereitenden Eingriffe nachgetragen zu werden, die nur speziell bei Reizversuchen vorzunehmen sind, bei Ausfallversuchen hingegen nicht in Betracht kommen. Es muß also im voraus bemerkt werden, daß das Folgende in der angedeuteten Beziehung einen Nachtrag des Früheren darstellt, und daß es sich empfiehlt, zuerst die entsprechenden früheren Kapitel zu Rate zu ziehen.

a) Nervensystem der Vögel.

1. Rückenmarkswurzeln.

Reizungsversuche an den Spinalnerven von Tauben und Hühnern führte Langley [192]) aus. Beträchtliche Schwierigkeiten ergeben sich unter anderem aus der Kürze der Wurzeln, wegen derer leicht Stromschleifen (in Langleys Versuchen mußten besonders solche auf den Sympathikus vermieden werden) zu Fehlern führen können. Die beste Methode ist nach Langley, das Mark auf jeder Seite eines Nerven zu isolieren und das Markstück selbst zu reizen. Bei der Taube wurde ein Stück auf jeder Seite des Nerven ausgeschnitten, die Wurzeln einerseits durchschnitten und das Mark mit den Wurzeln der andern Seite emporgehoben. Bei dem weichen Mark des Huhns und im Zervikalmark der Taube war es besser, ein Stück Schwamm jederseits von der Nervenwurzel in das Mark zu drücken.

2. Großhirn.

Bickel [34]) untersuchte das Großhirn der Taube mit einer dem Ewaldschen Prinzip nachgebildeten Methode. Eine mit Zuleitungsdrähten versehene Siegellackscheibe wird mit Hilfe der übergenähten Haut auf der Schädelöffnung angebracht, die Drähte werden nochmals am Hals des

Tieres befestigt. Dieses wird nach Erwachen aus der Narkose im Käfig beobachtet.

Während Bickels Versuche hinsichtlich der Reizerfolge negativ ausfielen, fand Kalischer[153, 154]) an der Taube und verschiedenen anderen Vögeln Stellen, von denen aus Bewegungen der Extremitäten, der Kiefer und Augen ausgelöst werden konnten. Die abweichenden Ergebnisse Bickels dürften wohl darauf zurückzuführen sein, daß nicht die geeigneten Stellen getroffen wurden. Fig. 44 gibt die motorischen Felder der Taube nach Kalischer[153]) wieder. Um sie zu erreichen, muß das Gehirn sehr weit nach vorne und zur Seite in der Umgebung des dort befindlichen großen Gefäßes freigelegt werden. Als Elektroden verwendete Kalischer feine knopflose Platindrähte. Die Reizung wurde nach Erwachen aus der Äthernarkose uni- und bipolar vorgenommen.

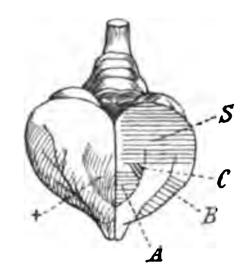


Fig. 44.
Großhirn der Taube nach Kalischer.
A Extremitätenregion.
B Kiefer-Zungenregion.
C Augenschlußregion.
S Sehsphäre.
+ Wulst.

3. Sonstige Hirnteile.

Entsprechend der geringen Ausgiebigkeit, mit welcher manche Gebiete der Physiologie des Zentralnervensystems der Vögel bis jetzt bearbeitet wurden, liegen auch keine eingehenden Reizversuche über die übrigen Teile des Nervensystems vor. Es kann hier auf diese Lücke nur hingewiesen und bemerkt werden, daß sich am Kleinhirn und seinen Stilen, an den Lob. optic. u. a. m. unschwer Reizversuche ausführen ließen. Feine Drahtelektroden, am besten unipolar, ließen sich an der Oberfläche oder auch in die Substanz versenkt anbringen und durch Gips, Siegellack, Wachs oder dergleichen befestigen. Für manche Teile würde das Eingipsen in die Ohrhöhle eine sehr sichere Befestigung abgeben können.

b) Nervensystem der Säugetiere.

1. Rückenmarkswurzeln.

Reizungen der Rückenmarkswurzeln sind in großer Zahl vorgenommen worden. Es soll versucht werden, die Angaben der Autoren zu einem übersichtlichen Gesamtbild zu vereinigen.

Da die Tiere nach diesen Reizversuchen in der Regel nicht länger am Leben erhalten zu werden brauchen, eröffnet man den Wirbelkanal wesentlich breiter, als zu den Durchschneidungen; man erhält derart einen bequemen Zugang zu den Wurzeln und kann sich besonders auch bei elektrischen Reizungen vor Stromschleifen besser sichern. Vielfach wird empfohlen, das Rückenmark möglichst schnell freizulegen. Schiff[300]) verfährt in der Weise, daß er bei Versuchen über die rückläufige Sensibilität am Lendenmark vom vorletzten Lendenwirbel aus mit der Knochenzange Muskulatur und Wirbelbogen, unbeachtet der Blutung, unter Leitung des die Dura fühlenden Fingers gleichzeitig durchtrennt; der Kreuzbeinkanal wird in gleicher Weise eröffnet. Die Haut wird provisorisch vernäht und das Erwachen des Tieres aus der Narkose abgewartet. Bradford[51])

empfiehlt ebenfalls schnell zu operieren, um die Blutverluste einzuschränken. Nach Durchschneidung der Wirbelaponeurose wird die Muskulatur schnell vom Knochen abgetrennt, die Blutung mit Fingerdruck und Schwämmchen beherrscht und die blutenden Stellen abgeklemmt. Die Muskulatur wird bis zur Freilegung der Querfortsätze und Rippenansätze abgetrennt, die dorsalen Äste der Interkostalarterien dabei durchschnitten und abgeklemmt. Bei Entfernung der Spinae und Wirbelbögen werden die Blutungen durch Torsion und Unterbindung bekämpft. Am Kaninchen stößt man nach Langley [191]) auf Schwierigkeiten bei Freilegung des ersten Thorakalnerven, indem die Tiere bei Durchschneiden der Bögen des letzten Zervikal- und ersten Thorakalwirbels durch Luftembolie in die intervertebralen Venen zugrunde gehen können.

Betreffs der Verminderung des Blutverlustes sei hier noch darauf hingewiesen, daß Langendorff [188]) gelegentlich einer besonderen Fragestellung die Freilegung des Lendenmarks nach Ligatur der Bauchaorta (Kaninchen) ausführte. Hierdurch kann also die ganze Operation bei Blutleere vorgenommen werden; dauert der Verschluß der Aorta nur kurz, so wird man auch solche Reizungen vornehmen können, bei denen ein normaler Zustand des Rückenmarks Voraussetzung ist. Weniger ist ein schädlicher Einfluß bei Reizung vorderer Wurzeln zu befürchten.

Die Reizung der Wurzeln ist je nach der Region des Rückenmarks mit verschiedenen Schwierigkeiten behaftet. Am leichtesten sind die Versuche in der Gegend der Cauda equina der bedeutenden Länge der Wurzeln wegen auszuführen. Die hinteren Wurzeln werden, je nachdem sie zentral oder peripher gereizt werden sollen, nahe oder entfernt vom Rückenmark unterbunden und durchschnitten. Um die Vorderwurzeln dieser Gegend zu erreichen, durchschneidet Sherrington [310]) nach Spaltung der Dura die hinteren Wurzeln, verfolgt die vorderen, eventuell nach Entfernung eines kurzen Stücks des Marks, bis zu ihrer Austrittsstelle und macht sie mit einem Haken frei; die Wurzelbündel werden unterbunden und mit ihrem oberen Ende nach Durchschneidung aus dem Wirbelkanal herausgehoben.

Im oberen Lumbalmark ist es nach Sherrington [310]) wegen der Kürze der vorderen Wurzeln notwendig, ein genügendes Stück des Marks zu entfernen und die Wurzel, ungeachtet der dabei auftretenden Blutung, etwas in das Intervertebralloch hinein zu verfolgen. Dann wird die ganze Wurzel (vorderer und hinterer Anteil) nahe am Durchtritt durch die Dura unterbunden und durchschnitten.

Für die Untersuchung der vorderen Wurzeln der Hals- und oberen Brustregion kommen hauptsächlich die Angaben von Langley [191]) in Betracht. Folgende Methoden stehen zur Verfügung. Die Nerven werden gerade außerhalb der Dura unterbunden und durchschnitten, auf jeder Seite der durchschnittenen Nerven werden kleine Schwammstücke zwischen Mark und Knochen gesteckt. Das Rückenmark kann oberhalb durchschnitten oder auch ganz entfernt werden. Oder das Rückenmark wird (ähnlich wie am Vogel) in einzelne jedem Spinalnerv entsprechende Segmente zerteilt.

Neben der direkten Reizung der Vorderwurzeln kommt zum Zweck der Untersuchung ihrer peripheren Verteilung noch die Methode Sherringtons[311]) in Frage, vor und hinter der zu untersuchenden Wurzel im Wirbelkanal eine Reihe von Nerven zu durchtrennen, die Degeneration abzuwarten, und nun peripher die einzelnen Nervenstämme zu reizen.

Kurz sind noch die in Betracht kommenden Reizarten zu berühren. Von den mechanischen Reizen, Kneifen mit der Pinzette nach Schiff[300]), Abbinden nach Stricker[340])*) wurde an anderer Stelle schon gesprochen. Im übrigen wird bipolare elektrische Reizung mit kurzem Elektrodenabstand angewendet.

Daß Stricker[340]) zu besonderen Zwecken die Narkose durch vorhergehende Rückenmarksdurchschneidung vermied (s. S. 9), sei hier nochmals erwähnt.

2. Rückenmark.

In der in Ludwigs Institut ausgeführten Arbeit von de Boeck[45]) wurde die schon im allgemeinen Teil geschilderte und abgebildete Reizeinrichtung benutzt, bei welcher eine der direkten mechanischen oder der unipolaren elektrischen Reizung dienende Nadel in festen Schlittenführungen bewegt werden kann. Die Reizung geschah am freigelegten, aber im übrigen intakten Rückenmark des Kaninchens; die Wirbelsäule wurde in sorgfältiger Weise mit den ebenfalls schon besprochenen Vorrichtungen fixiert. Von einer planmäßigen Fortsetzung solcher Versuche unter Verwendung des Prinzips der Vorausbestimmung des Reizortes sind manche Fortschritte zu erwarten.

In zweiter Linie ist die Methode der Reizung des frisch angelegten Rückenmarkquerschnittes zu erwähnen. Von Fröhlich und Sherrington[100]) wurde dieselbe derart angewendet, daß zunächst zur Vermeidung lokaler Reflexe die Spinalwurzeln des freigelegten Teils des Rückenmarks durchschnitten wurden. Nach Eröffnung der Dura wird das Mark mit sehr scharfem Messer durchtrennt und etwas aufgehoben. Zur Reizung diente die oben (s. S. 108) abgebildete unipolare Elektrode, welche gegen das Rückenmark gehalten werden kann, ohne es zu verletzen, aber auch ohne bei den Atembewegungen sich zu verschieben.

Gotch und Horsley[113]) exzidieren ein etwa $^1/_2$ cm langes Stück und trocknen die Lücke völlig mit Zunder und Schwammstückchen.

Ich[351]) fand es gelegentlich zweckmäßig, eine feine bis an die Spitze isolierte Nadel (ebenfalls für unipolare Reizung) in das Mark einzustecken; da es sich um absteigende Wirkungen handelte, wurde das Mark oberhalb durchschnitten, ferner wurden einige Wurzeln durchtrennt und das Markende mittels eines untergeschobenen Gummiplättchens etwas herausgehoben. Dies Verfahren empfiehlt sich dann, wenn, wie etwa bei Untersuchung der pupillenerweiternden Wirkung von Halsmarkreizen, Stromstärken nötig sind, die stärkere Zuckungen der Körpermuskulatur auslösen. Durch diese würde eine mit der Hand gehaltene Elektrode abrutschen; die

*) Vgl. auch Sherrington[309]), an peripheren Nerven, kombiniert mit Hinterwurzeldurchschneidung.



Nadelelektrode hingegen, die mit einem sehr feinen Draht verbunden ist, behält ihre Lage unverändert bei.

3. Medulla.

Hier seien die Arbeiten von Bach und Meyer [7]), sowie Trendelenburg und Bumke [350]) erwähnt, in denen durch Schnitte eine Reizung der Medulla beabsichtigt wurde.

Im übrigen kämen hier die für das Rückenmark geschilderten elektrischen Methoden in Betracht.

Über den Zuckerstich s. Seite 68.

4. Kleinhirn.

Über die an der Kleinhirnrinde zweckmäßigsten Reizmethoden verdanken wir Horsley und Clarke [143]) wichtige Angaben. Nach diesen Autoren ist überhaupt die Reizbarkeit des Kleinhirns (d. h. die Möglichkeit, durch Reize Muskelbewegungen zu erzielen), nur gering. Eine Ausnahme hiervon macht nur der Sulcus paramedianus, in welchem weiße Markfasern frei an der Oberfläche liegen. Wenig geeignet erwiesen sich den genannten Autoren mechanische Reize sowie der konstante Strom, bei welchem man keine genügende Sicherheit besitzt, nur die Rinde zu reizen. Bei Anwendung des faradischen Stroms ist die unipolare Methode zu verwerfen, weil sie besonders an den hinteren Kleinhirnpartien zu Stromschleifen auf die Medulla führt. Dieser Fehler ging unter anderem deutlich daraus hervor, daß die motorische Reaktion von der Lage der indifferenten Elektrode abhing. Werden ferner mit unipolarer Methode Muskelzuckungen (Trapeziusgebiet) erhalten, so bleiben sie aus, wenn bei gleichem Rollenabstand bipolar gereizt wird.

Die in Aussicht gestellte Arbeit über Reizung der Kleinhirnkerne war zurzeit noch nicht erschienen.

Es mögen noch einige Angaben früherer Untersucher erwähnt werden, wenn sie auch nach dem vorigen in mancher Beziehung, soweit sie die Rinde betreffen, einer Revision zu unterziehen sein werden. Lewandowsky [196]) wendete die Ewaldsche Methode der Reizung am ungefesselten Tier an. Die Elektroden lagen ziemlich genau in der Furche zwischen Hemisphäre und Wurm. Gereizt wurde mit Induktionsströmen. Ferner nahm derselbe Autor die ältere Methode von Nothnagel [249]) wieder auf, nämlich die mechanische Reizung durch Nadelstiche; um störende Verletzungen zu vermeiden, dürfen diese Stiche nur fein sein. (Nothnagel verwendete die Nadel zum Teil auch in glühendem Zustande.) Lourié [203, 204]) verwendete, neben unipolarer Reizung in gewöhnlicher Anordnung, ebenfalls die Ewaldsche Knopfmethode in gleicher Weise wie Lewandowsky. Auf die Methode von Pagano [252, 253]) Kurare einzuspritzen, wurde schon hingewiesen (S. 107). Durch ein kleines Trepanloch wird 0,1—0,3 ccm einer 1 % Lösung mit Pravazspritze durch die Dura eingespritzt; darauf wird das nicht narkotisierte Tier (Hund) schnell losgebunden, damit die Symptome sofort studiert werden können.

Die Methoden zur ausgedehnteren Freilegung des Kleinhirns sind dem Früheren zu entnehmen; es sei noch besonders auf die Überschreitung des Sinus nach v. Rynberk und Cadman (S. 75 u. 106) verwiesen.

5. Vierhügel und Boden des dritten Ventrikels.

Prus [271]) gelangte bei Reizversuchen zu den Vierhügeln entweder unter Schonung des Großhirns durch Emporheben des Okzipitallappens; die

Technik ist früher (siehe S. 77) beschrieben worden. Oder er entfernte das Großhirn, zum Teil mit Einschluß der Streifen- und Sehhügel; in diesem Falle wurde unmittelbar vor den Vierhügeln ein bis an die Schädelbasis reichender Frontalschnitt geführt, die Teile mit Holzspatel entfernt und tamponiert. Oder schließlich gelangte Prus an die Vierhügel nach Entfernung des Kleinhirns und Tentorium desselben.

Hensen und Völkers[127]) führten beim Hunde Reizversuche am Boden des dritten Ventrikels aus. Nach Durchschneidung und Unterbindung der Dura wird das Vorderhirn entfernt; die unter dem Splenium des Corp. callos. liegende Vena Galeni wird unterbunden, Blutung aus der Art. fossae Sylvii wird durch Torquieren gestillt. Das Tentorium wird entfernt und der Boden des Ventrikels durch Spalten oder Abtragen der Vierhügel freigelegt. In einigen Experimenten wird die Abklemmung der großen Halsgefäße (zur Verminderung der Blutung) erwähnt.

Über die Einspritzung verschiedenster Stoffe in diese Gegend vgl. Polimanti[262]).

6. Corpus striatum und Thalamus opticus.

Bei der oben (S. 80 ff) angegebenen Methode, eine Großhirnhemisphäre in toto herauszunehmen, wird der Seitenventrikel ohne Verletzung der in ihn hineinragenden Basalganglien eröffnet; letztere sind hiermit der Reizung ohne weiteres zugänglich. In dieser Weise gelangten, mit geringen Verschiedenheiten der Technik, auf die nicht besonders eingegangen zu werden braucht, Schüller[303]) und Prus[272]) zum Nucleus caudatus und Thalamus beim Hunde. Babinsky und Lehmann[6]) eröffnen beim Kaninchen den Seitenventrikel durch Absaugen der über ihm liegenden Hirnmasse. Aronsohn und Sachs[3]) reizten die dem Wärmestich entsprechende Stelle ohne Freilegung des Seitenventrikels, indem sie an der bekannten Stelle (s. S. 86) eine bis an die Spitze gefirnißte Nadel einsteckten und zur unipolaren Reizung verwendeten, oder indem sie zwei durch ein plattes Korkstückchen gesteckte Platindrähte, die ebenfalls bis zur Spitze isoliert waren, so in das Gehirn einstachen, daß jeder Draht ein Corp. striat. traf. Die Kopfhaut wurde so über die Korkstückchen vernäht, daß nur die freien mit einem Öhr versehenen Enden der Drähte herausragten.

Mit der Methode von Horsley und Clarke hat ganz neuerdings Sachs[289a]) Reizungen an den Thalamuskernen des Affen vorgenommen*).

7. Innere Kapsel.

Die Lagerung der motorischen Fasern in der inneren Kapsel wurde von Beevor und Horsley[23, 24]) durch Reizversuche am Affen ermittelt. Die Schädelkapsel wird auf der einen Seite breit eröffnet, die Mittellinie dabei um etwa 1 cm überschritten. Die Hemisphäre wird nach der Mitte gezogen und die Art. cerebri media dicht hinter ihrem Ursprung in der Tiefe der Fissura Sylvii ligiert. Dann wurde mit einem langen und scharfen Skalpell ein horizontaler Schnitt durch die Hemisphäre von der Außenfläche zur Mittellinie hin ausgeführt, der aber 1—2 mm vor der Medianebene halt macht. Der Schnitt geht durch die dritte Stirnwindung und schneidet die

*) Auf diese Arbeit konnte des näheren hier nicht mehr eingegangen werden.

Sylvische Spalte zwischen mittlerem und hinterem Drittel. Eine Blutung aus der Arteria lenticulo-striata wurde durch Auflegen von Zunder gestillt. Die Konturen der Basalganglien wurden auf Millimeterpapier eingezeichnet und die einzelnen Quadrate (und entsprechend die Reizerfolge) numeriert. Die verwendeten Platinelektroden hatten 1 mm Abstand.

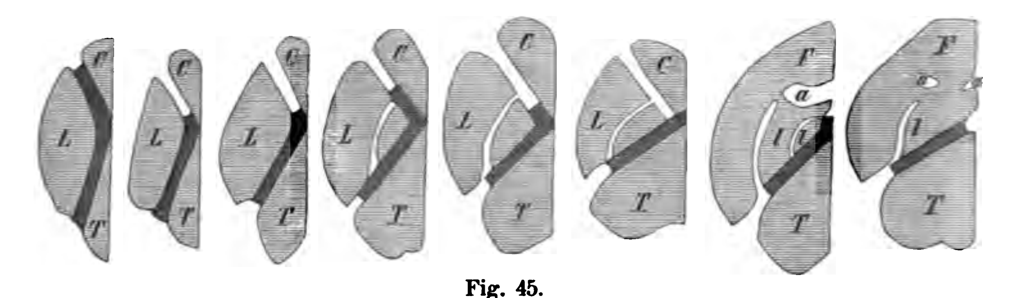


Fig. 45.

Die motorischen Bahnen (die dunkle Partie) in den verschiedenen Niveaus der linken inneren Kapsel vom Affen (macacus) nach Beevor und Horsley (28, Tafel 5; Fig. 1). *L*, Außenteil des Linsenkerns; *l*, Mittelteil desselben; *T*, Sehhügel; *C*, Schweifkern; *a*, vordere Kommissur; *F*, Vereinigungsstelle des Linsen- und Schweifkerns. 4/3 der natürlichen Größe. (Aus Tigerstedt, Lehrbuch der Physiologie.)

Zur Orientierung über die Lage der motorischen Bahnen in den verschiedenen Querschnittshöhen der inneren Kapsel diene Fig. 45. Die Bilder folgen sich von links nach rechts in der Richtung von der Oberfläche zur Tiefe.

8. Großhirnrinde.

1. Reizung mit beweglichen Elektroden.

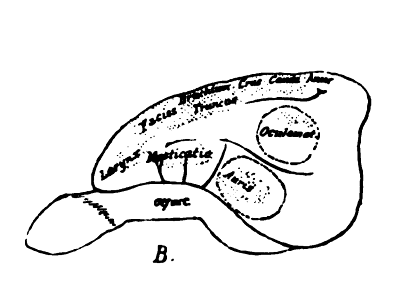
Eine hervorragende Bedeutung nimmt die Reizmethode bei Untersuchung der Funktionen der Großhirnrinde ein. Seit der Entdeckung von Fritsch und Hitzig hat eine sehr große Anzahl von Forschern bei einer stattlichen Reihe von Tierarten bis hinauf zu den höchsten Affen die Topographie der motorischen Rindenstellen auf das eingehendste untersucht, ja auch beim Menschen hat man häufig Veranlassung gehabt, die entsprechenden Beobachtungen durchzuführen. Dementsprechend ist die Ausarbeitung der Methodik als einigermaßen abgeschlossen zu bezeichnen, wenigstens soweit es sich um die bisher in der Regel in erster Linie untersuchten Aufgaben handelt.

Dem im allgemeinen Teil Gesagten sind hier noch einige spezielle Punkte nachzutragen.

Die Topographie der motorischen Rindenfelder für Kaninchen, Katze, Hund und Affen ist in den Figuren 46—50 enthalten. Für die der Untersuchung nur seltener zur Verfügung stehenden höheren Affen sind die Abbildungen in Tigerstedts Lehrbuch leicht zugänglich. (Für die Verhältnisse am Menschen sei auf Krause[168]) verwiesen.) Die Projektion auf die Schädeloberfläche ergibt sich aus den Figuren 31—33.

Für den Erfolg sehr wichtig und in den einzelnen Fällen etwas verschieden ist die Art und der Grad der Narkose. Hat die Inhalationsnarkose den Vorteil, daß man verhältnismäßig schnell jeden beliebigen Grad von Narkose erreichen kann, so geht damit der Nachteil einher, daß es nicht

leicht ist, Reizungen längere Zeit unter genau den gleichen Bedingungen auszuführen. Dies ist in hohem Maße bei der Injektionsnarkose (z. B. Mor-



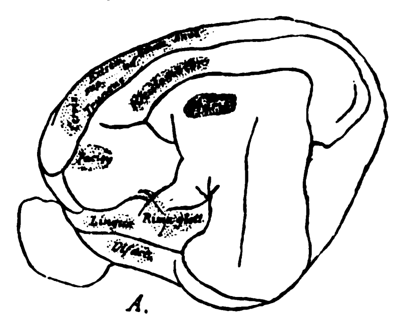


Fig. 46. Fig. 47.
Motorische Region vom Kaninchen und von der Katze, nach Mann.
(Aus Edinger, Vorlesungen I. Band, 1904.)

phium) der Fall, welche aber ihrerseits wieder den Nachteil bietet, daß es nicht immer gelingen wird, gerade die richtige Menge des Narkotikum zutreffen.

Beim Kaninchen verwendet Exner[84]) Chloralhydrat, wovon 0,2 gr (frisch gelöst) in die Vena jugul. ext. eingebracht werden; bei kleinen Tieren etwas weniger. Bei Demonstrationen finde ich es zweckmäßig nach Bedarf etwas Äther hinzuzunehmen, oder besser nur mit Ätherinhalation vorzugehen (oder Alkohol-Äthergemisch nach Neisser[241])); es empfiehlt sich, die Reizungen stets erst nach Abstellen der Ätherzufuhr anzustellen und hierbei einen Schlaf geeigneter Tiefe abzuwarten; zeigt das Tier die erste Unruhe, so wird wieder etwas Äther zugeführt und wiederum nach Abstellen desselben der geeignete Zeitpunkt ausprobiert. Man kann so zu sehr regelmäßigen Ergebnissen gelangen. Nach Steffahny[336]) kann Morphium, bis 7 ccm einer 1 % Lösung in die Vena jugularis externa injiziert, ohne Herabsetzung der Rindenerregbarkeit angewendet werden.

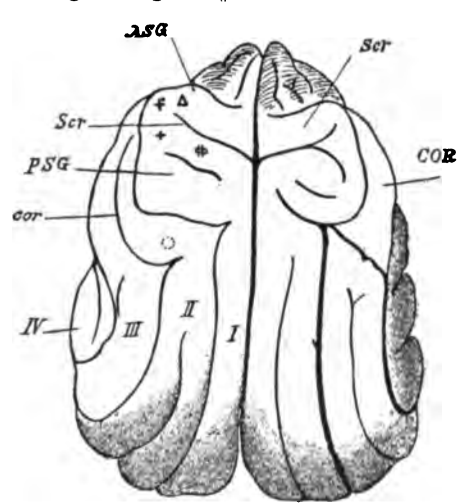


Fig. 48.
Oberfläche des Hundegehirns mit den erregbaren Punkten, nach Fritsch und Hitzig. △ **Nackenmuskeln.** ✢ **Extensoren und Adduktoren des Vorderbeins.** + **Beugung und Rotation des Vorderbeins.** ⌗ **Hinterbein.** ○ **Facialis.** *Scr*, **Sulcus cruciatus.** *ASG*, **Gyrus sigmoideus ant.** *PSG*, **G. sigmoideus post.** *COR*, **G. coronarius.** *cor.*, **Fiss. coronaria.** *I, II, III, IV*, **erste bis vierte äußere Windung.**
(Aus Tigerstedt, Lehrbuch der Physiologie.)

Bei der Katze gibt Spencer[326]) Äther; Levy[194]) verwendet Morphium 0,012—0,06 g subkutan, ¼ Stunde vor der Reizung gegeben), Äther hingegen nur bei der vorbereitenden Operation.

Beim Hunde wird in der Regel die kombinierte Morphium-Äthernarkose verwendet. Nur bei ganz jungen Hunden ist Morphium zu vermeiden (Paneth[254])). Wiederum ist es zweckmäßig, die Reizungen im Stadium der abklingenden Ätherwirkung vorzunehmen. du Bois-Reymond und Silex[47]) gehen bis auf 0,2 gr Morphium p. kg; sollen besonders die Einwirkungen der Reize auf die Atmung untersucht werden, so darf nach Spencer[326]) hingegen nur wenig Morphium (0,0014 gr. p. kg.) gegeben werden.

Für den Affen ist nach den völlig übereinstimmenden Erfahrungen einer großen Reihe von Untersuchern, welche hier nicht einzeln aufgeführt zu werden brauchen, die Äthernarkose sehr geeignet; in der Tat findet man auch in dieser Hinsicht die Versuche am Affen mit weniger Schwierigkeiten behaftet, wie bei manchen anderen Versuchstieren. Der nötige Grad der Narkose ist leicht durch Probieren zu finden; im allgemeinen müssen spontane Bewegungen und Spannungen der Muskulatur (C. u. O. Vogt[360]) fehlen, und die Reizungen dürfen keine Unruhe des Tieres hervorrufen.

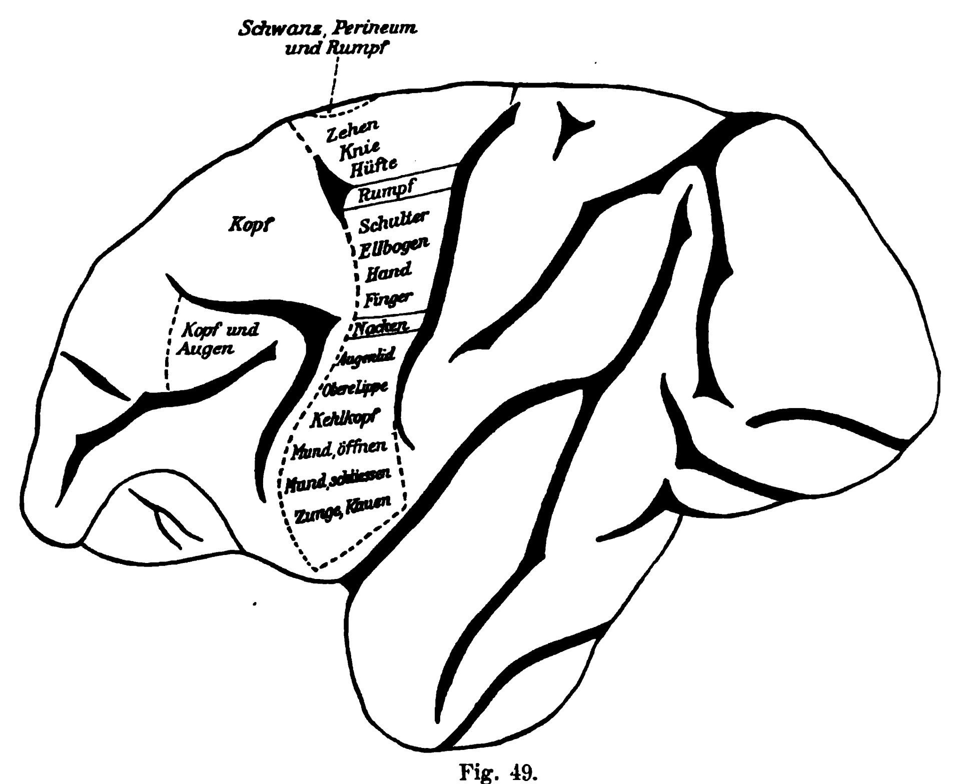


Fig. 49.
Das Gehirn des Macacus sinicus, von links; nach Jolly und Simpson.
(Aus Tigerstedt, Lehrbuch der Physiologie.)

Einige Vorsichtsmaßregeln sind gegen Vertrocknung und Abkühlung der freigelegten Hirnrinde notwendig. Am einfachsten ist es, aus einem mit bodenständigem Ansatz versehenen Gefäß eine passend temperierte Salzlösung über die Oberfläche rieseln zu lassen und die Flüssigkeit nur unmittelbar vor der Reizung abzustellen, damit die Ausbreitung von Stromschleifen vermindert wird. Auch ist in Reizpausen die Dura wieder aufzulegen.

Über die Wahl der geeigneten Stromstärke wurde oben (S. 108) schon das Hauptsächlichste mitgeteilt. Bei der Gefahr der Stromausbreitung, bei der nie sicher ist, welche Stelle eigentlich den beobachteten Effekt gibt, sucht man mit möglichst schwachen Strömen zu arbeiten und bezieht einen Reizeffekt auf diejenige Stelle, für welche der nötige Schwellenwert der niedrigste war. Sind zwar im allgemeinen die an der Zunge eben fühlbaren

Ströme geeignet, so ist doch zu erwähnen, daß nach Beevor und Horsley[24]) am Orang-Utang etwas stärkere Ströme, die auf der Zunge schon unangenehm waren, angewendet werden mußten. Um Unregelmäßigkeiten der Stromausbreitung zu vermeiden, wird bei größeren Affen (und dem Menschen) nach Sherrington (Mitt. an Krause[169])) die Arachnoidea an einer von der Reizstelle entfernten abschüssigen Stelle sorgfältig ohne Verletzung der Pia durchtrennt, so daß die Subarachnoidalflüssigkeit abfließt.

Die Ergebnisse der Reizung werden sofort in ein Schema eingetragen. Beevor und Horsley[21. 25]) teilen die ganze Oberfläche, die genau gemessen und gezeichnet wird, in 2 mm-Quadrate ein. (Der Elektrodenabstand betrug 2 mm.) Einfacher ist es, nach Beevor und Horsley[20]),

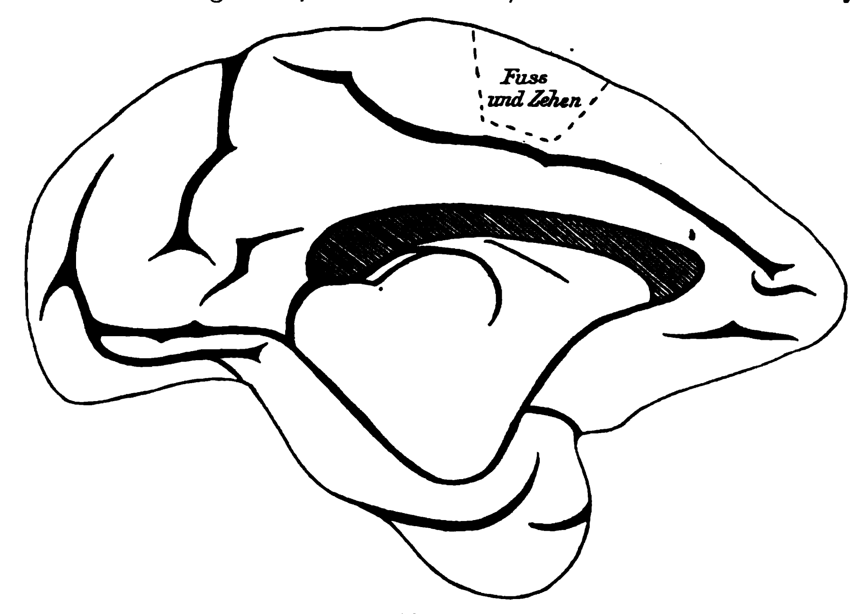


Fig. 50.
Das Gehirn des Macacus sinicus, mediale Fläche; nach Jolly und Simpson. (Aus Tigerstedt, Lehrbuch der Physiologie.)

Jolly und Simpson[149]), C. und O. Vogt[360]), die Gehirnoberfläche mit ihren stark injizierten Gefäßen zu zeichnen. Jede einen bestimmten Reizerfolg ergebende Stelle wird numeriert und der Reizerfolg unter der gleichen Nummer protokolliert. Nachher werden die Ergebnisse auf eine Hirnphotographie übertragen. Es sei noch auf die Möglichkeit hingewiesen, das freigelegte Gehirn sogleich von einem Gehilfen photographieren zu lassen und in den schnell herstellbaren Abzug die Nummern einzutragen; dadurch ist eine völlige Übereinstimmung des Schemas mit der Hirnoberfläche am einfachsten garantiert. An dem an äußeren Anhaltspunkten armen Kaninchengehirn führt, wenn die Beziehung der Reizpunkte auf die sichtbaren Gefäße der Oberfläche nicht genügt, das Verfahren von Mann[207]) zum Ziel. Auf dem hinteren Teil der vom Periost befreiten Nasenbeine wird eine senkrecht zur Medianen verlaufende Linie gezeichnet, auf welche

die Oberflächenpunkte topographisch bezogen werden; bei Untersuchung der seitlichen und unteren Partien des Gehirns werden Hirnphotographien benutzt, auf welche ein quadratisches Liniennetz (2mm) aufgezeichnet ist, die Messungen werden in diesem Fall auf den vordersten Punkt des Frontalhirns bezogen. Nach dem Tode des Tiers wird das Gehirn und auch der Abstand der auf dem Nasenbein gezogenen Linie vom Frontalhirnpol gemessen und nun nach diesen Maßen die beim Experiment gemachten Messungen auf eine mit Quadratnetz versehene Hirnzeichnung übertragen.

2. Reizung mit eingeschraubten Elektroden.

Auch über die Ewaldsche Methode ist dem früher Gesagten noch einiges hinzuzusetzen.

Das Verfahren wurde unter den Säugern bisher nur beim Hunde angewendet. Nach Talbert[341]) eignen sich am besten kleinere nicht zu

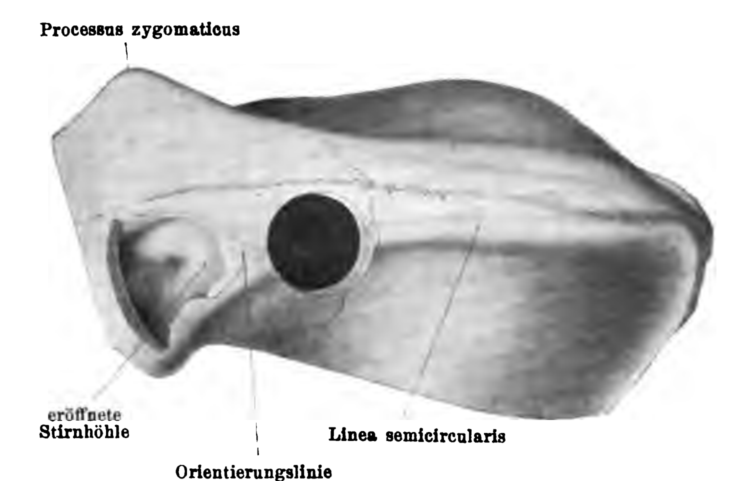


Fig. 51.
Trepanation für die motorische Zone des Hundes (nach Baer).

junge Tiere. Da die Reizungen meist an der Extremitätenzone ausgeführt werden, ist es nötig, deren Topographie genau zu kennen; die Lage des Sulcus cruciatus ist der Fig. 32, die Trepanationsstelle für die motorische Zone außerdem der Fig. 51 zu entnehmen. Nach Baer[8]) wird das Dach der Stirnhöhle ganz entfernt, nachdem man die Lage der Höhle, wenn nötig, durch Perkussion mit einem festen Instrument ermittelt hat. Die Trepanöffnung wird so angelegt, daß ihr vorderster Rand etwa 3 mm hinter der Grenzlinie zwischen der freigelegten hinteren Wand der Stirnhöhle und dem eigentlichen Schädeldach, ihr medialer Rand stark $^1/_2$ cm seitlich von der Mittellinie liegt (Fig. 51).

9. Hirnnerven.

Bei Reizversuchen dürften in der Regel nur die motorischen Hirnnerven, oder bei den gemischten nur die zentrifugalen Wirkungen in Betracht kommen. Es wird daher möglich sein, die Nerven an ihrer Austrittsstelle

soweit wie nur angängig freizulegen und sich die Nerven selbst unter Entfernung von Teilen des Zentralorgans noch zugänglicher zu machen, wie es bei den Durchschneidungen der Fall ist.

Den früheren Schilderungen ist nur noch weniges anzufügen.

Beevor und Horsley[22]) entfernen, um den 5., 7., 9., 10., 11. u. 12. Hirnnerven zu erreichen, am Affen nach Verschluß der Karotiden schnell eine Hemisphäre und nach Spaltung des Tentoriums den größeren Teil der gleichseitigen Kleinhirnhemisphäre.

Den 9.—12. Hirnnerven erreichen Réthi[274]), Kreidl[171. 172]), Beer und Kreidl[19]), Cadmann[56]), Schaternikoff und Friedenthal[293]) auch zu Reizungen nach den im ersten Teil dieser Arbeit (S. 106) genauer geschilderten Freilegungsmethoden. Die Reizung wird unipolar mit Platinelektrode vorgenommen, die nach Beer und Kreidl aus einem haarfeinen in Glas- oder Siegellackumhüllung befindlichen Draht besteht. Der andere Pol wird in bekannter Weise etwa mit dem Kopfhalter des Tieres verbunden. Der Accessorius kann nach Schaternikoff und Friedenthal mit einem Häkchen herausgezogen werden, wobei er sich in der Länge von einigen Zentimetern vom Rückenmark ablöst.

E. Methodik zur Untersuchung des Kreislaufs, der Zerebrospinalflüssigkeit, der Ernährung und des Stoffwechsels des Gehirns.

Es würde die hier gesteckten Ziele überschreiten, wenn auch noch die Methoden zur Untersuchung der Blutbewegung und der Zerebrospinalflüssigkeit eingehender berücksichtigt würden. Es mußte vielmehr die Untersuchung der Funktion der Zentralorgane selbst in den Vordergrund gestellt werden. Zudem schließen sich die zur Untersuchung in der genannten Richtung am Gehirn maßgebenden Methoden an die zur Untersuchung der Blutbewegung und der Lymphe überhaupt benutzten eng an, und die etwa nötigen besonderen Eingriffe, wie z. B. die Eröffnung der Schädelkapsel, sind im vorigen schon enthalten.

Bezüglich des Kreislaufs sei zunächst die Methode der Bestimmung von Änderungen des Hirnvolums hier besprochen. Diese Methode wurde von Roy und Sherrington[285]) benutzt. In den Schädel wird eine Kapsel eingeschraubt, deren dem Gehirn zugewandte Öffnung durch eine feine tierische Membran, die sich der Hirnoberfläche anlegt, verschlossen ist. Die mit Luft gefüllte Kapsel ist mit einem Pistonrekorder verbunden. Die Zerebrospinalflüssigkeit fließt seitlich von der Kapsel frei ab, ist also ohne Anteil an der registrierten Kurve.

Der Apparat ist in Fig. 52 wiedergegeben. Die glockenförmige Kapsel a ist durch die Membran e verschlossen. Der überstehende Rand b der Kapsel ruht der Außenfläche des Schädelknochens auf, festgehalten durch die Teile c und d. Die Trepanöffnung, für den Hund von 22 mm Weite, wird möglichst nahe an der Mittellinie angelegt, die Dura unter Vermeidung des Sinus entfernt.

Einen etwas modifizierten Apparat benutzen Gottlieb und Magnus[114]).*) Er besteht (Fig. 53) aus zwei Teilen, der äußeren Röhre a, welche mittels der Klammern cc fest auf den Rand bb des Trepanationsloches aufgeschraubt wurde, und einer beweglichen Röhre d, welche unten durch eine Membran e aus Kalbsperitoneum verschlossen war und bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt wurde. Diese innere Röhre stand durch Gummischlauch mit dem Pistonrekorder in Verbindung. Der Vorteil dieser Abänderung liegt darin, daß die innere Röhre mit Hilfe der Schraube g so eingestellt werden kann, daß die Membran der Hirnoberfläche gut aufliegt. Während Roy und Sherrington zur Vermeidung von Hirnprolaps den Hebel des Registrierapparates mit Gewicht belasteten, fanden Gottlieb und Magnus bei guter Kurarisierung der Tiere besondere Maßnahmen gegen Hirnprolaps unnötig. Nach Weber[362]) ist das Entstehen eines Prolapses an einem fortgesetzten und nicht wieder zurückgehenden Steigen der Kurve kenntlich; er empfiehlt ferner, nach Beendigung des Versuchs den Apparat abzuschrauben und sich durch den Augenschein von dem Fehlen oder Vorhandensein eines Prolapses zu überzeugen.

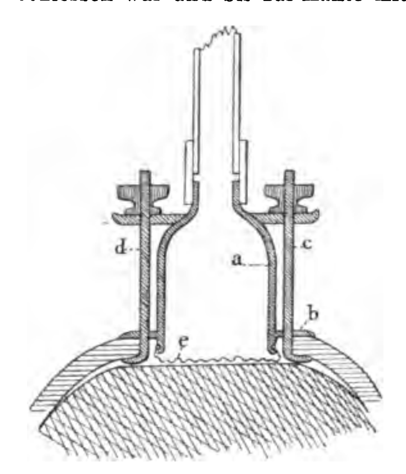


Fig. 52.
Hirnplethysmograph von Roy und Sherrington.

Die Methoden zur Untersuchung der Absonderungsverhältnisse der Zerebrospinalflüssigkeit und Druckverhältnisse im Schädelraum seien im folgenden ebenfalls noch kurz gestreift.

Die Strömungswege werden durch Injektionen von Zinnoberemulsion (Quincke[273])) oder von gefärbten Flüssigkeiten oder von Stoffen, deren weitere Wanderungen sich auf dem Wege chemischer Reaktionen feststellen lassen, in den Subarachnoidalraum oder in die Hirnventrikel untersucht. Zur Untersuchung des Drucks der Zerebrospinalflüssigkeit hat Knoll[163]) beim Hund mit einer stark gekrümmten, an der Konvexität eine Öffnung tragenden Kanüle die Membr. atl.-occ. quer durchstochen und von hier aus die Druckschwankung mit einer Mareyschen Kapsel registriert. Vollkommener ist die von Ziegler[368]) gemeinsam mit Frank verwendete Methode der Druckmessung mit einem Membranmanometer, in das nur so wenig Flüssigkeit eintritt, daß hierdurch der Druck in der Schädelhöhle nicht beeinflußt wird. Durch Einführen einer Hohlnadel in den Sinus konnte dessen Druck ermittelt werden. Nach Bayliss und Hill[12]) ist der Hirnvenendruck unter allen physiologischen Bedingungen gleich dem intrakraniellen Druck. Letzterer wurde so bestimmt, daß in ein Trepanloch ein mit einer sehr dünnen Gummimembran verschlossenes Rohr geschraubt wird, an das ein enges Glasrohr ansetzt; auf dieses folgt ein T-Stück, das mit einer Druckflasche und einem Hg-Manometer verbunden wird. Das Ganze wird mit Wasser gefüllt und nur in dem Glasrohr eine Luftblase als Index gelassen. Die Druckänderungen, die mit der Druckflasche vorgenommen werden müssen, um den Index an gleicher Stelle zu halten, und die am Manometer abgelesen werden können, entsprechen dem intrakraniellen Druck. Zur Kritik der verschiedenen angewandten Methoden ist besonders auf die letztere Arbeit zu verweisen.

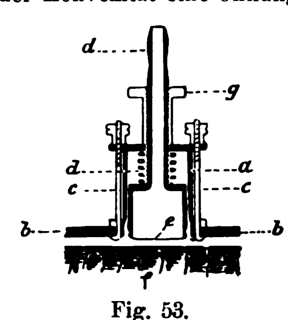


Fig. 53.
Hirnplethysmograph, modifiziert von Gottlieb und Magnus.

Zur Erhöhung des intrakraniellen Druckes dient nach Ziegler und Frank[368]) Einspritzen von freier Flüssigkeit oder Auftreiben von Ballons, die extra-

*) Der Apparat ist von F. V. Runne in Heidelberg verfertigt.

oder intradural eingeführt waren, mit Wasser. Die nähere Beschreibung eines ähnlichen Verfahrens geben Spencer und Horsley[327].

Die Menge der Liquorbildung versuchte Spina[332]) derart zu messen, daß in die freigelegte Membrana atlanto-occipitalis ein 40 cm langes Glasrohr, das am unteren offnen Ende noch zwei Seitenöffnungen trägt, eingesetzt wurde; die Höhe des Flüssigkeitsstandes in der auch oben offnen graduierten Röhre diente als Index für die Liquorbildung.

Weitere Literatur findet man, von den schon zitierten Arbeiten abgesehen, bei Lewandowsky[198]), Blumenthal[43]) und Berger[27]).

Diejenigen für die Untersuchung des Hirnkreislaufs in Betracht kommenden Methoden, bei denen keine speziellen Eingriffe in der Nähe des Zentralnervensystems selbst in Betracht kommen, findet man von Weber[362]) zusammengestellt, auf dessen Arbeiten ebenfalls zum Zwecke weiterer Orientierung verwiesen werden kann.

Zerebrospinalflüssigkeit läßt sich zur chemischen Untersuchung außerhalb des Tierkörpers leicht ohne Beimischung von Blut von der freigelegten Membrana atlanto-occipitalis aus erhalten; ist der Kopf stark nach vorn gebeugt, so spritzt die Flüssigkeit aus einer feinen Punktionsöffnung in der Regel im Strahl heraus. Daß im Lumbalteil bei Tieren nur wenig Flüssigkeit zu erhalten ist (Heineke und Laewen[126])), wurde schon früher erwähnt.

Hier schließen sich am besten noch einige Bemerkungen über Ernährung und Stoffwechsel des Gehirns an, soweit diese durch Untersuchung am lebenden Organ erforschbar sind. Da Stoffwechselprodukte in die Zerebrospinalflüssigkeit übergehen können, ist die chemische Untersuchung der letzteren von großer Wichtigkeit. Abgesehen davon aber besitzen wir am Warmblüter nur eine spezifische Methode, nämlich die Feststellung der Veränderung, welche die Farbe der Hirnrinde nach Methylenblauinjektion und elektrischer Reizung aufweist.*) Nach den grundlegenden Untersuchungen von Ehrlich[78]) ist die Methylenblaureaktion des lebenden Nervengewebes abhängig von Sauerstoffgegenwart und von der Reaktion. Wie Horsley im Anschluß an Ehrlich eingehend untersuchte, wird die vorher blaue Rindenstelle blaßweiß, sobald sie durch starke elektrische Reizung zum Ausgangspunkt der motorischen Erregung wird. Auch Hill[136]) hat entsprechende Versuche ausgeführt und betont ebenso wie Horsley, daß die Farbenänderung nur dann eintritt, wenn die Hirnreizung von Muskelbewegung gefolgt ist (also nicht in tiefer Narkose od. dgl.). Entsprechend ist nach Horsley und Clarke die Reizung des Kleinhirns nicht von der charakteristischen Farbenänderung begleitet. Es kommt also, wie es scheint, darauf an, daß die Rinde wirklich in einen mit bestimmten Stoffwechselprozessen (Sauerstoffverbrauch) verknüpften Erregungszustand versetzt wird.

Man injiziert bei Hunden und Katzen von einer 5 % Methylenblaulösung 500 bis 600 ccm subkutan oder 60 ccm intravenös (Horsley[143])).

Das beschriebene Verhalten wurde von Ehrlich[77]) zuerst bei Verwendung von Indophenolweiß entdeckt, welches in der Hirnrinde zu dem blauen Farbstoff oxydiert ist. Bei starker elektrischer Reizung tritt nach einer kurzen Latenz die Reduktion ein, so daß sich weiße, um die Elektrodenstellen gelegene Kreise scharf vom blauen Untergrund abheben.

*) Ein Versuch, den Gaswechsel des Gehirns direkt zu bestimmen, ist, wie ich noch sehe, von Hill und Nabarro[136a]) gemacht worden; vgl. hierzu die von Barcroft (Ergebn. d. Physiol. 7, 1908, 753 ff.) erhobenen Einwände.



Auf die schon besprochene Methode der Temperaturmessung des Gehirns (S. 33) sei auch in diesem Zusammenhang nochmals verwiesen.

F. Bemerkungen über Sektion und mikroskopische Untersuchung.

Die vorliegende Darstellung darf nicht abgeschlossen werden, ohne daß auf die Notwendigkeit einer sorgfältigen Sektion und eingehenden mikroskopischen Untersuchung des Zentralnervensystems operierter Tiere hingewiesen wird. Denn bei den zahlreichen Schwierigkeiten, die sich fast stets dem gesetzten Ziel entgegenstellen, ist es in den meisten Fällen erst durch die eingehende post mortem ausgeführte Untersuchung möglich, sich über den Umfang der tatsächlich ausgeführten Verletzung im einzelnen zu orientieren. So wird diese Untersuchung zu einem sehr wesentlichen Bestandteil der physiologischen Methodik am Zentralnervensystem überhaupt.

Für die Zwecke der Sektion tötet man die Tiere am besten in tiefer Narkose durch Eröffnen der Halsgefäße, da die Sektion bei möglichster Blutleere sehr erleichtert ist. Bei kleinen Vögeln (Tauben) ist es am einfachsten, durch einen schnellen Schnitt den Hals zu durchschneiden. Die Schädelkapsel ist in möglichst großem Umfange ohne Verletzung der Dura zu eröffnen;*) bei Operationen am Hirn fange man nicht an der Operationsstelle an, sondern gehe gegen diese von den Seiten aus vor; ebenso eröffnet man bei Operationen am Rückenmark den Wirbelkanal an einer dem Operationsort entfernten Stelle. An den Operationsstellen ist, nach längerer Lebensdauer des Tieres, darauf zu achten, daß nicht durch versehentliches Abreißen der mit der Dura verwachsenen Narbe eine Beschädigung gerade der wichtigsten Teile eintritt; man läßt am besten die ganze Narbe in Verbindung mit dem Mark oder Hirn und schneidet sie bei der mikroskopischen Untersuchung ebenfalls mit. Nach ausgiebiger Freilegung, bei welcher ja die umliegenden Knochen und Weichteile in der Regel nicht geschont zu werden brauchen, wird das Gehirn am besten vom vorderen Pol aus in Angriff genommen. Nach Loslösen der Riechlappen sind die Sehnerven in der Tiefe zu durchschneiden und hierbei sowie bei den sogleich folgenden Durchschneidungen der anderen Hirnnerven darf das Gehirn nur so wenig wie möglich aufgehoben werden, damit Zerrungen, die eventuell bei der mikroskopischen Untersuchung zu Täuschungen führen, vermieden werden. Das Gehirn fasse man nur mit befeuchteten Fingern an, da durch Festkleben am trockenen Finger besonders Gehirne kleiner Tiere leicht beschädigt werden. Nach der Herausnahme werden oberflächliche Läsionen am besten gleich photographiert.

Die Härtung und weitere Behandlung hat sich selbstverständlich nach der speziellen Methode, nach welcher die mikroskopische Untersuchung vorgenommen werden soll, zu richten. Wegen dieser ist im ganzen auf die Handbücher der mikroskopischen Technik zu verweisen;**) für Zelluntersuchungen kommen hauptsächlich die Nisslsche Methode, sowie die neueren Fibrillenmethoden in Betracht; für die in der Regel genügende Untersuchung der degenerierten Fasersysteme aber vor allem die Marchische Osmiummethode. Bei ihrer Wichtigkeit seien noch einige Worte über ihre Anwendung gesagt. Die Fixierung geschieht in Müllerscher Flüssigkeit, in welche das Gehirn ohne Dura und das Rückenmark nach Entfernung des aufliegenden Fetts und Schlitzung der Dura auf der Ventral- und Dorsalseite zunächst ohne weitere Einschnitte eingelegt wird, besonders wenn die Sektion sich dem Tode unmittelbar an-

---

*) Wenn ein Gehilfe zur Fixierung des Kopfes nicht zur Verfügung steht, wird der von Baum[10]) empfohlene Schädelhalter gute Dienste leisten können. (Zu beziehen vom Mechaniker Albrecht, Dresden.)

**) Eine übersichtliche Zusammenfassung gibt z. B. Spielmeyer[330]).

schloß, was nach Möglichkeit immer der Fall sein sollte. Am nächsten Tage macht man in das Rückenmark mit dem Rasiermesser quere, $^1/_2$—1 cm voneinander entfernte Einschnitte, läßt aber die einzelnen Stücke durch die Dura miteinander in Verbindung bleiben. Das Gehirn wird entweder aus freier Hand mit dem Rasiermesser (was für die meisten Zwecke genügt) oder mit einem der besonders hierfür angegebenen Apparate*) in Stücke zerlegt. Für viele Zwecke sind 3—4 mm dicke Querscheiben am geeignetsten. Die Müllersche Flüssigkeit ist häufig zu wechseln; die Stücke bleiben in ihr am besten nur zwei bis drei Wochen, weil nach längerem Aufenthalt die Osmiummischung schlechter eindringt. Diese selbst (2 Teile Müller Fl. + 1 Teil Osmiumsäure 1%) läßt man je nach der Dicke des Stücks 8—14 Tage einwirken und sorgt durch häufigen Zusatz von frischer Lösung dafür, daß stets genügend Osmium vorhanden ist; die gut verschlossene Lösung darf nie den stechenden Geruch verlieren. Die Hirnstücke werden auf Glasperlen oder dgl. gelegt. Die Einbettung in Celloidin hat nicht zu langsam zu erfolgen, jedoch ist auf gründliches Wässern (2 Tage in fließendem Wasser) nach der Einwirkung der Marchischen Mischung großer Wert zu legen.**) Für die in der Regel wenigstens für die Operationsstelle notwendigen Schnittserien kann eine Schnittdicke von 50—60 μ gewählt werden, wodurch sich dünnen Schnitten gegenüber die Arbeit vereinfacht, ohne daß die Sicherheit der mikroskopischen Untersuchung leidet. Für manche Fälle, besonders sehr große Gehirne, mag die Zerlegung in dünnste Scheiben mit den erwähnten Apparaten (vgl. Anm.) nach Formalinfixierung an Stelle der mikroskopischen Schnittserie genügen.

Soll ein Fall untersucht werden, in welchem die Lebensdauer nach der Operation für das Auftreten von Degenerationsprodukten, die mit Osmium darstellbar sind, zu kurz war, so empfiehlt sich trotzdem am meisten die Anwendung der Marchischen Methode, da sie eine sehr klare Darstellung auch der normalen Markfasern gibt und anderen Methoden gegenüber den Vorzug relativer Einfachheit besitzt.

Wegen der bei Verwendung der Marchi-Methode möglichen Täuschungen und Fehler, die sich nur bei einiger Erfahrung vermeiden lassen, kann auf die Mitteilungen von Spielmeyer[328]) und Lewy[200]) u. a. verwiesen werden.

G. Schlußbemerkungen.

Nachdem im vorigen versucht wurde, den heutigen Stand der für die Untersuchung des Zentralnervensystems zur Verfügung stehenden physiologischen Methoden wiederzugeben, ist es vielleicht erlaubt, zum Schluß nochmals auf das einleitend Gesagte zurückzugreifen. Es darf die Vermutung ausgesprochen werden, daß in Zukunft die Verfeinerung der Methodik, nicht nur für operative Eingriffe, sondern auch für die funktionelle Prüfung jeder Art, eine maßgebende Rolle spielen wird. Vielleicht kann unter anderem auch an eine weitere Anwendung der Untersuchung der Aktionsströme gedacht werden, welche es möglich erscheinen läßt, über den Tätigkeitszustand einer Stelle des Zentralapparats auch dann etwas zu erfahren, wenn für diesen keine weiteren Anzeichen vorliegen.

Möge dieser Versuch einer zusammenfassenden Darstellung der zur Untersuchung des Zentralnervensystems dienenden physiologischen Methoden dazu beitragen, daß die bis jetzt vorliegenden Methoden mit Kritik benutzt und ständig weiter vervollkommnet, sowie daß neue Methoden ersonnen werden. Denn nur davon sind weitere Fortschritte in der Erkenntnis zu erwarten.

*) z. B. von Starlinger[334]), von Horsley und Clarke[143]).

**) Die Methode der Weiterbehandlung ohne Celloidineinbettung kann der Arbeit von Lewy[200]) entnommen werden.



Literatur.

1) Apolant, H., Über das Ganglion ciliare. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1896, 344.

2) Apolant, H., Über die Beziehungen des Nervus oculomotorius zum Ganglion ciliare. Arch. f. mikroskop. Anat. 47, 1896, 655.

3) Aronsohn, E., und J. Sachs, Die Beziehungen des Gehirns zur Körperwärme und zum Fieber. Pflügers Arch. 37, 1885, 232.

4) Asher, L., und J. P. Arnold, Fortgesetzte Untersuchungen über die Innervation der Atmung und des Kreislaufs nach unblutiger Ausschaltung zentraler Teile. Zeitschr. f. Biol. 40, 1900, 271.

5) Asher, L., und Lüscher, L., Untersuchungen über die Innervation der Atmung und des Kreislaufs nach unblutiger Ausschaltung zentraler Teile. Zeitschr. f. Biol. 38, 1899, 499.

6) Babinsky, A., und C. Lehmann, Zur Funktion des Corpus striatum (Nucleus caudatus). Virchows Arch. 106, 1866, 258.

7) Bach, L., und H. Meyer, Experimentelle Untersuchungen über die Abhängigkeit der Pupillenreaktion und Pupillenweite von der Medulla oblongata et spinalis. Arch. f. Ophthalm. 55, 1903, 414.

8) Baer, A., Über gleichzeitige elektrische Reizung zweier Großhirnstellen am ungehemmten Hunde. Pflügers Arch. 106, 1905, 523.

9) Bang, J., M. Ljungdahl und V. Bohm, Untersuchungen über den Glykogenansatz in der Kaninchenleber. 2. Mitt. Hofm. Beitr. 10, 1907, 1.

10) Baum, Schädelhalter für Sektionszwecke. Pflügers Arch. 99, 1903, 92.

11) Bayliss, W. M., On the origin from the spinal cord of the vasodilator fibres of the hind-limb, and on the nature of these fibres. Journ. of physiol. 26, 1900—01, 173.

12) Bayliss, W. M., and L. Hill, On intra-cranial pressure and the cerebral circulation. Journ. of physiol. 18, 1895, 334.

13) Bechterew, W., Ergebnisse der Durchschneidung des Nervus acusticus nebst Erörterung der Bedeutung der semizirkulären Kanäle für das Körpergleichgewicht. Pflügers Arch. 30, 1883, 312.

14) Bechterew, W., Über die Verbindung der sogenannten peripheren Gleichgewichtsorgane mit dem Kleinhirn. Versuche mit Durchschneidung der Kleinhirnstile. Pflügers Arch. 34, 1884, 375.

15) Bechterew, W., Die Bedeutung der Sehhügel auf Grund von experimentellen und pathologischen Daten. Virchows Arch. 110, 1887, 102 u. 322.

16) Bechterew, W., Über die Erscheinungen, welche die Durchschneidung der Hinterstränge des Rückenmarks bei Tieren herbeiführt, und über die Beziehungen dieser Stränge zur Gleichgewichtsfunktion. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1890, 489.

17) Beck, A., Die Bestimmung der Lokalisation der Gehirn und Rückenmarksfunktionen vermittels der elektrischen Erscheinungen. Zentralbl. f. Physiol. 4, 1890, 473. (Vgl. in polnischer Sprache: Abh. d. Akad. Wiss. Krakau, 21.)

18) Beck, A., und N. Cybulski, Weitere Untersuchungen über die elektrischen Erscheinungen in der Hirnrinde der Affen und Hunde. Zentralbl. f. Physiol. 6, 1892, 1.

19) Beer, Th., und A. Kreidl, Über den Ursprung der Vagusfasern, deren zentrale Reizung Verlangsamung resp. Stillstand der Atmung bewirkt. Pflügers Arch. 62, 1896, 156.

20) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, A minute analysis (experimental) of the various mouvements produced by stimulating in the monkey different regions of the cortical centre for the upper limb. Philos. Transact. Roy. Soc. 178. B, 1887, 153.

21) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, A further minute analysis by electric stimulation of the so-called motor region of the cortex cerebri in the monkey (Macacus sinicus). Philos. Transact. Roy. Soc. **179. B**, 1888, 205.

22) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, Note on some of the motor functions of certain cranial nerves and of the three first cervical nerves, in the monkey (Macacus sinicus). Proc. Roy. Soc. London **44**, 1888, 269.

23) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, An experimental investigation into the arrangement of the excitable fibres of the internal capsule of the Bonnet Monkey (Macacus sinicus). Philos. Transact. Roy. Soc. **181. B**, 1890, 49.

24) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, A record of the results obtained by electrical excitation of the so-called motor cortex and internal capsule in an Orang-Outang (Simia satyrus). Philos. Transact. Roy. Soc. **181. B**, 1890, 129.

25) Beevor, Ch. E., and V. Horsley, A further minute analysis by electric stimulation of the so-called motor region (facial area) of the cortex cerebri in the monkey (Macacus sinicus). Philos. Transact. Roy. Soc. **185. B**, 1894, 39.

26) Belmondo, E., et R. Oddi, De l'influence des racines spinales postérieures sur l'excitabilité des racines antérieures. Arch. ital. de biol. **15**, 1891, 17.

27) Berger, H., Zur Lehre von der Blutzirkulation in der Schädelhöhle usw. Jena 1901.

28) Bernhardt, M., Über den Zuckerstich bei Vögeln. Virchows Arch. **59**, 1874, 407.

29) Bernheimer, St., Die Reflexbahn der Pupillarreaktion. Nach anatomischen Untersuchungen an embryonalen Gehirnen des Menschen und Experimenten an Affen. Arch. f. Ophthalm. **47**, 1898, 1.

30) Bernheimer, St., Experimentelle Untersuchungen über die Bahnen der Pupillarreaktion. Sitz.-Ber. Wien. Akad. Wiss. **107** (**3**), 1898, 98.

31) Bernheimer, St, Experimentelle Studien zur Kenntnis der Bahnen der synergischen Augenbewegungen beim Affen und der Beziehungen der Vierhügel zu denselben. Sitz.-Ber. Wien. Akad. Wiss. **108** (**3**), 1899, 299.

32) Bianchi, L., The functions of the frontal lobes. Brain **18**, 1895, 497.

33) Bickel, A., Über den Einfluß der sensiblen Nerven und der Labyrinthe auf die Bewegungen der Tiere. Pflügers Arch. **67**, 1897, 299.

34) Bickel, A., Zur vergleichenden Physiologie des Großhirns. Pflügers Arch. **72**, 1898, 190.

35) Bikeles, G., und A. Gizelt, Physiologische Untersuchungen am Hund. 1. Über Ursprung der sensiblen und motorischen Fasern der wichtigsten Nerven der hinteren Extremität (samt Ergebnissen der Reizung vorderer und hinterer Wurzeln), 2. Über den (radikulären) Verlauf des sensiblen Teiles des Reflexbogens beim Patellarreflex einerseits und bei Hautreflexen andererseits. Pflügers Arch. **106**, 1905, 43.

36) Bikeles, G., und J. Zaluska, Zur Herkunft der sensiblen Nervenfasern der Quadricepssehne und der Achillessehne beim Hund. Pflügers Arch. **111**, 1906, 376.

37) Biedl, A., Diskussionsbemerkung (u. a. Hypophysenexstirpation) in: Wien. klin. Wochenschr. **10**, 1897, 195.

38) Biedl, A., und M. Reiner, Studien über Hirnzirkulation und Hirnödem. 1. Mitteilg. Pflügers Arch. **73**, 1898, 385.

39) Biehl, K., Über die intrakranielle Durchtrennung des Nervus vestibularis und deren Folgen. Sitz.-Ber. Wien. Akad. Wiss. **109** (**3**), 1900, 324.

40) Bing, R., Experimentelles zur Physiologie der Tractus spino-cerebellares. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1906, 250.

41) Binnerts, A., Over localisatie van functies in het cerebellum. Dissertation, Amsterdam 1908, zit. n. Folia neuro-biol. **2**, 1908, 81.

42) Birge, E. A., Über die Reizbarkeit der motorischen Ganglienzellen des Rückenmarks. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1882, 481.

43) Blumenthal, F., Über Zerebrospinalflüssigkeit. Ergebnisse d. Physiol. **1** (1), 1902, 285.

44) Blumreich, L., und L. Zuntz, Zur Methodik der Hirnreizung usw. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1901, Suppl. 266.

45) de Boeck, Die Reizung des Kaninchenrückenmarks mit der Nadel. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1889, 238.

46) du Bois-Reymond, E., Abänderung des Stensonschen Versuches für Vorlesungen. Arch. f. Anat. u. Physiol. (Reichert und du Bois-Reymond) 1860, 639.

47) du Bois-Reymond, R., und P. Silex, Über kortikale Reizung der Augenmuskeln. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1899, 174.

48) Bolk, L., Das Cerebellum der Säugetiere. Eine vergleichend-anatomische Untersuchung. Jena (Fischer) 1906.

49) Borchert, M., Experimentelle Untersuchungen an den Hintersträngen des Rückenmarkes. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1902, 390.

50) Boyce, R., A contribution to the study of descending degenerations in the brain and spinal cord, and of the seat of origin and paths of conduction of the fits in absinthe epilepsy. Philos. Transact. Roy. Soc. **186. B**, 1895, 321.

51) Bradford, J. R., The innervation of the renal blood vessels. Journ. of physiol. **10**, 1889, 358.

52) Braunstein, E. P., Zur Lehre von der Innervation der Pupillenbewegung. Wiesbaden 1894. Darin über Vierhügel S. 117; Trigeminus S. 71, 76; Oculomotorius S. 91.

53) Brown, S., and E. A. Schäfer, An investigation into the functions of the occipital and temporal lobes of the monkeys brain. Philos. Transact. Roy. Soc. **179. B**, 1888, 303.

54) Bubnoff, N., und R. Heidenhain, Über Erregungs- und Hemmungsvorgänge innerhalb der motorischen Hirnzentren. Pflügers Arch. **26**, 1881, 137.

55) Bumm, A., Experimentelle Untersuchungen über das Corpus trapezoides und den Hörnerven der Katze. Wiesbaden (Bergmann) 1893.

56) Cadman, A. W., The position of the respiratory and cardio-inhibitory fibres in the rootlets of the IXth, Xth and XIth cranial nerves. Journ. of physiol. **26**, 1900—01, 42.

57) Christiani, A., Experimentelle Beiträge zur Physiologie des Kaninchenhirnes und seiner Nerven. Monatsber. d. Akad. Wiss. Berlin 1881, 213.

58) Christiani, A., Zur Kenntnis der Funktionen des Großhirns beim Kaninchen. Sitz.-Ber. Akad. Wiss. Berlin 1884 (**1**), 635.

59) Claparède, E., Die Methoden der tierpsychologischen Beobachtungen und Versuche. III. Kongr. f. experiment. Psychologie. Besonders erschienen in „Über Tierpsychologie", 2 Vorträge von Edinger und Claparède, Leipzig (Barth) 1909.

60) Corona, Presentazione di un trequarti modificato per praticare lesioni sperimentali nelle regioni profonde del cervello. Arch. ital. de Biol. **36**, 1901, 166.

61) Cowl, W., Ein allgemeiner Tierhalter und Operationsbrett. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1896, 185.

62) Curschmann, H., Klinisches und Experimentelles zur Pathologie der Kleinhirnschenkel. Deutsches Arch. f. klin. Med. **12**, 1874, 356.

63) Cyon, E., Über den Einfluß der Temperaturänderungen auf die zentralen Enden der Herznerven. Pflügers Arch. **8**, 1874, 340.

64) Cyon, E., Methodik der physiologischen Experimente und Vivisektionen. Gießen 1876.

65) v. Cyon, E., Die physiologischen Verrichtungen der Hypophyse. Pflügers Arch. **81**, 1900, 267.

66) v. Cyon, E., Zur Physiologie der Zirbeldrüse. Pflügers Arch. **98**, 1903, 327.

67) Deganello, U., Action de la température sur le centre bulbaire inhibiteur du coeur et sur le centre bulbaire vasoconstricteur. Arch. ital. de Biol. **33**, 1900, 186.

68) Dittmar, C., Über die Lage des sogenannten Gefäßzentrums in der Medulla oblongata. Ber. Sächs. Ges. Wiss. Leipzig, 1873, 449.

69) Eckhard, C., Die Stellung der Nerven beim künstlichen Diabetes. Eckhards Beitr. z. Anat. u. Physiol. **4**, 1.

70) Eckhard, C., Untersuchungen über Hydrurie. Eckhards Beitr. **5**, 1870, 147.

71) Eckhard, C., Zur Frage über die trophischen Funktionen des Trigeminus. Zentralbl. f. Physiol. **6**, 1892, 328.

72) Eckhard, C., Der auf Lichtreiz erfolgende Lidreflex. Zentralbl. f. Physiol. **9**, 1895, 351.

73) Eckhard, C., Zur Deutung der Entstehung der vom vierten Ventrikel aus erzeugbaren Hydrurien. Zeitschr. f. Biol. **44**, 1903, 407.



74) **Economo**, C. J., Die zentralen Bahnen des Kau- und Schluckaktes. Pflügers Arch. **91**, 1902, 637.

75) **Economo**, C. J., und J. P. **Karplus**, Pedunculusdurchschneidungen und experimentelle Chorea. Deutsche Zeitschr. f. Nervenheilkunde. **36**, 1908.

76) **Ehrlich** und **Brieger**, Über die Ausschaltung des Lendenmarkgrau. Zeitschr. f. klin. Med. **7**, 1884, Suppl.

77) **Ehrlich**, P., Das Sauerstoffbedürfnis des Organismus. Berlin 1885, Hirschwald. Darin S. 79.

78) **Ehrlich**, P., Über die Methylenblaureaktion der lebenden Nervensubstanz. Biol. Zentralbl. **6**, 1886—87, 214.

79) **Ellenberger**, W., und H. **Baum**, Systematische und topographische Anatomie des Hundes. Berlin 1891.

80) **Erhardt**, E., Über die Verwendung von Gummi als Zusatz zum Anästhetikum bei Lumbalanästhesie. Münchn. med. Wochenschr. 1908, Nr. 19.

81) **Ewald**, J. R., Physiologische Untersuchungen über das Endorgan des Nervus octavus. Wiesbaden 1897.

82) **Ewald**, J. R., Die Folgen von Großhirnoperationen an labyrinthlosen Tieren. Verh. Kongr. f. inn. Med. **15**, 1897, 245.

83) **Ewald**, J. R., Über künstlich erzeugte Epilepsie. Berl. klin. Wochenschr. **35**, 1898, 698 und Neurol. Zentralbl. **17**, 1898, 619.

84) **Exner**, S., Zur Kenntnis von der Wechselwirkung der Erregungen im Zentralnervensystem. Pflügers Arch. **28**, 1882, 487.

85) **Exner**, S., und J. **Paneth**, Versuche über die Folgen der Durchschneidung von Assoziationsfasern am Hundehirn. Pflügers Arch. **44**, 1889, 544.

86) **Eyre**, J. W. H., und J. C. **Kennedy**, The temperature of the normal monkey. Journ. of physiol. **35**, 1907, XXX.

87) **Ferrier**, D., and W. A. **Turner**, A record of experiments illustrative of the symptomatology and degeneration following lesions of the cerebellum and its peduncles and related structures in monkeys. Philos. Transact. Roy. Soc. London **185. B**, 1895, 719.

88) **Ferrier**, D., and W. A. **Turner**, An experimental research upon cerebro-cortical afferent and efferent tracts. Philos. Transact. Roy. Soc. London **190. B**, 1898, 1.

89) **Ferrier**, D., and W. A. **Turner**, Experimental lesion of the corpora quadrigemina in monkeys. Brain. **24**, 1901, 27.

90) **Filehne**, W., und J. **Biberfeld**, Über Motilitätsstörungen nach Kokainisierung verschiedener Rückenmarkstellen. Pflügers Arch. **105**, 1904, 321.

91) **Flatau**, E., und L. **Jacobsohn**, Handbuch der Anatomie und vergleichenden Anatomie des Zentralnervensystems der Säugetiere. I. Makroskopischer Teil. Berlin 1899. S. Karger.

92) **Flourens**, P., Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux dans les animaux vertébrés. 2. Édition, Paris 1842. (Darin S. 502.)

93) **Franz**, Sh. J., On the functions of the cerebrum: I. The frontal lobes in relation to the production and retention of simple sensory-motor habits. Americ. journ. of physiol. **8**, 1902, 1.

94) **Franz**, Sh. J., Über die sogenannte Dressurmethode für Zentralnervensystemuntersuchungen. Zentralbl. f. Physiol. **21**, 1907, 583. Vgl. die weiteren dort angeführten Mitteil. v. **Franz**, sowie: Arch. of Psychology 1907, zit. n. Zentralbl. f. Physiol. **22**, 1908, 28.

95) **Fraser**, E. H., On the posterior longitudinal bundle and the prepyramidal tract. Journ. of physiol. **27**, 1901, IV.

96) **Friedenthal**, H., Beiträge zur physiologischen Chirurgik. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1904, 579.

97) **Friedmann**, Fr. Fr., und O. **Maas**, Über Exstirpation der Hypophysis cerebri. Berl. klin. Wochenschr. **37**, 1900, 1213.

98) **Friedmann**, Fr., Noch einige Erfahrungen über Exstirpation der Hypophysis cerebri und über Transplantation von Karzinom und Thyreoidea auf die Hypophysis. Berl. klin. Wochenschr. **39**, 1902, 436.

99) Fritsch, G., und E. Hitzig, Über die elektrische Erregbarkeit des Großhirns. Reichert und Du Bois-Reymond Arch. 1870, 300.

100) Fröhlich, A., and C. S. Sherrington, Path of impulses for inhibition under decerebrate rigidity. Journ. of physiol. **28**, 1902, 14.

101) Fuchs, R. F., Physiologisches Praktikum für Mediziner. Wiesbaden 1906. Darin S. 196.

102) Gad, J., Einiges über Zentren und Leitungsbahnen im Rückenmark des Frosches. Verh. d. Physikal. Ges. Würzburg. N. F. **18**, Nr. 8, 1884, 146.

103) Gad (und Marinescu), Über das Atmungszentrum in der Medulla oblongata. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1893, 179.

104) Gaule, Physiologische Demonstrationen. Korresp.-Blatt f. Schweiz. Ärzte **20**, 1890, 319.

105) Gies, W. J., On the irritability of the brain during anaemia. Americ. journ. of physiol. **9**, 1903, 131.

106) Goldmann (und Edinger), Zur hirnchirurgischen Technik. Arch. f. Psychiatrie **39**. (Ber. d. Neurologenversammlg. Baden-Baden 1904.)

107) Goltz, Fr., Über die Funktionen des Lendenmarks des Hundes. Pflügers Arch. **8**, 1874, 460.

107a) Goltz, Fr. (und E. Gergens), Über die Verrichtungen des Großhirns. Pflügers Arch. **13**, 1876, 1. Darin S. 16, 31.

108) Goltz, Fr., Über die Verrichtungen des Großhirns. 5. Abh. Pflügers Arch. **34**, 1884, 450.

109) Goltz, Fr., Über die Verrichtungen des Großhirns. 6. Abh. Pflügers Arch. **42**, 1888, 419.

110) Goltz, Fr., Der Hund ohne Großhirn. Pflügers Arch. **51**, 1892, 570.

111) Goltz, Fr., Beobachtungen an einem Affen mit verstümmeltem Großhirn. Pflügers Arch. **76**, 1899, 411.

112) Goltz, Fr. und J. R. Ewald, Der Hund mit verkürztem Rückenmark. Pflügers Arch. **63**, 1896, 362.

113) Gotch, Fr. and V. Horsley, On the mammalian nervous system, its functions and their localisation determined by an electrical method. Philos. Transact. Roy. Soc. London. **182. B.**, 1891, 267.

114) Gottlieb, R. und R. Magnus, Über den Einfluß der Digitaliskörper auf die Hirnzirkulation. Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol. **48**, 1902, 262.

115) Grosglik, A., Zur Physiologie der Stirnlappen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1895, 98.

116) Gross, O., Untersuchungen über das Verhalten der Pupille auf Lichteinfall nach Durchschneidung der Sehnerven beim Hund. Pflügers Arch. **112**, 1906, 302.

117) Grossmann, M., Über die Atembewegungen des Kehlkopfes. I. Teil. Das Respirationszentrum insbesondere des Kehlkopfes. Sitz.-Berichte d. Akad. d. Wiss. zu Wien, Math.-naturwiss. Kl. Abt. 3. **98**, 1889, 385.

118) Grossmann, M., Über die Atembewegungen des Kehlkopfes. II. Teil. Die Wurzelfasern der Kehlkopfnerven. Ebenda. 466.

119) Grossmann, M., Über den Ursprung der Hemmungsnerven des Herzens. Pflügers Arch. **59**, 1895, 1.

120) Grünbaum, A. S., Note on the degenerations following double transverse, longitudinal, and anterior cornual lesions of the spinal cord. Journ. of physiol. **16**, 1894, 368.

121) Guillebeau, A. und B. Luchsinger, Fortgesetzte Studien am Rückenmark. Pflügers Arch. **28**, 1882, 61. Darin Anhang.

122) Gumprecht, F., Versuche über die physiologischen Wirkungen des Tetanusgiftes im Organismus. Pflügers Arch. **59**, 1895, 105.

123) Guthrie, C. C., Some physiologic aspects of blood-vessel surgery. Journ. of the americ. medic. association. **51**, 1908, 1658.

124) Guthrie, C. C., F. H. Pike and G. N. Stewart, The maintenance of cerebral activity in mammals by artificial circulation. Americ. journ. physiol. **17**, 1906, 344.

125) **Heidenhain**, R., Über bisher unbeachtete Einwirkungen des Nervensystems auf die Körpertemperatur und den Kreislauf. Pflügers Arch. **3**, 1870, 504.

126) **Heineke**, H., und A. **Laewen**, Experimentelle Untersuchungen über Lumbalanästhesie. Arch. f. klin. Chirurgie. **81.** (1), 1906, 373.

127) **Hensen**, V. und C. **Völkers**, Über den Ursprung der Akkommodationsnerven, nebst Bemerkungen über die Funktion der Wurzeln des Nervus oculomotorius. v. Graefes Arch. f. Ophthalm. **24**, 1878, 1.

128) **Hering**, H. E., Über zentripetale Ataxie beim Menschen und beim Affen. Neurolog. Zentralbl. 1897, 1077.

129) **Hering**, H. E., Beitrag zur experimentellen Analyse koordinierter Bewegungen. Pflügers Arch. **70**, 1898, 559.

130) **Hering**, H. E., Das Verhalten der langen Bahnen des zentralen Nervensystems nach Anämisierung. Zentralbl. f. Physiol. **12**, 1898, 313.

131) **Hering**, H. E., Methode zur Isolierung des Herz—Lungen—Koronarkreislaufs bei unblutiger Ausschaltung des ganzen Zentralnervensystems. Pflügers Arch. **72**, 1898, 163.

132) **Hering**, H. E., Über Großhirnrindenreizung nach Durchschneidung der Pyramiden oder anderer Teile des zentralen Nervensystems mit besonderer Berücksichtigung der Rindenepilepsie. Wiener klin. Wochenschr. **12**, 1899, 831.

133) **Hering**, H. E. und C. S. **Sherrington**, Über Hemmung der Kontraktion willkürlicher Muskeln bei elektrischer Reizung der Großhirnrinde. Pflügers Arch. **68**, 1897, 222.

134) **Hermann**, L., Leitfaden für das physiologische Praktikum. Leipzig 1898. Darin S. 114. (Nr. 58 u. 59.)

135) **Hess**, C., Über Dunkeladaptation und Sehpurpur bei Hühnern und Tauben. Arch. f. Augenheilk. **57**, 1907, 298.

— **Ders.** Untersuchungen über Lichtsinn und Farbensinn der Tagvögel. Ebenda. **57**, 1907, 317.

— **Ders.** Untersuchungen über das Sehen und über die Pupillenreaktion von Tag- und von Nachtvögeln. Ebenda. **59**, 1908, 143.

136) **Hill**, L., On cerebral anaemia and the effects which follow ligation of the cerebral arteries. Trans. Roy. Soc. **193. B.** 1900, 69.

136a) **Hill**, L., and D. N. **Nabarro**, On the exchange of blood-gases in brain and muscle during states of rest and activity. Journ. of physiol. **18**, 1895, 218.

137) **Hitzig**, E., Physiologische und klinische Untersuchungen über das Gehirn. Gesammelte Abhandlungen. Berlin 1904.

Teil I. Untersuchungen über das Gehirn.

Im folgenden ist der ursprüngliche Publikationsort der hier in Betracht kommenden Abhandlungen angegeben:

II. Reichert u. du Bois-Reymonds Arch. 1870.
III. „ u. „ „ „ 1873.
V. „ u. „ „ „ 1874.
XII. Berliner klin. Wochenschr. 1886.

Teil II. Alte und neue Untersuchungen über das Gehirn.

III. Historisches, Kritisches und Experimentelles über Methoden und Theorien der Großhirnforschung.

138) **Hoche**, A., Vergleichend-anatomisches über die Blutversorgung der Rückenmarksubstanz. Zeitschr. f. Morphol. u. Anthropol. **1**, 1899, 241.

139) **Hoche**, A., Experimentelle Beiträge zur Pathologie des Rückenmarks. I. Veränderungen im Rückenmark nach aseptischer Embolie. Arch. f. Psychiatr. **32**, 1899, 209.

140) **Hofmann**, M., Zur vergleichenden Anatomie der Gehirn- und Rückenmarksarterien der Vertebraten. Zeitschr. f. Morphol. u. Anthropol. **2**, 1900, 247.

141) **Hofmann**, M., Zur vergleichenden Anatomie der Gehirn- und Rückenmarksvenen der Vertebraten. Zeitschr. f. Morphol. u. Anthropol. **3**, 1901, 239.

142) **Holmes**, G. M., The nervous system of the dog without a forebrain. Journ. of physiol. **27**, 1901, 1.

143) Horsley, V. and R. H. Clarke, The structure and funtions of the cerebellum examined by a new method. Brain **31,** 1908, 45.

144) Horsley, V. and E. A. Schäfer, Experiments on the charakter of the muscular contractions which are evoked by excitation of the various parts of the motor tract. Journ. of physiol. **7,** 1886, 96.

145) Horsley, V. and E. A. Schäfer, A record of experiments upon the functions of the cerebral cortex. Philos. Transact. Roy. Soc. **179. B.,** 1888, 1.

146) Imamura, S., Über die kortikalen Störungen des Sehaktes und die Bedeutung des Balkens. Pflügers Arch. **100,** 1903, 495.

147) Ito, H., Über den Ort der Wärmebildung nach Gehirnstich. Zeitschr. f. Biol. **38,** 1899, 95.

148) Johansson, J. E., Ein neues Stativ für operative Tierversuche. Skandin. Arch. f. Physiol. **8,** 1898, 143.

149) Jolly, W. A. and S. Simpson, The functions of the rolandic cortex in monkeys. Proc. Roy. Soc. Edinburgh. **27,** 1907, 64.

150) Kahn, R. H., Über die Erwärmung des Karotidenblutes. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. Suppl. 1904, 81.

151) Kalberlah, Über die Augenregion und die vordere Grenze der Sehsphäre Munks. Arch. f. Psychiatr. **37.** 1903, 1014.

152) Kalischer, O., Über Großhirnexstirpationen bei Papageien. Sitz.-Berichte d. Berliner Akad. d. Wiss. **2,** 1900, 722.

153) Kalischer, O., Weitere Mitteilung zur Großhirnlokalisation bei den Vögeln. Sitz.-Berichte d. Berliner Akad. d. Wiss. 1901 (1), 428.

154) Kalischer, O., Das Großhirn der Papageien in anatomischer und physiologischer Beziehung. Abh. d. Akad. d. Wiss. Berlin. 1905, IV, 1.

155) Kalischer, O., Zur Funktion des Schläfenlappens des Großhirns. Eine neue Hörprüfungsmethode bei Hunden; zugleich ein Beitrag zur Dressur als physiologische Untersuchungsmethode. Sitz.-Berichte d. Akad. d. Wiss. Berlin 1907 (1), 204.

156) Kalischer, O., Einige Bemerkungen über meine Dressurmethode. Zentralbl. f. Physiol. **21,** 1907, 585.

157) Kalischer, O., Über den Sitz der Tondressur bei Hunden. Zentralbl. f. Physiol. **22,** 1908, 495.

158) Kalischer, O. und M. Lewandowsky, Über die Anwendung der Dressurmethode zur Bestimmung der Leitung im Rückenmark. Zentralbl. f. Physiol. **21,** 1907, 687.

159) Kalischer, O., Demonstration einer Prüfungsmethode des Geruchssinnes bei Hunden. Physiol. Ges. Berlin. Jan. 1908. Ref. in Deutsche med. Wochenschr. **34 (1),** 1908, 258.

160) Karplus, J. P. und A. Kreidl, Gehirn und Sympathikus. I. Mitt. Zwischenhirnbasis und Halssympathikus. Pflügers Arch. **129,** 1909, 138.

161) Karplus und Spitzer, Methode zur Freilegung der Brücke. Zentralbl. f. Physiol. **19,** 1905, 844. Vgl. Arb. a. d. neurolog. Inst. d. Univ. Wien. **16,** 1907, 348.

162) Keller, R., Über die Folgen von Verletzungen in der Gegend der unteren Olive bei der Katze. Arch. f. Anat. (u. Physiol.). 1901, 177.

163) Knoll, Ph., Über die Druckschwankungen in der Zerebrospinalflüssigkeit und die wechselnde Blutfülle des zentralen Nervensystems. Biolog. Zentralbl. **6,** 1886—87, 618.

164) Knoll, Ph., Beiträge zur Lehre von der Atmungsinnervation. Sitz.-Berichte d. Wiener Akad. d. Wiss., math.-naturwiss. Kl. **97,** Abt. 3. 1888, 163.

165) Köster, G., Zur Physiologie der Spinalganglien und der trophischen Nerven sowie zur Pathogenese der Tabes dorsalis. Leipzig 1904.

166) Kopczyński, St., Experimentelle Untersuchungen aus dem Gebiete der Anatomie und Physiologie der hinteren Spinalwurzeln. Vorl. Mitt. Neurolog. Zentralbl. **25,** 1906, 297.

167) Krause, F., Über Hirnrindenreizung beim Menschen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1904. Suppl. 484.

168) Krause, F., Hirnchirurgie. Die deutsche Klinik **8,** 1905, 953.

169) Krause, F., Chirurgie des Gehirns und Rückenmarkes. Berlin u. Wien 1908. I. Band (soweit bisher erschienen).

170) Krause, W., Die Anatomie des Kaninchens. Leipzig, Engelmann 1884.

171) **Kreidl**, A., Die Wurzelfasern der motorischen Nerven des Ösophagus. Pflügers Arch. **59**, 1895, 9.

172) **Kreidl**, A., Experimentelle Untersuchungen über das Wurzelgebiet des Nervus glossopharyngeus, Vagus und Accessorius beim Affen. Sitz.-Berichte d. Wiener Akad. M.-n. Kl. **106**, 3. Abt. 1897, 197.

173) **Kreidl**, A., Über das Atmungszentrum. I. Mitt. Über die Wechselbeziehungen der Zentren für die Kehlkopfatmung. Pflügers Arch. **74**, 1899, 184.

174) **Kühlwetter**, E., Zur Lehre von der Lagerung der Gefäßnerven in den Wurzeln der Rückenmarksnerven. Eckhards Beitr. **11**, 1885, 23.

175) **Kurzveil**, Fr., Beitrag zur Lokalisation der Sehsphäre des Hundes. Pflügers Arch. **129**, 1909, 607.

176) **Kussmaul**, A., Untersuchungen über den Einfluß, welchen die Blutströmung auf die Bewegungen der Iris und anderer Teile des Kopfes ausübt. Verhandl. d. phys.-med. Ges. Würzburg **6**, 1856, 1.

177) **Kussmaul**, A. und A. **Tenner**, Untersuchungen über Ursprung und Wesen der fallsuchtartigen Zuckungen bei der Verblutung, sowie der Fallsucht überhaupt. Moleschotts Unters. z. Naturlehre **3**, 1857, 1.

178) **Laewen**, A., Vergleichende Untersuchungen über die örtliche Wirkung von Kokain, Novokain, Alypin und Stovain auf motorische Nervenstämme. Arch. f. exper. Pathol. u. Pharmakol. **56**, 1906, 138.

179) **Laffay**, Sur un nouveau procédé de section intracranienne du facial chez le chien. Arch. de physiol. 1897, 698.

180) **Lamy**, H., Sur les lésions medullaires d'origine vasculaire. Des embolies expérimentales appliquées à leur étude. Arch. de physiol. 1895, 77.

181) **Lamy**, H., Lésions médullaires expérimentales produites par les embolies aseptiques. Arch. de physiol. 1897, 184.

182) **Landois**, L., Über die Erregung typischer Krampfanfälle nach Behandlung des zentralen Nervensystems mit chemischen Substanzen unter besonderer Berücksichtigung der Urämie. Wiener med. Presse 1887.

183) **Landois**, L., Über typische, rezidivierende Krampfanfälle, erzeugt durch Behandlung der Großhirnrinde mittels chemisch wirksamer Substanzen und über zerebrale Chorea. Deutsche med. Wochenschr. **13**, 1887, 685.

184) **Lange**, B., Inwieweit sind die Symptome, welche nach Zerstörung des Kleinhirns beobachtet werden, auf Verletzungen des Acusticus zurückzuführen? Pflügers Arch. **50**, 1891, 615.

185) **Langendorff**, O., Studien über die Innervation der Atembewegungen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1881, 78.

186) **Langendorff**, O., Studien über die Innervation der Atembewegungen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1888, 290.

187) **Langendorff**, O., Physiologische Graphik. Leipzig—Wien. 1891, 201.

188) **Langendorff**, O., Zur Kenntnis der sensiblen Leitungsbahnen im Rückenmark. Pflügers Arch. **71**, 1898, 401.

189) **Langendorff**, O. und W. **Hueck**, Die Wirkung des Kalziums auf das Herz. Pflügers Arch. **96**, 1903, 473.

190) **Langley**, J. N., The structure of the dogs brain. Journ. of physiol. **4**, 1884, 248.

191) **Langley**, J. N., On the origin from the spinal cord of the cervical and upper thoracic sympathetic fibres, with some observations on white and grey rami communicantes. Philos. Transact. Roy. Soc. **183. B.**, 1893, 85.

192) **Langley**, J. N., On the sympathetic system of birds, and on the muscles which move the feathers. Journ. of physiol. **30**, 1904, 221.

193) **Langley**, J. N. and H. K. **Anderson**, On reflex action from sympathetic ganglia. Journ. of physiol. **16**, 1894, 410.

194) **Levy**, A. G., An attempt to estimate fatigue of the cerebral cortex when caused by electrical excitation. Journ. of physiol. **26**, 1900—01, 210.

195) **Levy-Dorn**, M., Die Katze. Das Wichtigste aus ihrem Leben, ihre Behandlung bei Versuchen. Zentralbl. f. Physiol. **9**, 1895, 97.

196) Lewandowsky, M., Die Regulierung der Atmung. III. Zur Lehre von den Atemzentren und ihrer Tätigkeit. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1896, 491.

197) Lewandowsky, M., Über die Verrichtungen des Kleinhirns. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1903, 129.

198) Lewandowsky, M., Die Funktionen des zentralen Nervensystems. Jena (Fischer) 1907.

199) Lewandowsky, M. und A. Simons, Zur Physiologie der vorderen und der hinteren Zentralwindung. Pflügers Arch. **129**, 1909, 240.

200) Lewy, F. H., Degenerationsversuche am akustischen System des Kaninchens und der Katze. Zugleich ein Beitrag zur Anwendung der Marchischen Methode. Folia neuro-biologica **2**, 1909, 471.

201) Livon, Ch., Présentation d'un chien hypophysectomisé. C. v. Soc. Biol. **64**, 1908, 372 und: Contribution à la physiologie de l'hypophyse. Journ. de physiol. et de pathol. gén. **11**, 1909, 16.

202) Loeb, L., Über die Sekretionsnerven der Parotis und über Salivation nach Verletzung des Bodens des vierten Ventrikels. Eckhards Beitr. z. Anat. u. Physiol. **5**, 1870, 3.

203) Lourié, A., Über Reizungen des Kleinhirns. Neurol. Zentralbl. 1907, 652.

204) Lourié, A., Die Augenbewegungen bei Kleinhirnreizungen. Neurol. Zentralbl. 1908, 102.

205) Luchsinger, B., Über gekreuzte Reflexe. Pflügers Arch. **22**, 1880, 179.

206) Luciani, L., Das Kleinhirn. Leipzig 1893.

207) Mann, G., On the homoplasty of the brain of rodents, insectivores and carnivores. Journ. of anat. and physiol. **30**, 1896—97, 1.

208) Marburg, O., Die physiologische Funktion der Kleinhirnseitenstrangbahn (Tractus spino-cerebellaris dorsalis) nach Experimenten am Hunde. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1904, Suppl. 457.

209) Marckwald, M., Die Bedeutung des Mittelhirns für die Atmung. Zeitschr. f. Biol. **26**, 1890, 268.

210) Marrassini, A., Sopra gli effetti delle demolizioni parziali del cervelletto. Arch. di fisiol. **2**, 1905, 327.

211) Maxwell, S. S., Chemical stimulation of the motor areas of the cerebral hemispheres. Journ. of biological chemistry **2**, 1907, 183; zit. n. Zentralbl. f. Physiol. **21**, 199.

212) Maxwell, S. S., Creatin as a brain stimulant. Journ. of biological chemistry **3**, 1907, 21; zit. n. Zentralbl. f. Physiol. **21**, 644.

213) Mellus, E. L., Motor paths in the brain and cord of the monkey. Journal of nervous and mental disease 1899. 13 Seiten, Sep.-Abdr.

214) Merzbacher, L., Die Folgen der Durchschneidung der sensiblen Wurzeln im unteren Lumbalmarke, im Sakralmarke und der Cauda equina des Hundes. Ein Beitrag zur Lehre der Bewegungen des Schwanzes und des Afters. Pflügers Arch. **92**, 1902, 585.

215) Merzbacher, L., Untersuchungen über die Funktion des Zentralnervensystems der Fledermaus. Pflügers Arch. **96**, 1903, 572.

216) Miescher, F., Zur Frage der sensiblen Leitung im Rückenmark. Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. M.-ph. Kl. 1870, 404.

217) Minkowski, O., Über die Änderungen der elektrischen Erregbarkeit des Gehirns nach Verschluß der Kopfarterien. Dissertation, Königsberg 1881.

218) Lo Monaco, D., Sur la physiologie du corps calleux et sur les moyens de recherche pour l'étude de la fonction des ganglions de la base. Arch. ital. biol. **27**, 1897, 296.

219) Lo Monaco, D., Zur Physiologie der Sehhügel. Vorl. Mitteilg. Untersuchgn. z. Naturl. usw. v. Moleschott **17**, 1900, 179.

220) v. Monakow, C., Experimentelle und pathologisch-anatomische Untersuchungen über die optischen Zentren und Bahnen. Arch. f. Psychiatr. **20**, 1889, 714.

221) Mosso, A., Les phénomènes psychiques et la température du cerveau. Philos. Transact. Roy. Soc. London **183. B**, 1892, 299; vgl. Arch. ital. de biol. **18**, 1892, 277.

222) Mosso, A., La température du cerveau. Études thermométriques. Arch. ital. de biol. **22**, 1895, 264. (Vgl. A. Mosso, Die Temperatur des Gehirns, Leipzig, Veit & Co. 1894.)

223) **Mott**, F. W., Results of hemisection of the spinal cord in monkeys. Philos. Transact. Roy. Soc. **188. B**, 1893, 1.

224) **Mott**, F. W., The sensory motor functions of the central convolutions of the cerebral cortex. Journ. of physiol. **15**, 1894, 464.

225) **Mott**, F. W., Experimental enquiry upon the afferent tracts of the central nervous system of the monkey. Brain **18**, 1895, 1.

226) **Mott**, F. W., and L. **Hill**, The physiological and anatomical changes in the cortex cerebri resulting from anaemia produced by ligation of the cerebral arteries in animals. Journ. of physiol. **23**, 1898/99, XIX.

227) **Mott**, F. W., and C. S. **Sherrington**, Experiments upon the influence of sensory nerves upon movement and nutrition of the limbs. Proc. Roy. Soc. London **57**, 1894/95, 481.

228) **Münzer**, E., und H. **Wiener**, Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Zentralnervensystems. 1. Mitteilg. Über die Ausschaltung des Lendenmarkgrau. Arch. f. exp. Pathol. u. Pharm. **35**, 1895, 113.

229) **Münzer**, E., und H. **Wiener**, Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Zentralnervensystems der Taube. Monatsschr. f. Psych. u. Neurol. **3**, 1898, 379.

230) **Munk**, H., Über die Funktionen der Großhirnrinde. Gesammelte Mitteilungen 2. Aufl. Berlin 1890. — Die ursprünglichen Publikationsorte der 16 Mitteilungen sind

I. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1878, 599.
II. Berl. klin. Wochenschr. 1877.
III. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1878, 162.
IV. Ebenda 1878, 547.
V. Ebenda 1879, 581.
VI. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1880, 485.
VII. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1880, 149.
VIII. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1881, 470.
IX. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1881, 455.
X. Ebenda 553.
XI. Sitz.-Ber. Akad. Wiss. Berlin 1882, 753.
XII. Ebenda 1883, 793.
XIII. Ebenda 1884, 549.
XIV. Ebenda 1886, 111 u. 179.
XV. Ebenda 1889, 615.
XVI. Ebenda 1890, 53.

231) **Munk**, H., Über die Folgen des Sensibilitätsverlustes der Extremität für deren Motilität. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Berlin **2**, 1903, 1038.

232) **Munk**, H., Über die Fühlsphären der Großhirnrinde. I. Mitteilg. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1892, 679.

233) **Munk**, H., Über die Ausdehnung der Sinnessphären in der Großhirnrinde. II. Mitteilg. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1900, 770.

234) **Munk**, H., Über die Funktionen von Hirn und Rückenmark. Gesammelte Mitteilungen. Neue Folge. Berlin 1909, Hirschwald. Wiederabdruck der seit 1891 erschienenen Abhandlungen.

235) **Munk**, H., Über die Funktionen des Kleinhirns. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1906 (1), 443.

236) **Muskens**, J. J., Over degeneraties in het centrale zenuwstelsel ne wegnewing van den flocculus cerebelli. Akad. van Wetensch. Amsterdam **13** (1), 1904, 267.

237) **Nagel**, W. A., Über künstliche Atmung mit kontinuierlichem Luftstrom bei Vögeln. Zentralbl. f. Physiol. **14**, 1900, 553.

238) **Nagel**, W. A., Der Farbensinn des Hundes. Zentralbl. f. Physiol. **21**, 1907, 205.

239) **Nawrocki**, Beitrag zur Frage der sensiblen Leitung im Rückenmarke. Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig. M.-ph. Kl. 1871, 585.

240) **Negro**, C., Les courants induits unipolaires dans l'étude de l'excitabilité électrique du cerveau. Arch. ital. de biol. **11**, 1889, 212.

241) **Neisser**, A., Untersuchungen über die elektrische Erregbarkeit der verschiedenen Schichten der Großhirnrinde. Dissertation, Berlin 1886.

242) Nicati, W., De la distribution des fibres nerveuses dans le chiasma des nerfs optiques. Arch. de physiol. 1878, 658.

243) Nicolai, G. F., Die physiologische Methodik zur Erforschung der Tierpsyche. Journ. f. Psychol. u. Neurol. **10**, 1907.

244) Nicolai, G. F., Das Lernen der Tiere auf Grund von Versuchen an Hunden mit Pawlowscher Speichelfistel. Zentralbl. f. Physiol. **22**, 1908, 362.

245) Nothnagel, H., Experimentelle Untersuchungen über die Funktionen des Gehirns. I. Abt. Virchows Arch. **57**, 1873, 184.

246) Nothnagel, H., Experimentelle Untersuchungen über die Funktionen des Gehirns. II. Abt. Virchows Arch. **58**, 1873, 420.

247) Nothnagel, H., Experimentelle Untersuchungen über die Funktionen des Gehirns. III. Abt. Virchows Arch. **60**, 1874, 129.

248) Nothnagel, H., Experimentelle Untersuchungen über die Funktionen des Gehirns. IV. Abt. Virchows Arch. **62**, 1875, 201.

249) Nothnagel, H., Experimentelle Untersuchungen über die Funktionen des Gehirns. V. Abt. Virchows Arch. **68**, 1876, 33.

250) Oddi, R., et U. Rossi, Sur le cours des voies afférentes de la moelle épinière étudiées avec la méthode des dégénérescences. Arch. ital. de biol. **15**, 1891, 296.

251) Ossipow, V. P., Über die physiologische Bedeutung des Ammonshornes. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1900, Suppl., 1.

252) Pagano, G., Études sur la fonction du cervelet. Arch. ital. de biol. **38**, 1902, 299.

253) Pagano, G., Essai de localisations cérébelleuses. Arch. ital. de biol. **43**, 1905, 139.

254) Paneth, J., Über die Erregbarkeit der Hirnrinde neugeborener Hunde. Pflügers Arch. **37**, 1885, 202.

255) Paneth, J., Über Lage, Ausdehnung und Bedeutung der absoluten motorischen Felder auf der Hirnoberfläche des Hundes. Pflügers Arch. **37**, 1885, 523.

256) Paulesco, L'hypophyse du cerveau. Paris (Vigot) 1908. Zitiert nach Livon.

257) Pawlow, J., Sur la sécrétion psychique des glandes salivaires (phénomènes nerveux complexes dans le travail des glandes salivaires). Arch. internat. de physiol. **1**, 1904, 119.

258) Philippson, M., L'autonomie et la centralisation dans le système nerveux des animaux. Bruxelles 1905 (Falk fils).

259) Piper, H., Über den willkürlichen Muskeltetanus. Pflügers Arch. **119**, 1907, 301. (Vgl. neuere Arbeiten desselben Autors.)

260) Pi Suñer, A., Über eine physiologische Lokalisationsmethode in den nervösen Zentren. Zeitschr. f. biolog. Technik u. Methodik **1**, 1909, 394.

261) Polimanti, O., Contributi alla fisiologia ed all' anatomia dei lobi frontali. Roma 1906.

262) Polimanti, O., Beitrag zur Physiologie der Varolsbrücke (Pons Varolii) und der Vierhügel (Corpora bigemina). Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1908, 271.

263) Polimanti, O., Contribution à la physiologie du rhinencéphale. Journ. de Physiol. et de pathol. générale 1908, 634.

264) Porter, W. T., and W. Muhlberg, Experiments concerning the prolonged inhibition said to follow injury of the spinal cord. Americ. journ. of physiol. **4**, 1900, 334.

265) Prince, M., Section of the posterior spinal roots for the relief of pain in a case of neuritis of the brachial plexus; cessation of pain in the affected area etc. Brain **24**, 1901, 116.

266) Probst, M., Experimentelle Untersuchungen über das Zwischenhirn und dessen Verbindungen, besonders die sogenannte Rindenschleife. Deutsche Zeitschr. f. Nervenheilkde. **13**, 1898, 314.

267) Probst, M., Zur Kenntnis des Faserverlaufes des Temporallappens, des Bulbus olfactorius, der vorderen Kommissur und des Fornix, nach entsprechenden Exstirpations- und Durchschneidungsversuchen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1901, 338.

268) **Probst**, M., Über die Leitungsbahnen des Großhirns mit besonderer Berücksichtigung der Anatomie und Physiologie des Sehhügels. Jahrb. f. Psych. u. Neurol. **20**, 1901, 181.

269) **Probst**, M., Über die anatomischen und physiologischen Folgen der Halbseitendurchschneidung des Mittelhirns. Jahrb. f. Psych. u. Neurol. **24**, 1903, 219.

270) **Probst**, M., Weitere Untersuchungen über die Großhirnfasern und über Rindenreizversuche nach Ausschaltung verschiedener Leitungsbahnen. Sitz.-Ber. d. Wiener Akad. d. Wiss. M.-N. Kl. Abtl. 3. **114**, 1905, 173.

271) **Prus**, J., Untersuchungen über die elektrische Reizung der Vierhügel. Wiener klin. Wochenschr. **12**, 1899, 1124.

272) **Prus**, J., Über die bei elektrischer Reizung des Corpus striatum und des Thalamus opticus auftretenden Erscheinungen. Wiener klin. Wochenschr. **12**, 1899, 1199.

273) **Quincke**, H., Zur Physiologie der Zerebrospinalflüssigkeit. Reichert u. du Bois-Reymonds Arch. 1872, 153.

274) **Réthi**, L., Die Nervenwurzeln der Rachen- und Gaumenmuskeln. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien. M.-N. Kl. Abt. 3. **101**, 1892, 381.

275) v. **Reusz**, F., Neues Verfahren bei Kleinhirnoperationen an Tauben. (Original war mir unzugänglich.) Zit. nach Neurolog. Zentralbl. **22**, 1903, 265.

276) **Rothmann**, M., Über die sekundären Degenerationen nach Ausschaltung des Sakral- und Lendenmarkgrau durch Rückenmarksembolie beim Hunde. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1899. 120.

277) **Rothmann**, M., Über den Stensonschen Versuch. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1900, 365.

278) **Rothmann**, M., Über die funktionelle Bedeutung der Pyramidenbahn. Berl. klin. Wochenschr. **38**, 1901, 574.

279) **Rothmann**, M., Über die spinalen Atmungsbahnen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1902, 12.

280) **Rothmann**, M., Über experimentelle Läsionen des Zentralnervensystems am anthropomorphen Affen (Schimpansen). Arch. f. Psych. **38**, 1904, 1020.

281) **Rothmann**, M., Über die Leitungsbahnen des Berührungsreflexes unter Berücksichtigung der Hautreflexe des Menschen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1904, 256.

282) **Rothmann**, M., Zur Funktion der hinteren Vierhügel. Neurolog. Zentralbl. 1907, 919.

283) **Rothmann**, M., Über die Ergebnisse der Hörprüfung an dressierten Hunden. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1908, 103.

284) **Rothmann**, M., Demonstration eines Hundes mit einer Großhirnhemisphäre. Zentralbl. f. Physiol. **22**, 1908, 59.

285) **Roy**, C. S., and C. S. **Sherrington**, On the regulation of the blood supply of the brain. Journ. of physiol. **11**, 1890, 85.

286) **Russel**, J. S. R., Experimental researches into the functions of the cerebellum. Philos. Transact. Roy. Soc. **185. B.**, 1894, 819.

287) **Russel**, J. S. R., Phenomena resulting from interruption of afferent and efferent tracts of the cerebellum. Philos. Transact. Roy. Soc. **188. B.**, 1897, 103.

288) **Rynberk**, G. van, Tentativi di localizzazioni funzionali nel cervelletto. I. Il lobo semplice. Arch. di fisiol. **1**, 1904, 569.

289) **Rynberk**, G. van, Tentativi di localizzazioni funzionali nel cervelletto. II. Il centro per gli arti anteriori. Arch. di fisiol. **2**, 1905, 18.

289a) **Sachs**, E., On the structure and functional relations of the optic thalamus. Brain 1909. Sep.-Abdr.

290) **Schäfer**, E. A., Experiments on the electrical excitation of the visuel area of the cerebral cortex in the monkey. Brain **11**, 1889, 1.

291) **Schäfer**, E. A., On the alleged sensory functions of the motor cortex cerebri. Journ. of physiol. **23**, 1898—99, 310.

292) **Schäfer**, E. A., Note on the results of circumsection of the motor cortex. Journ. of physiol. **26**, 1900—01, XXIII.

293) **Schaternikoff**, M. und H. **Friedenthal**, Über den Ursprung und den Verlauf der herzhemmenden Fasern. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1902, 53.

294) Scheven, U., Über die Wiederkehr der elektrischen Erregbarkeit des Gehirns nach temporärer Anämie. Arch. f. Psychiatr. **38**, 1904, 926.

295) Scheven, U., Über den Einfluß der Anämie auf die Erregbarkeit der weißen Substanz des Zentralnervensystems. Arch. f. Psychiatr. **39**, 1905, 169.

296) Scheven, U., Zur Physiologie des Kniesehnenreflexes. Pflügers Arch. **117**, 1907, 108.

297) Schiff, M., Muskel- und Nervenphysiologie. Lahr, 1858—59, darin S. 232, 253.

298) Schiff, M., Recherches sur l'échauffement des nerfs et des centres nerveux à la suite des irritations sensorielles et sensitives. Arch. de physiol. norm. et pathol. **1870**, p. 5, 198, 323, 451.

299) Schiff, M., Die erregbare Zone des Gehirns. Pflügers Arch. **30**, 1883, 213. Ges. Abh. **3**, 514, 1896. (Darin Zusätze, welche auch die Technik betreffen).

300) Schiff, M., Über die Empfindlichkeit in den vorderen Nervenwurzeln. Ges. Abh. **3**, 1896, 159 (vgl. Tübinger Arch. f. physiol. Heilk. 1850).

301) Schiff, M., Der erste Hirnnerv ist der Geruchsnerv. Ges. Abh. **3**, 1896, 148 (vgl. Moleschotts Abh. 1859). (Vgl. dort die mir nicht zugänglichen Abh. v. Biffi und Prevost.)

302) Schrader, M. E. G., Zur Physiologie des Vogelhirns. Pflügers Arch. **44**, 1889, 175.

303) Schüller, A., Reizungsversuche am Nucleus caudatus des Hundes. Pflügers Arch. **91**, 1902, 477.

304) Schüller, A., Experimente am Nucleus caudatus des Hundes. Jahrb. f. Psychiatr. u. Neurol. **22**, 1902, 90.

305) Schüller, A., Experimentelle Pyramidendurchschneidung beim Hunde und Affen. Wiener klin. Wochenschr. **19**, 1906, 57.

306) Seck, H., Versuche, das Zentrum der reflektorischen Tränensekretion zu bestimmen. Eckhards Beitr. **11**, 1, 1885.

307) Sellier, J. et H. Verger, Recherches expérimentales sur la physiologie de la couche optique. Arch. de physiol. 1898, 706.

308) Sherrington, C. S., Note on the Knee-jerk and the correlation of action of antagonistic muscles. Proc. Roy. Soc. **52**, 1892, 556.

309) Sherrington, C. S., Experiments in examination of the peripheral distribution of the fibres of the posterior roots of some spinal nerves. Philos. Transact. Roy. Soc. **184. B.**, 1892, 641.

310) Sherrington, C. S., Notes on the arrangement of some motor fibres in the lumbo-sacral plexus. Journ. of physiol. **13**, 1892, 621.

311) Sherrington, C. S., Experiments in examination of the peripheral distribution of the fibres of the posterior roots of some spinal nerves. Part. II. Philos. Transact. Roy. Soc. **190. B.**, 1898, 45.

312) Sherrington, C. S., The spinal roots and dissociative anaesthesia in the monkey. Journ. of physiol. **27**, 1901, 360.

313) Sherrington, C. S., Qualitative difference of spinal reflex corresponding with qualitativ difference of cutaneous stimulus. Journ. of physiol. **30**, 1904, 39.

314) Sherrington, C. S., A mammalian spinal preparation. Journ. of physiol. **38**, 1909, 374.

315) Sherrington, C. S. und E. E. Laslett, Observations on some spinal reflexes and the interconnection of spinal segments. Journ. of physiol. **29**, 1903, 58.

316) Simpson, S., The pyramidal tract in the cat, dog and monkey. Proc. Scottish microscop. Soc. **3**, 158.

317) Simpson, S., Secondary degeneration following unilateral lesions of the cerebral motor cortex. Intern. Monatsschr. f. Anat. u. Physiol. **19**, 1902.

318) Simpson, S. and J. J. Galbraith, Observations on the normal temperature of the monkey and its diurnal variation, and on the effect of changes in daily routine on this variation. Trans. Roy. Soc. Edinburgh. **45**, 1906, 65.

319) Simpson, S. and J. J. Galbraith, An investigation into the diurnal variation of the body temperature of nocturnal and other birds and a few mammals. Journ. of physiol. **33**, 1906, 225.

320) **Singer**, J., Über sekundäre Degeneration im Rückenmark des Hundes. Sitz.-Berichte d. Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl. Abt. 3. **84**, 1881, 390.

321) **Singer**, J., Zur Kenntnis der motorischen Funktionen des Lendenmarkes der Taube. Sitz.-Berichte d. Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl. Abt. 3. **89**, 1884, 167.

322) **Singer**, Über eine Methode, experimentelle Embolien am Zentralnervensystem zu erzeugen. Vorl. Mitt. Prager med. Wochenschr. 1895.

323) **Singer**, J. und E. **Münzer**, Beiträge zur Anatomie des Zentralnervensystems, insbesondere des Rückenmarkes. Denkschr. d. Akad. Wiss. Wien **57**, 1890.

324) **Sirotinin**, W., Die punktförmig begrenzte Reizung des Froschrückenmarkes. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1887, 154.

325) **Spallitta**, F., Effets de l'exstirpation du ganglion de Gasser après l'arrachement du ganglion cervical supérieur. Arch. ital. biol. **22**, 1895, LIX.

326) **Spencer**, W. G., The effect produced upon respiration by faradic excitation of the cerebrum in the monkey, dog, cat, and rabbit. Ph. Trans. Roy. Soc. **185. B.**, 1894, 609.

327) **Spencer**, W. and V. **Horsley**, On the changes produced in the circulation and respiration by increase of the intra-cranial pressure or tension. Philos. Transact. Roy. Soc. London. **182. B.**, 1891, 201.

328) **Spielmeyer**, W., Die Fehlerquellen der Marchischen Methode. Zentralbl. f. Nervenheilk. u. Psychiatr. 1903, 457.

329) **Spielmeyer**, W., Veränderungen des Nervensystems nach Stovainanästhesie. Münchener med. Wochenschr. 1908. No. 31.

330) **Spielmeyer**, W., Die Untersuchung des Nervensystems; in Gierke-Kahldens Technik der histolog. Untersuchung patholog.-anatom. Präparate, Jena 1909, S. 188.

331) **Spina**, A., Über eine Methode, an gehirn- und rückenmarklosen Säugetieren zu experimentieren. Pflügers Arch. **76**, 1899, 219.

332) **Spina**, A., Über den Einfluß des hohen Blutdruckes auf die Neubildung der Zerebrospinalflüssigkeit. Pflügers Arch. **80**, 1900, 370.

333) **Starlinger**, J., Die Durchschneidung beider Pyramiden beim Hunde. Jahrb. f. Psychiatr. u. Neurol. **15**, 1897, 1.

334) **Starlinger**, J., Zur Marchi-Behandlung. Ein Apparat zur Zerlegung in dünne, vollkommen planparallele Scheiben. Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. **16**, 1899, 179.

335) **Stefani**, A., De l'action de la température sur les centres bulbaires du coeur et des vaisseaux. Arch. ital. de Biol. **24**, 1895, 424.

336) **Steffahny**, E., Zur Untersuchungsmethode über die Topographie der motorischen Innervationswege im Rückenmark der Säugetiere, mit besonderer Rücksicht auf das Halsmark des Kaninchens. Eckhards Beitr. **12**, 41, 1888.

337) **Stewart**, G. N., C. C. **Guthrie**, R. L. **Burns** and F. H. **Pike**, The resuscitation of the central nervous system of mammals. Journ. of exper. Medic. **8**, 1906, 289.

338) **Stewart**, G. N., and F. H. **Pike**, Resuscitation of the respiratory and other bulbar nervous mechanisms, with special reference to the question of their automaticity. Americ. Journ. of physiol. **19**, 1907, 328.

339) **Sterzi**, G., Die Blutgefäße des Rückenmarks. Untersuchungen über ihre vergleichende Anatomie und Entwicklungsgeschichte. Anat. Hefte. **24**, (Heft 74), 1904.

340) **Stricker**, S., Untersuchungen über die Gefäßnervenwurzeln des Ischiadicus. Sitz.-Berichte d. Wiener Akad. **74**, (3) 1876, 173.

341) **Talbert**, G. A., Über Rindenreizung am freilaufenden Hunde nach J. R. Ewald. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1900, 195.

342) **Tarchanoff**, J. de, Mouvements forcés des canards décapités. Compt. rend. Soc. biol. 1895, 454. Zitiert nach **Hermanns** Jahresberichten und **Steiner** Die Funktionen des Zentralnervensystems und ihre Phylogenese, **4**, 1900, 31.

343) **Tengwall**, E., Reflexe durch sensible Muskelnerven. Skandin. Arch. f. Physiol. **6**, 1895, 225.

344) **Thiele**, F. H., On the efferent relationship of the optic thalamus etc. — genesis of the decerebrate rigidity etc. Journ. of Physiol. **32**, 1905, 358.

345) **Tomasini**, S., L'excitabilité de la zone motrice après la résection des racines spinales postérieures. Arch. ital. de biol. **28**, 1895, 36.

346) Trendelenburg, W., Über die Bewegung der Vögel nach Durchschneidung hinterer Rückenmarkswurzeln. Ein Beitrag zur Physiologie des Zentralnervensystems der Vögel (nach Untersuchungen an Columba domestica). Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1906, 1.

347) Trendelenburg, W., Weitere Untersuchungen über die Bewegung der Vögel nach Durchschneidung hinterer Rückenmarkswurzeln. I. Die anatomischen Grundlagen der Untersuchungen. II. Beobachtungen über Reflexe und Tonus an den hinteren Extremitäten. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1906. Suppl. 231.

348) Trendelenburg, W., Studien zur Operationstechnik am Zentralnervensystem. I. Das Myelotom, ein Apparat zur Ausführung genau begrenzter Durchschneidungen. II. Medianspaltung des Kleinhirns am Kaninchen. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1907, 83.

349) Trendelenburg, W., Die Folgen der Längsdurchschneidung des Kleinhirns am Hunde. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1908, 120.

350) Trendelenburg, W. und O. Bumke, Experimentelle Untersuchungen zur Frage der Bach-Meyerschen Pupillenzentren in der Medulla oblongata. Klin. Monatsbl. f. Augenheilk. N. F. **4,** 1907, 353.

351) Trendelenburg, W. und O. Bumke, Experimentelle Untersuchungen über die zentralen Wege der Pupillenfasern des Sympathikus. Klin. Monatsbl. f. Augenheilk. N. F. **7,** 1909, 481.

352) Trzecieski, A. v., Zur Lehre von den Sehnenreflexen. Koordination der Bewegungen und zwiefache Muskelinnervation. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1905, 306.

353) Tschermak, A., Über den zentralen Verlauf der aufsteigenden Hinterstrangbahnen und deren Beziehungen zu den Bahnen im Vorderseitenstrang. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1898, 346.

354) Tschermak, A., Über die Folgen der Durchschneidung des Trapezkörpers bei der Katze. Neurolog. Zentralbl. 1899, Nr. 15 u. 16.

355) Turner, W. A., The results of experimental destruction of the tubercle of Rolando. Brain, **18,** 1895, 231.

356) Vassale, G. and E. Sacchi, Sur la destruction de la glande pituitaire. Arch. ital. de biol. **18,** 1893, 385.

357) Veraguth, O., Das psychogalvanische Reflexphänomen. Berlin (Karger) 1909. Darin besonders S. 5 ff; S. 6, 9 u. 150.

358) Verger et Sellier, Application de l'électrolyse bipolaire a l'expérimentation sur les centres nerveux. Soc. d'anat. et de physiol. de Bordeaux 28 fevrier. 1898.

359) Vitzou, A. N., Sur les effets de l'ablation totale en un temps d'un hémisphère cérébrale chez le chien. Arch. de physiol. 1893, 265.

360) Vogt, C. und O., Zur Kenntnis der elektrisch erregbaren Hirnrindengebiete bei den Säugetieren. Journ. f. Psychol. u. Neurol. **8,** 1907, 277.

361) Weber, E., Ein Nachweis von intrakraniell verlaufenden, gefäßerweiternden und -verengernden Nerven für das Gehirn. Zentralbl. f. Physiol. **21,** 1907, 237.

362) Weber, E., Über die Selbständigkeit des Gehirns in der Regulierung seiner Blutversorgung. Arch. f. (Anat. u.) Physiol. 1908, 457.

363) Wertheimer, E., und L. Lepage, Sur les fonctions des pyramides bulbaires. Arch. de physiol. 1896, 614.

364) White, W. H., The effect upon the bodily temperature of lesions of the corpus striatum and optic thalamus. Journ. of physiol. **11,** 1890, 1.

365) Wood und Carter, A research upon anaesthesia. Journ. of exper. medic. **2,** 1897, 131. Zitiert nach Asher und Arnold.

366) Woroschiloff, Der Verlauf der motorischen und sensiblen Bahnen durch das Lendenmark des Kaninchens. Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig, math.-ph. Kl. 1874, 248.

367) Yoshimura, Über die Beziehungen des Balkens zum Sehakt. Pflügers Arch. **129,** 1909, 425.

368) Ziegler, P., Über die Mechanik des normalen und pathologischen Hirndrucks. Arch. f. klin. Chirurgie **58,** 1896, 75.

369) Ziehen, Th., Zur Physiologie der infrakortikalen Ganglien und über ihre Beziehungen zum epileptischen Anfall. Arch. f. Psych. **21,** 1890, 863.

II.

Das zentrale Nervensystem der kaltblütigen Tiere

von

J. Steiner in Köln.

Mit 39 Figuren.

Zu den kaltblütigen oder poikilothermen Tieren rechnet man die Fische, die Amphibien und die Reptilien, deren Gehirn in seiner allgemeinsten Form

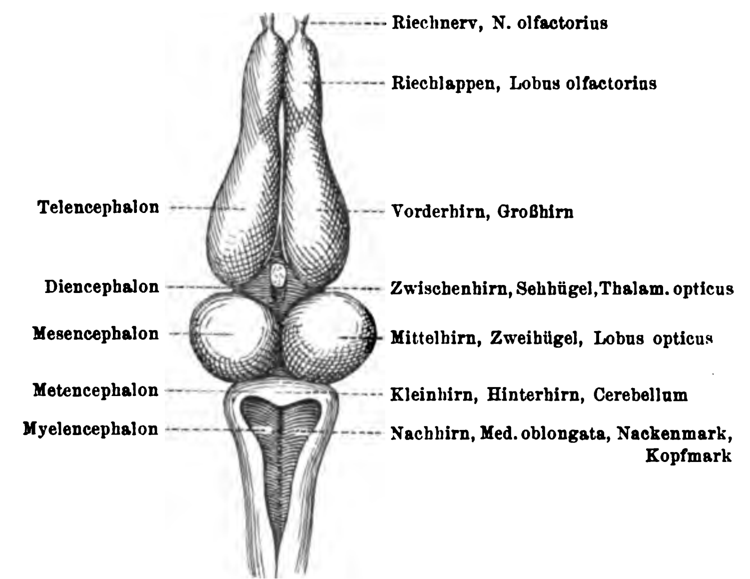


Fig. 1.

in Figur 1 (ein sechsfach vergrößertes Gehirn eines Grasfrosches, etwas schematisch) zum Ausdruck gebracht werden möge, zugleich mit der vielfach gebrauchten und wechselnden Nomenklatur.

I. Die Fische.

Von diesen Gruppen verursachen die Fische dem Experimente besondere Schwierigkeiten, weil sie einerseits dauernd nur im Wasser leben, andererseits aber für das vivisektorische Experiment außerhalb des Wassers in freier Luft gehalten werden müssen.

Diese Schwierigkeit überwindet man durch künstliche Atmung, welche generell so einzurichten ist, daß dem von einem Assistenten gehaltenen Fische aus irgend einem Wasservorrat vermittels eines in seinen Dimensionen passenden Gummischlauches Wasser in das Maul zugeleitet wird, welches durch die Kiemen wieder abfließt.

Es sind demnach für die künstliche Atmung eines Fisches nötig:

1. ein Wasservorrat,
2. ein Gummischlauch,
3. ein geeigneter Tisch mit einer Abflußvorrichtung.

Als Wasserquelle dient am einfachsten die Wasserleitung, deren Stärke man durch die Stellung des Hahnes reguliert. Wenn eine solche nicht vorhanden ist, stellt man ein genügend großes Wassergefäß etwa $^1/_2$ m hoch über dem Operationstische auf und bezieht aus demselben das Wasser durch Heberwirkung, indem man das eine Ende des Gummischlauches dort eintaucht, den Schlauch am Rande des Gefäßes durch eine Fadenschlinge befestigt, das andere Ende ansaugt, darauf dem Fische in das geöffnete Maul einschiebt und denselben leicht festhält.

Der Gummischlauch muß bei entsprechender Länge die nötige Wanddicke haben, damit er nicht bei jeder Bewegung einknickt und den Strom gewissermaßen automatisch unterbricht. Zugleich ist es zweckmäßig, ihn mit einer beliebigen Klemmschraube zu versehen, die in seinem Verlaufe irgendwo angebracht ist, damit man den Wasserzufluß beliebig regulieren und eventuell unterbrechen kann.

Als Operationstisch dient im allgemeinen jeder beliebige Tisch, welcher die Bedingung erfüllt, daß man auf demselben operieren kann und welcher dem aus den Kiemen ablaufenden Wasser einen bequemen Abfluß gestattet.

In der zoologischen Station in Neapel hatten wir für diesen Zweck einen kleinen vierbeinigen Tisch von 76 cm Höhe, dessen Platte 85 cm lang und 45 cm breit war. Dieselbe ist paraffiniert, ringsum von einer etwa fingerhohen Holzkante eingefaßt und besitzt in der Mitte der einen Querseite ein kurzes, metallenes Abflußrohr, das durch einen Gummischlauch das Wasser an einen beliebigen Ort (untergestelltes Becken) abführt, was wesentlich dadurch gefördert wird, daß man die Gegenseite des Tisches durch Unterlagen etwas erhöht.

Man legt nunmehr auf den vorderen (erhöhten) Teil des Tisches ein mehrfach gefaltetes Handtuch, so groß, daß der Fisch bequem darauf Platz hat. Derselbe wird von einem Assistenten, der zur linken Seite des Fisches steht, mit einem kleinen Leinentuch über den Rücken weg mit der rechten Hand gehalten, während er den zuführenden Wasserschlauch mit der linken Hand in das Maul des Fisches hineinschiebt und dort hält. Der Fisch, welcher eben noch lebhaft zappelte, verfällt mit dem Eintritt des Wassers sofort in völlige Ruhe, in welcher er auf diese Weise beliebig lange erhalten werden kann. Der Wasserzufluß wird so geregelt, daß aus den Kiemen eben Wasser ausfließt. Man vermeide jede Überschwemmung auf dem Tische, lasse sich aber immerhin in letzter Instanz von der Ruhe des Fisches leiten, denn Unruhe bedeutet Wassermangel. (Ist man irgendwo an unwirtbarer Küste zur Arbeit gezwungen, so kann man mit sich führen ein flaches Tabulett mit Kante von Zinkblech, etwa $^1/_2$ m lang und 30 cm breit, in dessen eine kurze

Seite ein Loch gebohrt wird. Man legt die Platte auf einen beliebigen Tisch, so daß das gelochte Ende die Tischplatte überragt. Das Wasser fließt ganz gut in ein untenstehendes Gefäß ab, wenn man die Gegenseite des Tisches ein wenig erhöht hat.)

Die Fische, welche der Beobachtung dienen sollen, mögen sie unversehrt oder operiert sein, sind entweder in freien Teichen oder in großen Bassins mit Glaswänden unterzubringen, welche ihre dauernde Beobachtung gestatten. Die Belüftung des Wassers geschieht in vielen großen Glasaquarien durch einfache Lufteinblasung, was für unversehrte Tiere gewiß ausreicht, aber nicht mehr für operierte Tiere, wie mich Versuche gelehrt haben. Diesen muß man, um ihre Maximalleistung zu erzielen, einen gleichmäßigen Wasserzufluß schaffen, der im Großbetrieb irgendwie maschinell zu gestalten sein

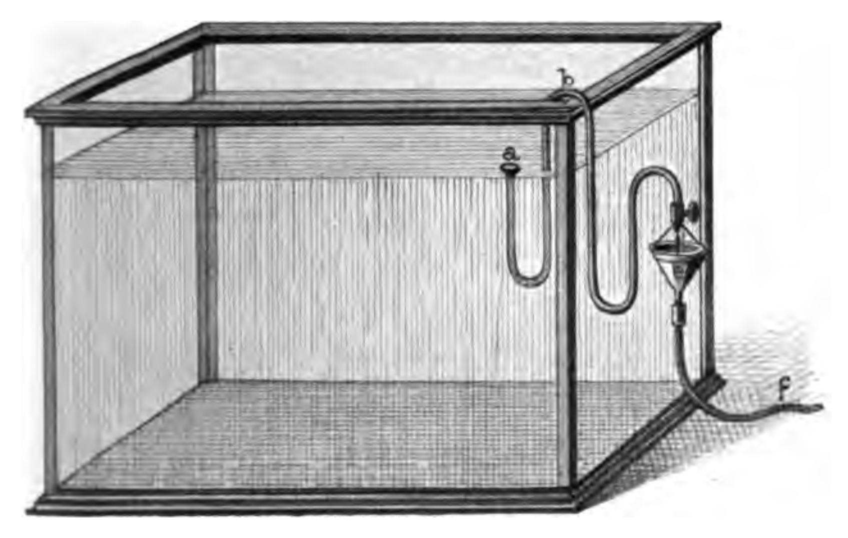


Fig. 2.

wird. Für Laboratoriumszwecke dienen kleinere Glasbassins, welche von der Wasserleitung her oder einer anderen Wasserquelle zu speisen sind, was keine Schwierigkeit hat, während der Wasserabfluß durch ein besonderes, sozusagen unendliches Heberrohr besorgt wird, das stets in Funktion bleibt, wie sich auch der Wasserzufluß gestalten möge, während ein einfaches Heberrohr nicht mehr funktioniert, wenn es einmal ausgeflossen ist, wie das bereits vorkommt, wenn die Wasserquelle unregelmäßig arbeitet (siehe Figur 2, Bassin mit unendlichem Heber).

A. Knochenfische.

Zu Versuchen am Gehirn der Knochenfische eignen sich am besten Squalius cephalus (Döbel oder Mönne genannt), ein in unseren Gewässern häufiger Cyprinoide und der Karpfen selbst, Cyprinus carpio, sowie Barbus, Perca fluviatilis (aber auch Lachs, Forelle, Hecht u. a.), die man nicht über

20 bis 25 cm lang nimmt (Perca noch kleiner), eingedenk der Tatsache, daß das Gehirn nicht proportional der Länge des Tieres zunimmt, sondern hinter derselben wesentlich zurückbleibt. Daraus entwickelt sich das Mißverhältnis, daß man in einer großen Hirnschale ein kleines Gehirn vorfindet, welches sehr tief liegt und durch diese seine Lage der vivisektorischen Bearbeitung unnötige Schwierigkeiten bereitet.

Wählt man Fische in der oben angegebenen Länge, so besteht das Mißverhältnis nicht: das Gehirn, das die Schädelkapsel noch ganz ausfüllt, liegt unmittelbar unter der Schädeldecke und ist der Bearbeitung bequem zugänglich. Groß genug ist das Gehirn dieser Fische an sich durchaus, denn es übertrifft stets noch an Größe das Gehirn unserer größten Frösche.

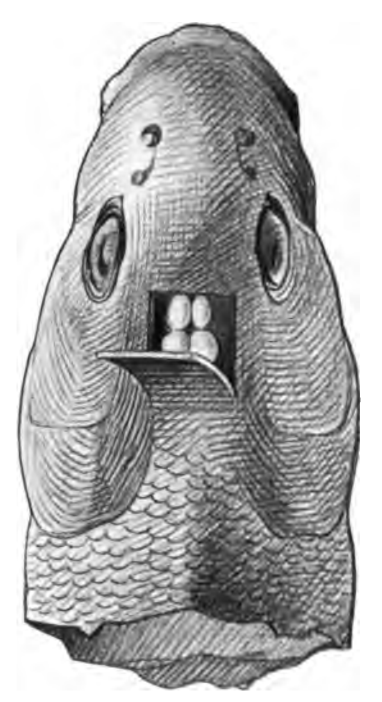


Fig. 3.

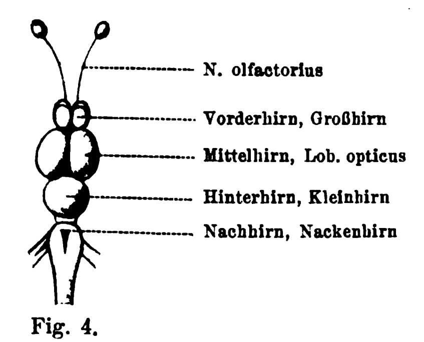


Fig. 4.

Bei der Eröffnung der Schädelhöhle kommt alles darauf an, einen passenden Knochenlappen so abzuheben, daß er proximal mit dem Schädel in Verbindung bleibt und nach getaner Arbeit wieder an seine alte Stelle zurückgelegt werden kann, um die Schädelhöhle von der Umgebung bzw. dem Wasser vollständig abzuschließen.

Hierbei verfährt man folgendermaßen: Ein wenig vor der queren Verbindungslinie der beiden hinteren Augenwinkel und in der Nähe des rechten Augenwinkels, wenn der Experimentator rechts vom Fisch steht (s. Figur 3, Squal. ceph., natürliche Größe), beginnt der mit einer passenden Knochenzange (siehe Figur 5, natürliche Größe) anzusetzende Schnitt, den man quer nach der anderen Augenseite, immer die Zange wie eine Schere benutzend, fortsetzt, je nach der Größe des Fisches in Länge von 1—2 cm. Dort angekommen, biegt man im rechten Winkel nach hinten um; im allgemeinen bis dahin, wo die Schädeldecke von Muskelfleisch bedeckt ist. Hat man den gleichen Längsschnitt auf der anderen Seite von dem rechten Augenwinkel her vollendet, so kann man den angelegten Knochenlappen etwas kräftig nach hinten aufklappen und hat so die Schädelhöhle freigelegt.

Was man zunächst sieht, ist aber kein Gehirn, sondern glänzendes, gelbes Fett, welches das Gehirn bedeckt. Man entfernt dasselbe durch Austupfen mit ganz kleinen, weichen, in physiologischer Kochsalzlösung getauchten Schwämmchen. Endlich erscheint, hellweiß schimmernd, das Gehirn, an dem man sofort Vorder-, Mittel- und Hinterhirn unterscheiden kann (siehe Figur 4, natürliche Größe). Ist man nicht sogleich klar über die Be-

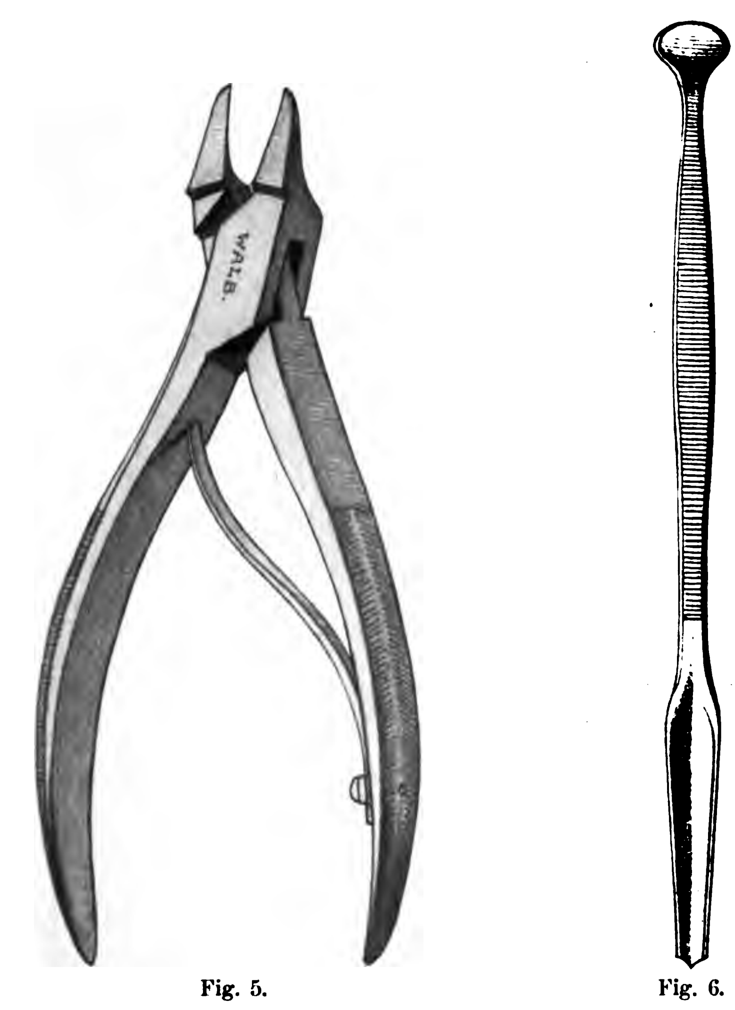


Fig. 5. Fig. 6.

deutung der Hirnteile, so orientiert man sich ganz leicht durch das Kleinhirn, welches deutlich unpaar ist und genau in der Mittellinie liegt, im Gegensatze zu den übrigen Hirnteilen, welche symmetrisch zu beiden Seiten der Mittellinie angelegt sind. Wie die Figur 4 zeigt, liegt dann vor dem Kleinhirn das Mittelhirn, davor das Vorderhirn mit den ganz kleinen Riechlappen und den davon ausgehenden Riechnerven, welche man bei dieser Anlage des Lappens nur in ihrem proximalen Teile zu sehen bekommt.

Hat man die Operation am Gehirn beendet, welche stets mit einem ganz geringfügigen Blutverluste, selbst fast ohne einen solchen abläuft, so klappt man den Knochenlappen nach vorn herunter, bringt ihn in seine frühere Lage, hilft eventuell hinten, wo man auf Widerstand stößt, durch Unterschneiden etwas nach und legt schließlich ganz vorsichtig zur Sicherung eine Naht durch die etwas feine Haut an (ein Faden genügt!).

Ist die Ausführung in der angegebenen Weise geglückt, so ist der Abschluß der Schädelhöhle gegen das Wasser ein völlig ausreichender und man kann den Fisch sofort (mit der natürlich gegebenen Vorsicht) behutsam in das Wasser bringen. Ist die Anlegung des Lappens weniger gelungen, namentlich durch Sprünge in demselben oder durch Absprengung der Kanten, und erscheint der Abschluß gegen das Wasser nicht für ausreichend, so kann man einen solchen sehr vollständig erzielen, wenn man auf die Schädeldecke nach Abtrocknung mit feinem Fließpapier eine Schicht warmer Gelatine auftropft und diese mit konzentrierter Tanninlösung bepinselt. Diese Gelatinekappe hält in der Regel für zwei Tage, innerhalb welcher Zeit die Schnittkanäle sich mit organischem Material so gefüllt haben, daß die Schädelhöhle ganz abgeschlossen ist.

Fig. 7.

Im einzelnen werden die Abtragungen wie folgt ausgeführt:

1. Die Nn. olfactorii, welche man aus dem Vorderhirn nach vorn eben austreten sieht, lassen sich leicht mit beliebigem kleinen Scherchen einzeln durchschneiden.

2. Die Abtragung des Vorderhirns kann, da auf der Grenze von Vorder- und Mittelhirn gerade die Nn. optici austreten (s. Fig. 9), nicht durch einfachen bis auf die Basis reichenden Schnitt gemacht werden, sondern mit dem in Figur 6 abgebildeten, zugeschärften Meißel, welcher, hinter dem Vorderhirn eingesenkt, bevor er die Basis erreicht hat, mit der Spitze nach vorn erhoben wird, wobei er das losgelöste Vorderhirn vor sich her schiebt.

Diese Abtragung ist von keinerlei Bewegung des Tieres begleitet. Tritt irgendeine Zuckung auf, so ist wahrscheinlich ein rückwärts gelegener Hirnteil mit verletzt und ein reines Resultat gefährdet. Trotzdem ist solcher Versuch öfter noch brauchbar; wahrscheinlich handelt es sich in manchen Fällen nur um eine vorübergehende Reizung, die sich wieder ausgleicht.

3. Die Abtragung des ganzen Mittelhirns geschieht mit dem in Figur 7 abgebildeten Lanzenmesser, dessen Seiten stumpf sind. Man hat hierbei zu beachten, daß die Atemnerven (N. trigeminus), welche, ganz vorn aus dem Nachhirn (Med. oblongata) austretend, an der Außenseite des Mittelhirns vorbei an der inneren Schädelwand nach vorn in die Kiemen ziehen, nicht verletzt werden. Das ist mit jenem Messerchen, das man einfach senkrecht auf der Grenze vom Mittel- und Nachhirn einsenkt, jedesmal vermieden, weil man nur das Nachhirn quer durchtrennt, ohne daß das Messer die innere Schädelwand und damit

Fig. 8.

die Atemnerven erreicht. (Das Lanzenmesser ist nach einem Gipsabguß des Fischkopfes angefertigt.)

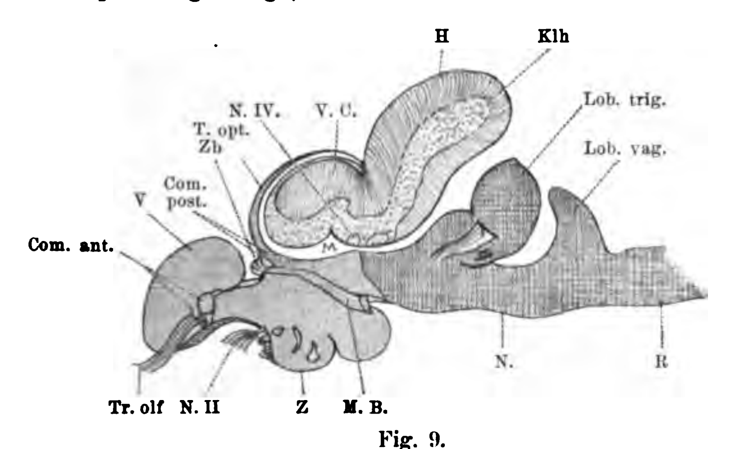


Fig. 9.

Sagittalschnitt durch das Gehirn von Barbus.
V. Vorderhirn, N. II. Nerv. opticus, T. opt. Tectum opticum, M. Mittelhirnbasis, V. C. Valvula cerebelli, Klh. Kleinhirn, Zb. Zirbel.

4. Will man die Decke des Mittelhirns isoliert abtragen (dieselbe dient als Tectum opticum besonderer Funktion), so geschieht das mit der nebenstehenden Bajonettschere (Figur 8, natürliche Größe), welche gerade die oberste Lage, d. h. die Decke abträgt. Durch diese Abtragung wird die Höhle des Mittelhirns eröffnet, welche man also jedesmal zu sehen bekommt.

Die Abtragung darf von Bewegungen des Tieres nicht begleitet sein. Treten solche auf, so ist die Abtragung der Decke nicht oberflächlich genug geschehen.

5. Die Abtragung des Kleinhirns umfaßt nicht nur den sichtbaren asymmetrischen Teil, der gewöhnlich als Kleinhirn benannt wird, sondern auch noch die Wurzeln dieses Kleinhirns, welche in dem Mittelhirn stecken.

Eröffnet man das Mittelhirn, so sieht man auf dem Grunde desselben zwei zum Mittelhirn konzentrische Höckerchen, welche, wie man sich durch Streichen mit ganz feinem Schwämmchen überzeugen kann, nach vorn frei flottieren und mit der Pars posterior cerebelli direkt in Verbindung stehen als Pars anterior cerebelli (auch Valvula cerebelli genannt). Das Nähere sieht man aus der nebenstehenden Figur 9.

Fig. 10. Fig. 11.

Man kann nun erst die Pars posterior abtragen, indem man von hinten her unter diesen Teil das in Figur 10 (natürliche Größe) abgebildete Schaufelchen unterschiebt und dann von oben her mit dem Meißel auf der hinteren Grenze vom Mittelhirn einschneidet, bis man auf das unterliegende Schaufelchen trifft. Die Pars posterior fällt dann einfach ab. Hierauf eröffnet man das Mittelhirn, erhebt die Pars

anterior cerebelli bzw. die beiden Tuberkel durch Streichen von vorn nach hinten und trägt sie mit einer flachen Schere ab. Es bleibt nur noch das

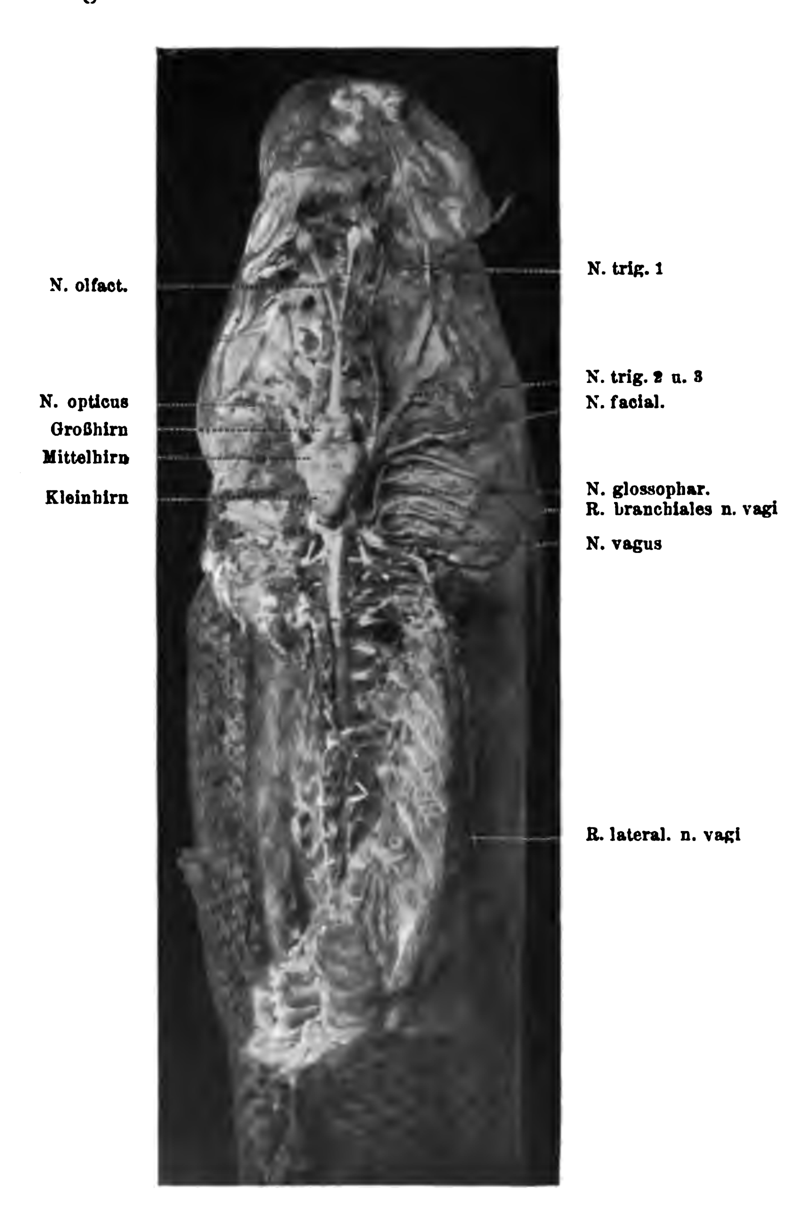


Fig. 12.

Gewölbe bzw. der Teil des Kleinhirns, welcher unter dem hinteren Teile der Decke des Mittelhirns liegt und mit letzterem verwachsen ist, auf der Unterlage aber ohne Anheftung frei liegt. Man geht von der Mittelhirn-

höhle mit dem gekrümmten Messerchen (Figur 11, natürliche Größe) ein, schiebt es unter das Gewölbe und schneidet rechts und links nach oben durch: so fällt das Gewölbe heraus.

Man kann die Operation auch einzeitig und zwar so machen, daß man nach Eröffnung des Mittelhirns die Pars anterior cerebelli aufhebt, mit dem gekrümmten Messerchen direkt unter das Gewölbe geht und dasselbe beiderseits durchschneidet: dann muß das ganze Kleinhirn in einem Stück herausfallen.

Ob man in dieser oder jener Weise zu Werke geht, wird namentlich von der Geschicklichkeit des Experimentators abhängen; jedenfalls ist der zweite Weg kürzer.

Welchen Weg man aber wählen mag, so darf für keinen Fall die Durchschneidung von Muskelbewegungen begleitet sein, denn damit ist der Erfolg bzw. die Richtigkeit der Operation stets in Frage gestellt.

6. Wenn man zur Abtrennung des Nackenmarkes vom übrigen Gehirn das Kleinhirn erhebt oder abträgt, so trifft man bei den Fischen nicht auf die vertiefte Rautengrube, wie bei den nächst höheren Vertebraten, sondern auf starke Erhebungen oder Brücken, welche die Rautengrube überspannen. Es sind das Markmassebildungen, welche den Nervenkernen entsprechen, die dem Trigeminus und Vagus (Lob. trigemini und Lob. vagi) angehören. Man hat dabei zu beachten, daß das Atmungszentrum im Trigeminuskern enthalten ist und man daher die Abtrennung des Nackenmarkes hinter diesem Gebilde ausführen muß, um die Atembewegungen ungestört zu erhalten. (Vgl. Fig. 9.)

Beim Squalius cephalus ist das ganze Gebilde durch ein Bändchen dargestellt, welches die Rautengrube überquert. Man kann durch einseitige, doppelseitige und mediane Durschneidung dieser Brücke mit Hilfe des Sichelmessers sehr deutlich den Einfluß dieses Hirnteils auf die Atembewegungen darstellen.

Zur allgemeinen und weiteren Orientierung, namentlich auch unter Hinblick auf einige Hirnnerven und den Seitennerven diene die Figur 12: das Gehirn, der vordere Teil des Rückenmarks mit den Hirnnerven in situ eines größeren Exemplares von Barbus fluviatilis.

Der Seitennerv (Ast des N. vagus), deutlich sichtbar in der Seitenlinie auf der Oberfläche des Rumpfes, zu beiden Seiten symmetrisch, ist ganz leicht da zu treffen, wo er aus der Tiefe in die Haut übergeht. Die Durchschneidung wird nach Entfernung einiger Schuppen mit der Schere gemacht. Die so entstehende Wunde kann man durch warme Gelatine schließen. Die Seitenorgane am Kopfe macht man durch Kauterisierung funktionsunfähig.

Der Aal, welcher wegen seiner Lebenszähigkeit zu mancherlei ergänzenden Versuchen sehr brauchbar ist, bietet für die Technik einige Eigentümlichkeiten, die hier anzuschließen sind.

Das Gehirn ist im Vergleich zur Körperlänge recht klein, aber immer noch groß genug. Künstliche Atmung ist wegen der Unmöglichkeit, den Aal ruhig zu halten, nicht ausführbar, aber auch nicht nötig, weil der Aal bekanntlich einige Zeit (jedenfalls stundenlang) außerhalb des Wassers zu leben vermag. Man kann ihn deshalb einfach festhalten. Aber um das fertig zu bringen, muß man ihn vorher in Mehl- oder Sägespänen wälzen und dann mit einem Handtuch fassen.

Die Anlage eines Knochenlappens ist nicht nötig, da der Aal eine sehr feste Haut hat, die man über der Schädelwunde nur festzunähen braucht, um die Schädelhöhle gegen das Wasser abzuschließen.

Funktionsprüfung der operierten Knochenfische.

Allgemein sei bemerkt, daß alle operierten Tiere stets möglichst lange (Wochen und Monate) am Leben zu erhalten und stets von neuem auf ihre Leistungen zu prüfen sind.

Bei den so operierten Fischen wird man zu prüfen haben

1. ob und in welcher Weise die normale Schwimmbewegung erhalten oder gestört ist. Hierbei sei auf die mehrfachen Formen von normalen Haltungen hingewiesen, nämlich a) die rasche Fortbewegung, welche durch Pendelbewegungen des Schwanzes erzeugt wird, während die Flossen, besonders die Brustflossen flach an den Leib gelegt werden, b) das freie Schweben im Wasser, wobei die Flossen und besonders die Brustflossen senkrecht vom Rumpf abstehen und in fortwährender Bewegung begriffen sind, c) eine Zwischenform bei langsamer Fortbewegung mit eingeschobener Schwebe, wobei der Schwanz seltenere Pendelbewegungen macht, während die Flossen sich intermittierend entfalten, d) die Rückwärtsbewegung, welche wesentlich durch die Brustflossen erfolgt, e) das ruhige Stehen auf dem Grunde, was unabhängig von den Flossen wohl unter dem Einfluß des Muskelgefühles steht, wobei der Schwanz die notwendigen korrigierenden Bewegungen ausführt.

2. Die Nahrungsaufnahme, d. h. ob eine solche willkürlich stattfindet. Zu diesem Zweck wirft man in das Wasser einzelne Regenwürmer, Mehlwürmer, Schaben (Periplaneta orientalis), Würfel von getrocknetem Eiereiweiß, oder auch Brotstückchen auf die Oberfläche des Wassers; endlich auch einen glatten Bindfaden von etwa gleichen Dimensionen mit denen eines Regenwurms.

3. An der Hand der Nahrungsaufnahme kann man auch den Farbensinn prüfen, indem man auf die Oberfläche des Wassers verschiedenfarbige Oblaten bringt, wie man sie früher zu Briefverschlüssen verwendet hat, und beobachtet, ob und welche von diesen farbigen Objekten bevorzugt werden. Nach einer andern Methode wird in das Wasser ein zweckmäßiges Spektrum geworfen, dessen verschiedene Helligkeit zu korrigieren ist. Man beobachtet, welches der Spektrallichter zum Aufenthalt bevorzugt wird (vgl. C. Heß, Untersuchung über den Lichtsinn der Fische. Archiv für Augenheilkunde 1909. Ergänzungsheft).

4. Die Willkürlichkeit der Fortbewegung im allgemeinen. Diese Prüfung ist direkt nicht ausführbar, weil das Wasser an sich eine Anregung zur Bewegung gibt, aber wenn man zwei gleich oder auch verschieden operierte Fische in den Behälter bringt, so kann man beobachten, ob diese Fische zusammen spielen, wie das unversehrte Fische zweifellos tun. Hieraus kann man die Willkürlichkeit der Bewegung erschließen.

5. Das Sehvermögen prüft man, indem man in die Bahn ein Hindernis, z. B. ein Brettchen stellt, dem sehende Fische regelmäßig ausweichen; wogegen sehende Fische nicht selten gegen eine Glaswand anstoßen. Oder man tritt an das Glasbassin dem Fische gegenüber oder man greift nach ihm.



Wenn die operierten Fische unfähig sind, die Nahrung selbständig und willkürlich aufzunehmen, und man die Absicht hat, sie längere Zeit am Leben zu erhalten, so muß man sie künstlich füttern, indem man ihnen das Futter (die oben angegebene Nahrung) tief in das geöffnete Maul schiebt — aber immer mit großer Vorsicht und Geschwindigkeit.

Lebende Flußfische (Knochenfische) liefert jede größere Fischhandlung des Inlandes.

B. Die Knorpelfische.

1. Die Haifische.

Von den Haifischen, die infolge ihrer großen Widerstandsfähigkeit ein ausgezeichnetes Material bieten, eignen sich für den Versuch am meisten der Hunds- und Katzenhai (Scyllium canicula und Scyllium catulus).

Man wählt mit Vorteil den Hundshai, welcher bei $^1/_2$ m Länge ausgewachsen und im Mittelmeer häufiger ist. Der Katzenhai, welcher ausgewachsen $1\,^1/_2$ m lang ist, eignet sich ebenfalls besser bei $^1/_2$ m Länge, weil bei den längeren bzw. älteren Tieren die Gewebe meist zu fest sind und auch hier das Mißverhältnis zwischen Gehirn und Schädelkapsel störend wirkt, wie bei den Knochenfischen.

Bei künstlicher Atmung verhält sich der Haifisch beliebige Zeit musterhaft ruhig.

Bei der knorpligen Beschaffenheit des Schädels und einer Haut, die sich wie Leder näht, kann man die Schädeleröffnung und -schließung einfacher gestalten als beim Knochenfisch.

Mit einem gewöhnlichen festen Messer schneidet man genau in der Mittellinie auf einem Punkte zwischen vorderem Augenwinkel und Nasenloch (das auf der Unterseite liegt) vorsichtig durch Haut und Knorpel durch und verlängert diesen Schnitt zunächst nach vorn um $^1/_2$ cm; nach vorn deshalb, weil unter dieser Stelle keine Gehirnsubstanz liegt, sondern nur ein mit Lymphe erfüllter Raum, als vorderster Abschnitt der Hirnkapsel. Um gefahrlos nach hinten weiter zu schneiden, fasst man mit einer festen Pinzette den hinteren Schnittrand etwas seitlich, erhebt ein wenig die Schädeldecke und erweitert den Schnitt um 1 cm. Die Figur 13 (natürliche Größe) zeigt den Haifischkopf und vorn die Linie, in der man einzuschneiden hat; eine weiße Linie, welche sich bei diesen Haifischen als natürliche Bildung vorfindet, wie in dem hier gezeichneten Exemplar. Die Wundränder werden durch stumpfe Wundhaken auseinander gezogen (event. genügt ein Wundhaken, den man selbst hält) und verschafft man sich auf diese Weise einen genügenden Einblick in den vordersten Teil des Gehirns.

Hat man die beabsichtigte Operation am Gehirn vollzogen, so werden die Wundhaken entfernt und die Wundränder, welche sich gut aneinander legen, mit fester Nadel und festem Faden, wie ein anderes Tierfell, genäht. Der Abschluß ist ein vollständiger.

Diese Art der Eröffnung der Schädelhöhle ist nur anwendbar bei Operationen an den vorderen Teilen des Gehirns. Will man Operationen im Zwischen- und Mittelhirn oder noch weiter hinten machen, wo die zunehmende

Dicke des Schädeldaches ein genügendes Auseinanderziehen der Wundränder nicht gestattet, so hat man mit einer kurzen festen Schere einen durch Haut

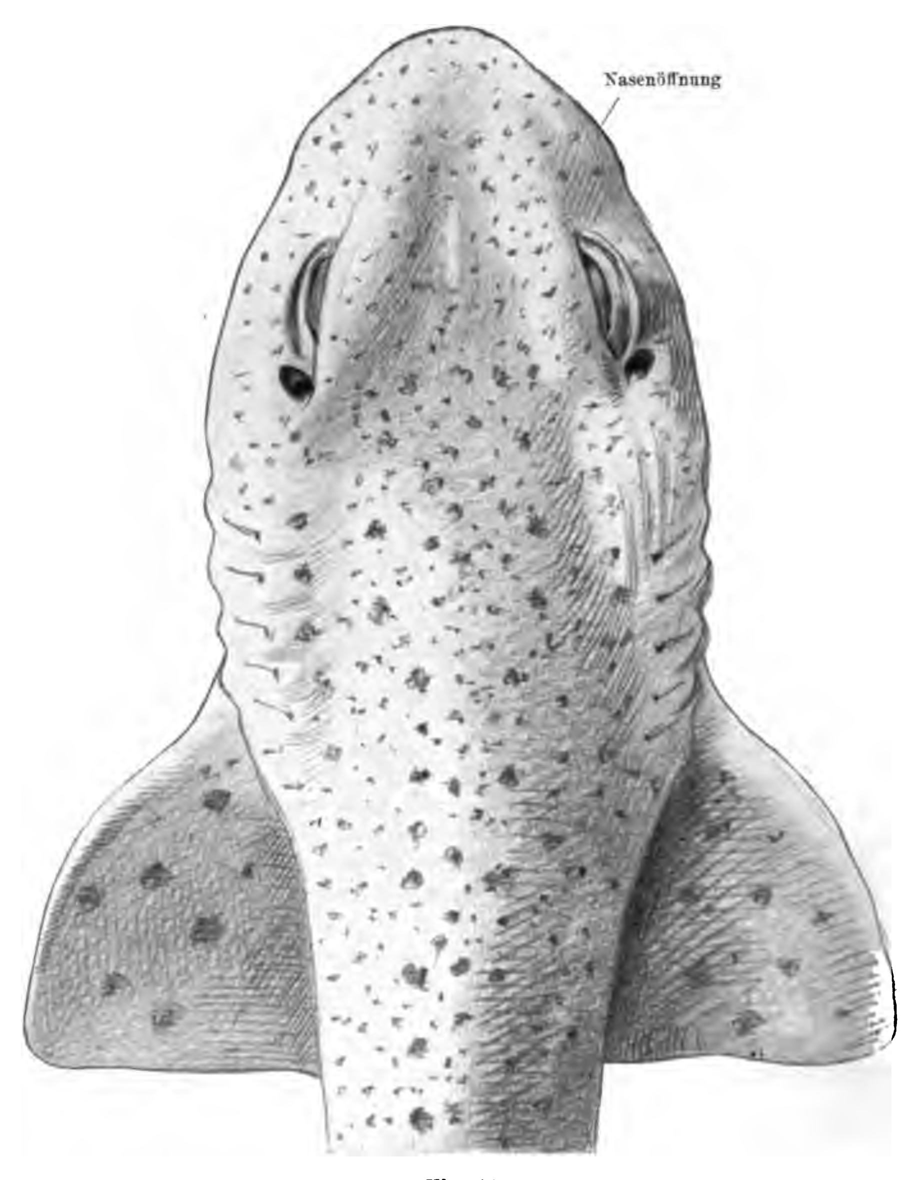


Fig. 13.

und Knorpel durchgehenden Lappen anzulegen, der vorn kurz hinter der Verbindungslinie der vorderen Augenwinkel beginnt und nach hinten etwa $1\frac{1}{2}$ bis 2 cm (nach Bedarf) fortgesetzt werden mag, aber mit dem Körper in Verbindung bleiben muß und für die intrakranielle Operation zurückgeklappt

wird, wie die Figur 14 (natürliche Größe) zeigt. Ist die Operation beendet, so wird der Lappen zurückgelegt und regelrecht eingenäht.

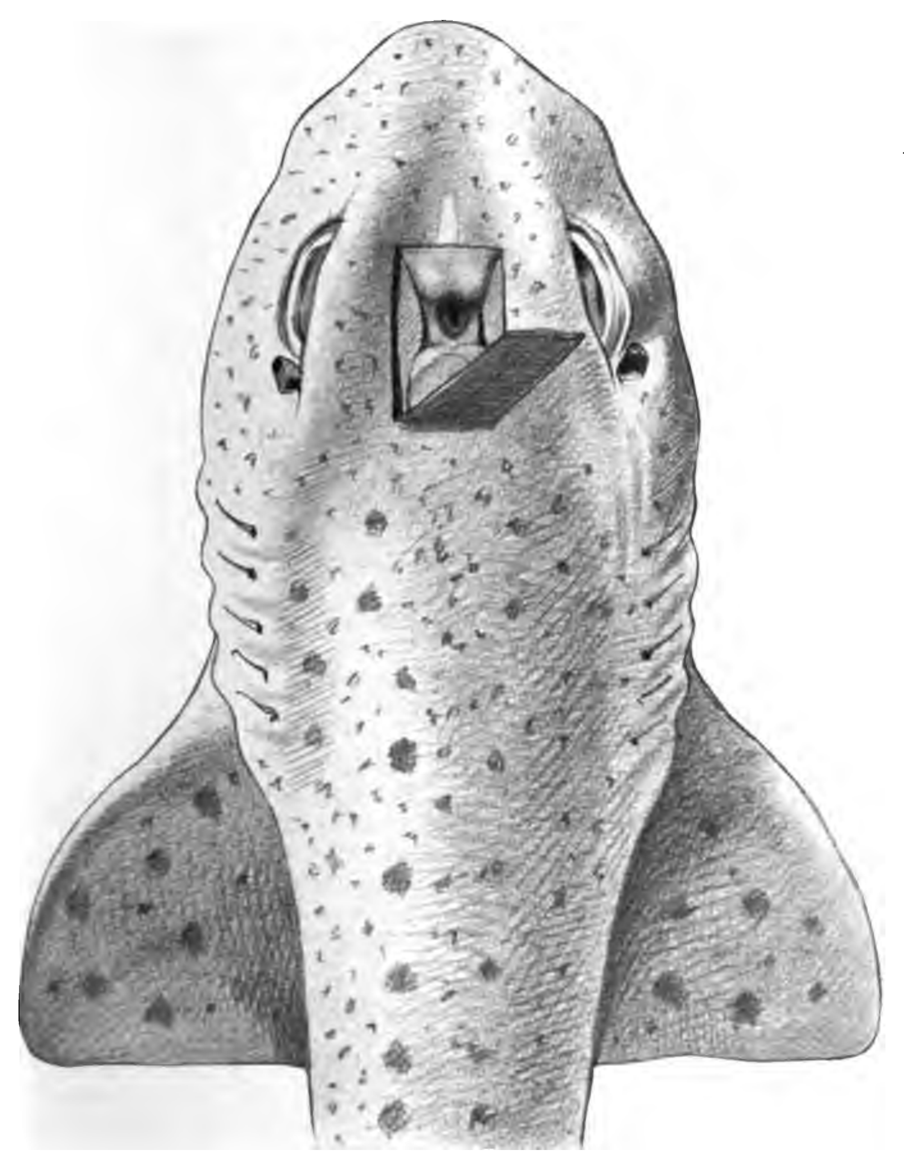


Fig. 14.

Die Abtragungen innerhalb des Gehirns werden nach den gleichen Methoden ausgeführt, wie bei den Knochenfischen, nur sind Meißel und Lanzenmesser entsprechend der Größe des Haifischgehirns größer zu nehmen, während man die Riechlappen mit dem Sichelmesser (Figur 11) durchschneidet. Alles

Nähere folgt aus der Figur 15, welche das Gehirn eines erwachsenen Hundshaies in natürlicher Größe wiedergibt. Nur sei zum Unterschied gegen den Knochenfisch bemerkt, daß man für die Abtragung des Vorderhirns, das genau auf der Grenze zum Zwischenhirn gemacht wird, nicht den Meißel benutzt, sondern das Lanzenmesser, da der N. opticus sich nicht unter dieser Stelle befindet.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß bei den Haifischen das Mittelhirn von hinten her durch das Kleinhirn mehr oder weniger überdeckt wird, weshalb man für die Operation im Mittelhirn das Kleinhirn vorher entweder entfernen oder abheben muß. Zugleich sei bemerkt, daß das Kleinhirn keine Pars anterior besitzt. Schließlich operiert man bei den Haifischen im Gebiete des Nachhirns sehr bequem und unbekümmert um Atenstörungen, weil die im Vagus verlaufenden Atemnerven zu den nach rückwärts gelegenen Kiementaschen ziehen, d. h. also umgekehrt wie bei den Knochenfischen.

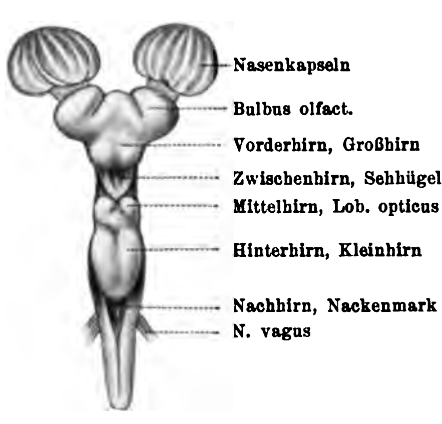


Fig. 15.

Zur allgemeinen Orientierung füge ich noch den Kopf eines Dornhaies (Acanthias vulgaris) bei, um namentlich die Lage des Gehirns und Rückenmarks, sowie einer Zahl von Hirnnerven in situ zu zeigen (Figur 16).

Funktionsprüfung bei den Haifischen.

Wenn man bei den Haifischen im Prinzip dieselben Prüfungen vorzunehmen hat, wie bei den Knochenfischen, so gestalten sich dieselben doch analog ihrer Lebensart etwas anders. Wir prüfen

1. Die normalen Schwimmbewegungen unserer Scyllien, welche schwimmen durch wellenförmige Bewegung ihres ganzen Leibes, ganz ähnlich, wie unsere Aale, bei voller Äquilibrierung; die Flossen sind vielfach starr und funktionieren nur wenig. Diese Fische liegen in der Regel stundenlang ruhig auf dem Sand und müssen zu Bewegungen durch mechanisches Anstoßen oder durch vorgeworfene Nahrung angeregt werden.

2. Die willkürliche Nahrungsaufnahme ist hier anders zu prüfen, als bei den Knochenfischen, denn wirft man den Haifischen ihr Lieblingsgericht, tote Sardinen, in das Bassin, so setzen sie sich nach kurzer Zeit in Bewegung, ohne aber direkt auf die Nahrung loszugehen, sondern sie umziehen dieselbe in immer enger werdenden Kreisen, bis sie schließlich mit dem Maul auf die Beute fallen und sie verschlingen. Es ist offenbar nicht der Gesichtssinn, der sie dabei leitet, sondern der Geruchssinn.

3. Das Sehvermögen ist in gleicher Weise, wie bei den Knochenfischen zu prüfen, aber es muß das im Dunkeln, d. h. bei Nacht geschehen, denn bei Tage ist die Pupille stets auf einen feinen Spalt reduziert, durch den

sicherlich nur wenig Licht in das Auge eintreten kann, während bei Nacht die Pupille rund und weit geöffnet ist.

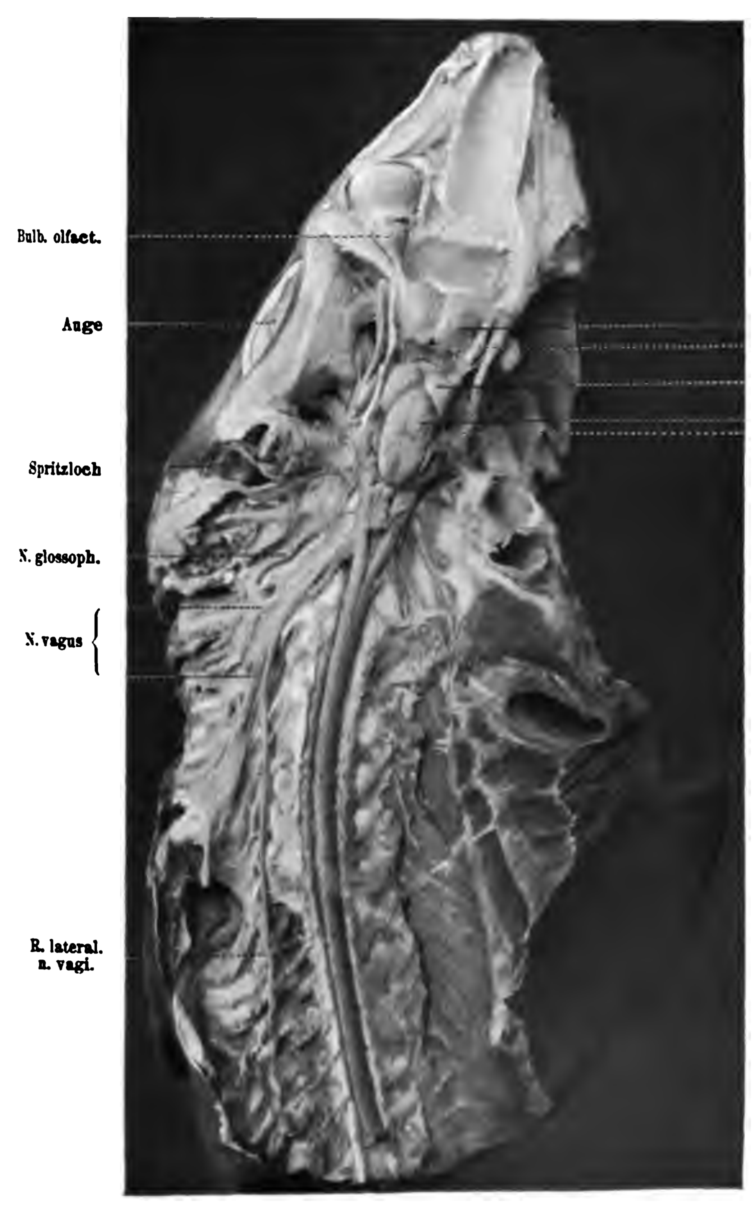


Fig. 16.

4. Die Willkürlichkeit der Bewegungen ist einwandfrei nur schwer festzustellen angesichts der Trägheit ihrer Bewegungen und der Tatsache, daß

auch die für die Nahrungsaufnahme eingeleitete Bewegung von einem äußeren Reize abhängt.

Haifische füttert man am einfachsten mit toten Fischen.

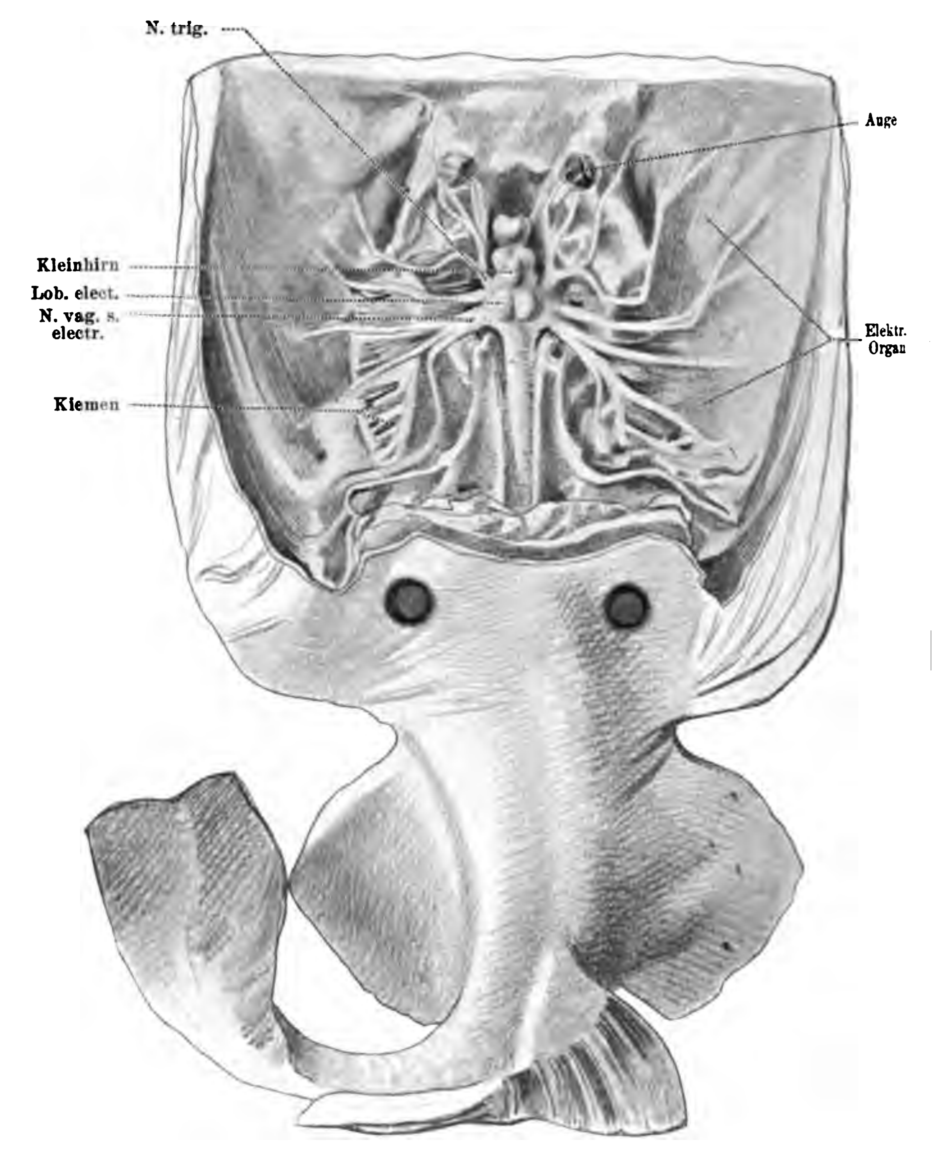


Fig. 17.

Man bearbeitet Haifische am besten am Meer selbst (Zoolog. Station in Neapel, Arcachon am Atlantischen Meer oder in der Biolog. Station in Helgoland; letztere liefert auch lebende Haifische hierher).

2. Die Rochen.

Unter den Rochen eignen sich am meisten für den Versuch die Torpedineen (Torpedo marmorata und oculata) trotz der elektrischen Schläge, an die man sich gewöhnt und die bekanntlich rasch an Stärke abnehmen.

Auch hat der Zitterroche den großen Vorteil eine feste Haut zu besitzen, die namentlich über der Schädelkapsel sehr lose aufsitzt, bequem eingeschnitten und wieder fest durch eine Naht geschlossen werden kann.

Die Eröffnung der Schädelkapsel gestaltet sich demnach folgendermaßen: Sobald der Fisch unter künstlicher Atmung ruhig daliegt, erhebt man mit einer festen Pinzette die Haut in der Mittellinie nach vorn von den Augen und legt in dieselbe einen genügenden Längsschnitt, zieht die Ränder auseinander und durchschneidet mit einem Messer den nicht harten Knorpel, wobei die übrigen Verhältnisse genau so liegen, wie beim Hai, auch die hirnfreie vordere Abteilung des Hirnraumes ist vorhanden. Da die Haut so fest genäht werden kann, so kommt es auf die Bildung eines Knorpellappens nicht an, womit man sich also nicht aufzuhalten braucht, sondern man eröffnet in beliebiger Ausdehnung ganz nach Bequemlichkeit, kann die knorplige Decke eventuell auch ganz abtragen. Die einfache Naht schließt die Schädelhöhle fest zu.

Wenn die Ruhe des Fisches nicht genügt, so habe ich wiederholt durch einfaches festes Aufdrücken mit dem Mittelfinger auf die vordere Schädelkapsel totale Ruhe herstellen können.

Es sei noch bemerkt, daß sich die Torpedineen im allgemeinen sehr widerstandsfähig für die Operation erweisen. Fig. 17 zeigt das Gehirn einer Torpedo ocellata mit ihrem Lobus electricus, den elektrischen Nerven und den elektrischen Organen. (Die elektrischen Nerven entstammen vorwiegend dem Vagus, die vorderen Äste dem N. trigeminus.)

Andere Rochen im Mittelmeer sind Raja clavata und R. miraletus, die im ganzen wenig geeignet sind, während die durch ihre Form rochenähnlichen Squatiniden, wie Squatina vulgaris, sehr brauchbar und als Haie, wie diese, zu behandeln sind.

3. Die Störe.

Für uns erreichbar ist wesentlich nur der eigentliche Stör (Accipenser sturio), welcher im Atlantischen- und Mittelmeer, sowie in der Nord- und Ostsee sich aufhält.

Nach meinen Erfahrungen kommt für uns als Fangort die Elbmündung in Betracht, von wo in den Monaten Mai bis August täglich am frühen Morgen 50 und mehr lebende Störe von 2 Meter Länge auf den Fischmarkt von St. Pauli-Hamburg gebracht werden.

Aber diese Riesen sind für den Versuch nicht zu brauchen, denn der Riesenkopf von etwa 6 cm Höhe (Knorpel) zeigt an seiner Basis eine ganz kleine Hirnhöhle und in dieser das relativ winzige Gehirn. Die beistehende Figur 18 zeigt das Gehirn in einem solchen Kopfe, an dem ich mehrere Tage gearbeitet habe, um zu dem Gehirn durchzudringen (es sind alle übrigen Teile des Kopfes entfernt und nur die nächste Umgebung des Gehirns dargestellt, um die tiefe Einbettung desselben zu verstehen). Ich gebe das Bild, welches

nach dem von mir angefertigten Präparate gezeichnet ist, hier wieder, weil seit Stannius (Müllers Archiv f. Anatomie und Physiologie 1843) eine

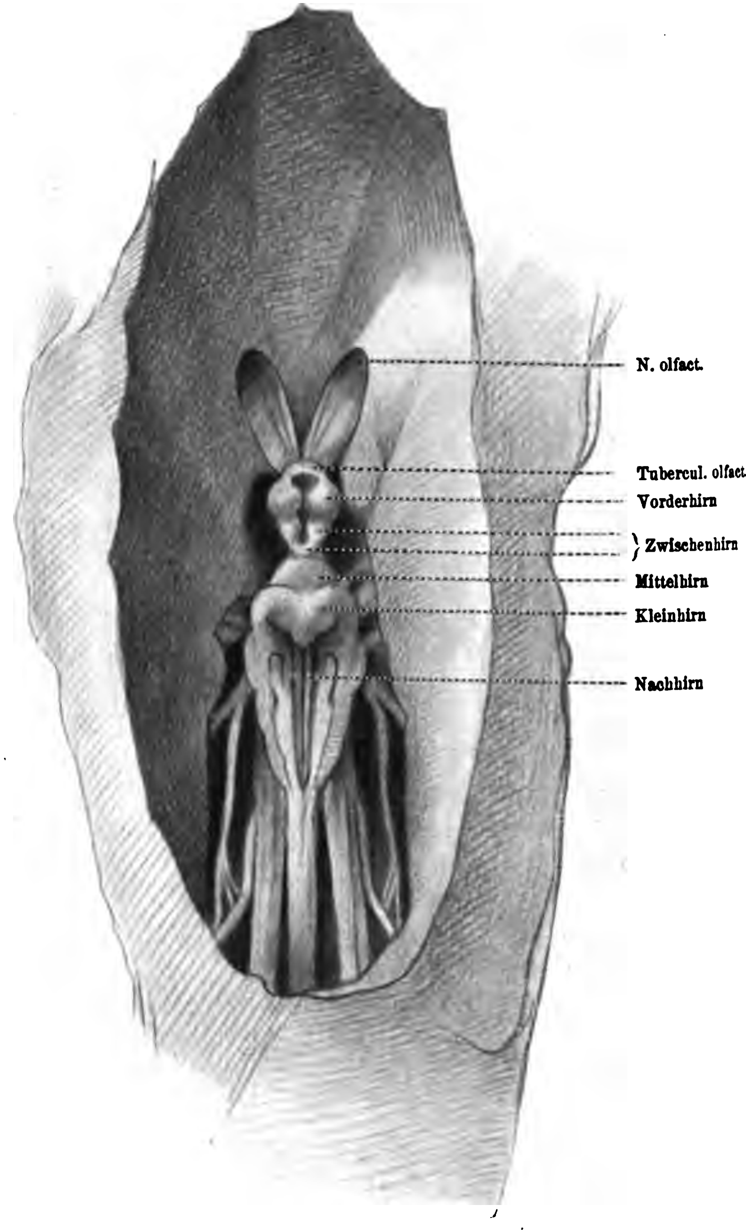


Fig. 18.

makroskopische Abbildung dieses Gehirns, soweit ich durch Umfrage festgestellt habe, nicht vorhanden und das Stanniussche Bild auch nicht ganz

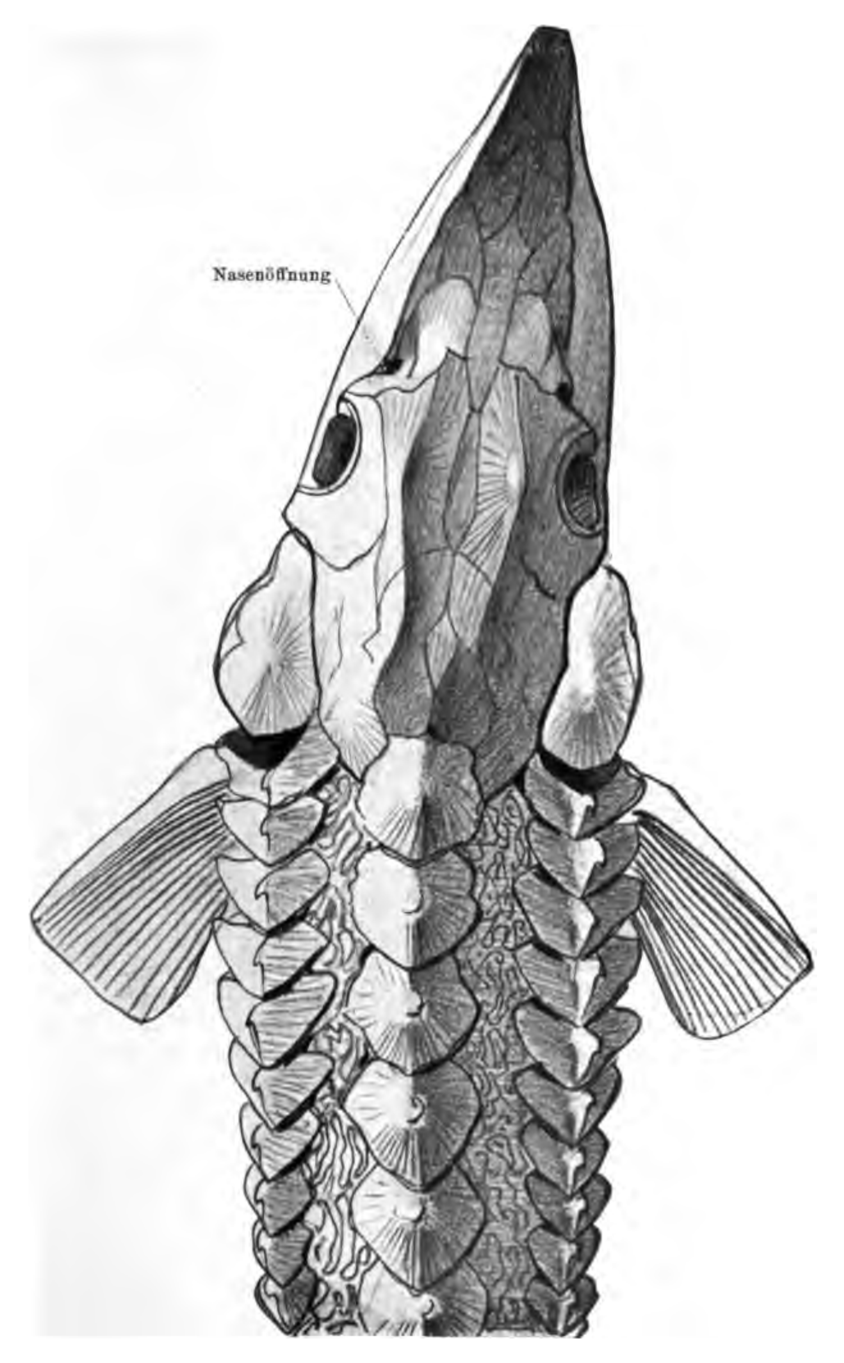


Fig. 19.

deutlich ist. Experimente kann man deshalb nur an kleinen Exemplaren von 30—40 cm Länge machen, die freilich bei der noch immer großen Dicke des Schädels genügende Schwierigkeiten bieten*).

In Fig. 19 ist ein Kopf eines solchen Störs in natürlicher Größe abgebildet, an dem man zwischen vorderen Augenrand und hinteren Nasenrand einzuschneiden hat, um an das Gehirn zu gelangen: es ist eine sehr mühevolle, event. unausführbare Arbeit, die man am besten noch mit dem oben in Fig. 6 angegebenen Meißel ausführen könnte.

Erreicht man endlich in der Tiefe das winzige Gehirn, so muß man eine Lupe zur Hand nehmen, um die Teile zu unterscheiden.

Im ganzen ist von diesen Versuchen abzuraten.

Die Prüfung der Funktionsstörung bei Rochen und Stören geschieht wie bei den anderen Fischen.

C. Die Pleuronectiden (asymmetrische Knochenfische).

Zu den Pleuronectiden zählen 1. die Butten (Rhombus), 2. die Schollen (Platessa) und 3. die Seezungen (Solea). Diese Fische zum Experimente heranzuziehen, hat seinen Grund in einer höchst interessanten Erscheinung, die im Bereiche der sog. „Zwangsbewegungen“ liegt, wobei es sich wesentlich um die einseitige Abtragung des Mittelhirns handelt. Die Pleuronectiden sind im Atlantischen Meere, namentlich in der Nordsee vertreten, so daß man sie zahlreich auf den Fischmärkten der belgischen, holländischen, deutschen und dänischen Küste zu sehen bekommt. Im Mittelmeere sind sie seltener, doch waren in der Zoologischen Station in Neapel immer einige lebende Exemplare von Solea zu haben.

Wenn man den Kopf z. B. einer Seezunge betrachtet, so fällt sogleich als Ausdruck der Asymmetrie auf, daß die beiden Augen nicht in gleicher Körperhöhe, etwa von dem oralen Ende, gleich weit entfernt liegen, sondern daß diese Entfernung ungleich ist, so daß die Verbindungslinie der beiden Augen nicht senkrecht zur Körperachse steht, sondern mit derselben einen spitzen resp. stumpfen Winkel bildet (den sinnfälligen Gegensatz zu den Pleuronectiden bilden die Rochen, welche zwar ebenfalls Flachfische, aber symmetrisch gebaut sind und deren Augen auch gleichweit von dem oralen Körperende entfernt liegen). Die Fig. 20 zeigt das Kopfstück einer Seezunge mit den bloßgelegten Hirnteilen: Vorderhirn, Mittelhirn und das unpaare Kleinhirn, von dem aus die Orientierung in dubio immer am leichtesten ist.

Nachdem die Atmung eingeleitet ist, sucht man die Seitenlinie auf, welche in der Regel von dem oberen Auge ausgeht. Man schneidet etwa $^1/_2$ cm unterhalb des Auges mit der Zange ein, indem man sich zugleich ein wenig mehr nach der Mittellinie wendet. Man kann auch zwischen den Augen bei festem Eindrücken in die Tiefe mit dem Finger eine Knochenleiste fühlen, welche nach vorn die Verlängerung der Hirnkapsel ist. Man folgt dieser nach hinten bis etwa $^1/_2$ cm von dem oberen Auge entfernt und schneidet mit der Zange ein: dann trifft man auf die Hirnkapsel. Man versucht, wie bei den Knochenfischen, einen Lappen abzuheben oder da dies

*) Da für die jungen Tiere Schonzeit besteht, so muß man zu dem Fange von der Regierung besondere Erlaubnis haben. Eventuell erhält man das eine oder das andere Exemplar vom Hamburger Zoologischen Garten, der wohl stets einige Tiere besitzt.

hier Schwierigkeiten hat, man verzichtet auf einen Lappen und macht hinterher einen Verschluß, wie bei den Knochenfischen angegeben (Gelatinekappe).

Man achte darauf, daß man nicht in die benachbarte Augenhöhle gerate, was man leicht vermeidet, da man den Augenhöhlenrand mit dem Finger fest abtasten kann; ebenso hüte man sich, den dem Operationsfelde nahe liegenden Kiemendeckel zu verletzen.

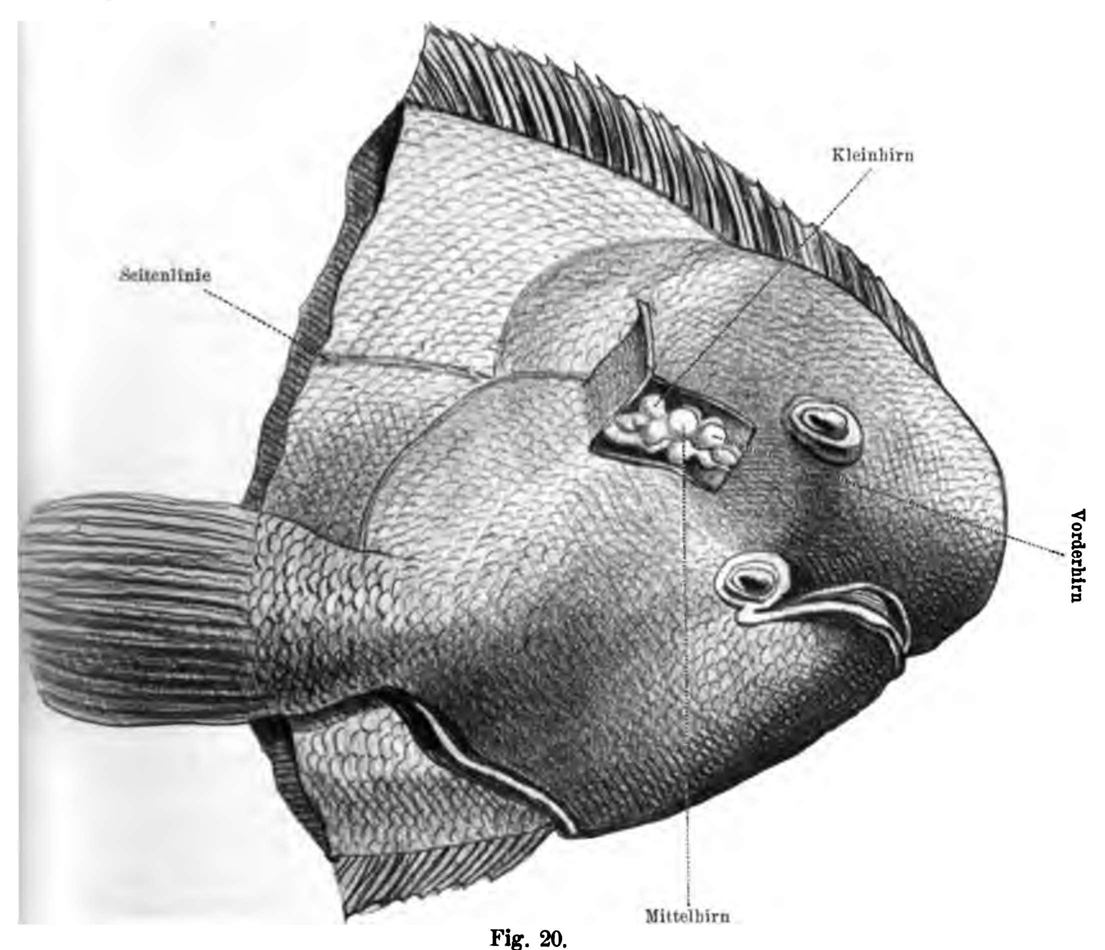


Fig. 20.

Die einseitige Abtragung des rechtsseitigen Mittelhirns, das man direkt vor sich hat, hat keinerlei Schwierigkeit und geschieht am besten mit dem Meißel (Figur 6). Für die Abtragung der linken Seite kann man die rechte Seite mit dem stumpfen Schaufelchen (Figur 10) nach vorn ziehen und dann ebenfalls mit dem Meißel die Abtragung links anschließen.

Bei der Prüfung der Funktionsstörung handelt es sich nur um die durch einseitige Abtragung des Mittelhirns entstehende Kreisbewegung, welche aus genetischen Gründen in einer anderen Ebene vor sich geht, als bei den symmetrischen Fischen.

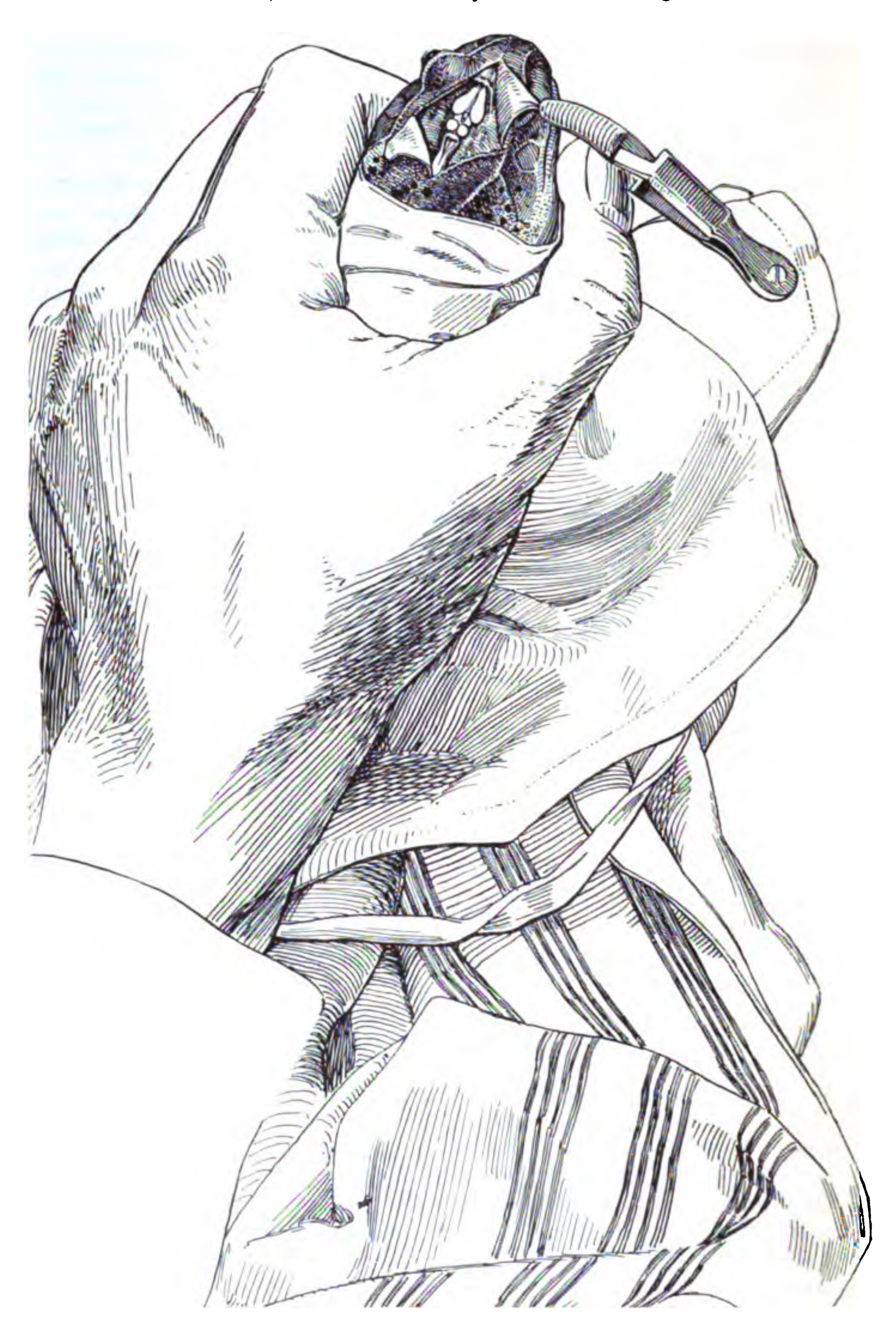


Fig. 22.

pinzette und schlägt sie so zurück. Man hat dann die Schädeldecke frei vor sich, auf der sich deutlich die Ossa frontoparietalia, sowie weiter rückwärts die symmetrisch gelegenen eben heraustretenden Muskeln abheben. Die Fig. 21 gibt das sich darbietende Bild mit den beschriebenen Stücken, zugleich auch mit der kleinen Klemmpinzette wieder.

Jetzt werden in der Höhe des vorderen Augenwinkels mit der Knochenzange die Ossa frontoparietalia eingeschnitten und in ihrer ganzen Ausdehnung abgehoben, wobei man natürlich die Zange möglichst flach führt, um keine Verletzung der Hirnteile herbeizuführen. Hat man diese Knochen abgehoben, so liegt das Gehirn bis zum Kleinhirn vor. Einzelne Fäden

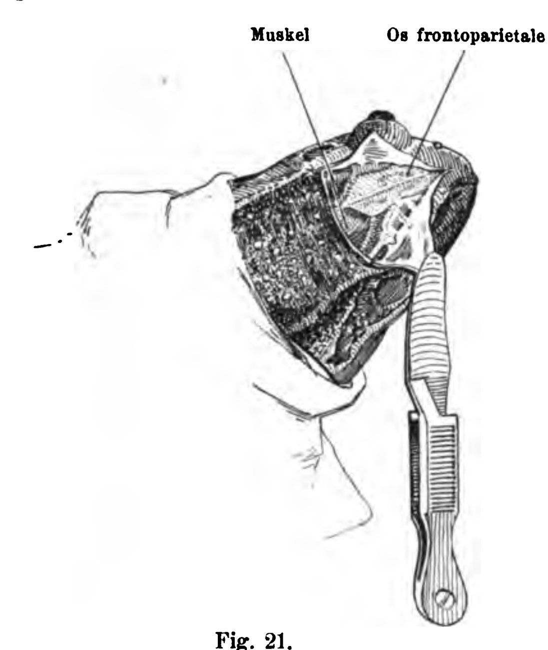


Fig. 21.

oder deutlich weiße Kalkkonkremente entfernt man entweder vorsichtig mit feiner Pinzette oder noch einfacher durch Tupfen mit ganz kleinen, in physiolog. Kochsalzlösung getauchten Schwämmchen, wodurch zugleich kleine Blutmengen weggetupft werden. Blutet es etwas mehr, so verstärkt bzw. wiederholt man das Abtupfen des Blutes, hält sich aber niemals mit besonderer Blutstillung auf, am wenigsten mit Unterbindung von Blutgefäßen, dazu sind die Gefäße viel zu fein und auch der Zeitverlust viel zu groß. Das zu erstrebende Ziel besteht darin, die Hirnoberfläche klar, deutlich und rasch in Sicht zu bekommen, um den betreffenden Teil sicher zu erkennen und abzutragen. Das erreicht man stets, selbst bei stärkeren Blutungen, die übrigens selten sind, durch das eben erwähnte Verfahren des Wegtupfens mit kleinen, feinsten, in der Pinzette gehaltenen Schwämmchen. Die Fig. 22 gibt ein Bild des Zustandes des bloßgelegten Gehirns, worin der linke Hautlappen weggelassen worden ist, um das Lageverhältnis gegen das Auge zu erkennen, während rechts der Hautlappen von

Den abgetragenen Hirnteil entfernt man durch Herausholen mit der Pinzette, macht das Operationsfeld eventuell durch Abtupfen wieder frei und überzeugt sich endlich von der Richtigkeit der ausgeführten Operation.

Einen Knochenlappen, wie beim Fisch anzulegen, dürfte bei der Kleinheit des Objektes zunächst schwierig sein, ist aber überhaupt nicht nötig, sondern man klappt die beiden Hautlappen, welche das Gehirn ausreichend decken, einfach herunter. Auch die Anlegung einer Naht ist völlig überflüssig, da die Hautlappen von selbst fest aufliegen und für weiteren Schutz das etwa vorhandene Blut oder die Gewebsflüssigkeit sorgen. Niemals habe ich von diesen überstehenden Flüssigkeiten Druckerscheinungen gesehen.

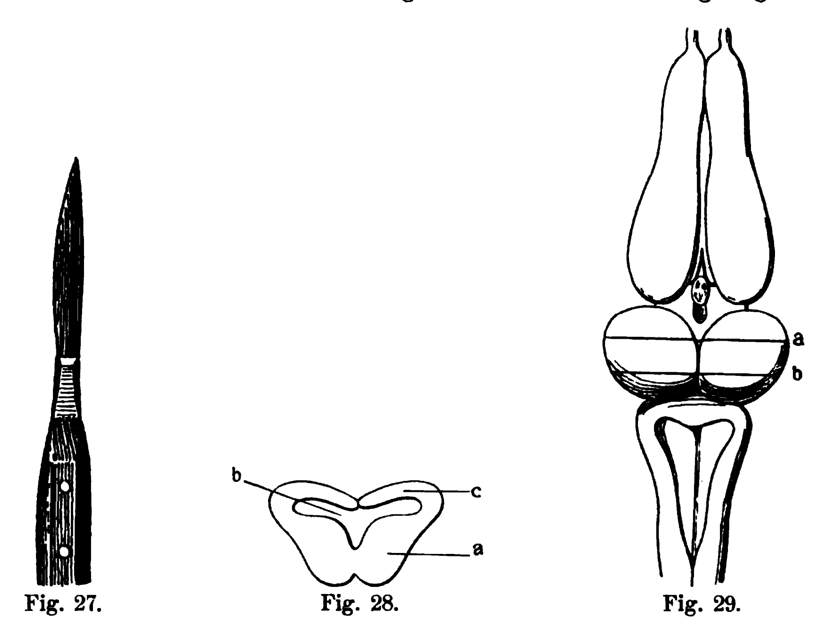


Fig. 27. Fig. 28. Fig. 29.

Im einzelnen werden die Operationen wie folgt ausgeführt:

1. Die Lobi olfactorii trennt man am einfachsten mit dem Meißel (Figur 25) ab.

2. Das Großhirn umschneidet man mit einem feinen spitzen Messerchen (Figur 27) auf der hinteren Grenze gegen das Zwischenhirn und zwar beginnt man in der Mittellinie, um das Messer nach links und rechts bis zum Rande zu führen.

3. Das Zwischenhirn ebenso auf seiner hinteren Grenze.

4. Die Decke des Mittelhirns trägt man mit der Bajonettschere ab.

5. Das Mittelhirn mit dem Lanzenmesser (Figur 26).

Figur 28 zeigt das Verhältnis der in Frage kommenden Teile des Mittelhirns, nämlich *c* die Decke, *a* die Basis und *b* die Höhle.

6. Das Kleinhirn des Frosches, wie aller Amphibien, ist ein schmales Bändchen, welches quer über den vorderen Teil der Rautengrube ausgespannt hohl liegt und nur an den beiden Enden, d. h. also an den Rändern

des Nachhirns befestigt ist. Die Befestigung durchschneidet man mit der Bajonettschere.

7. Das Nachhirn schneidet man quer durch in beliebiger Höhe mit dem Lanzenmesser (Figur 26).

8. Das Mittelhirn teilweise durch die beiden Schnitte, wie *a* und *b* in Figur 29, wobei man sorgfältig darauf zu achten hat, daß die beiden Schnittlinien genau symmetrisch und senkrecht zur Körperachse stehen. Man macht diese Schnitte mit dem Lanzenmesser (Figur 26).

Hat man die Operation beendet, so hält man sich weder mit Reinigung der Wunde, noch Blutstillung auf (selbstverständlich sind Knochensplitter und Hirnteile schon vorher entfernt worden), sondern klappt, wie oben schon bemerkt, die Hautlappen über die Wunde und setzt den Frosch behutsam allein in seinen Behälter, in dem nur wenig Wasser steht (siehe oben). Man tut weiterhin gut, den Frosch nunmehr für 1—2 Tage sich selbst zu überlassen und keinerlei Prüfung zu unterziehen. Ins Wasser zu Schwimmversuchen bringe man ihn noch später; erst wenn man sieht, daß die Operationswunde einigermaßen geschlossen erscheint.

Auch noch später gehe man mit den operierten Fröschen stets behutsam und vorsichtig um, lasse sie namentlich keine zu hohen Sprünge auf festem Boden machen, da sie dabei leicht zu Schaden kommen, denn ihre Widerstandsfähigkeit leidet durch die Operation.

Wenn man Kröten operieren will, wo die Dinge prinzipiell so liegen wie beim Frosch, so hat man daran zu denken, daß deren Haut ein scharfes Sekret absondert, vor dem man Augen und Hände schützen muß.

Funktionsprüfung der operierten Frösche.

Bei den operierten Fröschen hat man zu prüfen

1. Die einfache Ortsbewegung a) auf dem Lande durch Beobachtung des Sprunges, wobei man aber durchaus große Sprünge, z. B. vom Tisch auf den Boden zu vermeiden hat, b) im Wasser, wo er rapide schwimmt unter flachem Anlegen der Vorderextremitäten an den Rumpf bei gleichzeitig kräftigem periodischen Strecken der Hinterextremitäten oder unter leichtem Vorwärtsstellen der Vorderextremitäten und leichten Streckbewegungen der Hinterextremitäten. Man hat weiter darauf zu achten ob der Frosch willkürlich aus dem Wasser springt oder keinerlei Versuch dazu macht.

2. Die willkürliche Bewegungsfähigkeit. Zu diesem Zweck macht man auf einen Tisch oder besser noch auf den Fußboden ein entsprechend großes Kreuz mit Kreide und setzt den Frosch darauf — am besten in einem Zimmer mit Oberlicht. Selbstverständlich hat man jeden äußern Reiz auszuschließen, namentlich direkte Sonnen- oder Wärmestrahlen. Nach einiger Zeit stellt man fest, welche Lage der Frosch zu dem Kreidekreuz einnimmt.

3. Die willkürliche Nahrungsaufnahme. Man bringt den Frosch unter eine Glasglocke und unter diese zugleich einige lebende Fliegen.

4. Rückwärtskriechen, das beobachtet wird nach teilweiser Abtragung des Mittelhirns (Fig. 29, Linie b), wenn man die Zehen der Hinterextremität unter den Finger rollen läßt, nicht drückt.

5. Das Gleichgewicht a) auf der schiefen Ebene: Setzt man den Frosch auf ein einfaches Brettchen und erhebt dasselbe allmählich — weder zu rasch noch zu langsam — gegen die Vertikale, so beginnt der Frosch die schiefe Ebene hinaufzusteigen soweit, daß er selbst die Kante übersteigt. Senkt man das Brettchen entsprechend, so klettert er auf der anderen Seite wieder herunter. Senkt man das Brettchen gegen die Vertikale, so kriecht der Frosch rückwärts. b) auf der rotierenden Scheibe: man setzt den Frosch auf einen Holz- oder Porzellanteller und zwar in radialer Richtung, so daß er mit den Kopf gegen die Peripherie gerichtet ist. Rotiert man den Teller mit beiden Händen, so setzt sich der Frosch in Bewegung und läuft in einem Kreise, welcher den Drehungen entgegen gerichtet ist; beim Aufhören der Rotation bewegt er sich in umgekehrter Richtung, d. h. in gleicher Richtung mit der Drehbewegung des Tellers. Am schönsten fällt dieser Versuch aus, wenn man den Teller auf eine Wasserfläche setzt: hat man die Drehung vollendet und zieht man dem Frosch den Teller unter dem Bauche weg oder überträgt ihn selbst in einen nebenstehenden Wasserbehälter, so schwimmt der Frosch eine Zeitlang in dem gleichen Kreise herum; eine Bewegung, die nach kurzer Zeit in eine archimedische Schraube ausläuft. Bringt man den Teller auf einen Rotationsapparat, dessen Gang ganz regelmäßig ist und dessen Umdrehungszahl jedesmal numerisch bestimmt werden kann, so zeigt sich, daß die beschriebenen Bewegungen nur im Anfange und nach dem Aufhören desselben eintreten, daß aber in der Zeit der gleichmäßigen Rotation der Frosch in völliger Ruhe verharrt. c) legt man den Frosch auf den Rücken, so ist zu beobachten, ob er seine Normalstellung wieder einnimmt.

6. Die Sehfähigkeit in der Weise, daß man ihm ein Buch oder ein Brett in den Weg stellt und ihn an den Zehen mechanisch reizt: entweder kann er dem Hindernis ausweichen oder über dasselbe hinwegspringen oder stößt gegen dasselbe.

7. Eine etwaige Veränderung der Hautfarbe.

Die operierten Tiere müssen vorsichtig gefüttert werden, indem man ihnen die Nahrung (z. B. zerkleinertes Froschfleisch) in die geöffnete Mundhöhle tief hineinschiebt. Man füttere nur alle 5—6 Tage, weil die Tiere sich dabei heftig sträuben, wodurch, wie oben schon bemerkt, leicht Nachblutungen oder andere Unfälle auftreten. Überdies brauchen diese operierten Kaltblüter wenig Nahrung.

Passende Frösche können natürlich in den entsprechenden Tümpeln gefangen werden. Früher pflegte Ungarn auserlesene, große Frösche zu liefern, doch soll diese Quelle in neuerer Zeit sehr spärlich fließen. Schließlich kommt man durch Anfrage bei den physiolog. Instituten immer noch am ehesten zum Ziel.

2. Die geschwänzten Amphibien.

Unter den geschwänzten Amphibien kommen für den Versuch in Betracht: 1. der Feuersalamander (Salamandra maculata), 2. der Wassersalamander (Triton cristatus) und 3. der in den Gebirgen Süddeutschlands und

der Schweiz lebende Alpensalamander (Triton alpestris). Event. auch der kleine Wassersalamander (Triton taeniatus).

Ohne zu ätherisieren wickelt man diese Tiere, wie den Frosch, in ein Handtuch und geht auch im übrigen genau wie beim Frosch vor, nur mit dem einen Unterschiede, daß man alle Instrumente noch etwas kleiner zu nehmen hat, da die Hirndimensionen fast winzig sind.

Figur 30 zeigt bei A das isolierte Gehirn eines Feuersalamanders von oben, bei B ein solches von unten in situ in natürlicher Größe.

Ein besonderer Verschluß der Wunde ist so wenig nötig wie beim Frosch; nur behalte man die Tritonen auf dem Lande bzw. unter den gleichen Bedingungen wie den Frosch.

Für den Feuersalamander sei noch daran erinnert, daß er vorn neben dem Ohr eine Drüse hat, die ein milchweißes, sehr scharfes Sekret absondert, vor dem man Haut und Augen zu schützen hat.



Fig. 30.

III. Die Reptilien.

1. Die Lacerten.

Von den Reptilien sind es im wesentlichen die Eidechsen, die Lacerten, welche für den Versuch in Frage kommen. Man unterscheidet sie als Lacerta viridis, agilis und muralis. Ihr Vaterland ist der Süden, namentlich das sonnige Sizilien, wo sie bei einer Außentemperatur von ca. 30° C. ihre höchste Leistungsfähigkeit entwickeln. Diese Tatsache ist von wesentlicher Bedeutung, weil, wenn die Tiere hier im kühleren Norden verwendet werden, man niemals sicher ist, ob das Experiment alles leistet, was es leisten soll und kann. Jedenfalls habe ich gesehen, daß anscheinend einfache Versuche, die in Sizilien ganz glatt gelangen, hier bei einer Zimmertemperatur von 18° C. nicht zu erzielen waren. Man wird deshalb für solche Versuche stets eine möglichst hohe Temperatur einzuhalten haben, ohne indes damit sicher zu sein, das zu erreichen, was in der Heimat der Eidechse erreicht werden kann. Es ist daher immer am sichersten, diese Versuche an Ort und Stelle zu machen. Die Eidechsen, welche mir in Catania zu Gebote standen, pflegten etwa 40 cm lang zu sein, wovon aber auf den Rumpf inkl. Kopf nur etwa 10 cm kommen, während der Schwanz die übrige Länge einnimmt, so daß der Kopf dieser doch als groß zu bezeichnenden Tiere immer noch klein ist und das Gehirn nur das eines großen Frosches erreicht.

Für die Operationen an den Eidechsen gibt es einen zweckmäßigen Halter noch nicht, aber selbst wenn es einen solchen gäbe, würde ihre Unruhe und Beweglichkeit immer noch groß genug sein, um den Experimentator zu stören. Es ist deshalb am einfachsten und zweckmäßigsten, sie durch Äther zu betäuben und die betäubte Eidechse, wie es auch für den

Frosch angegeben worden ist, in ein Handtuch einzuwickeln und in der linken Hand festzuhalten. (Die Ätherisierung geschieht am einfachsten unter einer auf einem Teller stehenden Glasglocke, unter welche man einen mit Äther getränkten Schwamm legt. Man überträgt die Eidechse dahin am besten mit einer etwa 25 cm langen Pinzette, durch die man sie am Rumpf faßt, ohne daß sie den Experimentator beißen kann.)

Die Operation kann beginnen, wenn die Eidechse unter der Glasglocke bewegungslos und das Auge reaktionslos geworden ist. Hat man das Tier in das Handtuch eingewickelt, so beginnt die Eröffnung des Schädels mit der kleinen Knochenzange, und zwar in einem Schnitt, welcher in der Höhe der Mitte der Augen einsetzt. Man kann hier, wie bei den Fischen, einen Knochenlappen bilden, den man nach beendeter Operation in sein altes Lager wieder einsenkt.

Jedenfalls liegt das Gehirn direkt unter der Schädeldecke, aber von einer deutlichen Hirnhaut bedeckt, die man mit Scherenschnitten entfernt, um dann zur eigentlichen Operation überzugehen.

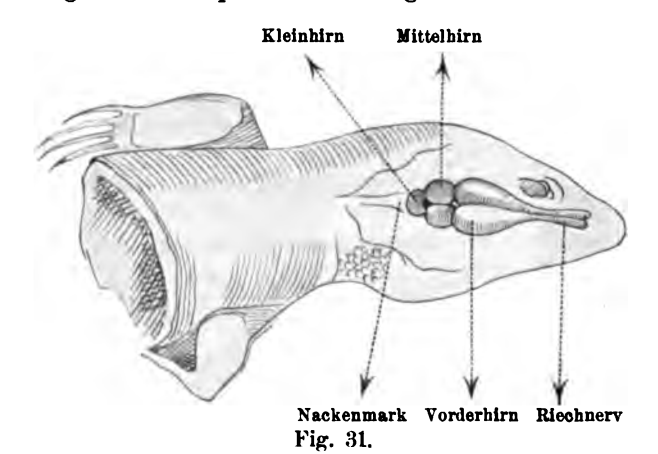


Fig. 31.

Die Figur 31 zeigt das Bild des Gehirns einer etwa 40 cm langen grünen Eidechse in situ und in natürlicher Größe, an dem man von oben her auch nur Vorder-, Mittel-, Hinter- und Nachhirn unterscheidet wie beim Knochenfisch. Das Zwischenhirn liegt in der Tiefe und ist nur auf einem Sagittalschnitt zu sehen, wie solcher in Figur 32 wiedergegeben ist.

Aus der Figur 32 folgt, daß man bei der Abtragung des Großhirns durchaus nicht bis auf die Basis des Schädels mit dem Schnitt gehen darf, denn sonst trifft man das Zwischenhirn inkl. N. opticus mit, sondern man benutzt wieder den scharfen Meißel (Figur 25), setzt ihn auf der Grenze von Groß- und Mittelhirn ein, geht einige Millimeter tief, um dann seine Spitze nach vorn zu erheben und vorwärts zu schieben. Man kommt so stets über das Zwischenhirn glatt hinweg und bekommt bei einiger Übung sehr bald alle diese Griffe und Abmessungen in die Hand.

Die Abtragung des Zwischenhirns erfolgt so, daß man das Messerchen (Figur 26) genau vor dem Mittelhirn senkrecht einsetzt und bis auf die Basis durchführt: es bleibt dann stets der hinterste Teil des Zwischenhirns, der

unter dem Mittelhirn hervorguckt, zurück. Will man dieses Stückchen auch noch isoliert herausholen, so muß man das Mittelhirn mit dem Schaufelchen ein wenig in die Höhe heben und den Rest mit dem Meißel hervorholen. Gewöhnlich begnügt man sich mit dem ersten Teil der Operation.

Mittelhirndecke und Kleinhirn werden mit der Bajonettschere, Mittelhirnbasis und Nachhirn mit dem Messerchen (Figur 26) abgetragen, genau wie beim Frosch.

Endlich trägt man auch die Decke des Großhirns allein ab, zweckmäßig mit der Bajonettschere. Vorweg nehmen wollen wir hier die einseitige Abtragung des Großhirns wegen ihrer Beziehung zu den spezifischen Funktionen desselben, welche man prinzipiell so ausführt wie die doppelseitige Abtragung, also mit dem Meißel in Fig. 25 und unter Schonung des Zwischenhirns.

Daß man mit Leichtigkeit die Riechnerven durchschneiden kann, folgt aus der Fig. 31 unmittelbar. Trägt man das vordere Drittel des Großhirns ab, so hat man im wesentlichen den Lobus olfactorius abgetragen, der an der Basis liegt (vgl. Fig. 32).

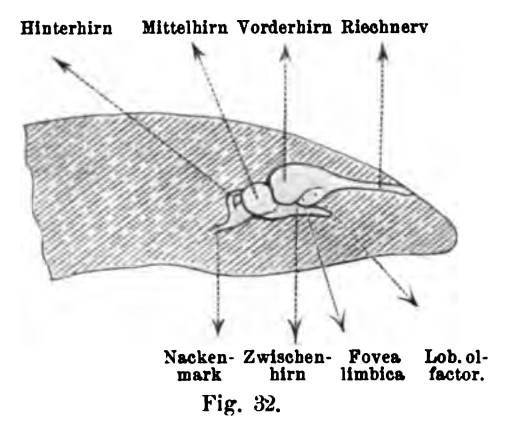


Fig. 32.

Ist die Operation beendet, bei der gewöhnlich nur wenig Blut fließt, so bettet man den Knochenlappen wieder so ein, daß er fest liegt, was in der Regel keinerlei Schwierigkeit hat. War die Bildung eines Knochenlappens nicht gelungen, so kann man auch die einzelnen Knochensplitter, wenn sie hinreichend lang sind, mit Vorsicht zum Schutze auf die Operationswunde auflegen. Sollte auch das nicht gelingen und besteht der Wunsch, das Tier zu erhalten, so kann man 1—2 Tropfen neutralen Öls auf die Wunde tropfen.

Nach beendeter Operation bringt man die Tiere ganz vorsichtig in ihren Behälter. Als solche erweisen sich am zweckmäßigsten kleine oder größere Käfige mit dichtem Drahtgeflecht, an deren Wänden die Eidechsen gern in die Höhe kriechen und so gut beobachtet werden können.

Während man in einen Käfig mehrere unversehrte Tiere unterbringen kann, empfiehlt es sich dringend, wie bei den Fröschen, die operierten Tiere einzeln oder je nach der Schwere der Operation, wenn die Beweglichkeit sehr gelitten hat, allenfalls auch zu zweien in einen Käfig zu setzen — genau aus den gleichen Gründen wie beim Frosch.

Es sei daran erinnert, daß die operierten Tiere gefüttert werden müssen, womit man aber mehrere Tage warten kann, um durch die ungestümen Abwehrbewegungen des Tieres an der frischen Operation nicht Unheil zu verursachen. Ein gutes Futter ist Blatta orientalis, event. auch Mehlwürmer.

Prüfung der operierten Eidechsen.

Bei den Eidechsen hat man zu prüfen

1. Die willkürliche Bewegung durch direkte Beobachtung, was bei diesen

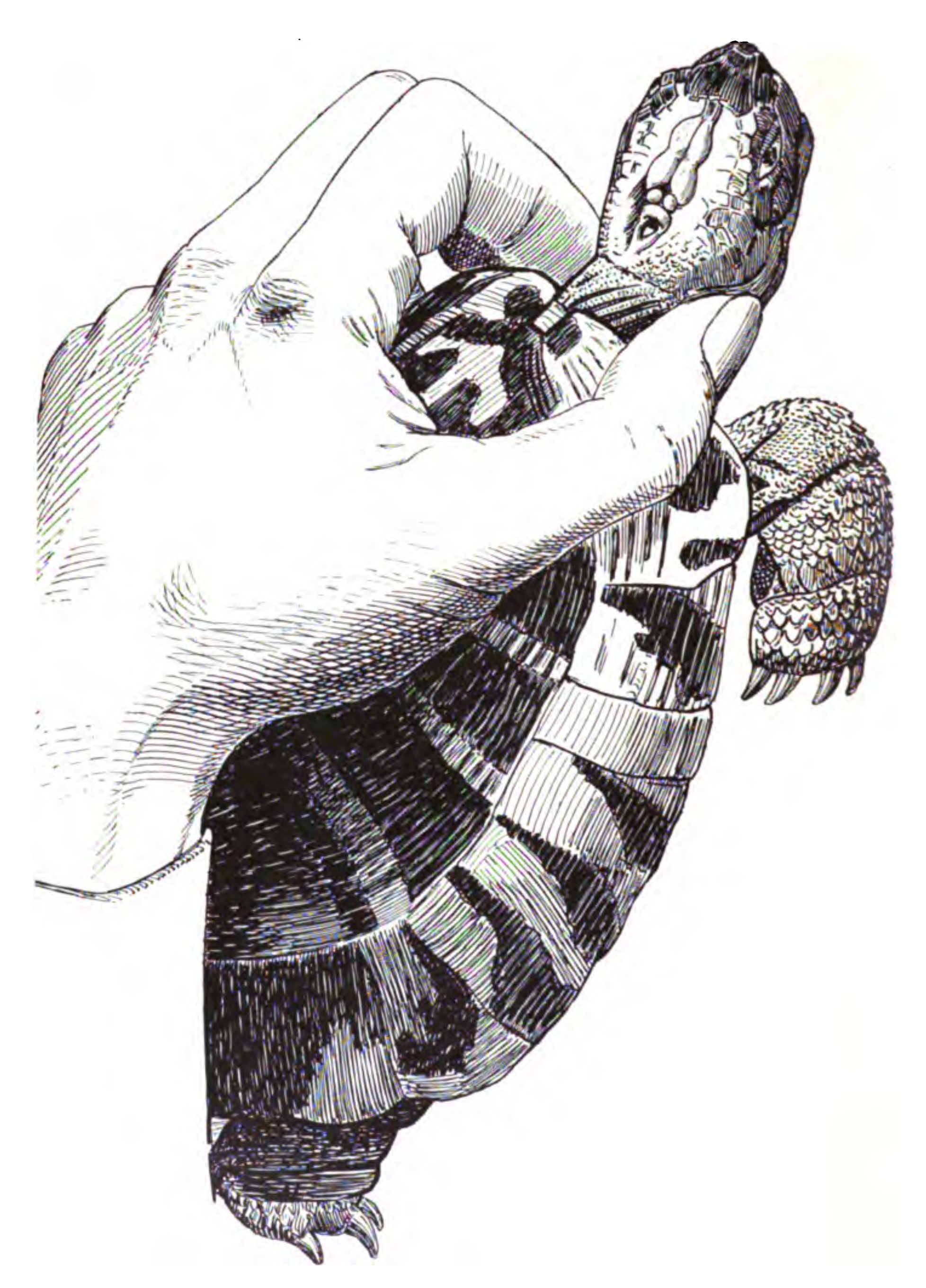


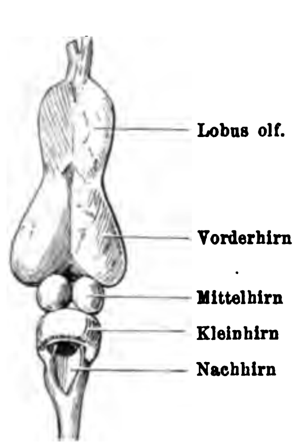
Fig. 33.

sehr lebhaften Tieren leicht festzustellen ist a) dadurch, daß man ihnen einfach entgegentritt, b) durch drohende Bewegung mit der Faust oder dem Stock gegen die Augen. Hat man die Operation nur einseitig gemacht, so drohe man abwechselnd gegen das eine und das andere Auge.

2. Die willkürliche Nahrungsaufnahme durch Anbieten von Futter (lebende Blatta orientalis oder Mehlwürmer).

3. Die Sehfähigkeit dadurch, daß man ihnen Hindernisse in den Weg stellt und sie mechanisch zur Bewegung anregt.

4. Das Gleichgewicht, indem man sie bei dem Kriechen an dem Gitter ihres Käfigs beobachtet, oder noch deutlicher, indem man ein anderes Gitter mit größeren Öffnungen seitlich gegen die Wand stellt. Dabei prüft man



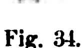

Fig. 34.


Fig. 35.

zugleich die Sehfähigkeit nach einer weiteren Methode, indem man nämlich beobachtet, ob sie etwa durch die Löcher des Gitters hindurchfallen oder sie vermeiden. Endlich bringt man die Tiere in Rückenlage und beobachtet, ob sie dieselbe einhalten oder in die Normallage zurückkehren.

2. Die Schildkröten (Chelonia).

Für das Experiment kommen in Betracht die Seeschildkröten (Atlantisches und Mittelmeer), die Süßwasserschildkröten (Emys europaea) und die Landschildkröten (Testudo graeca — Süditalien).

Zu der vorliegenden Beschreibung dient als Unterlage eine Testudo graeca von 14 cm Länge (Länge des Panzers der Bauchseite), von 12 cm Breite, 8 cm Höhe und 530 g Gewicht.

Für die Operation braucht man keinen besonderen Halter, sondern man legt das Tier einfach auf den Tisch vor sich hin, stützt die linke Hand bzw. das Handgelenk flach auf den Rückenpanzer, was man ja beliebig kräftig machen kann und hält mit den Fingern derselben Hand den hervorgezogenen Kopf sachgemäß fest. In Fig. 33 ist der ganze Vorgang anschaulich in

natürlicher Größe gezeichnet. Man kann die Schildkröte eventuell vorher noch ein paar Züge Äther nehmen lassen, um sie leicht zu betäuben, aber nötig ist das nicht, da sie sich in dieser Haltung ausreichend ruhig verhält.

Zur Vorbereitung der Schädelöffnung raspelt man die Kopfdecke von dem unteren Teile der ersten oralwärts gelegenen viereckigen Schuppe angefangen nach unten bis zur deutlichen Hautgrenze so ab, daß man die knöcherne Schädeldecke glänzend schimmern sieht. Nun schneidet man mit der Knochenzange an der unteren Grenze jener Schuppe ein und versucht nach dem Vorgange bei der Eidechse einen Knochenlappen abzuheben. Alles übrige wie bei der Eidechse. In der Fig. 34 ist dasselbe Gehirn isoliert in doppelter Größe gezeichnet. In Fig. 35 ist ein Gehirn von Thalassochelys caretta (Seeschildkröte) daneben gesetzt, an dem man wieder die auffallende Größe des Lob. olfact. sehen kann.[1])

Funktionsprüfung der Schildkröte.

Die Schildkröten sind im allgemeinen träge Tiere und ermöglichen wohl keine großen Resultate, aber immerhin wird man prüfen können 1. die willkürliche Bewegung 2. die Koordination der Bewegungen 3. die willkürliche Nahrungsaufnahme und die Sehfähigkeit.

Eidechsen, See- und Landschildkröten liefern Augusto Tartagli in Brozzi presso Firenze und T. Rimanich, Zara-Barcagno in Dalmatien.

Anhang.

Reizung im Zentralnervensystem.

Von den üblichen Reizarten kann die thermische und chemische Reizung von vornherein als unzweckmäßig ausgeschaltet werden. Aber auch die mechanische Reizung möchte ich auf den einen Fall beschränken, daß man das Tectum opticum mit kleinem, feuchtem, in der Pinzette gehaltenen Schwämmchen leise streicht, wonach deutlich Augenbewegungen auftreten.

Somit bleibt nur die elektrische Reizung, welche in der Form der unipolaren Reizung und jener durch den Induktionsstrom zur Anwendung kommen kann. Für den letzteren Fall benutzt man kleinste Hakenelektroden.

Die Schwierigkeit dieser Reizmethode liegt in der genügenden Lokalisierung des Reizes, weshalb man stets mit schwächsten Strömen zu beginnen und dafür zu sorgen hat, daß das Reizgebiet möglichst frei von Gewebsflüssigkeit bleibt.

IV. Vom Rückenmark.

Die Methodik der Untersuchung des Rückenmarks ist bei allen hier zu behandelnden Tieren prinzipiell die gleiche und kann deshalb gemeinsam behandelt werden.

[1]) Diese Figur, sowie die Figg. 12, 16, 24, 30 sind nach Präparaten im Heidelberger zoolog. Institut angefertigt, deren Benutzung mir mit gewohnter Liberalität Prof. Bütschli gestattete, wofür hier meinen Dank.



Was zu beschreiben ist, ergibt sich hier a priori aus der Funktionsprüfung, welche sich nur auf 3 Fragen erstreckt, nämlich:

1. nach der Bewegungsfähigkeit (Lokomotion),
2. nach der Einhaltung des Gleichgewichts und
3. nach der Reflextätigkeit des Rückenmarks.

Zu diesem Zwecke hat man das Rückenmark vom Gehirn durch einen einfachen Querschnitt zu trennen und wird das am besten tun in der Gegend oberhalb des Abganges der Nerven für die Vorderextremitäten, und zwar deshalb hier, weil an dieser Stelle bei allen Tieren die Atemnerven das Zentralorgan schon verlassen haben, so daß die Atmung und das Leben der Tiere erhalten werden kann.

Man macht diesen Schnitt bei Fischen wie oben unter künstlicher Atmung, bei den Amphibien (spez. Frosch) nach entsprechender Befestigung, bei den Eidechsen nach Ätherisierung und entsprechender Befestigung, bei den Schildkröten ebenso.

Die Befestigung vom Frosch geschieht in der Weise, daß man den Frosch auf ein entsprechend großes, einfaches Brettchen in normaler Weise aufsetzt und die 4 Extremitäten in ausgestrecktem Zustande befestigt. Letzteres kann in sehr verschiedener Weise geschehen und hat jedes Laboratorium seine eigene Manier.

Die einfachste Methode ist die, daß man an den entsprechenden Stellen dieses Brettchens 4 Nägel entsprechend tief einschlägt, die Extremitäten an den Hand- und Fußgelenken mit Bändern umschlingt und die Schlingen an den Nägeln befestigt. Oder aber man befestigt an den Stellen, wohin die ausgestreckten Extremitäten zu liegen kommen, vier Streifen von festem Gummiband oder nicht zu hartem Leder (Länge 4, Breite $1^1/_2$ cm). Diese Streifen, welche schräg gegen die Längsachse des Brettchens zu liegen haben, werden an ihren beiden Enden mit kurzen Nägeln befestigt und die Extremitäten unten durchgesteckt. Diese Befestigung wird stets ausreichen.

Da auf diese Weise der Rumpf des Tieres, namentlich in der mittleren Gegend, gern hohl liegt, so kann man kleine Holzröllchen unterschieben, um diese Einbuchtung auszugleichen.

Bei den Eidechsen wird man besser auf jenem Brettchen den Rumpf selbst befestigen, indem man in der Gegend, wo der Gürtel- und Beckenteil zu liegen kommt, seitlich vom Rumpf je 2 Löcher bohrt, durch diese je ein etwa 1 cm breites gewöhnliches Band zieht und seine Enden entweder über den Rücken des Tieres weg oder unterhalb des Brettchens knotet. Man wird deshalb zweckmäßig dieses Froschbrettchen an seinen 4 Ecken mit 4 flachen Füßchen von etwa 3 cm Quadrat versehen.

Bei den Schildkröten wird man den hervorgezogenen Kopf vorn von einem Assistenten halten lassen und im übrigen, wie beim Gehirn angegeben, verfahren.

Die Eröffnung des Rückenmarkskanales geschieht mit Pinzette, Schere und event. der Knochenzange nach den allgemeinen Regeln und an den anatomisch gegebenen Stellen, die Durchschneidung des Rückmarkes selbst mit dem Messerchen in Fig. 27. Die entstandene Wunde kann man entweder durch eine Gelatinekapsel schließen oder bei den Haut tragenden Tieren (Frosch, Schildkröte) durch Naht.

In praxi stellt sich die Sache aber viel einfacher, denn es genügt, alle diese Tiere einfach zu köpfen, da das isolierte Rückenmark das Individuum überlebt und zwar hinreichend lange und in einem Zustande, um den landläufigen Versuchen ausreichend zu dienen. Die Köpfung erfolgt bei den Knorpelfischen mit einem festen Messer, bei den Knochentieren mit einer kräftigen Schere.

Die Funktionsprüfung.

Wenn man ein auf die eine oder andere Weise erhaltenes Rückenmarkstier beobachtet, so hat man in erster Linie festzustellen, ob dieser Torso Ortsbewegung, Lokomotion, macht, oder ob derselbe auf Reize nur mit mehr oder weniger geordneten Reflexbewegungen antwortet. In dieser Beziehung sind am meisten interessant die Haifische und Rochen, die Neunaugen, die Störe und der Aal; Tiere, welche man nach der Köpfung einfach in das Wasser bringt und beobachtet, inwieweit sie noch schwimmen können. Dabei hat man darauf zu achten, daß die Lokomotion eine koordinierte, eine normale ist, d. h. ob sie in der normalen Stellung oder in einer anderen Lage erfolgt. Man prüft weiterhin noch ihr Gleichgewichtsvermögen dadurch, daß man sie auf den Rücken legt und zusieht, ob sie noch in die normale Bauchlage zurückkehren.

Diese Versuche erfahren eine Erweiterung dadurch, daß man die geköpften Tiere in ein Pikrinsäurebad von wenigstens 1 % bringt, durch welches öfter Bewegungen noch ausgelöst werden, die vorher nicht aufgetreten waren.

Für Amphibien und Reptilien gilt dieselbe Art der Beobachtung.

Es sei noch besonders darauf aufmerksam gemacht, daß man namentlich bei Haifisch und Eidechse bei weiterer stückweiser Abtragung des Rückenmarkes resp. des Leibes von vorn nach hinten noch neue Tatsachen zu sehen bekommt, die im Gebiete der Lokomotion liegen. Auch den Amphioxus lanceolatus einfach mit der Schere zu zerstückeln und die Bewegungen der Teile zu beobachten, ist von Interesse.

Endlich sei bemerkt, daß Amphioxus und von den Neunaugen Petromyzon Planeri und Ammocoetes sich für gewöhnlich in den Sand einbohren, so daß sie in demselben ganz verschwinden oder nur mit dem Schwanzende herausgucken, während sie sich einfach platt auf die Seite legen, wenn kein Sand da ist. Das Flußneunauge (P. fluviatilis) saugt sich mit seinem Saugmunde an festen Gegenständen (Steinen, Glasscheiben usw.) fest.

Weiter soll die Darstellung der Reflexe, wie sie zuerst von E. Pflüger gelehrt worden ist und seither Gemeingut jeder Vorlesung bildet, hier beschrieben und etwas ergänzt werden.

Bekanntlich wird dieser Reflexversuch am geköpften Aale so gemacht, daß man durch das vordere Ende des Rumpfes einen festen Faden zieht, denselben knotet und den Torso an einem beliebigen Stativ in freier Schwebe aufhängt. (Man macht den Versuch auch am ganzen Tiere nach Entfernung des Gehirns inklusive Nachhirn und die Aufhängung durch ein Stativ mit einer Klemme, welche den Kiefer faßt.)

Sobald der Aal ruhig hängt, beginnt die Reizung an seiner Körperoberfläche mit Hilfe einer Wärmequelle (thermische Reizung), wozu man

in einfachster Weise eine brennende Kerze verwendet; eine Methode, welcher offenbar der Mangel anhaftet, daß der Reiz nicht genau lokalisiert werden kann.

Einen solchen lokalisierbaren Reiz erzielt man am besten, wenn man von einem Heliostaten aus das Sonnenbildchen auf den Aalleib wirft, nachdem dasselbe eine bikonvexe Linse von 300 mm Brennweite passiert hat: man erhält damit ein Bildchen von 5 mm Durchmesser, welches die Aalhaut ausreichend reizt. Ein solcher Versuch ist äußerst elegant und einfach.

Da die Sonne bei uns sehr unbeständig ist, kann man sie durch eine gewöhnliche elektrische Bogenlampe ersetzen, deren Licht man durch eine plankonvexe Linse von 20 mm Brennweite und 12 mm Durchmesser leitet: man erhält ein Bildchen von $2^1/_2$ mm Durchmesser.

Für diese Versuche eignen sich unter den Fischen neben dem Aal namentlich der Haifisch und das Neunauge, doch wird man für den Haifisch mit seiner festen Haut den Reiz noch etwas stärker nehmen müssen.

Eine andere Methode besteht darin (chemische Reizung), daß man die Körperoberfläche z. B. mit verdünnten Säuren reizt. Für Frösche ist die Anordnung so zu treffen, daß das Präparat frei aufgehängt ist und die schlaff herabhängenden Beine in verdünnte Essig- oder Schwefelsäure getaucht werden, welche sich in weiteren Reagensgläsern befinden, die man von unten her entweder mit freier Hand oder durch eine mechanische Anordnung in die Höhe und in die richtige Lage bringt. Eine Konzentration der Säure von 0,2 % wird im allgemeinen genügen. Mit einem Metronom bestimmt man genauer die sog. Reaktionszeit oder Reflexzeit, d. h. die Zeit, welche verfließt vom Beginn der Reizung bis zum Eintritt der Bewegung (Türck).

Wenn man andere Teile der Körperoberfläche reizen will, so legt man das Präparat flach auf den Tisch bzw. das Brettchen und bringt die Säure mit einem Glasstab an die betreffende Stelle heran.

Mechanisch reizt man die Haut des ebenfalls flach aufliegenden Präparates durch Druck, wobei das allgemeine Gesetz der Erregung deutlicher zu beobachten ist, daß plötzlicher Druck kräftiger wirkt, als wenn er allmählich einwirkt. Man kann den Reiz so langsam einwirken lassen, daß gar kein Effekt eintritt. Geköpfte Tritonen zeigen bei flachem Aufliegen und mehanischem Reize gewisse Abweichungen von dem Pflügerschen Reflexgesetze (Luchsingers gekreuzte Reflexe).

Sehr wirksam und abstufbar ist die elektrische Reizung durch den Induktionsstrom, wobei bemerkt sei, daß der Einzelschlag weniger wirksam ist, als es eine Anzahl rasch aufeinander folgender Reize sind (Summation der Reize).

Reizt man (im Gegensatz zur Haut) die Nervenstämme selbst, so fallen die Resultate etwas anders aus. Jedenfalls aber schlägt man diesen Weg ein, wenn man die Reflexzeit numerisch genauer mit Hilfe der zeitmessenden Methoden bestimmen will (H. Helmholtz, Wundt, Rosenthal u. a.). Die Reflextätigkeit ist weiter zu prüfen unter dem Einfluß wechselnder Temperaturen (Cayrade), sowie unter dem des Sauerstoffes (Verworn) und von Giften (Strychnin u. a.). Eintritt von Ermüdung ist fraglich.

V. Die einseitigen Operationen im Zentralnervensystem.

Die in der Überschrift angedeuteten Operationen sollen zunächst besagen, daß gedacht sind einseitige Operationen, durch welche die Hälfte der einzelnen Hirnteile abgetragen bezw. entfernt werden.

Diese Abtragungen sind, was eigentlich ganz selbstverständlich ist, mit derselben Sorgfalt auszuführen, welche bei den totalen oder doppelseitigen Abtragungen zur Anwendung gekommen waren.

So wird man einseitig entfernen das Großhirn, das Zwischenhirn, das Mittelhirn sowohl als Ganzes, wie nur seine Decke, sowie das Kleinhirn.

Man macht die einseitige Abtragung des Großhirns mit dem Messerchen Fig. 27, während für die Abtragung des Zwischen- und Mittelhirns sich die

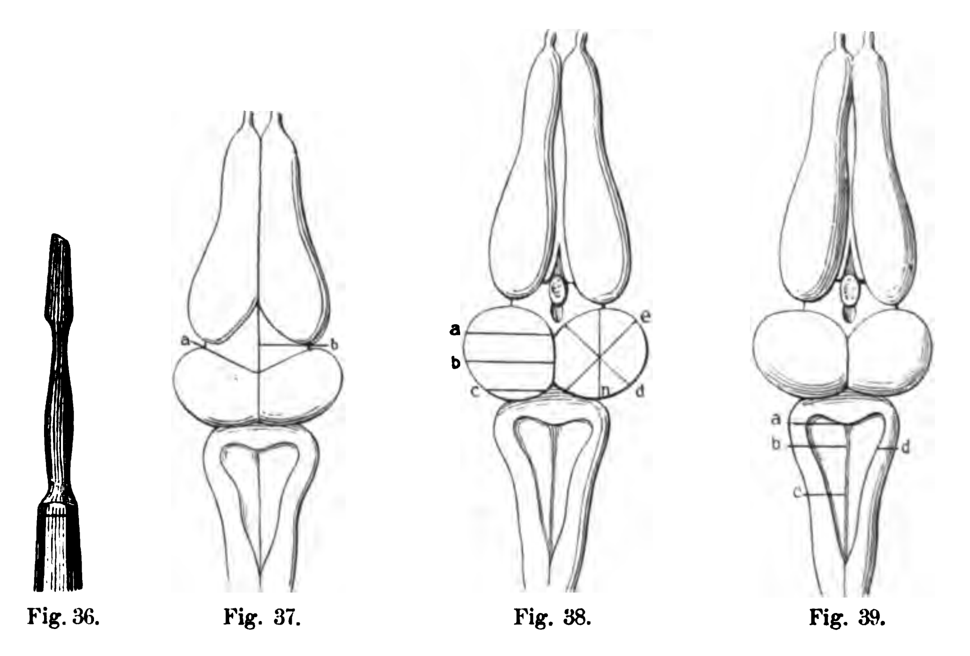


Fig. 36. Fig. 37. Fig. 38. Fig. 39.

Notwendigkeit herausgestellt hat, ein halbes Lanzenmesser, wie in Fig. 36, in Gebrauch zu nehmen, d. h. für den Schnitt auf der Grenze von Zwischen- und Mittelhirn, sowie namentlich für den Schnitt auf der hinteren Grenze des Mittelhirns. Die halbe Lanze wirkt auf allen Punkten gleichzeitig, die Kontinuität der Substanz unterbrechend; niemals zerrend, wie es das gewöhnliche Messer, z. B. in Fig. 7, tut und die Kontinuität erst allmählich unterbrechend.

Das Kleinhirn durchschneidet man mit der Bajonettschere erst genau in der Mitte und dann an der einen Seite, wo es in den Wulst des Nachhirns übergeht. Das halbe Kleinhirn fällt dann heraus.[1]

Das Nachhirn kann man nicht halbseitig entfernen, der Eingriff wäre zu schwer. Es ist das aber auch nicht nötig, denn die einfache einseitige Durchschneidung mit dem Messer in Fig. 27 leistet alles, was wir wünschen.

Diese Erfahrung führte zu den Versuchen, auch nur einseitige Schnitte in den anderen Teilen des Gehirns auszuführen. Solche sind in den Figuren 37 und 38 dargestellt.

Wenn man die einseitige Abtragung oder auch nur den einseitigen Schnitt gemacht hat, so eile man, das Tier in seinen Behälter zu bringen, am besten wieder möglichst allein, weil die Bewegungen nach den einseitigen Verletzungen besonders heftig sind und das Gelingen des Versuches gefährden. Frei von jedem Reiz, den schon das Halten des Tieres in der Hand ausübt, und isoliert in seinem Behälter, tritt am ehesten die notwendige Beruhigung ein.

Die systematische Prüfung beginne man, abgesehen von den Fischen, bei denen man das Resultat im Wasser unmittelbar zu sehen bekommt, erst am nächsten Tage und dehne die Beobachtung niemals zu lange aus.

Man kann ebenso einseitige Schnitte in das Rückenmark machen, welche nach den allgemeinen Regeln auszuführen sind.

Endlich sei noch auf folgenden Versuch hingewiesen: Man trage bei einem Haifisch das Mittelhirn einseitig ab, z. B. rechtsseitig; der Fisch bewegt sich dann links im Kreise herum und ist außerstande, eine andere Richtung einzuschlagen. Köpft man diesen Hai nach etwa 12—20 Stunden, so hält das geköpfte Tier, das nur noch sein Rückenmark hat, dieselbe Kreisbewegung ein, obwohl die einseitige Verletzung des Rückenmarkes an sich niemals zu dieser Kreisbewegung führen kann.

Anhang.

Einseitige Durchschneidung der peripheren Nerven.

Die Durchschneidung der das Zentralnervensystem verlassenden peripheren Nerven, die man zunächst einseitig macht, pflegt sich auf wenige Fälle zu beschränken. Unter diesen war der N. octavus bevorzugt, von dem hier abgesehen werden soll, da er an anderer Stelle bzw. von einem anderen Autor ausführlich behandelt wird.

Will man andere Hirnnerven durchschneiden, so wird man am ehesten zum Ziele gelangen, wenn man die Hirnkapsel eröffnet und die Nerven an der Wurzel aufsucht, was an der Hand der Abbildungen (Fig. 12, 16 und 23) kaum Schwierigkeiten machen kann. Man wird dabei zweckmäßig die Hirnteile, welche im Wege stehen, mit dem Schaufelchen (Fig. 10) sanft beiseite schieben und mit dem Sichelmesser (Fig. 11) den Nerven durchschneiden. Der nötige Abschluß der Hirnkapsel bietet heutigentags bei keiner der hier betrachteten Tierklassen irgendeine Schwierigkeit.

Bei den Nerven, welche das Rückenmark verlassen, kann man in gleicher Weise verfahren.

Das meiste Interesse hat beim Frosch die isolierte Durchschneidung der vorderen und hinteren Rückenmarkswurzeln, welche die Nerven für die hintere Extremität liefern. Das sind die 8—10 Spinalnerven, welche aus der Lendenanschwellung entspringend, jene beiden Nerven (Nn. ischiadicus und cruralis) zusammensetzen. Die Wurzeln liegen innerhalb des Wirbelkanals vom 6. bis 8. Wirbel hin, welche demnach zu eröffnen sind.

Man verfährt in folgender Weise: Der Frosch wird in Bauchlage auf

dem Brettchen befestigt, die Rumpfhaut vom Steißbein aus in der Mittellinie bis unterhalb der Vorderextremitäten getrennt. Der Wirbel oberhalb des Steißbeins ist der neunte, von dem aus man nach oben bis zum sechsten abzählt. Mit einem stumpfen Messer schält man zu beiden Seiten dieser Wirbelkörper die Muskeln ab, so daß die Wirbelbögen frei liegen, welche vom 6. bis 8. Wirbel mit einer feinen Schere oder mit einer Knochenzange abgetragen werden. Hat man die Rückenmarkshäute vorsichtig entfernt und etwaige Blutung durch Abtupfen mit zarten Schwämmchen (wie beim Gehirn) gestillt, so sieht man die hellweiß schimmernden Nervenwurzeln neben dem grauen Filum terminale liegen, das aus dem Conus medullaris kommt, in welches gerade vor dem 7. Wirbel das Rückenmark übergegangen ist. Mit einem feinen Häckchen erhebt man die hintere Wurzel, umschlingt sie mit feinem Faden und prüft ihre Qualität am einfachsten mit einem Zinkkupferbogen, dessen Metalle an ihren freien Enden in feine Spitzen auslaufen: Reizung unterhalb des Fadens ist ohne Effekt, oberhalb der Unterbindung erfolgen Reflexbewegungen. Darauf holt man die untere bzw. vordere Wurzel hervor und erhält bei gleichem Verfahren das umgekehrte Resultat: Reizung unterhalb der Ligatur-Bewegung des Beines, oberhalb nichts (Versuch zum Nachweis des Bell-Magendieschen Gesetzes von der getrennten Funktion der vorderen und hinteren Nervenwurzeln).

Durchschneidet man zunächst nur die hintere Wurzel, schließt die Hautwunde durch Naht und hängt diesen Frosch frei an einem Stativ auf, so sieht man das Bein der operierten Seite tiefer, ganz ausgestreckt herunterhängen als auf der unoperierten Seite, wo namentlich eine Beugung im Kniegelenk deutlich ist (Brondgeestscher Reflextonus). Die Reizung des sensibel gelähmten Beines ist völlig wirkungslos; entfernt man den Frosch vom Stativ und läßt ihn Sprungbewegungen machen, so erfolgen die Bewegungen dieses Beines unkoordiniert.

Hat man die vordere Wurzel durchschnitten, so ist das Bein der operierten Seite völlig gelähmt und wird bei allen Sprüngen bewegungslos nachgeschleppt, während die Reizung der Haut Bewegung der anderseitigen Extremität zur Folge hat.

Zu diesen Versuchen braucht man die allergrößten Frösche.

Ein fertiges Instrumentarium liefert W. Walb Nachfolger, Heidelberg.

Literatur.

1) Stieda, L., Über das Gehirn der Knochenfische. Zeitschr. f. wissenschaftl. Zoologie, Bd. 20, 1870.
2) Mayser, P., Vergl. anatom. Studien über das Gehirn der Knochenfische mit besonderer Berücksichtigung der Cyprinoiden. Ebenda 1881.
3) Rabl-Rückhard, Das Großhirn der Knochenfische und seine Anhangsgebilde. Archiv f. Anatomie von His und Braune. 1883.
4) Ecker-Gaupp, Die Anatomie des Frosches. Braunschweig 1896—1904.
5) Edinger, L., Bau der nervösen Zentralorgane. Bd. II. Vergl. Anatomie des Gehirns. 7. Aufl., Leipzig 1908.
6) Rolando, L., Saggio sopra la vera struttura del cervello dell' uomo e degli animali e sopra le funzioni del systema nervoso. Sassari 1809.
7) Flourens, P., Rech. expériment. sur les propriétés et les fonctions du système nerveux dans les animaux vertébrés. 1. éd., Paris 1824; sec. éd., Paris 1842.
8) Desmoulins, A. et Magendie, Anatomie des systèmes nerveux des animaux à vertébrés. Paris 1825.
9) Volkmann, A., Artik. „Gehirn" in Wagners Handwörterb. d. Physiol. Braunschweig 1844.
10) Müller, Joh., Handb. d. Physiol., Bd. I. Coblenz 1844.
11) Longet, Anatomie und Physiologie des Nervensystems. 1847.
12) Pflüger, Ed., Die sensorischen Funktionen des Rückenmarkes. Berlin 1853.
13) Vanbeneden, P. J., Note sur la symmétrie des poissons Pleuronectes dans leur jeune âge. Bulletins de l'Académie Belgique, T. XX, 1853.
14) Renzi, Saggio di fisiologia sperimentale sui centri nervosi della vita psichica nelle quattro classi degli animali vertebrati. Annal. universal. di medicina etc., Vol. 186, 1863.
15) Steenstrup, J. J. S., Observations sur le développement des Pleuronectes. Annal. d. sciences natur. Zoologie II, 1864.
16) Vulpian, Leçons sur la physiologie générale et compar. du système nerveux. Paris 1866.
17) Cayrade, Sur la localisation des mouvements réflexes. Robins Journal 1868.
18) Goltz, Fr., Beiträge zur Lehre von den Funktionen der Nervenzentren des Frosches. Berlin 1869.
19) Onimus, Rech. expériment. sur les phénomènes consécutifs à l'ablation du cerveau et sur les mouvements de rotation. Robins Journal 1870—71.
20) Eckhard, „Gehirn und Rückenmark" in Hermanns Handb. d. Physiol. Leipzig, Bd. II, 1879.
21) Blaschko. Das Sehzentrum der Frösche. Berlin 1880.
22) Birge, F. A., Über die Reizbarkeit der motorischen Ganglienzellen des Rückenmarkes. Du Bois-Reymonds Archiv f. Physiol. 1882.
23) Chabry, L., Sur l'équilibre des poissons. Robins Journal 1884.
24) Baudelot, Rech. expériment. sur les fonctions de l'encéphale des poissons. Annal. des scienc. natur. 1884, I.
25) Fano, Saggio sperim. nella testuggine. Firenze 1884 v. Sul nodo deambulatorio bulbare. Genova 1885.
26) Vulpian, Sur la persistance des mouvements volontaires dans les poissons

osseux à la suite de l'ablation des lobes cérébraux. Compt. rend. de l'Académie des sciences de Paris 1886, T. CII et T. CIII.

27) Schrader, M. E. G., Zur Physiologie des Froschgehirnes. Pflügers Archiv, Bd. 41, 1888,

28) Löb, J., Pflügers Archiv, Bd. 50, 1891.

29) Bickel, A., Ebenda, Bd. 65, 1892.

30) Ewart und Mitschel, Lateral sense Organs of Elasmobranchs. Transact. Roy. Soc. of Edinburg 1892.

31) Martin, H., Sur les mouvements produits par la queue du lézard après anésthésie. Compt. rend. de la Société de Biologie. Paris 1893.

32) Dubois, Raph., Sur les mouvements de la queue coupée du lézard anésthésié. Ebenda 1893.

33) Schépilof, Rech. sur les nerfs et les fonctions du cerveau chez les grenouilles. Paris 1897.

34) Pompilian, M., Automatisme de la moelle du triton. Société de Biologie Paris 1899.

35) Phelps Allis jr., The lateral Sensory Canals etc. of Mustelus laevis. Quart. Journ. microsp. scienc., Bd. 54, 1902.

36) Hofer, B., Studien über die Hautsinnesorgane der Fische. I. Teil. Die Funktion der Seitenorgane der Fische. Berichte der Biologischen Versuchstation in München 1907.

37) Türck., L., Zeitschrift d. k. k. Gesellschaft der Ärzte in Wien 1851.

38) Cayrade, J., Rech. critiques et expérimentales s. les mouvements réflexes. Thèse, Paris 1864.

39) Setschenow, J., Über die elektrische und chemische Reizung der sensiblen Rückenmarksnerven des Frosches. Graz 1868.

40) Verworn, Archiv f. Anatomie u. Physiologie 1900. Suppl.-Bd.

41) Schiff, L., Lehrbuch d. Physiologie der Menschen. Bd. I. Lahr 1858—59.

42) Cl. Bernard, Leçons s. l. physiologie et la pathologie du système nerveux I. 1858.

43) Cl. Bernard, Leçons s. les anésthésiques et s. l'asphyxie, Paris 1875.

44) Helmholtz, H., Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten Abhandl. d. Berliner Akademie, 1854.

45) Wundt, W., Über den Reflexvorgang u. das Wesen der zentralen Innervation. Stuttgart 1876.

46) Rosenthal, J., Monatsber. d. Königl. Preuß. Akad. d. Wissenschaften in Berlin 1873.

47) Steiner, J., Die Funktion des Zentralnervensystems und ihre Phylogenese. Braunschweig 1885—1900 (Fische, Amphibien, Reptilien etc.).

Handbuch

der

physiologischen Methodik

Unter Mitwirkung

von

L. Asher, Bern; **A. Bethe,** Kiel; **Chr. Bohr,** Kopenhagen; **K. Bürker,** Tübingen; **W. Caspari,** Berlin; **J. R. Ewald,** Strassburg; **O. Fischer,** Leipzig; **O. Frank,** München; **M. von Frey,** Würzburg; **S. Garten,** Giessen; **A. Gullstrand,** Upsala; **F. B. Hofmann,** Prag; **R. Magnus,** Utrecht; **L. Michaëlis,** Berlin; **W. Nagel,** Rostock; **C. Oppenheimer,** Berlin; **I. P. Pawlow,** St. Petersburg; **J. Poirot,** Helsingfors; **A. Pütter,** Bonn; **M. Rubner,** Berlin; **K. Schäfer,** Berlin; **F. Schenck,** Marburg; **J. Steiner,** Köln; **W. Trendelenburg,** Innsbruck; **W. Wirth,** Leipzig; **N. Zuntz,** Berlin und **H. Zwaardemaker,** Utrecht

herausgegeben

von

Robert Tigerstedt

Dritter Band

Abteilung 5

Psychophysik

Mit 63 Textfiguren

Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1912

Inhaltsverzeichnis.

Dieses Blatt ist beim Einbinden des vollständigen Bandes zu entfernen.

5. Abteilung:

Psychophysik

Psychophysik.

Von

Wilhelm Wirth in Leipzig.

(Mit 63 Textfiguren.)

Einleitung.

Im folgenden sollen die wichtigsten Methoden der experimentellen Psychologie zur Darstellung kommen, soweit sie nicht schon in den früheren Abteilungen dieses Bandes behandelt sind. Wenn dafür speziell die Überschrift „Psychophysik" gewählt wurde, so bringt dies zunächst die Tatsache zum Ausdruck, daß vor allem die denkwürdige Darstellung, die Fechner unter diesem Titel[1]) wichtigen Methoden und Ergebnissen der experimentellen Psychologie zuteil werden ließ, dieser Disziplin im ganzen auch in den Kreisen der Naturwissenschaft zu der Anerkennung verholfen hat, die sie auch hier als Hilfswissenschaft der Physiologie nicht übersehen ließ. Außerdem wird aber von dieser Seite auch gerade derjenigen Gruppe experimentalpsychologischer Methoden ein besonderes Interesse entgegengebracht werden, die man noch heute im Anschlusse an Fechner als sogen. „Psychophysische Maßmethoden" bezeichnet. Da sie nur auf einer ausführlicheren mathematischen Grundlage wissenschaftlich zureichend dargestellt werden können, so werden sie im folgenden sogar einen relativ großen Teil ausmachen. Insofern sie die Abhängigkeit der Vergleichsurteile von den Maßverhältnissen der zu vergleichenden Reize, bei gegebenen physiologischen und psychologischen Voraussetzungen, ermitteln lassen, bringen sie also zunächst eine Ergänzung der subjektiven quantitativen Analyse im Gebiete der sinnesphysiologischen Methoden. Denn soweit dort die Sinneswahrnehmung als Symptom physiologischer Zustände betrachtet, also z. B. die verschiedene Erregbarkeit benachbarter Sinneselemente aus den Unterschieden der beiderseits ausgelösten Sinnesempfindungen erschlossen wurde, sind quantitative Bestimmungen immer nur durch Vergleichungen meßbarer Reize zu erlangen.

Als exakte Analyse der Vergleichsprozesse bilden aber die „psychophysischen Maßmethoden" zugleich den natürlichen Ausgangspunkt für die Darstellung der experimental-psychologischen Methoden zur Erforschung der höheren psychischen Vorgänge und Leistungen

1) Elemente der Psychophysik, 1860.

überhaupt, die zugleich zu den höheren nervösen Zentralteilen in engerer funktioneller Beziehung stehen, deren Untersuchung im unmittelbar vorhergehenden Abschnitte entwickelt wurde. So behandeln wir also dann weiterhin auch wenigstens die wichtigsten Methoden zur Prüfung der Auffassung einzelner Objekte oder Merkmale und umfassenderer Komplexe, zur Untersuchung des Gedächtnisses und der Zeitvorstellung, ferner auch zur experimentellen Analyse der Gefühle und Willensakte. Bei dieser letzteren wird das Hauptgewicht auf die sogen. „Reaktionsversuche" im engeren Sinne des Wortes gelegt werden, d. h. auf die Messungen des psychologisch symptomatischen Verlaufes (insbesondere der Zeitverhältnisse) von Willkürbewegungen auf verabredete Signale hin.

Diese Untersuchungen der höheren psychischen Vorgänge lassen freilich zugleich noch mehr als die subjektive Methode bei sinnesphysiologischen Arbeiten die Selbständigkeit hervortreten, die der experimentellen Psychologie als Teilgebiet der allgemeinen Psychologie zukommt. Als solches faßt sie die generellen Eigentümlichkeiten des psychischen Lebens ins Auge. Dieses kommt zwar immer nur in der individuellen Abgeschlossenheit „eines" Bewußtseins als konkretes Erfahrungsmaterial vor. Bei der Möglichkeit einer gegenseitigen Verständigung über die Inhalte, die den jeweiligen, stets wechselnden Bestand der einzelnen konkreten Innenwelten ausmachen, pflegt es aber in dem Inbegriff „des Bewußtseins", d. h. des „innerlich" oder „unmittelbar" Erlebbaren überhaupt, auch kollektiv zusammengefaßt zu werden, so daß man die Psychologie auch als die Lehre vom „Bewußtsein" schlechthin definieren kann. Als wissenschaftliches System hat sie hierbei natürlich auch alle Bedingungen und Folgeerscheinungen der Bewußtseinsvorgänge zu berücksichtigen, die, ohne selbst dem eigenen oder einem fremden Bewußtsein anzugehören, zur Herstellung gesetzmäßiger Zusammenhänge dienen. Diese hat sie aus den sonstigen Erfahrungen, insbesondere über den physiologischen Organismus der Individuen, aufzunehmen oder eventuell auch zunächst als „psychische", d. h. den Bewußtseinsvorgängen besonders unmittelbar zugeordnete „Dispositionen" rein hypothetisch zu konstruieren. Aber nur wenn wir den besonderen Gegenstand der Psychologie, das reale Bewußtseinsleben, überall im Auge behalten, wird die experimentelle Psychologie dann auch wiederum der naturwissenschaftlichen Physiologie den Dienst leisten können, ihr bei dem Versuche, von der Betrachtung des leiblichen Organismus aus zu einem möglichst geschlossenen Kausalnexus der Lebensprozesse vorzudringen, die neuen Faktoren und Zwischenglieder, womöglich quantitativ bestimmt, aufzuzeigen, die der Welt des Bewußtseins angehören[1]).

1) Über den Standpunkt im allgemeinen, der auch für die Auffassung der methodischen Fragen von Bedeutung ist, vgl. des Verf. „Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene" 1908, S. 6ff.

I. Methodische Vorfragen.

Kapitel 1.

Selbstbeobachtung und Experiment.

1. Das Bewußtsein als Gegenstand der Selbstbeobachtung.

Da sich alle unsere Fragestellungen im letzten Grunde auf Ereignisse beziehen, die sich in der Welt eines individuellen Bewußtseins abspielen, so muß das wissenschaftliche Erfahrungsmaterial zu ihrer Lösung immer aus dem Selbstbewußtsein einzelner Personen geschöpft sein, dem die Inhalte, die in einem bestimmten Augenblicke erlebt werden, „unmittelbar“ gegeben sind. Wie aber das Bewußtsein von äußeren materiellen Objekten überhaupt noch keine logisch vollwertige „Erkennung“ derselben, ja sogar deren sinnliche Wahrnehmung noch keine wissenschaftlich verwertbare „Beobachtung“ zu sein braucht, so bedürfen wir auch zur Erkennung des Bewußtseins erst einer methodischen Verbindung einzelner Akte, in denen es als besonderer Gegenstand der Betrachtung immer klarer und vollständiger erfaßt und mit den Erfahrungen über andere Bestände gedanklich verknüpft wird. Dies bedeutet jedenfalls immer eine besondere Einstellung, zu der eine spezielle Veranlagung vorhanden sein kann, die aber auch eine Einübung und Erweiterung zuläßt, sobald man ihr Wesen einmal erfaßt hat, und in solcher systematischen Anwendung gewöhnlich als „Selbstbeobachtung“ bezeichnet wird. Eine sichere Verständigung über ihr Wesen ist aber, wie gesagt, genau wie bei irgend einer anderen Richtung der Gedanken oder der Beobachtung, nur durch den Hinweis auf ihren besonderen Gegenstand möglich, der uns mit den in seinem eigenen „Umfange“ liegenden Grenzen jederzeit als ein einheitlicher Bestand gegeben ist.

Hierbei muß das Bewußtsein natürlich auch von anderen Gegenständen des Denkens unterscheidbar sein. Solche vergegenwärtigen wir uns z. B. fortwährend als die an sich nicht unmittelbar erlebten Bedingungen zu bestimmten Bewußtseinsinhalten, den Sinneswahrnehmungen, bei deren Erleben unsere Gedanken, also die höheren, von den Sinneseindrücken ausgelösten intellektuellen Prozesse, für gewöhnlich nicht diesen selbst, sondern eben ihren Bedingungen, den Dingen der Außenwelt, zugewandt sind. Eine klare begriffliche Trennung dieser verschiedenen Gegenstände, die auch als ein höher entwickelter „erkenntnistheoretischer Standpunkt“ bezeichnet werden kann, braucht aber auf primitiveren Stufen des Denkens so wenig vorhanden zu sein, wie eine Kenntnis bestimmter naturwissenschaftlicher oder psychologischer Tatsachen im einzelnen. Ja es scheinen gerade die

Sinneswahrnehmungen augenblicklich wirksamer äußerer Reize wegen ihrer repräsentativen Funktion oft besonders schwer aus ihren gedanklichen Verbindungen mit den Begriffen der Außenobjekte gelöst werden zu können, so daß sie für die Reflexion gewissermaßen aus dem unmittelbar erlebten Bestande herauszufallen drohen. Dagegen bilden die reproduktiven Vorstellungen selbständiger Erinnerungen und vor allem intensivere Gefühle und Willensvorgänge schon ein viel weniger verkennbares Zentrum eines besonderen Etwas, auf das man nur zu achten braucht, um die mit ihnen gleichzeitigen Inhalte aus ihren sonstigen gedanklichen Verbindungen herauszulösen. Durch diesen Rekurs auf den Inbegriff aller gleichzeitig unmittelbar erlebten Inhalte, die das Erfassen des einheitlichen Ganzen durch ihre gemeinsame Zugehörigkeit zu ihm gewissermaßen von allen möglichen Seiten her unterstützen, hat Herbart den fundamentalen Begriff des Bewußtseins zum erstenmal klar fixiert[1]). Dagegen sollte man mit den Begriffen des „Ich" oder „Selbst", ja sogar der „Subjektivität" zum Zwecke einer konkreten Vergegenwärtigung des Gegenstandes der Psychologie wenigstens nicht gerade den Anfang machen, da sie vieldeutig sind und nicht nur für das unmittelbar erlebte Ich des bewußten Vorstellungs- Wertungs-, und Willenslebens, sondern auch für die unmittelbare dispositionelle Grundlage des Bewußtseins, ja sogar für die Lebenseinheit des psychophysischen Organismus im ganzen angewandt werden.

2. Das Grundphänomen aller Bewußtseinsvorgänge.

Die Vertrautheit mit diesem Bewußtseinsbegriff ist aber methodisch nicht nur deshalb von grundlegender Bedeutung, weil er die neuen, spezifisch psychologischen Fragestellungen überhaupt erst gewinnen läßt, sondern weil auch innerhalb des psychologischen Gebietes selbst der methodische Zusammenhang der Probleme erst durch den steten Hinblick auf den jeweiligen Gesamtbestand der Inhalte klar wird, als dessen Komponenten sich die sog. „Elemente", „Seiten" und „Akte" des Bewußtseins realisieren. Zwar herrscht ja hinsichtlich der Qualitäten und ihrer wechselseitigen Beziehungen, z. B. der Raumvorstellung, eine weitgehende Unabhängigkeit zwischen den einzelnen Komponenten, ohne die natürlich ein hinreichend korrektes Weltbild und eine objektive Wertung und zweckmäßige Willensreaktion überhaupt ausgeschlossen wären. Ist aber schon in dieser Hinsicht die Unabhängigkeit schließlich doch immer nur eine relative, so setzt der konkrete Vollzug aller psychischen Leistungen für die beteiligten Inhalte einen bestimmten Grad der sog. Lebhaftigkeit und Frische voraus. Bei den sinnlichen Wahrnehmungen und den reproduktiven Vorstellungen wird diese Eigenschaft auch mit ihrem Korrelate, der sog. „Klarheit und Deutlichkeit" der lebhaften Inhaltskomplexe, begrifflich zusammengefaßt. Insofern aber ihre Herabminderung einen Inhalt stetig an die Grenze seiner Zugehörigkeit zu einem gegebenen Bestande überhaupt heranführt, kann sie geradezu als „Bewußtseinsgrad" bezeichnet werden. Hinsichtlich dieses Merkmales, von dem die gesamte psychische Wirkungsfähigkeit eines Inhaltes abhängt,

1) Psychologie als Wissenschaft I, 1824, § 48.



legt aber nun der Gesamtbestand den einzelnen Komponenten großenteils einschränkende, teilweise aber auch fördernde Bedingungen auf, die in den Untersuchungen über das psychomechanische Grundproblem des sog. „Bewußtseinsumfanges“ diskutiert werden. Dort werden wir auch auf die allgemeine methodische Bedeutung dieser Gradunterschiede zurückkommen, von denen natürlich auch das Ergebnis der Selbstbeobachtung in allen Punkten abhängig ist.

3. Das psychologische Experiment.

Die speziellen Methoden, die einen bestimmten Inhalt, bzw. den zuletzt genannten „Grad“ seiner Beteiligung an dem Gesamtbestande eines gegebenen Zeitpunktes nachzuweisen gestatten, müssen natürlich zunächst immer von dem geläufigen logischen Prozesse der Erfahrung[1]) ausgehen, durch den auch sonst irgend ein Gegenstand oder ein Merkmal eines solchen begrifflich erfaßt zu werden pflegt. In dieser Weise verschafft sich also schon das vorwissenschaftliche Denken ein sprachlich fixiertes System von psychologischen Begriffen, und zwar speziell auch Kenntnisse tatsächlicher Zusammenhänge, indem ganz von selbst an dem jeweils zufällig Erlebten Gleiches und Ähnliches wiedererkannt und von den gleichzeitigen und vorhergehenden Inhalten unterschieden, also begrifflich verselbständigt wird. Wenn man will, kann man dies alles schon als eine Art primitiver und vielfach unwillkürlich gehandhabter „Vergleichsmethode“ bezeichnen. Ein stetiger wissenschaftlicher Fortschritt ergab sich aber auch hier erst seit der systematischen Anwendung des Experimentes, bei dem man das zu analysierende Bewußtsein, im allgemeinen außerhalb des alltäglichen Lebens, d. h. im Laboratorium, künstlich beeinflußt, und die willkürlichen und unwillkürlichen Äußerungen der Versuchsperson (V.-P.), soweit sie mit dem so geschaffenen Bewußtseinszustande in näherem Zusammenhange stehen, exakt protokolliert und registriert und sodann methodisch bearbeitet. Hierbei kommen natürlich vor allem die am vielseitigsten ableitbaren und am unmittelbarsten zu deutenden sprachlichen Mitteilungen seitens der Versuchsperson, weiterhin aber auch alle psychologisch symptomatischen „Reaktionen“ überhaupt in Betracht Da nunmehr durch die Festhaltung möglichst konstanter Bedingungen eine beliebige Wiederholung ähnlicher Bewußtseinsvorgänge möglich wird, verringern sich hierbei zunächst einmal die Schwierigkeiten, die deren viel beklagte Flüchtigkeit einer vollständigen und genauen Analyse entgegenstellt. Außerdem gestattet aber nun die methodische und insbesondere graduelle Variation aller greifbaren Teilbedingungen eine immer feinere Unterscheidung der hierbei ausgelösten Inhalte und der von ihnen weiterhin abhängigen inneren und äußeren Prozesse, die bei einer gewissen Zweckmäßigkeit analoger Vorgänge des alltäglichen Lebens in theoretischer oder praktischer Hinsicht auch als „Leistungen“ bezeichnet zu werden pflegen, wie z. B. eine Beobachtung dargebotener Reize, ein Merkprozeß, eine nach

1) Alle Namen dieser speziellen „Erfahrung“, wie „innere“, „unmittelbare“ usw. sind natürlich immer nur durch ihren besonderen Gegenstand, das „Bewußtsein“ in jenem kollektiven Sinne (s. S. 2), zu definieren.



Richtung, Kraft und Zeitpunkt bestimmte Willkürbewegung und ähnliches. Somit gewinnt also auch die psychologische Analyse erst durch das Experiment die „Tafel der Grade", die Bacon seinerzeit allen induktiven Wissenschaften empfohlen hatte, damit sie überhaupt gesetzmäßige Beziehungen ableiten könnten.

Mit dieser Einführung des Experimentes ist aber natürlich nicht etwa der eigentliche Gegenstand unserer Wissenschaft verschoben, als ob nunmehr, wie manche gemeint haben, nur noch die objektiv greifbare Reaktion der V.-P. zu studieren und der Rekurs auf ihre der Gesamtheit unzugängliche und ihr selbst großenteils unklare Innenwelt umgangen sei. Es wird vielmehr die Selbstbeobachtung hierdurch erst recht befähigt, allgemeingültige Begriffe von einzelnen Inhalten des Bewußtseins, sowie von ihren Verbindungsweisen und Verlaufsgesetzen abzuleiten. Denn zunächst verleihen schon die allgemein kontrollierbaren Bedingungen der Entstehung und Entwicklung eines bestimmten Bewußtseinsbestandes dem individuellen unmittelbaren Erleben selbst eine Art von Objektivität, weil ja nun auch in jedem anderen Individuum bei seinem ähnlichen psychophysischen Mechanismus durch entsprechende Versuchsanordnungen Erlebnisse herbeigeführt werden können, die wenigstens in gewissen allgemeinen Zügen, häufig aber auch in spezielleren Eigentümlichkeiten mit denen der anderen V.-P. übereinstimmen, so daß sich ein unbegrenztes Erfahrungsgebiet für gemeinsame wissenschaftliche Arbeit eröffnet.

Wie aber der Gegenstand der Selbstbeobachtung hierbei im Mittelpunkte des Interesses bleibt, so hat auch eine von ihr getragene Selbstkontrolle der V.-P. den Kreis der künstlich gesetzten Bedingungen eines jeden psychologischen Experimentes erst noch in seinem häufig einflußreichsten Teile zu vervollständigen. Die Beteiligung der V.-P. ist also hier nirgends mit derjenigen eines passiven oder gar widerstrebenden Versuchstieres in vielen physiologischen Experimenten zu vergleichen. Ihre aktive Unterordnung unter eine objektive, sprachlich fixierte Verabredung vermag nicht nur die äußere Haltung des Körpers im ganzen und der einzelnen Sinnesorgane im besonderen mit einer Präzision zu regulieren, die durch ausschließliche Verwendung äußerer Zwangsmittel niemals erreichbar wäre, sondern verleiht vor allem auch der inneren Einstellung des Bewußtseins eine besondere Eindeutigkeit, soweit diese eben überhaupt willkürlich zu beeinflussen ist. Daher darf also bei keiner Versuchsanordnung eine „Instruktion" über das äußere und innere Verhalten fehlen, wenn sie auch bisweilen aus besonderen Gründen, falls etwa ausdrücklich die freie Weiterentwicklung von einer bestimmten Ausgangslage aus beobachtet werden soll, relativ allgemein gehalten sein kann. Am deutlichsten tritt diese Willkürtätigkeit der V.-P. als entscheidende Versuchsbedingung natürlich da vor Augen, wo sie als Impuls zu einer äußeren Bewegungsleistung unmittelbar auf einen objektiv wahrnehmbaren Effekt hinwirkt, der hierbei psychologisch gedeutet werden soll, also bei sog. „Reaktionsversuchen". Indessen kommt schon bei diesen Versuchen, bei denen z. B. eine leichte Handbewegung zeitlich möglichst unmittelbar einem verabredeten Signal nachfolgen oder eine eigentliche Kraftleistung freier oder gebundener vollzogen werden soll, für eine eindeutige experimentelle Bestimmung des Er-

lebnisses der äußeren Willenshandlung selbst das ganze innere Verhalten der V.-P. in der Vorbereitungszeit sehr wesentlich in Betracht, das alle Stufen von der ersten emotionalen Entstehung der Willensregung bis zur entschlossenen Bereitschaft für einen bestimmt vorausgesehenen Augenblick der Tat durchlaufen kann. Betrachtet man aber die gesamte Fülle der Möglichkeiten willkürlicher innerlicher Einstellungen der V.-P. überhaupt, so treten solche Einflüsse natürlich in allen Bewußtseinserlebnissen hervor, also insbesondere auch in den rein intellektuellen Leistungen der einfachen Beobachtung gegebener Reize, des Gedächtnisses, des Denkens usw., sowie auch in dem genießenden und wertenden Verhalten. Ist ja doch das Bewußtsein nicht einmal in den direkten Sinneswahrnehmungen gegenwärtiger äußerer Objekte einfach ein passiver Durchgangspunkt der Reizeinflüsse. Das unmittelbar erlebte Merkmal der psychischen Wirkungsfähigkeit der Inhalte, ihr bereits S. 18 f. genannter Bewußtseinsgrad, dessen höchstes Stadium als (fertige) Apperzeption bezeichnet werden kann, hängt vielmehr jederzeit von einer bewußten inneren Zuwendung, der sog. „Apperzeptionstätigkeit" ab, die von mehr oder weniger deutlichen Wertgefühlen, dem „Interesse", vermittelt ist. Natürlich kann diese Tätigkeit auch triebartig, unwillkürlich einsetzen, so daß man bei der Anordnung sorgfältig auf die Bedingungen zu achten hat, die vermutlich in dieser Richtung wirken; ja gewisse „auffällige" Qualitäten und Intensitäten einzelner Elemente oder Kombinationen von solchen, z. B. Kontraste, drängen sich auch ohne merkliche Vermittlung eines eigenen Tätigkeitserlebnisses geradezu „von selbst" auf. Für die experimentelle Analyse behält aber natürlich gerade die andere Möglichkeit einer willkürlichen Beeinflussung des Klarheitsreliefs der Bewußtseinsinhalte durch die willkürliche Apperzeptionstätigkeit die größte Wichtigkeit. Sie bedeutet die direkteste künstliche Beeinflussung des Bewußtseinszustandes selbst, gemäß einer bestimmten Verabredung. Man kann sie deshalb auch, unter Verwendung eines historischen Begriffes, geradezu als „innere" Willenstätigkeit bezeichnen, wenn sie auch in ihren verschiedenen Formen zahlreiche Impulskomponenten „äußerer" Willenshandlungen, insbesondere Haltungen und Bewegungen der Sinnesorgane, vor allem der Augen, einschließt.

4. Die Willkürtätigkeit der Versuchsperson als innere Hauptbedingung aller psychologischen Versuche.

a) Die Apperzeptionstätigkeit.

Es dürfte wohl gerade vom methodischen Standpunkte aus wünschenswert erscheinen, diese „innere" Seite jedes psychologischen Experimentes zunächst durch eine kurze Betrachtung einiger wichtigster Hauptformen der Apperzeptionstätigkeit noch etwas näher zu beleuchten. Hierbei darf man sich unbesorgt an die vorwissenschaftlichen Begriffsbildungen unserer Muttersprache halten, welche die verschiedenen Apperzeptionsformen einfach nach den Eigenschaften und Entstehungsweisen der zu klärenden Inhalte unterscheidet. Sie sind auch der V.-P. bereits bei ihrem Eintritt in das Laboratorium bekannt und der gesunde, gebildete Erwachsene

bringt zu ihrer Beherrschung jederzeit ein bestimmtes Maß natürlicher Geschicklichkeit, aber auch Übungsfähigkeit an die Versuche heran. Am geläufigsten sind uns die Vorgänge der sog. Aufmerksamkeit, die mir schon in dem volkstümlichen Sprachgebrauch das spezifische Apperzeptionserlebnis der inneren Zuwendung zu gegenwärtig unmittelbar wahrnehmbaren Gegenständen zu bedeuten scheint. Man sollte daher von der wissenschaftlichen Verallgemeinerung dieses Begriffes, die ihn geradezu mit der Apperzeptionstätigkeit überhaupt gleichbedeutend sein läßt, wieder zurückkommen. Denn wir brauchen jedenfalls einen besonderen Terminus für die natürlichen Einheiten der auf die Klärung der direkten Sinneseindrücke gegenwärtiger Reize ausgehenden Willenshandlungen, die von dem Interesse für die jeweils gerade wirkliche Umgebung getragen sind und je nach dem Sinnesgebiet wiederum verschiedene Komponenten einschließen können. Da diese „Aufmerksamkeit" in dem engeren volkstümlichen Sinne auch für die Merkfähigkeit und die Auslösung einschlägiger Assoziationen, die der geistigen Verarbeitung dienen, wesentlich mit entscheidet, so bildet sie natürlich auch die wichtigste Komponente aller „Beobachtung"[1]). Weil nun jedes psychologische Experiment äußere Sinneswahrnehmungen, sei es um ihrer selbst willen, sei es als Grundlage für höhere intellektuelle oder emotionale Prozesse einschließt, so ist keines methodisch eindeutig fixiert, solange nicht die Elemente, Merkmale und sonstigen Beziehungen bestimmt sind, auf welche die Aufmerksamkeit hierbei eingestellt ist oder sein soll.

Bei Versuchen über das Gedächtnis oder über Vorstellungsassoziationen überhaupt ergibt sich ferner ganz von selbst eine entsprechende Anspannung der Impulskomplexe des „Nachdenkens" oder „Sich Besinnens". Dabei können vor allem auch schon die Versuche über einfache Wiedererkennung von Reizobjekten durch die aktive Regulierung der Erinnerung an bestimmte Gruppen der primären Reize, die bereits im ganzen sicher erinnerlich sind, noch exakter gestaltet werden, als es bisweilen bei völliger Freigabe dieses Faktors der Fall war.

Auch das „Denken" in dem ganz allgemeinen Sinne einer großenteils reproduktiven Vergegenwärtigung irgendwelcher begrifflich fixierter Gegenstände wird sich einer immer exakteren experimentellen Analyse zugänglich erweisen und hiermit in unseren medizinischen Grenzgebieten u. a. auch der Psychopathologie wertvolle Methoden an die Hand geben können, wenn man nicht einfach einen individuell beliebig variablen Zustand der Begriffswelt

---

1) Über diese keineswegs nur terminologische Vorfrage vgl. „Bewußtseinsphänomene", S. 42 f. Auf Parallelbetrachtungen hinsichtlich anderer Sprachen kann natürlich in diesem Zusammenhange nicht eingegangen werden. Daß man ferner ganz populär auch von einer Aufmerksamkeit auf unser jeweiliges Bewußtsein sprechen kann, auch wenn es augenblicklich einmal vorwiegend mit reproduktiven Inhalten erfüllt sein mag, z. B. bei der „Aufmerksamkeit auf unsere Phantasietätigkeit", spricht keinesfalls gegen die sprachliche Korrektheit der engeren Terminologie. Denn hierbei hebt man, ebenso wie bei der systematischen Selbstbeobachtung, gerade das jeweils gegenwärtig unmittelbar Erlebte als einen besonderen Gegenstand der Betrachtung heraus, weshalb man auch diesen Vorgang als innere „Wahrnehmung" bezeichnete, während man bei der Versenkung in die erinnerten oder in der Phantasie vergegenwärtigten Gegenstände, insbesondere also auch in solche psychologischer Natur, wie z. B. frühere Gefühle u. dgl., niemals von „aufmerksamer" Erinnerung usw. spricht.



aus dem alltäglichen Leben aufgreift, sondern die Denkprozesse sich an einem experimentell gewonnenen Vorstellungsmaterial vollziehen läßt und ihnen dadurch eine möglichst genau kontrollierbare Basis verleiht. Natürlich müßte dieser auch die nötige Breite zur Entwicklung der vollen Eigenart dieser höheren geistigen Prozesse beim normalen Erwachsenen verschafft werden, indem man bei der Aufnahme des Stoffes für einen genügenden Reichtum an inhaltlichen Beziehungen sorgt, welche die wichtigsten Verlaufsformen der Begriffs-, Urteils- und Schlußbildung qualitativ und quantitativ zu analysieren gestatten.

Durch geeigneten Anschluß an äußere Sinneseindrücke hat man schließlich auch die willkürliche Apperzeptionstätigkeit der Phantasie mit Erfolg in den Dienst des psychologischen Experimentes gestellt, wenn auch zunächst nur als willkürliche Ergänzung der Auffassung wahrgenommener Objekte durch Bestandteile, welche die V.-P. nach bestimmten Instruktionen in ihrer bloßen Vorstellung mit hinreichender Lebhaftigkeit und Frische hervorrief.

b) Die motorische Bereitschaft und die willkürliche Begünstigung emotionaler Erregungszustände überhaupt.

Besonders natürlich und vollkommen bleibt aber die schon oben zuerst genannte Selbstkontrolle der motorischen „Bereitschaft“ zu äußeren Willenshandlungen, so daß sie in den Experimenten mit Willkürreaktionen auf ein gegebenes Signal neben der Aufmerksamkeit auf den Reiz eines der wichtigsten Hilfsmittel zur „künstlichen“ Regulierung der Versuchsbedingungen darstellt. Sie ist von der Auslösung des Impulses selbst im ganzen ebenso zu unterscheiden, wie von einem teilweisen Vollzug einzelner, der wirklichen Tat zugehöriger Muskelspannungen, die bei einer „ungeduldigen“, keineswegs vorteilhaften Verfassung die bloße Bereitschaft bisweilen vorübergehend ablösen können. Doch schließt natürlich auch die günstigste entschlossene Vorbereitung außer der äußerlich nicht besonders repräsentierten Zielbewußtheit eine charakteristische Haltung als Symptom ein, welches die wirkliche Tat mehr oder weniger eindeutig voraussehen läßt. Unmittelbar vor dem von der V.-P. beabsichtigten Zeitpunkt der Tat löst aber dann diese Bereitschaft bisweilen eher eine schwache oder vorübergehende Innervation der Antagonisten ein. (Selbstverständlich können aber dann auch beliebige weniger günstige und natürliche Einstellungen vom Reagenten im Vorbereitungsstadium verlangt und willkürlich durchgeführt werden). Da aber nun bei dieser motorischen Bereitschaft die V.-P. in dem vorbereiteten Impuls ihr letztes Ziel vor sich hat, wodurch zugleich der ganze Komplex der hinzugehörigen elementaren Impulse in entscheidender Weise bestimmt wird, so wollen wir diesen Zustand so wenig wie die wirkliche Auslösung des vorgeschriebenen Impulses um seiner selbst willen als „Apperzeptionstätigkeit“ bezeichnen, unter der wir eben nur jenen „inneren Willen“ verstehen, der letzten Endes auf die möglichst vollständige und klare Vergegenwärtigung eines Inhaltes abzielt. Wir werden vielmehr die „äußere Willenshandlung“ der „Apperzeptionstätigkeit“ als koordinierten Begriff an die Seite stellen.

Endlich dürften sich wohl auch noch manche Widersprüche in den verschiedenen Beobachtungen über die teilweise unwillkürlichen und reflektorischen Äußerungen der mehr passiven Gefühle der Lust und Unlust und der allgemeinen emotionalen Erregungszustände überhaupt lösen, wenn noch mehr als bisher von der ebenfalls teilweise willkürlichen Regulierung der für die Äußerung entscheidenden Erregungszustände Gebrauch gemacht wird. Diese unterscheidet sich natürlich von der Hineinversetzung in eine gefühlsbetonte Situation in der bloßen Phantasievorstellung, die als sogen. „Reproduktionsmethode" eine viel größere Mannigfaltigkeit der Gemütsbewegungen experimentell erzeugen läßt, als sie durch die einfache Hinnahme äußerer Sinneseindrücke herbeigeführt werden kann. Sie bedeutet eine besondere impulsive Komponente der genießenden, bezw. überhaupt bewertenden Versenkung in den gefühlserregenden Bestand mit allen direkt hinzugehörigen Nebenvorstellungen, die bei jener Phantasievorstellung der Reproduktionsmethode an sich noch nicht dabei zu sein braucht und andererseits, wenn sie hinzutritt, auch schon das Erlebnis des einfachen sinnlichen Gefühles viel tiefer und ausdrucksvoller zu gestalten vermag. Natürlich darf diese impulsive Tätigkeit des Genießens nicht etwa mit einer bloßen Aufmerksamkeit auf die Gefühle als fertig gegebener Bewußtseinsinhalte verwechselt werden, die als Akt der psychologischen Reflexion mit der primären Entwicklung der Gemütserregung eher in Konkurrenz geraten kann.

c) Die experimentelle Verwertung der apperzeptiven und motorischen Zurückhaltung.

In allen dreien dieser eben genannten Richtungen hat die Willkürtätigkeit der V.-P. die experimentell zu schaffende Situation aber nun auch in negativer Richtung wesentlich zu unterstützen, indem sie störende Nebenmomente, die in der Versuchsanordnung aus irgend welchen technischen Gründen nicht vermieden werden können, wenigstens in ihrer psychologischen Wirksamkeit so viel als möglich herabsetzt. Hierzu ist vor allem die zuerst genannte Apperzeptionstätigkeit berufen, die diese Aufgabe eben nicht nur durch die positive Beachtung der vom Experimentator beabsichtigten Momente, sondern vor allem auch durch eine ausdrückliche Unterlassung der Apperzeption unvermeidlicher Störungen, durch ein aktives „Absehen" oder eine „Abstraktion" von ihnen zu lösen vermag. Sie hat diese Forderung natürlich nicht nur bei der Analyse der intellektuellen Prozesse um ihrer selbstwillen zu erfüllen, sondern auch überall dort, wo diese „Abstraktion" von an sich naheliegenden Wahrnehmungsinhalten oder reproduktiven Elementen erst die ideale, eigentlich gewünschte Vorstellungsgrundlage für Willkürreaktionen oder sonstige emotionale Erregungszustände herauslösen muß. Bei diesen Versuchen tritt aber dann natürlich auch die ausdrückliche Zurückhaltung störender Triebe und Reflexe hinzu, die z. B. bei den Versuchen mit Willkürreaktionen auf ein gegebenes Signal hin erst den richtigen, bis zur Wahrnehmung des Signales sicher beherrschten Grad der motorischen Bereitschaft herzustellen hat. Auch bei Erzeugung eines gewünschten Zustandes des

Gemütes im allgemeinen, z. B. für die Untersuchung der unwillkürlichen Ausdruckssymptome, kann eine negative Leistung der Zurückdrängung aller störenden Spannungen, die bei solchen Versuchen sich anfangs aus der „ungemütlichen" Situation des Laboratoriumsversuches zu ergeben pflegen das „ungezwungene" Verhalten des natürlichen Erlebens ähnlicher Situationen früher und vollständiger herbeiführen, als wenn man sich dieses experimentellen Hilfsmittels überhaupt nicht bewußt wird.

d) Die Einschränkung der experimentellen Verwendung der Willkürtätigkeit der V.-P. durch die objektiven Versuchsbedingungen.

Obgleich man aber nun in jedem psychologischen Experimente die innere und äußere Willkürtätigkeit durch eine, wenn auch vielleicht noch so allgemein und eventuell auch negativ gehaltene Instruktion möglichst eindeutig festzulegen hat, soll man doch von ihr immer nur mit Vorsicht und Sparsamkeit Gebrauch machen. Wenn es sich natürlich speziell darum handelt, die Leistungen dieser Tätigkeiten um ihrer selbst willen zu studieren, gibt es für die Anforderungen an sie keine theoretische Einschränkung. Wo sie aber nur die Mängel der objektiven Klarheit und Deutlichkeit einer zu irgendwelchen psychischen Effekten dargebotenen Reizlage kompensieren oder störende Momente abhalten sollen, wird in ihnen immer zugleich noch eine besondere Modifikation des eigentlich zu untersuchenden Haupteffektes geschaffen, der sich eben nun einmal in dem einen Bewußtsein der V.-P. mit jenen Hilfsimpulsen zugleich abspielt. Im allgemeinen fügt man also hiermit zum mindesten immer noch eine schwächende Konkurrenz hinzu, bisweilen auch eine ebenso unerwünschte Miterregung. Alles, was also die objektiven Versuchsumstände in dieser Hinsicht an innerer Arbeit ersparen lassen, wird man schon von ihnen selbst verlangen müssen. Dies gilt natürlich vor allem für die Untersuchung der Maximalleistung hinsichtlich bestimmter Hauptinhalte, dann aber auch für die Analyse jeglicher Wirkung, die sich an sie als neues Erlebnis anschließt, jedoch bei irgend welcher Konkurrenz selbst da, wo der primäre Inhalt als solcher bei besonderer Apperzeptionstätigkeit noch klar und deutlich genug ausfällt, vielleicht eben nicht mehr zu stande kommen kann. Wo man also z. B. Gesichtseindrücke zur Messung des Umfanges der Neuauffassung (vgl. unten) oder der Reproduktion besonderer, mit ihnen früher assoziierter Inhalte darbietet, wird man alle optischen Wahrnehmungsbedingungen durch passende Größe und Entfernung der Zeichen von der V.-P., durch günstige Beleuchtung usw. so bequem als möglich gestalten, allen störenden Lärm der Umgebung und des Apparates nach Möglichkeit ausschalten u. ä. Auch eine bestimmt vorgeschriebene impulsive Bereitschaft zu motorischen Leistungen kann durch passende Regulierung der Haltung des Reagenten, insbesondere auch durch geeignete Angriffsweise an den zur Aufnahme der Bewegungsleistung bestimmten Apparaten von vorn herein schon objektiv bedeutend erleichtert und gesichert werden, ebenso wie natürlich auch das genießende oder in irgendwelcher sonstiger Richtung emotional erregte Verhalten mit bestimmten Haltungen eher übereinstimmt als mit anderen, da

wir uns auch bei jeder Haltung „anders fühlen“. Die Vernachlässigung dieser scheinbar so selbstverständlichen Faktoren, bzw. ihre Verschiedenheit in den einzelnen Untersuchungen dürfte vor allem bei quantitativen Analysen an manchen Widersprüchen mit die Schuld tragen.

Zu den objektiven Faktoren, die in dieser Weise der Willkürleistung als experimenteller Bedingung gegenübergestellt werden können, gehören natürlich, außer den äußeren Reizen selbst, alle psychophysischen Mechanismen, wie Reflexvorgänge, unwillkürliche Triebhandlungen oder Assoziationen, die bei gegebener Reizlage die klare und deutliche Wahrnehmung und die Assimilation der von ihr auszulösenden reproduktiven Elemente mit einer umso geringeren willkürlichen Anstrengung erreichen lassen, je leistungsfähiger die Dispositionen sind. Dabei kann sich die „Anordnung“ in diesem allgemeinsten Sinne entweder geeigneter Assoziationen aus dem alltäglichen Leben bedienen oder solche neu schaffen, wie es oben für die experimentelle Analyse des Denkens empfohlen wurde. Jedenfalls werden die Eigentümlichkeiten dieser Denkprozesse umso reiner und vollständiger hervortreten, je weniger das reproduktive inhaltliche Material später durch eine besondere Willkürtätigkeit des Besinnens ins Bewußtsein gehoben zu werden braucht und je leichter die eigentlich gewünschten Vorstellungen „von selbst“ gegen irgendwelche innere Ablenkungen aufkommen.

5. Die Bedeutung des sogen. unwissentlichen Verfahrens.

In den meisten psychologischen Experimenten über intellektuelle Prozesse als solche sowie über den Verlauf von Willkürbewegungen, die von der Verwirklichung irgend eines verabredeten Tatbestandes abhängig gemacht werden, spielt ferner neben der unmittelbaren Sinneswahrnehmung die Entwicklung eines Erkenntnisprozesses eine wichtige Rolle. Wenn es sich z. B. um die Feststellung des objektiven Reizunterschiedes handelt, der eben erkennbar ist, also um eine sogen. „Schwellenmessung“, wird die Entstehung eines Vergleichsurteiles aus der Wahrnehmung zweier Reize verfolgt. Ebenso läßt sich natürlich auch die Entwicklung komplizierterer Erkenntnisse untersuchen, bei denen die beurteilten Gegenstände sämtlich oder wenigstens teilweise der V.-P. nur noch in der Erinnerung vorschweben. In allen diesen Fällen kann natürlich ein bereits vorhandener Bestand eines subjektiv sicheren Wissens im allgemeinen so wenig durch einen bloßen Willkürakt unmittelbar ausgeschaltet oder auch nur in seiner Sicherheit herabgesetzt werden, wie eine gegenwärtige Sinneswahrnehmung bei offenem Sinnesorgan willkürlich beliebig zu verändern ist. Allerdings gelingt es noch relativ leicht, bestimmten Erwartungen aus einer Reihe mehrerer Möglichkeiten willkürlich mit Erfolg entgegenzutreten, aber doch auch nur so weit, als in dem subjektiven Vorstellungsmaterial noch kein genügender Anhalt für die Bevorzugung der einen oder anderen Eventualität enthalten liegt. Bestimmten Kenntnissen gegenüber könnte jedoch ebenso wie bei der Sinneswahrnehmung selbst mitunter nur eine Hypnotisierung aufkommen, die aber dann natürlich auch im übrigen neue, allgemein störende, anomale Bedingungen einführt, deren Untersuchung eine besondere Aufgabe bildet. Ähnliches gilt natürlich auch für das Wertungserlebnis, das ebenso wie

das Wissen in fertigen dispositionellen Beziehungen wurzelt. Die Erfolge der Willkürtätigkeit liegen also zunächst nur im Gebiete der motorischen Veränderungen und der Modifikationen des Bewußtseinsgrades der Vorstellungen. Wo es sich aber um Wirkungen eines bestimmten Wissens und Wertens nach seiner Anregung im Bewußtsein, nicht um dessen Dasein als solches handelt, da kann nun allerdings die Willkürtätigkeit, insbesondere der Apperzeption, durch Abstraktion von dem betreffenden Vorstellungsbestande auch diese Wirkung herabsetzen. So ist z. B. zwischen dem Wahrnehmungsurteil, d. h. der unmittelbaren Beurteilung des Eindruckes,und dem reproduktiv vermittelten Wissen von den objektiven Gegenständen psychologisch scharf zu unterscheiden, wenngleich beide Tatbestände in inniger Wechselwirkung stehen. Wer aber einmal zwischen der Empfindung als solcher und einem bloßen Wissen von den Gegenständen unterscheiden kann und sich außerdem die Möglichkeit der Sinnestäuschung und die Tatsache der Schwelle klar vor Augen hält, für den ist speziell auch die häufige assimilative Rückwirkung dieses Wissens auf die Sinneswahrnehmung in dem Maße vermindert, als er von dessen Inhalt gleichzeitig zu abstrahieren vermag. Er mag aber als V.-P. noch so „objektiv" sein, d. h. die eigentlich zu prüfenden Sinneseindrücke als solche in einem noch so reinen Wahrnehmungsurteil zur Geltung kommen lassen: Dennoch bleibt das meistens doch irgendwie wirksame Wissen auch für ihn ein fühlbarer Widerstand seiner unbefangenen Auffassung. In allen solchen Fällen wird man also hinsichtlich derjenigen Punkte, über die sich ein Urteil im Versuche selbst erst entwickeln soll, wenn irgend möglich, für den ganzen Verlauf der Untersuchung die strengste Unwissenlichkeit für die V.-P. aufrecht erhalten. Soweit als es hierzu erforderlich ist, muß dann natürlich auch die Vereinigung der Tätigkeit des Experimentators und des Beobachters oder Reagenten in einer Person ausgeschlossen werden.

6. Die zeitliche Einteilung des psychologischen Versuches (Vorbereitung, Hauptleistung, Protokollierung und Erholungspause).

Zu jeder Hauptleistung, die in einem psychologischen Experimente unter möglichst eindeutigen Bedingungen analysiert werden soll, bedarf nun die Versuchsperson, abgesehen von einer passenden körperlichen und geistigen Verfassung im allgemeinen zur erfolgreichen Wirksamkeit jener speziellen Apperzeptions- und Bereitschaftsimpulse, die an der Herstellung der Ausgangslage immer wieder von neuem beteiligt sind, einer angemessenen Vorbereitungszeit. Wo die instruktionsmäßige Erreichung der Ausgangslage eine besonders schwierige ist und daher je nach der augenblicklichen Verfassung gewissermaßen einen verschieden weiten und kräftigen Anlauf unter steter Selbstkontrolle der V.-P. erfordert, ist es dann häufig vorteilhaft, wenigstens den Zeitpunkt für den Eintritt der Reize, an die sich die Hauptleistung anschließen soll, durch geeignete mechanische Vorrichtungen der V.-P. selbst zu überlassen (Selbstauslösung des Reizes). Doch kann es sich natürlich in anderen Versuchen auch darum handeln, in objektiv bestimmten Zeitpunkten den Grad der jeweiligen Anpassung an eine gegebene Vorschrift zu untersuchen. In diesen

Fällen schickt man daher ebenso, wie bei geringeren Anforderungen an die Vorbereitung, einfach ein Vorsignal, womöglich in einem der V.-P. bequemen und geläufigen Intervalle voraus, das für gewöhnlich 1 1/2 bis 2 sec. beträgt und bei einer Wiederholung entsprechender Versuche konstant bleibt. Natürlich hat der Experimentator auch hinsichtlich der objektiven Versuchsbedingungen diese Zeit unmittelbar vor der Hauptleistung am meisten zur Herstellung einer eindeutig bestimmten Bewußtseinslage[1]) auszunutzen. Die Nachwirkungen unmittelbar vorhergehender Sinneseindrücke sind in den ersten Augenblicken so unverhältnismäßig viel stärker als später, daß eine sorgfältig nach jeder Richtung kontrollierte Vorbereitungszeit von relativ kurzer Zeit schon sehr viel zur generellen Bedeutung der Versuchsergebnisse beizutragen vermag.

Ebenso wichtig wie die Vorbereitungszeit ist dann natürlich die der Hauptleistung unmittelbar nachfolgende Periode, wenn diese zur Registrierung verwendet wird, soweit also nicht einfach, wie bei willkürlichen und unwillkürlichen Reaktionen, eine gleichzeitige mechanische Registrierung der „Leistungen" des psychophysischen Organismus im rein physikalischen Sinne stattgefunden hat. Dabei handelt es sich im allgemeinen um eine sprachliche oder schriftliche Mitteilung seitens der V.-P. Diese kann zunächst eine noch vollständig auf die dargebotenen Reize oder sonstigen objektiven Umstände gerichtete Beschreibung sein, wie z. B. bei Auffassungs- oder Gedächtnisleistungen. Sie kann sich aber auch bereits als eigentliche Selbstbeobachtung auf das in der Hauptleistung unmittelbar vorhergehende Bewußtseinserlebnis als solches richten, falls dieses nicht etwa schon selbst eine psychologische Reflexion einschloß. Denn die entscheidenden Deutungen aller Leistungen im ganzen können ja immer nur der systematischen Selbstbeobachtung der V.-P., bzw. deren sprachlicher Mitteilung entnommen werden. Jedenfalls müssen sowohl die vorbereitenden Apperzeptions- und Bereitschaftsleistungen als auch diese nachträglichen Mitteilungen als integrierende Bestandteile eines jeden vollständigen psychologischen Experimentes bezeichnet werden, so daß man sie höchstens von der Fragestellung des Versuches aus als „Nebenleistungen" neben dem eigentlich zu analysierenden Erlebnis selbst bezeichnen kann.

Um nun die bereits oben als wichtig hervorgehobene Wiederholung eines Versuches, die uns unten bei der quantitativen Analyse noch ausführlich beschäftigen wird, unter möglichst vergleichbaren Bedingungen durchzuführen, pflegen auch psychologische Versuche häufig in ganzen Reihen einzelner Experimente angestellt zu werden. Je anstrengender aber die einzelnen Versuchsleistungen sind, um so wichtiger wird dann die Einschiebung einer angemessenen Pause nach jedem Versuche, um durch die Erholung der V.-P. wieder einen annähernd konstanten Ausgangszustand zu sichern. Die speziellen Anstrengungen des Nachdenkens über die früheren Versuche und der sprachlichen Mitteilung in der Pause sind natürlich genau genommen ebenfalls in Rechnung zu ziehen, selbst wenn

1) Dieser wie gewöhnlich dem Worte „Sachlage" analog verwendete Terminus, den man in dieser ganz allgemeinen Bedeutung kaum wird entbehren mögen, ist nicht mit einem ganz speziellen gleichlautenden Begriff von C. Marbe zu verwechseln.



in der Hauptleistung besondere, bei der Mitteilung nicht beteiligte Tätigkeiten in Frage kommen. Jedenfalls könnte der Idealfall, bei welchem die verlorenen Kräfte durch die Pause so weit ersetzt werden, daß die zunehmende Übung die etwaigen Ermüdungsreste gerade kompensiert, also die sog. „Gleichgewichtspause“ nach Kraepelin, wieder nur dadurch einigermaßen verwirklicht werden, daß die Selbstkontrolle seitens der V.-P. und die objektive Betrachtung ihrer tatsächlichen Leistungen in den späteren Versuchen seitens des Experimentators gleichmäßig zu Rate gezogen werden.

7. Haupt- und Nebenleistungen, Reiz- und Reaktionsmethoden.

Da der jeweilige Bewußtseinsbestand eine Fülle teils koordinierter, teils über- und untergeordneter inhaltlicher Momente in sich schließt, kann natürlich auch die Fragestellung des Experimentes ein solches System aus koordinierten Leistungen oder aus Haupt- und Nebenleistungen, bzw. aus mehreren gleichzeitigen Erlebnissen von verschiedenen Bewußtseinsgraden überhaupt umfassen, wenn sie sich auf die unmittelbare Feststellung eines konkreten Bestandes als solchen bezieht. Es sind etwa Objekte mit mehreren unterschiedlichen Elementen und Merkmalen dargeboten, die in verschiedenen Hinsichten aufgefaßt oder gemerkt werden können, oder es soll eine komplizierte Bewegungskoordination ausgeführt werden und ähnliches. In solchen Fällen kann natürlich eine Vorschrift über die Abstufungen der apperzeptiven Betonung oder der impulsiven Bereitschaft in den verschiedenen Richtungen zur Eindeutigkeit einer bestimmten Einstellung hinzutreten. Offenbar wird aber dadurch nicht nur die Hauptleistung, sondern auch die Vorbereitung und vor allem auch die nachträgliche Periode der Wiedergabe des Geleisteten oder Erlebten entsprechend belastet werden. Auf alle Fälle wird es unerläßlich, die verschiedenen Seiten der Leistung durch besondere experimentelle Unterstützungen auch während der ganzen Zeit der Mitteilung fortgesetzt vor Augen zu halten, weil in der relativ langen Zeitdauer der dritten Periode, die durch die diskursive Form der Wiedergabe unvermeidlich wird, die Nebenmomente trotz des tatsächlichen Erlebens relativ um so leichter vergessen werden, je dunkler sie primär bewußt waren und je weiter sie naturgemäß in der Aufeinanderfolge der einzelnen Mitteilungen zurückgeschoben werden. Hierauf werden wir vor allem bei der Vergleichsmethode ausführlich zurückkommen.

Eine besonders natürliche Verbindung mehrerer Leistungen ist ihre sukzessive Anordnung in einer einheitlichen, wenn auch zeitlich ausgedehnten Gesamtleistung, die beim Beginn des Versuches der V.-P. als einheitliches Ziel vorschwebt. Unter diesen Erlebnissen aber ist wiederum die spezielle Verbindung einer Sinneswahrnehmung mit einem Bewegungsimpulse als eine durch den Reiz motivierte Willkürhandlung am geläufigsten, wie sie von Donders und S. Exner[1]) als „Reaktion“ (im engeren Sinne) bezeichnet wurde, wenn sich diese Bewegung außerdem zeitlich möglichst unmittelbar an das Reizsignal anschließen soll. Wenn man will, kann man

1) Vgl. unten IV. Abschnitt.

aber auch schon jene organische Verbindung der Vorbereitungstätigkeit mit der Hauptleistung, und dann vor allem auch den Übergang zu der nachträglichen Wiedergabe, deren sofortige Notwendigkeit ja der V.-P. von Anfang an vorschwebt, als eine solche Kombination von sukzessiven Haupt- und Nebenleistungen von teils intellektuellem, teils mehr motorischem Charakter, ähnlich wie bei jenen Reaktionsversuchen, auffassen. Nur die Registrierung von ganz unbewußt reflektorisch ausgelösten Bewegungen könnte, wenigstens vom psychologischen Standpunkt aus, nicht mehr als Einbeziehung einer „Nebenleistung" aufgefaßt werden.

Dennoch wird man im Interesse einer naturgemäßen, ungezwungenen Einteilung der psychologischen Experimentalmethode gut daran tun, diejenigen Versuche, in denen die motorische Äußerung der sprachlichen oder schriftlichen Mitteilung als solche nicht besonders studiert werden soll, sondern nur das Mittel zum Zweck einer möglichst getreuen, dem Experimentator leicht verständlichen Rekonstruktion des Bewußtseinsbestandes als solchen ist, von den „Reaktionsmethoden" im weitesten, von W. Wundt[1]) eingeführten Sinne zu unterscheiden, die außer den sog. „Reaktionsversuchen" die ergographische Leistung, sowie alle teilweise unwillkürlichen, ja sogar unbewußt ausgelösten Ausdruckssymptome zu analysieren und psychologisch zu deuten versuchen. Bei diesen kommt es dann andererseits wieder nicht darauf an, ob die analysierte symptomatische Bewegungsäußerung nicht nur vom Bewußtseinszustand überhaupt mehr oder weniger eindeutig abhängt, sondern auch als eine Art „Leistung" bewußt ausgelöst wurde. Jene Versuche aber, bei denen es sich nur um die Beschreibung einer durch eine äußere Reizlage und die sich anschließenden inneren Vorgänge geschaffene Bewußtseinslage handelt, stellt Wundt den „Reaktionsmethoden", als „Reizmethoden" gegenüber. Indessen soll hiermit ausdrücklich nicht etwa gesagt sein, daß es bei den Reaktionsmethoden nicht noch außerdem auch darauf ankomme, Selbstbeobachtungen in der nämlichen Art wie bei der „Reizmethode" zu Protokoll zu geben.

Natürlich kann man auch die sprachliche Mitteilung bei der Reizmethode selbst noch einmal nach Form und Inhalt, insbesondere auch hinsichtlich der Zeit- und Intensitätsverhältnisse, als interessantes Ausdruckssymptom behandeln, um dadurch eine noch vollständigere Parallele in der Anwendung der Reiz- und Reaktionsmethode zu erreichen. Wo jedoch diese Verwertung der Äußerlichkeiten ihrer Darstellungsweise von der V.-P. nicht ausdrücklich erwartet wird, kommen freilich in jenen Hinsichten häufig ganz zufällige Nebenmomente zur Geltung. Sie entspringen insbesondere dem beliebigen Alternieren der Mitteilung mit der Erinnerung an das von ihr unmittelbar Erlebte selbst, das ihr hier ja auch der für den Experimentator allein wichtige Untersuchungsgegenstand zu sein scheint. Sucht man aber durch eine ausdrückliche Aufnahme einer bestimmten Art und Weise der Wiedergabe in die Instruktion ein eindeutiges Material für Rückschlüsse zu erlangen, z. B. durch die Forderung, ein auf die Reize bezogenes Urteil, wie bei einer „Reaktion" im S. Exnerschen Sinne, möglichst sofort zu registrieren, oder lenkt man überhaupt nur das Interesse der V.-P.

1) Psychologische Studien, III, 4. H. 1907.

auf die Verlaufsform der Mitteilung als solcher, so **bedeutet dies bereits ganz neue Versuchsbedingungen**, die auch das Bewußtsein in der Vorbereitungszeit wesentlich mehr belasten und sodann auch mit der Hauptleistung konkurrieren.

8. Die Einschränkung der Selbstbeobachtungen der Versuchsperson mit dem Fortschritt der Wissenschaft.

Je weiter aber nun die methodische Analyse der generellen Bewußtseinstatsachen auf dieser objektiven, gemeinsamen Arbeitsbasis des Experimentes bereits fortgeschritten ist, um so eher können **neue Aufgaben** an der Hand bestimmter Apparatanordnungen und Instruktionen **ohne eine immer wieder bis in alle Einzelheiten durchgeführte Selbstbeobachtung der V.-P. gelöst werden.** Diese wird dadurch geradezu jeglicher weiterer Mitteilungen außer der geforderten Hauptleistung überhoben, so daß sie z. B. bei der Untersuchung der Auffassung objektiver Tatbestände oder irgendwelcher Reaktionen auf solche hin fortgesetzt objektiv gerichtet bleiben darf. Da nun die Selbstbeobachtung in allen nicht auf ihre eigene Analyse gerichteten Untersuchungen eine Nebenleistung als bloßes Mittel zum Zweck darstellt, die bei dem schnellen Verblassen aller dunkler bewußten Inhalte möglichst bald nach oder sogar gleichzeitig mit dem eigentlich zu untersuchenden Bestande zu vollziehen ist, so ist klar, daß man durch jede Einsparung an Spezialinstruktionen, die sich auf irgend welche Selbstbeobachtungen beziehen, das Bewußtsein in jeder der drei genannten Hauptperioden des Versuches selbst wesentlich entlastet[1]). Bei der Aufdringlichkeit, mit der die Instruktionen oder der eigene Vorsatz zu psychologischen Reflexionen wegen ihrer Schwierigkeit und der Langsamkeit der Klärung einschlägiger Beobachtungen die V.-P. auch während der ganzen Zeit nach dem Versuche zu verfolgen pflegen, wird ihre Verminde-

1) Diese Mahnung ist natürlich nicht etwa mit dem einst von Kant, aber auch noch von manchen neueren Psychologen erhobenen Einwande gegen die Leistungsfähigkeit der Selbstbeobachtung überhaupt zu verwechseln. Man hat bekanntlich bisweilen gemeint, daß die Reflexion weder bei gleichzeitigem noch bei nachträglichem Vollzug einen adäquaten Einblick in die wirklichen Erlebnisse verschaffen könne, und zwar bei ersterem nicht, weil hier die Simultankonkurrenz die primäre Entwicklung der zu beobachtenden Prozesse selbst, insbesondere die Gefühle und Willensakte prinzipiell modifiziere, während bei letzterem eben das unkontrollierbare Medium der Erinnerung an sich trügerisch sein könne. Jenes Bedenken beruht aber, soweit es nicht die bereits oben zugestandenen, völlig sekundären Einflüsse betrifft, auf einer veralteten Anschauung von dem Umfange des Bewußtseins, dessen Wichtigkeit für alle methodischen Probleme schon zu Anfang (S. 4) betont wurde. Sein Bereich macht es keineswegs unmöglich, daß in jedem Augenblicke des unmittelbaren Erlebens auch noch ein psychologischer, d. h. auf das Bewußtsein als solches gerichteter Apperzeptionsakt überhaupt nebenhergeht, der die aus der affektvollen Beschäftigung mit beliebigen Gegenständen entspringenden Inhalte begrifflich zu erfassen vermag. Das Mißtrauen gegen die nachträgliche Verarbeitung des Erlebten aber, die in der unmittelbar nachfolgenden Periode sogar noch sehr hohe Bewußtseinsgrade zur Verfügung hat, würde abgesehen von seiner Zurückweisung auf allen anderen wissenschaftlichen Arbeitsgebieten auch durch die fortwährende Bestätigung der aus dieser Erinnerung abgeleiteten Erwartungen durch die neuen Erlebnisse als haltlos erscheinen.

rung oder ihr Wegfall auch den Erholungspausen einen viel gleichartigeren, ungestörteren Verlauf sichern und dadurch auch einen konstanteren Normalzustand am Beginn des neuen Versuches garantieren.

Soweit natürlich die Selbstbeobachtung, bzw. eine überhaupt psychologisch gerichtete Apperzeption notwendig ist, um die in jeder Instruktion unerläßliche Einstellung der willkürlichen inneren und äußeren Impulse nach einem fertigen, in sich klar zu verstehenden Plane richtig vollziehen zu lassen, d. h. also, soweit es die Selbstkontrolle der erforderlichen Versuchsbedingungen erheischt, ist die psychologische Reflexion niemals auszuschließen. Nur bedeutet sie eben hier keine fortgesetzt angestrengte „Beobachtung" zur induktiven Auffindung neuer, bisher der V.-P. unbekannter innerer Tatsachen, sondern ein rein deduktives Verhalten. Je weiter die psychologische Schulung der V.-P. bereits fortgeschritten ist, um so höhere und kompliziertere Anforderungen können daher hinsichtlich dieser psychologisch-deduktiven Beherrschung ihres Bewußtseins, wie schon erwähnt, an sie gestellt werden. Diese Selbstkontrolle ist aber bei genügender Übung der V.-P. in der Rekapitulation gewisser schwieriger Partien der Instruktion unter Umständen sogar schon gegen das Ende der Pause, die immerhin solche Nebenfunktionen oft ganz von selbst übernimmt, abgeschlossen, mindestens aber mit dem Vorbereitungsstadium, so daß weder die Hauptleistung noch die nachfolgende Periode durch irgendwelche Zweifel an der korrekten Durchführung der Instruktion gestört zu werden pflegen. Im übrigen wird dann auch die Verfolgung der Versuchsergebnisse seitens des Experimentators eine stete objektive Kontrolle dafür an die Hand geben, wie weit eine Korrektur des Verhaltens durch eine verbesserte Selbstkontrolle, eventuell durch ein besseres Verständnis und eine klarere Vergegenwärtigung der Instruktion notwendig sind.

Mit diesem Hinweise auf die Vorteile einer zunehmenden Entlastung von Selbstbeobachtungen soll aber natürlich ja nicht etwa einer Vernachlässigung der Mitteilungen das Wort geredet werden, die sich, trotz der prinzipiellen Anerkennung dieses soeben skizzierten Standpunktes, der psychologisch interessierten V.-P. jederzeit ganz von selbst aufdrängen können, ein Zusatz, der sich natürlich erübrigt, wenn der Leiter der Untersuchung selbst V.-P. ist. Nachdem solche introspektive „Entdeckungen", infolge der sonstigen Beschäftigung mit dem Problem, bei einem neuen Erlebnisse — vielleicht gerade wegen seiner Ungestörtheit durch den Verzicht auf die willkürliche Anstrengung besonderer Apperzeptionsimpulse der Selbstbeobachtung — zufällig einmal zur Klarheit gelangt sind, geben sie dann für die weiteren theoretischen Überlegungen oft sogar die besten Grundlagen ab.

Auch hinsichtlich der Individuen, die zu psychologischen Experimenten beizuziehen sind, wird man immer nur bedingte Einschränkungen statuieren dürfen. Im allgemeinen wird man sich natürlich immer an den normalen gebildeten Erwachsenen zu halten haben, der selbst ein psychologisches Interesse an die Versuche heranbringt. Den immer komplizierteren Fragestellungen der fortschreitenden Wissenschaft gegenüber wird aber auch er stets erst eine gewisse Schulung durchmachen müssen, um die Instruktion sinngemäß einhalten und sachgemäße Mitteilungen machen zu können. Unter dieser Voraussetzung sind aber dann oft auch Kinder und andere in ihrer

Auffassungs- und Reaktionsfähigkeit beschränkte Wesen für einzelne Probleme brauchbare Versuchsobjekte, zumal auch hier die Analyse objektiv meßbarer Leistungen immerhin gewisse Kontrollen in sich selbst trägt.

Endlich braucht man natürlich bei einem vorläufigen Überblick über neue Tatsachen nicht sogleich von vorne herein alle diese methodischen Vorschriften bis ins einzelne zu befolgen, wenn man auch für die genauere Untersuchung stets ganz von selbst auf sie zurückkommen wird, da sie im Wesen unseres Gegenstandes begründet sind.

Kapitel 2.

Qualitative und Quantitative Analyse.

9. Eindeutige funktionelle Beziehungen zwischen quantitativen und qualitativen Werten.

Wie schon bei der Einführung des Experimentes (§ 3) gesagt wurde, hat dieses nicht nur die Aufgabe, die einfache Beobachtung und Beschreibung des konkreten psychischen Geschehens, wie es sich im Bewußtsein verschiedener Individuen und zu verschiedenen Zeiten abspielt, durch Schaffung eindeutiger äußerer und innerer Bedingungen gewissermaßen zu dem Range einer experimentellen Naturgeschichte emporzuheben. Es soll vielmehr durch die genannten Vorzüge, genau wie in der Naturwissenschaft, besser als es die gelegentliche Beobachtung vermag, zu einer Induktion genereller Zusammenhänge verhelfen, durch die sich der Bewußtseinsverlauf als ein gesetzmäßiger in den allgemeinen Kausalnexus alles Geschehens überhaupt einordnet. Hierbei ist also zunächst jeder bestimmten Teilbedingung x, y, z usw. eine bestimmte Art der Wirkung w eindeutig zugeordnet. Das Ideal des Einblickes in die Notwendigkeit eines solchen Zusammenhanges bleibt natürlich stets die Erfassung einer eindeutigen mathematischen „Funktion“, d. h. einer Abhängigkeitsbeziehung, wie sie in einer Gleichung $w = f(x, y, z..)$ darstellbar ist. Eine solche Formel umfaßt also die bei stetigen Größen mehrfach unendliche Mannigfaltigkeit der Einzelfälle, die sich aus der Abhängigkeit je eines w von allen möglichen Werten der Bedingungen x, y, z ergeben. Aber auch alle Natur- und Geisteswissenschaften streben wenigstens dem Ziele zu, möglichst viele konkrete Ereignisse von der nämlichen Art als Abhängige einer bei ihnen allen analogen Gruppierung gewisser Teilbedingungen zu verstehen, deren untergeordnete, einer bloßen Größenänderung jener x, y, z entsprechende Variationen zu den verschiedenen Spielarten der Wirkung führen. Soweit dann diese Unterarten durch eine quantitative Abstufung gleichwertiger Faktoren gewonnen wurden, ist jederzeit auch Mathematik auf das betreffende Erfahrungsgebiet anwendbar. Denn wenn man auch bei einer rein induktiv festgestellten Gesetzmäßigkeit das Zusammenbestehen der beobachteten Größen der Teilbedingungen und ihrer Folge einfach als letzte Tatsache hinnimmt, d. h. ohne die Abhängigkeit dieser von jenen so einzusehen, wie bei der mathematischen Formel $w = f(x, y, z)$, so lassen

sich eben doch bei jeder Reihe gleichartiger Zuordnungen, die durch eine quantitative Abstufung der Bedingungen erlangt wird, die Größenbeziehungen auf eine solche Formel bringen, wenn man nur eine hinreichende Anzahl entscheidender Teilbedingungen als unabhängige Variable des Funktionsausdruckes zuläßt. Indessen ist die Ableitbarkeit von generellen Funktionszusammenhängen überhaupt von der speziellen Voraussetzung einer quantitativen Abstufung der entscheidenden Momente an sich unabhängig. Es genügt hierzu die eindeutige Bestimmbarkeit der Gegenstände und Vorgänge, die in dem begrifflichen System, das hierbei an die Stelle der mathematischen Funktion $w = f(x, y, z)$ tritt, als numerierbare Unterarten der einzelnen Teilbedingungen A, B, C ... und ihrer Folge F vorkommen, so daß sich die in allen Elementen eindeutige Mannigfaltigkeit

$$\begin{aligned} &A_1, B_1, C_1 \rightarrow F_1 \\ &A_2, B_2, C_2 \rightarrow F_2 \text{ usw.} \end{aligned} \qquad (1)$$

feststellen läßt, in welcher der Pfeil den Übergang von den Bedingungen zur Folge andeutet. Auch ließe sich die Darstellung einer solchen Mannigfaltigkeit wenigstens teilweise durch mathematische Hilfsmittel vereinfachen, wenn sich z. B. nur die linke Seite vor dem Pfeile wegen einer durchgängigen quantitativen Abstufung der A, B, C auf einen mathematischen Ausdruck bringen ließe. Hierzu müßte nur eben auch die rechte Seite F_1, F_2 usw. unter einem generellen Symbol F zusammengefaßt werden können, das die einzelnen Fälle durch einen der Größe der x, y, z entsprechenden Index bezeichnen ließe. Als eine solche qualitative, stets eindeutig zugeordnete Variable könnte man z. B. das stets gleichartige Erlebnis der Ebenmerklichkeit eines Unterschiedes zweier gleichartiger Reize A und B in verschiedenen Intensitätsstufen 1, 2, 3 usw. auffassen. Bei strenger Gültigkeit des Weberschen Gesetzes ließe dies dann z. B. die symbolische Darstellung zu:

$$(B = f(A) = A \cdot c) \rightarrow F, \qquad (2)$$

d. h.: „Wenn der eine Reiz B zu dem anderen A in dem konstanten Verhältnis c, also in einer bestimmten mathematischen Abhängigkeitsbeziehung, steht, so tritt beim Vergleich in allen Intensitätsstufen das hierbei überall eindeutig bestimmbare Erlebnis der Ebenmerklichkeit ihres Unterschiedes ein." Auch die Abhängigkeit äußerer, physikalisch meßbarer Bewegungseffekte von einer bestimmten Variation des bewußten Impulserlebnisses, die in Reaktionsversuchen feststellbar ist, gäbe zu ähnlichen Formeln Veranlassung, wenn die zugeordneten Bewußtseinsinhalte nur überhaupt eindeutig bestimmbar sind. Nur stände hier natürlich die Bewußtseinsqualität links vor dem Pfeil. Selbstverständlich könnte dann auch eine durch das Erlebnis der motivierten Willenstätigkeit W vermittelte Abhängigkeit des äußeren Bewegungseffektes B von meßbaren Eigentümlichkeiten des Reizsignales R zu der Anwendung des mathemathischen Funktionsausdruckes führen, die schon bei rein qualitativer Eindeutigkeit des vermittelnden W-Erlebnisses, in welchem sich der Reagent einer bestimmten Instruktion freiwillig unterordnet, eine wirklich eindeutig exakte wäre, indem

$$R \rightarrow W \rightarrow B = f(R). \qquad (3)$$

Da nun diese Eindeutigkeit durch die begriffliche Bestimmung nach unterscheidenden Merkmalen oder „Qualitäten" im allgemeinsten Sinne des

Wortes erfolgt, wie sie natürlich auch den Bewußtseinsinhalten in der Selbstbeobachtung zuteil werden kann, so wird also auch ein rein „qualitatives Verfahren“ bei Anwendung des Experimentes niemals bei einer rein historischen Beschreibung stehen zu bleiben brauchen. Der Wert einer solchen ganz oder teilweisen qualitativen Induktion wird aber natürlich in dem Maße erhöht, als die qualitative Abwandlung der Bedingungen und ihrer Folge eine stetige ist. Auch in diesem Falle kann natürlich die Induktion nach Schema [1] nur einzelne Fälle herausgreifen. Nach dem allgemeinen Stetigkeitsprinzip alles Geschehens steht dann jedoch auch für die dazwischenliegenden Stufen der A, B, C eine im rein qualitativen Verfahren freilich nicht näher bestimmbare Zwischenstufe zwischen den nächstbenachbarten F_n und F_{n+1} als deren Folge zu erwarten. Der Wert eines solchen Systems beruht eben darauf, daß die Erfahrung zwar niemals genau die nämliche Situation, aber doch wenigstens ähnliche wiederkehren läßt, die von ihm bei der Möglichkeit einer „qualitativen Interpolation“ mit umfaßt werden können. Im Gebiete solcher stetig abstufbaren Qualitäten ist aber jederzeit auch die Größenauffassung oder die Abbildung durch die Zahlenreihe am Platze, und bei eindeutiger experimenteller Fixierbarkeit ihrer Beobachtung kann auch jederzeit eine mehr oder weniger genaue Messung stattfinden. Die natürliche, enge Zusammengehörigkeit der verschiedenen Grade einer konstanten Qualität A, B usw. drängt dann geradezu ganz von selbst dazu, die in verschiedenen Stufen wiederkehrenden Zusammenhänge unter das begriffliche System einer Funktion oder eines „Gesetzes“ zusammenzufassen.

10. Die Auffassung der Bewußtseinsinhalte als Größen überhaupt und ihre direkte Meßbarkeit.

Während die Anwendung der reinen Analysis auf die gedanklich konstruierten Gebilde der Geometrie das Vorbild aller Anwendungen der Mathematik auf gegebene Verhältnisse überhaupt bildet, finden die Wissenschaften der realen Tatsachen einschließlich der Psychologie ihrerseits wiederum das Ideal des quantitativen Verfahrens in der physikalischen Messung, die durch die besondere Natur ihrer Gegenstände eine sehr genaue sein kann. Bei jeder Diskussion der Meßbarkeit ist jedoch die allgemeine Vorfrage, ob und wie Größen- und Zahlbegriffe auf die gegebenen Verhältnisse überhaupt anwendbar sind, scharf von der praktisch freilich ebenso wichtigen Spezialfrage zu unterscheiden, welcher Grad der Genauigkeit nun bei der Messung im einzelnen, d. h. bei der Zuordnung bestimmter Zahlen zu bestimmten Gegenständen des Gebietes erreichbar ist. Zur direkten Anwendung des Zahlbegriffes überhaupt ist nur vorausgesetzt, daß die Einheiten des Gegenstandes, die den Einheiten der Maßzahl zugeordnet werden sollen, im gemessenen Ganzen als gleichartige Elemente voneinander unterschieden werden können. Zur beliebigen Genauigkeit dieser direkten Anwendung aber ist dann immer erst noch erforderlich, daß die als Einheiten betrachteten Elemente auch als völlig gleich nachgewiesen werden können, eine Voraussetzung, die offenbar nur für rein gedanklich konstruierte Gegenstände extensiver Natur, also für Geometrie und Kinematik,

ex definitione genau zutrifft. Bei den realen physikalischen Raum- und Zeitgrößen dagegen, auf die der Zahlbegriff überhaupt offenbar ebenso direkt angewandt werden kann, bedeutet die wirkliche Konstanz des Maßstabes für alle Teile des Ganzen eine neue, allerdings sehr plausible Annahme. Auch im Gebiete des Bewußtseins haben wir nun zunächst einmal einen weiten Umkreis von Inhalten, auf welche Zahlen als solche ganz sicher ebenso direkt wie auf rein geometrische oder auf die realen physikalischen Extensionen angewandt werden können: eben die extensiven Teile jedes Gesamtbestandes in der unmittelbaren Wahrnehmung und reproduktiven Vorstellung von Raum und Zeit, sowie in jedem Nebeneinander gleichzeitig unterscheidbarer Bewußtseinsinhalte überhaupt, die hierbei als „Einheiten“ gezählt werden können. Dabei sind vor allem die Gebilde der optischen Raumwahrnehmung überaus klar und eindeutig, so daß hier auch die tatsächliche Vergleichbarkeit der eventuell als Einheiten markierten Elemente und damit die Genauigkeit der Messung nach reinem Bewußtseinsmaß, dem sogen. „Augenmaß“, einen ziemlich hohen Grad erreicht, ein für die Meßbarkeit psychischer Größen als solcher sehr wichtiger Beleg, dessen Bedeutung allerdings über den Versuchen, die extensiven Werte hierbei genetisch auf intensive, stets nur ganz indirekt meßbare Inhalte, wie Muskelempfindungen u. ä. zurückzuführen, bisweilen nicht genügend hervorgetreten ist[1]). Freilich bleibt die Tatsache, daß zu jedem Inhalte eine individuelle „Stelle“ des Bewußtseins als integrierendes Moment hinzugehört, also kein einzelner Prozeß als transportabler „Maßstab“ dienen kann, eine mit der Distanz variable Schwierigkeit der Durchführung der „Messung“ im einzelnen.

Bisweilen ist aber die Vergleichbarkeit der Einheiten bei Gegenständen, auf die jedenfalls Zahlen überhaupt direkt anwendbar sind, höchstens nur noch indirekt gewährleistet. So besteht eine physikalische Masse aus simultanen Quanten; aber die Gleichheit der Einheiten, in die wir sie bei Angabe einer bestimmten Maßzahl zerlegt denken, ist nur indirekt, d. h. durch eine eindeutige Beziehung zu dem heteronomen Kriterium des Gleichgewichtes feststellbar[2]). So ist auch im Bewußtsein eine Abteilung der Inhalte in ungefähr gleichmäßig wirksame Unterbestände möglich, z. B. bei den Einheiten in der Auffassung einer Reihe gleichzeitig dem Auge dargebotener Buchstaben u. ä. Auch hier besteht daher die Möglichkeit, psychologische Konstante im vollsten Sinne des Wortes abzuleiten, wenn die entscheidende Wirkungsfähigkeit dieser einzelnen Wahrnehmungsinhalte eine hinreichend vergleichbare ist: Dies ist z. B. hinsichtlich der speziellen Fähigkeit eines solchen an sich bekannten inhaltlichen Elementes gewährleistet, in einer neuen Kombination mit anderen durch einen einzigen Auffassungsakt soweit gemerkt zu werden, daß jedes wenigstens unmittelbar nach

1) Hiermit ist also nicht etwa die objektive „Richtigkeit“ solcher Schätzungen nach dem Augenmaß gemeint, die erst wieder die neuen Beziehungen der Raumwahrnehmungen zu den realen Raumverhältnissen in die Betrachtung einbezieht. Diese wäre nur bei genau proportionaler „Abbildung“ der wirklichen Raumverhältnisse durch die unmittelbar erlebten Extensionen ein Beweis für eine analoge Genauigkeit der rein immanenten direkten Meßbarkeit der räumlichen Wahrnehmungsinhalte als solcher.

2) Vgl. v. Kries, Vierteljahresschrift für wissensch. Philosophie 6, S. 257ff.



der Wahrnehmung frei aus dem Gedächtnis wiedergegeben werden kann. Falls eine möglichst gleichmäßige Berücksichtigung aller Elemente stattfindet, können hierbei höchstens 8 Elemente die für jene Wirkung offenbar entscheidende Klarheit und Deutlichkeit erlangen. — Um weiterhin auch die Erlebnisse verschiedener Zeitpunkte möglichst vergleichbar zu gestalten und die Anwendung einer bestimmten Zahl auf die zeitlich extensive Gesamtleistung zu ermöglichen, wird häufig auch der jeweils maximale Grad der Leistung angestrebt, der bei entsprechenden Erholungspausen relativ konstant erreichbar ist.

Bei anderen, sei es natürlichen, sei es künstlichen Einteilungen des simultanen Gesamtbestandes ist dagegen entweder die Vergleichbarkeit der unterschiedenen Elemente nicht so bestimmt garantiert, oder die Abhebung der einzelnen Elemente oder Seiten voneinander nicht deutlich genug, wie z. B. bei dem Versuch der Abzählung aller jeweils aktuellen Bewußtseinsinhalte überhaupt, gleichgültig welcher Klarheitsgrad ihnen zukommt, wobei die Unvollständigkeit aller direkten und indirekten Angaben bezüglich der dunkleren Inhalte bei der praktischen Durchführung dieser Aufgabe hindernd im Wege steht. Unter Schwierigkeiten hinsichtlich der Abgrenzung der Einheiten, leiden auch alle quantitativen Bestimmungen in den klassifikatorischen Versuchen, d. h. die Abzählung der Hauptarten der gleichzeitigen Inhalte, also die Entscheidung darüber, ob man eine prinzipielle Gleichartigkeit aller Inhalte, oder eine Zwei- oder Dreiteilung (Empfindung, Gefühl, Willensakt) annehmen solle.

Auf die Intensitäten sind dagegen schon innerhalb der Physik die Zahlbegriffe nur indirekt anwendbar, da hier z. B. bei der Wärme, der elektrischen Stromstärke u. a. keine Einheiten als unterscheidbare Elemente konkret gegeben sind, wenn wir von hypothetischen Vorstellungen absehen. Ihre Messung beruht also auf der Kausalbeziehung zu Extensions- und Massengrößen, die natürlich bei der Konstanz dieser Zusammenhänge im einzelnen trotzdem eine sehr eindeutige bleibt. Daß wir aber doch die Wärme-, Licht-, Schallintensitäten u. a. selbst als eine Größe auffassen, was in der Vorstellung einer kausalen Verbindung mit wahren Größen an und für sich noch nicht enthalten liegt, beruht, von naheliegenden hypothetischen Vorstellungsweisen abgesehen, wohl vor allem mit auf der unmittelbaren Beziehung, welche die Zahlbegriffe zu den Empfindungen der Intensitäten und stetig abgestuften Qualitäten überhaupt erlangen können. Hiermit soll keineswegs etwa die oft mit Recht zurückgewiesene Auffassung vertreten werden, als ob die einzelnen Empfindungen als solche durch eine Zahl abgebildet werden könnten. Sie bilden ja im unmittelbaren Erleben auch für die genaueste Analyse eine völlig unzerlegbare Einheit. Wenn man also doch ihrer Intensität unmittelbar ein „Mehr“ oder „Weniger“ zuschreibt, so faßt man sie eben als einen Zustand auf, der sich von einer als Nulllage betrachteten Qualität, also beim Schall von der subjektiven Stille, beim Licht vom Dunkel usw., mehr oder weniger unterscheidet. Wie man aber in dieser Weise zwei Empfindungsänderungen, die von der nämlichen Nulllage aus verschieden weit gehen, unmittelbar vergleichen kann, so gestatten offenbar auch zwei beliebige Empfindungspaare des Kontinuums eine unmittelbare Vergleichung der zwischen ihren Elementen bestehenden Kontraste, so daß

schließlich das gesamte Kontinuum der betreffenden Intensitäten von gleicher Qualität als Möglichkeit des Fortschreitens in gleichen Kontrasten und somit als eine Extension von meßbaren Dimensionen erscheint, falls nur die entscheidenden Empfindungen als solche experimentell eindeutig festzulegen sind, wozu freilich auf die von größeren Intensitätsvariationen stets bedrohte Konstanz der Erregbarkeitsverhältnisse besondere Sorgfalt verwendet werden muß. Dies ist die bekannte experimentelle Fragestellung der sogen. Methode der „übermerklichen Unterschiede“, auf die wir unten zurückkommen.

Man darf sich bei diesem Zugeständnis einer direkten Anwendbarkeit der Zahlbegriffe auf Intensitäts- und Qualitätsreihen von Empfindungen freilich nicht daran stoßen, daß die tatsächliche Auffindung gleicher Kontraste. deren Möglichkeit übrigens schon E. H. Weber das Wort redete, also die konkrete Durchführung einer solchen Messung, bei vielen Bewußtseinsqualitäten wiederum sehr schwierig ist und überhaupt meist innerhalb einer sehr großen Unsicherheitsregion schwankt. Zur Anwendung des Größenbegriffes überhaupt reicht jedenfalls allein schon die Tatsache aus, daß der eine Kontrast wenigstens bei hinreichend großer Änderung gegenüber dem Vergleichskontrast schließlich immer ein Maß erreicht, wo er sicher als verschieden, und zwar zu groß, bezw. zu klein, befunden wird.

Dagegen muß vorläufig noch dahingestellt bleiben, wie die zahlenmäßige Auswertung eines solchen Kontrastes oder unmittelbar erlebten Verhältnisses zwischen zwei gegebenen Empfindungsinhalten nun im einzelnen möglich wird. Es hat zunächst die Anschauung mancherlei Erfahrungen für sich, daß die im übertragenden Sinne als Extension bezeichnete Variationsmöglichkeit innerhalb eines Empfindungskontinuums zunächst bereits die Grundlage für die Auffindung absolut gleicher Empfindungsschritte bilde, wenn auch ihre Erkennung schwieriger sei als diejenige verhältnismäßig gleicher Schritte, die dann natürlich in verschiedenen Entfernungen von dem als Nulllage gewählten Zustande eine verschiedene Zahl von absolut gleichen in sich schließen würden. Jedenfalls wäre bei dieser Auffassung auch die „Messung“ im einzelnen direkt, wie bei einem physikalischen Raumwert, zu vollziehen. Andererseits könnte man aber die wirkliche Feststellung gleicher und zwar absolut oder verhältnismäßig gleicher „Einheiten“ dieser Extension, deren zahlenmäßige Darstellbarkeit als solche also auch hierbei außer Zweifel bleibt, wiederum einer rein indirekten Bewertung gewisser Schritte als vergleichbarer Einheiten überlassen glauben, also ähnlich, wie bei der ebenfalls unbestreitbar aus Teilen bestehenden physikalischen Masse, bei der die Gleichheit der Teileinheiten ausgewogen werden muß. Man würde also annehmen können, daß die als gleich bezeichneten Distanzen in verschiedenen Intensitätsstufen doch erst gleiche oder irgendwie ähnliche Nebenvorstellungen und Gefühle auslösen müßten, um als „äquivalent“ zu erscheinen. Sicher bliebe aber, wie gesagt, auch hierbei wenigstens so viel, daß diese Auslösung für die V.-P. subjektiv wirklich von der Extension ausgeht, die ihr hierbei schon im allgemeinen als Quantität überhaupt vorschwebt[1]).

1) Somit unterschiede sich auch diese zweite Auffassung immer noch von der bloßen Annahme einer subjektiven Gleichheit der „Zusammengehörigkeit“ oder „Kohärenz“

11. Psychologisch vermittelte Funktionsbeziehungen zwischen objektiven Größen als Symptome rein psychologischer Zusammenhänge.

Hiermit sind nun der Bewußtseinsanalyse eine Fülle rein quantitativer Probleme gestellt, nach deren Lösung dann auch die inneren funktionellen Zusammenhänge nicht mehr bloß überhaupt eindeutig, sondern auch in allen bewußten Gliedern quantitativ formuliert werden könnten. Da sich die meisten experimentell untersuchten Prozesse an Empfindungen anschließen, so wird insbesondere zunächst die sogen. „psychophysische" Grundbeziehung im engeren Sinne zwischen den Reizen R und den Empfindungsquantitäten als solchen, z. B. ihrer Intensität E, zu diesem Endziele als eine Funktion

$$E = f(R) \quad [4]$$

darzustellen sein. Nur wird die psychologische Untersuchung nirgends auf die Lösung dieser quantitativen Spezialfragen zu warten brauchen, da eben eindeutige Funktionszusammenhänge von der Art [2] oder [3] u. ä. auch schon bei der Eindeutigkeit der entscheidenden Inhalte überhaupt abzuleiten sind.

Außerdem kann aber natürlich auch in der Psychologie jede einmal erkannte Funktionsbeziehung einzelner Bewußtseinsquantitäten zu meßbaren Größen irgendwelcher Art wiederum für eine indirekte quantitative Darstellung ihrer rein innerpsychologischen Zusammenhänge benutzt werden, wie ja auch in der Naturwissenschaft alle jene indirekten Messungen physikalischer Intensitäten einfach spezielle Anwendungen von Naturgesetzen sind. Solche indirekte Darstellungen oder „Abbildungen" können offenbar gerade für Gegenstände, die ihrer Natur nach einer direkteren Messung wohl fähig wären, noch außerdem oder vorläufig von Wert sein. Man muß sich dann eben nur bei der Einsetzung indirekter, z. B. physikalischer Maße für die eindeutigen Glieder aus dem Gebiete des bewußten Erlebens stets darüber im klaren bleiben, daß man doch im Grunde genommen nur eine psychologisch vermittelte Größenbeziehung zwischen den indirekten objektiven Maßstäben herstellt. In Wirklichkeit ist es übrigens häufig auch so, daß die äußeren Reizmaße zu den im psychologischen Zusammenhange entscheidenden Empfindungsquantitäten wenigstens eine relativ einfache Proportionalität einhalten, so daß die objektiven Größenbeziehungen wirkliche Bewußtseinsmaße gut veranschaulichen. Da alle Funktionen innerhalb kleiner Grenzen als geradlinig betrachtet werden können, so ist insbesondere die Darstellung psychologischer Zusammenhänge durch Größenbeziehungen zwischen kleinsten Veränderungen, die unter den verschiedenen psychologischen Bedingungen ebenmerklich sind, in mittlerer, meist am besten differenzierter Lage des Kontinuums von einer solchen einfachen Proportionalität begünstigt. Dies gilt zumal dann, wenn nicht die absoluten Werte dieser Unterschiedsschwellen, sondern nur deren Verhältnisse im Endresultat vorkommen. Ist nämlich bei dem einen Zustande des Bewußtseins der Reiz R_2 und bei einem anderen R_3 von R_1 eben unter-

der Glieder der äquivalent erscheinenden Kontraste, bei welcher die Anwendung des Größenbegriffes auf die Extensionen des Kontinuums selbst noch nicht anerkannt wäre (G. E. Müller, Gesichtspunkte und Tatsachen der psychologischen Methodik 1904, S. 237).



scheidbar, so wird das Verhältnis dieser beiden Schwellen $(R_3 - R_1) : (R_2 - R_1)$ mit dem entsprechenden Verhältnisse der Empfindungsänderungen $E_3 - E_1$ und $E_2 - E_1$ für alle beliebigen Formen der Funktion [4] $E = f(R)$ annähernd übereinstimmen, da eben bei linearem Verlauf dieser Funktion f(R) zwischen R_1 und R_3 die Gleichung

$$\frac{R_3 - R_1}{R_2 - R_1} = \frac{E_3 - E_1}{E_2 - E_1} \qquad [5]$$

von der Form der Funktion [4] unabhängig gilt, so daß dann die gefundenen Größenbeziehungen auch bei analogen psychologischen Zusammenhängen in verschiedenen Intensitäts- und Qualitätsstufen usw. noch besser vergleichbar werden. Als Hauptbeispiel dieser Art werden wir unten die „Messung" des Effektes der Aufmerksamkeitsverteilungen $A', A'', A'''\ldots$ auf verschiedene Stellen $x_1, x_2 \ldots$ innerhalb eines Wahrnehmungsfeldes, z. B. des Sehfeldes, durch die Schwellen $S_1', S_1'' \ldots S_2', S_2'' \ldots$ für eine Intensitätsänderung an je einer dieser Stellen kennen lernen, die nach allgemeinen Erfahrungen tatsächlich von den A abhängen. Ein konstantes Verhältnis $S_1' : S_1'' : S_1''' = S_2' : S_2'' : S_2'''$ usw. als solches, oder spezielle Beziehungen zwischen $S_1', S_2', S_3' \ldots$ und irgend welchen rein objektiven Größenbeziehungen der x_1, x_2, x_3, z. B. den Distanzen $x_1 - x_p$, $x_2 - x_p$, $x_3 - x_p$ von dem durch die Aufmerksamkeit fixierten Punkte x_p, welche die Funktion

$$S'_x = f(x - x_p)$$

rein empirisch ableiten ließen, wären an sich zunächst rein physikalische Größenbeziehungen. Da aber alle Größen doch nur um ihres psychologischen Effektes willen in diese Beziehung gesetzt werden, so ist diese eben kein Naturgesetz, sondern ein psychologisches Symptom, genau so wie analoge Beziehungen zwischen physikalischen Raum- und Zeitmaßen, die in Reaktionsversuchen als „Ausdruckssymptome" bestimmter Bewußtseinszustände, z. B. von Affektzuständen, erkannt werden und ähnliche Formulierungen zulassen. Da sich nun unsere Bewußtseinsleistungen im praktischen Leben überall auf die für uns gemeinsam gültigen objektiven Verhältnisse beziehen, so ist die exakte Ableitung solcher psychologisch bedingter Funktionszusammenhänge zwischen objektiven Raum-, Zeit- und Energiewerten sogar eine Hauptaufgabe der experimentellen Psychologie, deren Lösung das Bewußtsein des Menschen in seiner natürlichen Wechselwirkung mit der Umgebung kennen lehrt. Die oben zunächst als zurückstellbar bezeichnete quantitative Auswertung der beteiligten Bewußtseinsinhalte selbst ist zwar eine für die psychophysische und innerpsychische Energetik höchst wichtige Aufgabe, aber theoretisch und praktisch von der eben genannten jedenfalls noch genügend abzutrennen.

Hierbei tritt dann natürlich auch wiederum die Selbstbeobachtung als direkte Quelle der neuen Endresultate noch weiter zurück. Nicht nur, daß also die fortschreitende Entwicklung, wie schon oben erwähnt, ihre Beteiligung an bestimmten Gruppen von Forschungen immer mehr einengt, wird das Experiment vielmehr schließlich vielfach überhaupt nur noch auf die Bestimmung solcher psychologisch symptomatischer Beziehungen zwischen objektiven Werten ausgehen, wobei die Selbstbeobachtung also wiederum

nur jene deduktive Rolle der Selbstkontrolle der an sich qualitativ bekannten inneren Bedingungen spielt. Diese bleibt natürlich auch hier erst recht unerläßlich. Ebenso fallen aber eben auch die oben genannten Störungen induktiv gerichteter Beobachtungsakte dieser Art bei quantitativen Problemen noch mehr ins Gewicht. Die induktive Selbstbeobachtung erlangt also hiermit vor allem die Rolle einer Aufsuchung der Beziehungen überhaupt, die an sich wertvoll oder zu speziellen quantitativen Untersuchungen geeignet sind. Sie kann daher zunächst in einer Art von „qualitativer" Voruntersuchung im engeren Sinne verwendet werden, wie man sie auch im Gebiete der exaktesten Funktionsanalysen, in der Physik, der Anordnung quantitativ gerichteter Versuche vorausschicken muß, um die bei einem Endresultat überhaupt mitwirkenden Faktoren in allgemeinen Umrissen kennen zu lernen und von der Erkenntnis des Einfacheren zum Komplizierteren fortzuschreiten. Denn nur dann, wenn diese Faktoren im Experiment sämtlich, aber auch allein berücksichtigt werden, wird dieses wirklich fruchtbar angelegt werden können. Man wird auch in der experimentellen Psychologie diese bereits allgemein anerkannte engere Bedeutung der „rein qualitativen Untersuchung" wohl gelten lassen, obgleich eben gerade die genaue Analyse der Qualitäten bei ihrer stetigen Abstufung, wie gesagt, ganz von selbst auf die quantitative Behandlung hindrängt. Die quantitativen Resultate geben dann natürlich auch im Hauptversuch eine immer feinere objektive Kontrolle dafür ab, ob die deduktive Anwendung der Selbstbeobachtung zur Selbstkontrolle der inneren Einstellung sicher und instruktionsgemäß vor sich geht, so daß auch jedes ängstliche Schweifen der Selbstkontrolle, das die Leistung sehr herabsetzen kann, durch ein gewisses objektiv bedingtes Selbstvertrauen vermieden wird. Wo sich aber dann trotzdem ganz von selbst der V.-P. neue innere Gesichtspunkte ergeben, führt dies gerade beim quantitativen Experiment meistens einfach zu der Schlußfolgerung, daß die Versuche von diesem neuen Standpunkte aus vielleicht ganz anders anzulegen oder wenigstens mit neuer Instruktion durchzuführen und dann nicht mehr ohne weiteres mit den früheren vergleichbar sind. Dies gilt natürlich auch dann, wenn nur subjektiv neue Beobachtungen eine neue V.-P. erst dem vollen Verständnis der vom Experimentator gegebenen Instruktion näher gebracht haben.

Ebenso, wie aber die qualitative Analyse ihre Aufgabe erst mit der Ableitung allgemeiner Begriffe von Inhalten und Verlaufsformen gelöst hat, gehen wir nun auch bei der quantitativen Analyse über die bloße Feststellung der Einzelheiten des unmittelbaren Erlebnisses hinaus. Denn wir können schließlich nicht die einzelnen objektiv gemessenen Werte als solche, die zu einem bestimmten einzelnen, der Selbstbeobachtung zugänglichen Erlebnis zugeordnet sind, in jene als eigentliche Endresultate einer Untersuchung betrachteten Größenbeziehungen aufnehmen, sondern erst sog. „Mittelwerte", welche zur Elimination von Zufälligkeiten, die überhaupt oder wenigstens in dem analysierten Zusammenhange gleichgültig sind, aus den einzelnen beobachteten Größen nach gewissen allgemeinen Prinzipien berechnet werden. Auch diese aus den beobachteten Größen berechneten Durchschnitte bleiben aber natürlich rein psychologische Symptome, soweit als es die Beziehungen zwischen den beobachteten Einzel-

werten selbst sind. Nur sind sie eben den allgemeineren Zügen der Bewußtseinserlebnisse zugeordnet. Auch stehen sie bisweilen gerade als Mittelwerte zu einzelnen selbständigen Bewußtseinsinhalten, z. B. zu Stimmungen von längerer, über die ganze Reihe der Einzelfälle sich erstreckender Dauer in einer besonderen Beziehung, und am meisten vielleicht zu gewissen rein dispositionellen Momenten. Die theoretischen Gesichtspunkte, nach denen sie als selbständige Tatsachen von psychologischer Bedeutung abgeleitet sind, stimmen mit analogen Prinzipien für die Verarbeitung von Einzelbeobachtungen in beliebigen Wissenschaften realer Tatsachen überein, und sind daher ebenso wie das Experiment als solches ein besonderes methodisches Hilfsmittel, das zur Selbstbeobachtung hinzutreten muß, um die experimentelle Psychologie zum Range einer exakten Wissenschaft zu erheben.

12. Die Resultate der experimentellen Psychologie als Kollektivgegenstände.

Die Notwendigkeit zu einer besonderen rechnerischen Bearbeitung der einzelnen beobachteten Größen, auf die wir am Schlusse des vorigen Paragraphen hingeführt wurden, ergibt sich daraus, daß die Eindeutigkeit der Abhängigkeitsbeziehungen von der Art wie in Formel [1], [2], [3] u. ä. auch in der experimentellen Psychologie allenthalben auf gewisse Grenzen eingeschränkt bleibt, die alle Untersuchungen realer Verhältnisse von den rein mathematischen unterscheiden. Bei den rein gedanklich konstruierten Begriffen der Mathematik, z. B. einem Winkel und einer trigonometrischen Funktion, kann einer gegebenen Maßzahl des einen eine ganz bestimmte Größe des andern völlig eindeutig zugeordnet werden, soweit überhaupt eine streng bewiesene gegenseitige Abhängigkeit besteht. Die psychophysischen Gesetzmäßigkeiten stimmen dagegen mit allen anderen Regeln für den Verlauf des realen, von unserem Denken unabhängigen Geschehens prinzipiell darin überein, daß für die Merkmale der Ereignisse, die nach einer möglichst genauen Einhaltung gewisser Versuchsbedingungen zu erwarten sind, niemals ganz bestimmte Werte (Konstante), sondern nur mehr oder weniger eng begrenzte Spielräume angegeben werden können, innerhalb deren die abhängigen Erscheinungen variieren.

Es muß heutzutage noch immer ausdrücklich betont werden, daß sich die experimentelle Psychologie hinsichtlich dieser Schwankungsbreite, die gerade bei ihren Ergebnissen häufig relativ sehr groß ist, doch immer nur graduell von den übrigen Wissenschaften realer Verhältnisse unterscheidet. Auch die Physik kommt selbst bei den feinsten Beobachtungsmethoden niemals über einen, wenn auch vielfach verschwindend kleinen Spielraum ihrer „Konstanten“ hinaus. Dieses Zugeständnis wird aber hier natürlich heute von niemand mehr als Widerspruch gegen die Annahme einer völlig eindeutigen Gesetzmäßigkeit des realen physikalischen Geschehens selbst betrachtet. Denn die wirklichen Vorgänge, zwischen denen ein gesetzmäßiger Zusammenhang anzunehmen ist, lassen eben weder als Ursachen noch als Wirkungen eine so eindeutig erschöpfende Erfassung nach allen für den Effekt entscheidenden Richtungen zu, wie die von uns rein gedanklich abgegrenzten mathematischen Gegenstände. Was

wir in der Außenwelt oder in einem konkreten Bewußtseinsbestande unter der begrifflichen Bestimmung einer gewissen Größe, Lage usw. auffassen oder durch experimentelle Eingriffe nach gewissen Vorschriften herstellen, hängt im konkreten Geschehen in jedem Augenblicke sachlich immer noch mit einer unerschöpflichen Reihe von Faktoren zusammen, die sich zwar unserer Kenntnis und Kontrolle entziehen, aber doch den nachfolgenden Gesamteffekt mehr oder weniger wirksam beeinflussen. Hierzu sind selbstverständlich auch die subjektiven Faktoren unserer Sinneswahrnehmung und Reflexion zu rechnen, von denen die schließliche Abbildung aller Vorgänge in unserem erkennenden Bewußtsein abhängig ist. Eine und die nämliche, beliebig scharf abgegrenzte Wirkung darf aber natürlich gerade bei völlig eindeutiger Gesetzmäßigkeit der materiellen Natur und des Bewußtseins von einer neuen Konstellation der Versuchsbedingungen immer nur insoweit erwartet werden, als auch jene unkontrollierbaren Nebenbedingungen der früheren Beobachtung zugleich mit wiederkehren. Je mehr sich diese von Fall zu Fall ändern, eine um so größere Schwankungsbreite wird bei der Ableitung der Konstanten mit in Kauf zu nehmen sein. Daher läßt sich auch die relativ große, wenn auch nicht absolute Präzision vieler physikalischer Bestimmungen einfach aus einer entsprechenden Konstanz jener unkontrollierbaren Nebenumstände erklären, während man schon in der Physiologie der niederen, nach ihrer materiellen Seite betrachteten Lebensvorgänge bei einer viel größeren Schwankungsbreite stehen bleiben muß, da dem Gegenstande dieser Disziplin als solchem ein weit komplizierterer Mechanismus mit vielen einflußreichen, schnell wechselnden und dabei doch schwer greifbaren Nebenfaktoren eigentümlich ist. Selbstverständlich muß dies bei den höchstentwickelten biologischen Prozessen, mit denen sich die Psychologie beschäftigt, noch weiterhin zunehmen, ohne daß man deshalb die Hoffnung auf die Herausschälung der gesetzmäßigen Zusammenhänge bei geeigneter Anordnung der Versuche und methodischer Verarbeitung ihres Rohmateriales aufzugeben braucht. Bringt doch andererseits die im vorigen Kapitel besonders betonte Ausnutzung der Selbstkontrolle und der willkürlichen Selbstbeherrschung von seiten der Versuchsperson auf dieser Stufe auch wiederum neue konstanzerhöhende Momente von größter Wichtigkeit hinzu, weshalb das Maximum des Verzichtes auf eine deduktiv-theoretische Durchdringung des Materiales und der Einschränkung auf eine mehr deskriptive Behandlung bei der experimentellen Psychologie sogar schon wieder überschritten sein dürfte.

Man wird aber nun trotz dieser Schwankungen der Ergebnisse möglichst gleichartiger Versuchsbedingungen doch immerhin eine Art von Allgemeingültigkeit zweiten Grades erlangen, soweit sich wenigstens dieser Spielraum in genereller Form zur Darstellung bringen läßt, aus der zugleich die bereits genannten „Mittelwerte", d. h. gewisse Repräsentanten der realen Verhältnisse, die hierbei untersucht werden sollen, in bestimmt definierbarer Weise zu berechnen sind. Bei der Zufälligkeit jener unkontrollierbaren Nebenbedingungen handelt es sich hierbei offenbar um die bekannten statistischen Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung, bzw. ganz allgemein der von Fechner als „Kollektivmaß-

lehre"[1]) (K.-L.) bezeichneten Theorie der Gegenstände, die „aus unbestimmt vielen, nach Zufall variierenden Exemplaren" bestehen, die „durch einen Art- oder Gattungsbegriff zusammengehalten werden", und die von Fechner eben als „Kollektivgegenstände" (K.-G.) bezeichnet wurden. Da nun im Gebiete der experimentellen Psychologie der Umfang des unvermeidlichen Spielraumes der Resultate, die bei gleichen Bedingungen einen K.-G. bilden, im Verhältnis zu den absoluten Werten sogar besonders groß zu sein pflegt, so muß denn auch den an sich für alle empirischen Wissenschaften wichtigen Prinzipien der Kollektivmaßlehre hier ein ganz besonderer Platz eingeräumt werden. Da außerdem aus dem nämlichen Grunde die Anordnung psychologischer Versuche überall von den Voraussetzungen beherrscht ist, welche diese K.-L. für eine generelle Bedeutung der nach ihren Sätzen abgeleiteten Mittelwerte machen muß, so werden die wichtigsten Gesichtspunkte am besten der Darstellung der experimentellen Methodik vorauszuschicken sein.

---

1) Im Auftrage der K. S. Gesellschaft der Wissensch. herausgeg. von G. F. Lipps 1897.

II. Hilfssätze aus dem Gebiete der Kollektivmaßlehre.

Kapitel 3.

Allgemeine Voraussetzungen und Aufgaben der Kollektivmaßlehre.

13. Die generelle Bedeutung relativer Häufigkeiten.

1. Die nächstliegende Form, in der auch irgendwie schwankende Prozesse eine eventuell zu verallgemeinernde Darstellung erlangen können, besteht in der ganz konkreten Wiedergabe des gesamten Umfanges dieser Schwankungen innerhalb einer längeren Reihe von Beobachtungen, die natürlich stets als Erfahrungsgrundlage vorhanden sein muß, wenn man über die Konstanz oder Variabilität einer einzelnen, wiederholt für sich betrachteten Erscheinung oder mehrerer, in einer bekannten funktionellen Beziehung gedachter Größen eine Aussage machen soll. Diese empirische Darstellung kann daher auch als die erste Hauptaufgabe der Kollektivmaßlehre betrachtet werden. Hierzu sind die Häufigkeiten Z_1, $Z_2, \ldots Z_s$ festzustellen, mit denen jeder unterscheidbare Spezialfall A_1, $A_2 \ldots . A_s$ der beobachteten Erscheinung vorkommt.

Die Notwendigkeit dieser „Statistik" läßt also auch erst die Bedeutung vollständig hervortreten, welche das Experiment durch die Ermöglichung einer beliebigen Wiederholung des nämlichen Falles für die empirischen Wissenschaften besitzt. Zu den schon ausführlich erörterten Vorzügen, daß es die Beobachtung als solche erleichtert und unter objektiv kontrollierbaren und systematisch variierbaren Bedingungen zu arbeiten erlaubt, tritt also hier noch die wesentliche Funktion hinzu, daß es bei seiner Häufung vor allem auch den Einfluß der zufälligen Nebenumstände darstellen läßt, eine Aufgabe, die wiederum gerade im Gebiete der Psychologie infolge der relativen Größe dieser Nebeneinflüsse als besonders wichtig betrachtet werden muß.

2. Nun läßt sich weiterhin selbstverständlich einstweilen wenigstens so viel sagen, daß wenn genau die nämlichen Verlaufsbedingungen wiederkehren würden, auch die nämliche Mannigfaltigkeit der Z_x in n neuen Versuchen zu erwarten wäre. Auch diese Verallgemeinerung bedeutet aber jedenfalls

bereits die induktive Statuierung einer bestimmten „Wahrscheinlichkeit", wenn diese auch als „relative Häufigkeit" (r. H.) $z_x = \frac{Z_x}{n}$ von der speziellen Versuchsbedingung der Versuchszahl n noch nicht losgelöst ist. Für diese r. H. gilt natürlich stets die Gleichung

$$\frac{Z_1}{n} + \frac{Z_2}{n} + \ldots . \frac{Z_s}{n} = 1. \qquad [6]$$

Tatsächlich findet man aber eine relative Häufigkeit wenigstens annähernd wieder, wenn man die bereits gewonnene Reihe nur bis zu einem bestimmten Versuche berücksichtigt oder neue Versuche unter gleichen Bedingungen hinzufügt. Für die Verallgemeinerung ist jedenfalls ein nicht zu kleines n von Vorteil, auch wenn sich dieselbe nur auf eine Reihe von ungefähr gleichem n beziehen sollte. Für den Schluß der einen Reihe auf eine beliebige mit irgend einer Versuchszahl n' aber ergibt sich schon aus der Erfahrung, wie in § 20 auch theoretisch noch weiter verständlich werden wird, nicht etwa eine Konstanz der relativen H. (also keine einfache Proportionalität zwischen der absoluten H. Z_x' und n'), sondern höchstens eine Einschränkung ihres Wertes in mehr oder weniger enge Grenzen.

Wie groß aber eine Reihe sein muß, um überhaupt einen genügenden Grad der Verallgemeinerung des K.-G. im ganzen zu gestatten, ja, ob eine solche für ein bestimmtes Gebiet überhaupt möglich ist, läßt sich wiederum nicht a priori angeben, sondern höchstens durch eine Zerlegung längerer Reihen in kleinere, zeitlich ebenfalls zusammenhängende Partien, die Fechner ganz allgemein als „Fraktionierung"[1]) bezeichnet, rein empirisch ausprobieren. Aber auch im besten Falle kann die Allgemeingültigkeit eines K.-G. immer nur eine relative sein und mit der weiteren Verlängerung der Reihe unter Umständen sogar nur verschlechtert werden. Denn die entscheidende Voraussetzung, daß immer eine ganz bestimmte Mannigfaltigkeit an sich unkontrollierbarer, mit den kontrollierbaren aber eindeutig zusammenhängender Nebenbedingungen im Spiele bleibe, gilt überall nur in beschränktem Maße. Die Nebenumstände unterliegen vielmehr im ganzen unbekannten Veränderungen, und zwar vor allem wieder auf biologischem, bzw. psychologischem Gebiete. Doch kann dabei die generelle Bedeutung eines K.-G. bei Berücksichtigung analoger Abschnitte des Verlaufes der Ereignisse immer noch eine sehr hohe sein. Jedenfalls sind aber hiermit besondere Probleme bezeichnet, die sich eben auf die Erklärung der Abweichungen zwischen den vermeintlich gleich bedingten K.-G. beziehen und immer nur durch Aufzeigung tatsächlicher Unterschiede der Nebenumstände gelöst werden können.

So sind z. B. alle längeren Reihen psychologischer Versuche mit besonderen geistigen und körperlichen Leistungen die Quelle von Übung und Ermüdung, ferner stehen sie unter dem Einfluß der Tageszeit und ähnlichem. Wenn nun diese Faktoren bei den verglichenen Reihen ganz gleichmäßig wirkten, so könnten die K.-G. wenigstens bei gleicher Versuchszahl n immerhin noch genügend miteinander übereinstimmen. Indessen sind

1) Elemente der Psychophysik, I, S. 83. Vgl. auch G. E. Müller, a. a. O. S. 77.

sie eben ihrem Wesen nach überaus variable Nebeneinflüsse. Wo es sich also darum handelt, gewisse Prozesse unter möglichst eindeutigen kontrollierbaren Bedingungen zu studieren, gerät die Anforderung der K.-L. an die Ausdehnung der Versuche nach dem sog. Prinzip der „großen Zahlen" (vgl. § 20) mit ihrer allgemeinen Voraussetzung der Eindeutigkeit des Gegenstandes überhaupt in Konflikt. Man wird sich also durch geeignete Fraktionierung der Reihen stets möglichst gleichartige Gesamtdispositionen für die Zusammenstellung der entscheidenden Resultate heraussuchen müssen.

Dennoch werden die Mannigfaltigkeiten der unkontrollierbaren Bedingungen auch bei jenen zeitweise oder fortgesetzt einseitig fortschreitenden Änderungen selbst bisweilen wieder generellere Momente in sich schließen. Diese können dann natürlich nur im ganzen K.-G. vollwertig zutage treten, wie auch hinsichtlich der mathematischen Behandlung nach Bruns[1]) die Einschränkung Fechners auf nur zufällig wechselnde Einzelfälle nicht berechtigt erscheint, und auch die theoretischen Voraussetzungen zur mathematischen Wahrscheinlichkeitsrechnung seit Poisson für solche Probleme allgemein genug geworden sind (vgl. § 20). Diese Zusammenfassung erlangt insbesondere dann eine höhere Bedeutung, wenn die systematisch variierten Nebenumstände eine gewisse Periode, z. B. von der Dauer eines ganzen Tages, einhalten, wodurch der äußere Prospekt sogar wiederum demjenigen einer zufälligen Variation ähnlicher wird. In diesem Falle gibt die Konstruktion des K.-G. aus einem ganzen Vielfachen der Periode unter Umständen auch hinsichtlich der unkontrollierbaren Nebenumstände mehr generelle, typische Momente, als die bloße Einzeldarstellung einzelner Fraktionen aus einer bestimmten Phase der Periode, die in sich geringere Schwankungen zeigt. Doch wird man sich auf eine solche, wie schon gesagt, überall da beschränken, wo es nicht auf die Darstellung des Umfanges der unkontrollierbaren Einflüsse als solcher, sondern vielmehr auf ihre Elimination aus den Endresultaten ankommt.

14. Die relative Häufigkeit als mathematische Funktion einer stetigen Größe.
(Die sogen. „Verteilungsfunktion" eines K.-G.)

1. Soeben war einstweilen vorausgesetzt, daß eine ganz bestimmte konkrete Möglichkeit A_x genau in der nämlichen Weise $z_x =$ mal wiederkehre. Die bisherigen Überlegungen gelten aber natürlich auch dann, wenn nur gewisse Hauptmerkmale der Fälle wiederholt zu konstatieren sind, wie man also z. B. bei der Statistik über ein Würfelspiel zur Exemplifizierung des Gesagten nur auf die Zahlenbilder als solche zu achten braucht, gleichgültig, wie die Endlage der Würfel bei gleichem Bildwerte sonst variieren mag. Hierbei können auch die miteinander konkurrierenden Möglichkeiten oder Hauptfälle A_x, wie z. B. die Würfelbilder, beliebig unstetig abgestuft, ja geradezu unter sich unvergleichbar sein, wenn sie nur qualitativ eindeutig definiert sind. In der Psychophysik kommen solche „unstetige K.-G.", bei denen zwischen den einzelnen Möglichkeiten A_x Übergänge überhaupt nicht bestehen oder wenigstens nicht in die Beobachtung einbezogen werden,

1) Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmaßlehre, 1906, S. 96.

vor allem da vor, wo man die relative Häufigkeit bestimmter Vergleichsurteile feststellt, die trotz der Gleichheit des Unterschiedes d zwischen den wiederholt zum Vergleich dargebotenen Reizen R_1 und R_2 infolge der zufälligen Nebenbedingungen mit je einer bestimmten relat. H. abwechseln, wie z. B. die drei Hauptfälle von Urteilen „gleich", „größer", „kleiner" oder auch die fünf bereits feiner differenzierten Urteilsarten „gleich" „deutlich größer, bezw. kleiner" und „ebenmerklich größer, bezw. kleiner". Hierbei gelten also gleich formulierte Urteile immer als gleiche Fälle überhaupt. Analoges gilt dann auch für die freie, aber dabei von Zufälligkeiten beeinflußte Auswahl aus einer Reihe diskret abgestufter Werte nach irgend welchen Gesichtspunkten.

2. Häufig werden aber die entscheidenden Maße der einzelnen, zufällig wechselnden Resultate A_x stetig abstufbar sein, wie z. B. Raum- und Zeitstrecken, während die Abstufung der einzelnen beobachteten Größen, die natürlich stets nur mit einer bestimmten Genauigkeit gemessen werden, dem zufälligen Lauf der Ereignisse selbst überlassen bleibt. Wenn aber nun z. B. eine V.-P. ein stetig variables Vergleichsobjekt wiederholt nach einer konstanten Norm einzustellen sucht und dabei zufällige Fehler begeht, die einzeln bestimmt werden, oder wiederholt eine Reaktionsbewegung auf ein gegebenes Signal hin möglichst schnell ausführt, wobei die Reaktionszeiten mit einer hinreichend genauen Uhr gemessen werden, so kehren bei einer endlichen Gliederzahl n der Reihe nicht immer genau die nämlichen A_1, A_2 usw. wieder, weder innerhalb der nämlichen, noch auch bei mehreren Reihen. Ja bei größtmöglicher Präzision der sogen. „Urliste", wie Fechner die ursprüngliche Registrierung der beobachteten Einzelfälle bezeichnet, treffen im allgemeinen kaum jemals auch nur zwei Einzelfälle genau zusammen. Denkt man sich also in einem solchen Falle auf einem Maßstabe sämtliche beobachtete Punkte eingetragen, so besteht die zu verallgemeinernde Tatsache hierbei zunächst höchstens darin, daß die sogen. „Verteilung" der Fälle[1]) in den verschiedenen Teilen des Maßstabes je eine besondere „Dichtigkeit" besitzt. Man kann also hier, genau genommen, auch nur soviel sagen, daß je einem ganzen Intervalle i_x des Maßstabes, z. B. den Strecken von $A_1 - \frac{1}{2} i$ bis $A_1 + \frac{1}{2} i$, von $A_1 + \frac{1}{2} i = A_2 - \frac{1}{2} i$ bis $A_2 + \frac{1}{2} i$ usw., oder kurz von $A_x - \frac{i}{2}$ bis $A_x + \frac{i}{2}$, eine bestimmte r. H. zukomme.

Die Tatsache, daß die wirklichen Beobachtungen auf beliebige Stellen des Maßstabes treffen können, nötigt aber nun doch auch andererseits wiederum schon von vorne herein, jedem Punkte des stetig abstufbaren Kontinuums, bezw. jedem kleinsten, bei der gewählten Präzision eben noch meßbaren Intervalle, eine gewisse Wahrscheinlichkeit w zuzuerkennen; d. h. der Wert w ist bei einem stetigen K.-G. auch als eine stetige Funktion der beobachteten Maßzahlen aufzufassen, oder

$$w = f(x), \tag{7}$$

1) Gelegentlich wird auch „Streuung" in diesem ganz allgemeinen Sinne gebraucht. Bei Bruns ist die „Streuung" (str) jedoch ein ganz spezieller Begriff. A. a. O. S. 119.

wenn wir die beobachteten A-Werte als Abszissen mit x ausgedrückt denken. Sieht man wiederum von ihrer generellen Bedeutung als Wahrscheinlichkeit ab, so kann man mit Bruns einfach von einer stetigen „Verteilungsfunktion“ $\mathfrak{V}$ (x) des betreffenden K.-G. sprechen[1]). Nur die Endlichkeit der Beobachtungsreihen hindert uns daran, jedem kleinsten Intervalle schon rein empirisch eine von 0 oder $\frac{1}{n}$ verschiedene Häufigkeitszahl zuzuordnen, wie es bei Auswahl größerer Intervalle i möglich wird. Nimmt ja doch auch mit der Verkleinerung der Intervalle die Wahrscheinlichkeit dafür, daß gerade ein ganz bestimmtes getroffen werde, bei der großen Fülle aller Möglichkeiten, die durch Berücksichtigung der sämtlichen kleinen Intervalle entstehen, sehr schnell ab; ja bei einer wirklich stetigen Funktion $w = f(x)$ muß sie wegen der Unendlichkeit der Möglichkeiten als $f(x)dx$ die Dimension des Differentiales annehmen, wenn man die Dimension der r. H. dafür, daß ein Fall in einem ganzen Intervalle $i_x = (x + \frac{i}{2}) - (x - \frac{i}{2})$ liege, derjenigen von $\frac{Z_x}{n}$ gleich setzt, wobei Z_x und n endliche Zahlen bedeuten. Diese r. H. w (i_x) für das ganze Intervall läßt sich dann durch das bestimmte Integral über die Funktion zwischen den Grenzen $x + \frac{i}{2}$ und $x - \frac{i}{2}$ ausdrücken:

$$w(i_x) = \int_{x - \frac{i}{2}}^{x + \frac{i}{2}} f(x)\, dx \qquad [8]$$

Hierbei soll aber mit der Annahme einer Stetigkeit der Verteilungsfunktion, welche die Abhängigkeit der r. H. $\frac{Z_x}{n}$ von der Größe x des sogen. „Argumentes“ des K.-G. zum Ausdruck bringt, keineswegs etwa ein neuer realer Faktor eingeführt werden, wie er nach S. 32 mit der Veränderung der Gesamtzahl n der tatsächlichen Einzelbeobachtungen gegeben wäre. Die unendlich vielen Fälle, die der stetige K.-G. f(x) repräsentiert, sollen also dabei zunächst doch wieder nur die Verallgemeinerung eines K.-G. mit einer bestimmten Anzahl n darstellen, die nur eben in jeder Reihe zu n Gliedern aus beliebigen x bestehen darf. Zur rein empirischen Lösung der Frage nach dem Einfluß des n sind also bei stetigem K.-G. erst y verschiedene Funktionen dieser Art aus Reihen mit je n_y Gliedern abzuleiten, deren jede hierbei unendlich viele Fälle repräsentiert, die man sich in zufällige Gruppen von je n_y Gliedern mit einem eindeutigen Ergebnis w $(i_{x,y})$ zerlegbar denkt, von denen je eine die tatsächlich beobachtete ist.

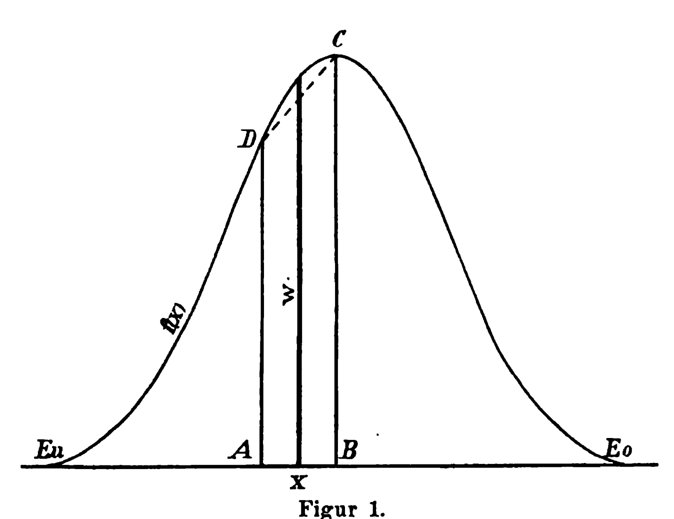
Sind E_o der größte und E_u der kleinste Wert x, denen eben keine beobachteten Fälle mehr entsprechen und die von Fechner als die „Extreme“ des K.-G. bezeichnet werden (vgl. Fig. 1), so gibt das bestimmte Integral

$$\int_{E_u}^{E_o} f(x)\, dx = 1 \qquad [9]$$

1) A. a. O. S. 104.

wiederum, wie [6], die stets der Einheit gleiche r. H. oder die der „Gewißheit" gleiche Wahrscheinlichkeit dafür, daß überhaupt irgend ein Fall des K.-G. auftrete.

Setzt man aber nun einmal die Gültigkeit einer solchen stetigen Funktion w voraus, so kann man zunächst **wenigstens für einzelne Abszissenpunkte** x_1, x_2 usw. die **zugehörigen Ordinaten** aus der Beobachtung der r. H. innerhalb ganzer Intervalle von überall gleicher Größe i erschließen, in die man die Abszissenachse einteilt. Man hat hierzu nur vorauszusetzen, daß wenigstens für ein solches Intervall i die relative Häufigkeit $z_x = \frac{Z_x}{n}$ bei einer beliebigen Wiederholung von je n Beobachtungen



Figur 1.
Die relative Häufigkeit (Wahrscheinlichkeit) w als stetige Funktion (f)x eines stetigen Argumentes x.

konstant bleibe, also wirklich etwas Generelles sei. In diesem Falle folgt also aus Gl. [8] annähernd

$$z_x = \frac{Z_x}{n} = \int_{x-\frac{i}{2}}^{x+\frac{i}{2}} f(x)\,dx. \qquad [10]$$

Dieses bestimmte Integral ist aber bekanntlich dem Flächeninhalt äquivalent, der zwischen dem Stück der die Funktion f (x) darstellenden Kurve von $x + \frac{i}{2}$ bis $x - \frac{i}{2}$ und der Abszissenachse gelegen ist. Denkt man sich also z. B. f (x) durch die Kurve Fig. 1 dargestellt, so ist das Flächenstück A B C D dem bestimmten Integral [8] bezw. [10] äquivalent. Ihm muß daher auch die beobachtete r. H. z_x unter der genannten Voraussetzung gleich zu setzen sein, wenn A B = i eines der Intervalle ist, deren „Dichtigkeit" eben durch z_x ausgedrückt wird. Nehmen wir aber nun weiterhin an, daß das Intervall i

klein genug sei, um den Verlauf der Kurve von D bis C noch als annähernd geradlinig betrachten zu lassen, so wäre nach dem elementaren Satz für den Flächeninhalt eines Paralleltrapezes mit den parallelen Seiten AD und CB und der Höhe $AB = i$

$$z_x = \int_{x-\frac{i}{2}}^{x+\frac{i}{2}} f(x)\,dx = \frac{i}{2}(AD + BC) = i \cdot w, \qquad [11]$$

da in diesem Falle die zu dem Mittelpunkt x des Intervalles gehörige Ordinate w die Mittellinie des Paralleltrapezes mit dem Flächeninhalt

$$w = \frac{i}{2}(AD + BC) \qquad [12]$$

wäre.

Somit ergibt sich also bei einem vom Zufall abgestuften, an sich stetigen Argument in der Tat eine genügende Proportionalität der relativen Dichtigkeiten gleich großer[1]) Intervalle zu den r. H. einzelner Beobachtungswerte x, die in der Mitte der Intervalle gelegen sind.

Der Fehler, der bei dieser Voraussetzung eines geradlinigen Verlaufes von f(x) zwischen den Grenzen des Intervalles begangen wird, ist seinem absoluten Werte nach von der Stärke und in seinem Vorzeichen von der Richtung der Krümmung der Kurve f(x) abhängig. Da Fig. 1 zugleich den häufigsten Verlauf eines vollständigen K.-G. in diesen beiden Hinsichten andeutet, so sieht man, daß zwar der absolute Betrag bei kleinem Intervalle meist an keinem Punkte sehr groß ist, aber in dem mittleren, gegen die x-Achse konkaven Teil negativ, in den äußeren, bei Eo und Eu gelegenen Flanken dagegen positiv ausfällt. Eine genauere Aussage über die mögliche Korrektur dieser kleinen Fehler kann aber natürlich erst gemacht werden, wenn man wirklich einen bestimmten Verlauf der Kurve f(x) im ganzen voraussetzen kann. Ein solches vollständiges Bild der Funktion läßt sich nun nach der Feststellung dieser einzelnen Punkte der Kurve, die den Intervallmitten x_1, x_2 usw. zugeordnet sind, ohne spezielle Voraussetzungen über K.-G. überhaupt, also rein immanent aus den beobachteten Dichtigkeiten

1) Da Gleichung [11] für jedes beliebige Intervall i gilt, wenn es nur klein genug ist, um CD als annähernd geradlinig betrachten zu lassen, so wäre natürlich eine Reduktion der Ordinaten vorzunehmen, falls zunächst die relativen Dichtigkeiten für etwas verschiedene Intervalle festgestellt worden wären. Da

$$[13] \qquad i\,w = i_1 \cdot w \cdot \frac{i}{i_1},$$

so ist die der vorigen Berechnung aus i entsprechende Ordinate w aus der dem Intervall i_1 entsprechenden relativen Dichtigkeit z'_x durch Multiplikation mit $\frac{i}{i_1}$ zu finden. Bei durchweg verschiedenen Intervallen $i_1, i_2 \ldots$ usw. wären also die auf ein gleiches i bezogenen Ordinaten ihrer nicht mehr „äquidistanten" Mittelpunkte $x_1, x_2, \ldots x_3$ den i_x reziprok:

$$[14] \qquad f(x) = \frac{i}{i_x} \cdot z_x.$$

selbst, durch die sogen. Interpolation gewinnen, für welche die naturwissenschaftlichen Maßmethoden für beliebige Funktionen längst ganz bestimmte Prinzipien entwickelt hatten, welche die allgemeine K.-L. nur fertig herüberzunehmen brauchte. Hat man aber einmal einen solchen Einblick in den ungefähren Verlauf der Kurve, der bei genügender Versuchszahl und Kleinheit der Intervalle nach Größe und Richtung der Krümmung mit der wahren Funktion hinreichend übereinstimmt, so kann man die bei Vernachlässigung dieser Krümmung im ursprünglichen Ansatz der Ordinaten begangenen Fehler abschätzen und dann natürlich auch wiederum die aus diesen Ordinaten interpolierte Funktion selbst korrigieren, falls man die Fehler nicht überhaupt gegenüber den z-Werten im ganzen oder im Verhältnis zu anderen, größeren Fehlern, die aus einer nur annäherungsweisen Gültigkeit von Gl. [S] entspringen, vernachlässigen zu dürfen glaubt. Die so gewonnene stetige Funktion für die Verteilung einer zwischen bestimmten Grenzen E_0 und E_n zufällig schwankenden Größe wird man auch als einen „einfachen K.-G." bezeichnen können, gegenüber komplizierteren Abhängigkeitsbeziehungen, in denen r. H. überhaupt zu stetigen Größen stehen können, wie unten näher auszuführen ist.

Wenn die Maßeinheit der „Urliste" so fein oder die Anzahl der Beobachtungen so gering ist, daß die Kurve, die aus dieser „primären Verteilungstafel" der Z konstruiert würde, noch zu viele Zufälligkeiten enthielte, so muß die Verteilungstafel zunächst erst noch durch die schon erwähnte Zusammenfassung der Z aus Vielfachen des primären Intervalles „reduziert" werden [1]). Diese Aufgabe ist aber nun freilich niemals völlig eindeutig lösbar, da weder über die Zahl der in der neuen Einheit enthaltenen primären Intervalle oder über die sog. „Reduktionsstufe", noch über die Lage der Grenzpunkte dieser neuen Gruppen oder über die sog. „Reduktionslage" allgemeine Vorschriften zu machen sind, solange man nicht neue Voraussetzungen über die Form der resultierenden Verteilungskurve einführt. Fechner selbst verwendet natürlich bereits sehr spezielle Annahmen dieser Art, wenn er so viele Intervalle zusammenzufassen empfiehlt, bis die Ordinatenreihe ohne Rückläufigkeiten „glatt" zu einem Maximum ansteigt und wieder absinkt. Auch die Reduktionslage wählt er nach ähnlichen Gesichtspunkten. Hinsichtlich der letzteren könnte allerdings auch schon die Ableitung eines Mittels aus allen möglichen Lagen die Vieldeutigkeit wenigstens innerhalb der nämlichen Reduktionsstufe beseitigen [2]), sobald über die Form der Mittelbildung entschieden ist. Doch kommt es in der Praxis natürlich vor allem nur darauf an, daß man die Verteilungskurven der K.-G., die miteinander verglichen werden sollen, stets in der nämlichen Weise ableitet.

3. Die vom Zufall beeinflußte Abhängigkeit der relativen Häufigkeit eines Ereignisses von einer stetig abstufbaren Größe kann aber noch in einer anderen, in psychophysischen Versuchen häufig benutzten Form abgeleitet werden, bei der nicht die verschiedenen, in jedem Versuche miteinander konkurrierenden Möglichkeiten A_x selbst die stetig abstufbare Größe

1) Fechner, Kollektivmaßlehre S. 111ff.
2) Ebenda, S. 139.



bilden. Wenn unter dem Einflusse einer beliebigen Stufe einer stetigen Größe x überhaupt oder zwischen bestimmten Grenzen x_u und x_o zwei oder mehrere Möglichkeiten A, B ··· beliebiger Art zufällig abwechseln, so kann zunächst für jede einzelne Stufe x die absolute Anzahl Z_{xA} einer dieser Möglichkeiten z. B. A, im Verhältnis zu der Summe $Z_{xA} + Z_{xB} \cdots$ aller n_x Einwirkungen der nämlichen Stufe x, als r. H. gefaßt werden. Die Möglichkeiten A, B usw. können natürlich beliebig unstetig abgestuft sein, wie in Absatz 1 dargelegt wurde, wenn sie nur eindeutig voneinander unterscheidbar sind. Stellt man nun mit einer Reihe systematisch abgestufter Werte $x_1, x_2 \ldots x$ zeitlich getrennt oder untermischt je eine analoge Versuchsreihe mit $n_1, n_2 \ldots n_s$ Einwirkungen jeder einzelnen Stufe an, bei denen stets alle Möglichkeiten A, B ... usw. in Frage kommen, so lassen sich wieder die r. H.

$$\frac{Z_{1A}}{n_1}, \frac{Z_{2A}}{n_2}, \ldots\ldots \frac{Z_{sA}}{n_s}$$

$$\frac{Z_{1B}}{n_1}, \frac{Z_{2B}}{n_2}, \ldots\ldots \frac{Z_{sB}}{n_s}$$

usw.

als Abhängige der Größe x ins Auge fassen. Greift man eine der eben genannten Horizontalreihen für sich heraus, so läßt sich in diesem Falle allerdings nicht wie in [6] etwas Allgemeines über die Summe sämtlicher r. H. aussagen. Nur die Summe der Vertikalreihen, die die Summe der r. H. sämtlicher bei dieser Stufe des x, z. B. x_1, x_2 usw. in Betracht kommenden Möglichkeiten A, B usw. darstellen, müssen überall wieder gleich der Einheit sein. Sie allein bilden ja auch einen einfachen, eventuell unstetigen K.-G., deren man hierbei so viele ableitet, als Stufen des x wiederholt auf ihre Effekte A, B usw. untersucht wurden. Auch kann von einer bestimmter Stufe x an nach oben oder unten der zufällige Wechsel zwischen mehreren Möglichkeiten völlig aufhören, so daß für diese x-Werte überhaupt kein K.-G. im gewöhnlichen Sinne des Wortes mehr existiert. Dennoch kann der Inbegriff der Beobachtungen über die r. H. nach Vertikal- und Horizontalreihen, wie er wenigstens innerhalb gewisser Grenzen x_u und x_o die r. H. der A, B usw.... von x nach Zufall abhängig erscheinen läßt, als ein K.-G. im allgemeinen Sinne betrachtet werden, zumal wir ja schon oben mit Bruns die Zufälligkeit der Abhängigkeit, die jenseit gewisser Grenzen des x aufhören kann, von dem Begriff des K.-G. ausgeschlossen haben. Es handelt sich also hierbei schließlich nur noch um eine funktionelle Abhängigkeit relativer Häufigkeiten eines bestimmten Ereignisses von einem x überhaupt.

Mit der systematischen Abstufung der $x_1, x_2, \ldots x_s$ ist nun allerdings zunächst künstlich ein unstetiger K.-G. (in diesem umfassenderen Sinne) herbeigeführt, ähnlich wie nach der Konstruktion der Ordinaten für die Intervallmitten im vorigen Falle. Nach Beobachtung bestimmter r. H. irgend eines dieser Ereignisse A, B usw. bei x_1, x_2 usw. kann aber durch Interpolation auch wieder der stetige K.-G. konstruiert werden, der bei der Zufälligkeit, mit der natürlich das spezielle System der konstanten Größen x_1, x_2 usw. aus dem ganzen Kontinuum der x-Werte herausgegriffen ist, als übergeordnete generelle Tatsache vorauszusetzen ist und bei einer unbe-

grenzten Feinheit dieser systematischen Abstufung auch empirisch realisiert werden könnte. Doch bedarf eben die theoretische Bearbeitung der Urliste zur Ableitung der stetigen Verteilungskurven für die verschiedenen Möglichkeiten A, B. usw. keinerlei Berechnung der Ordinaten, von denen die Interpolation auszugehen hat, weil die Häufigkeiten

$$\begin{array}{l} f_A(x_1),\ f_A(x_2) \ldots f_A(x_s) \\ f_B(x_1),\ f_B(x_2) \ldots f_B(x_s) \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots \end{array}$$

von vornherein unmittelbar bei x_1, x_2 usw. beobachtet worden sind. Deshalb sind also diese Verteilungsfunktionen auch der Vieldeutigkeit jener „reduzierten Verteilungstafeln" prinzipiell überhoben.

In psychophysischen Versuchen kommt dieser besonders wichtige Fall bekanntlich dann vor, wenn die r. H. der schon oben genannten Vergleichsurteile, z. B. „größer", „gleich", „kleiner", für eine ganz systematisch abgestufte Reihe von Vergleichsreizen $x_1, x_2, \ldots x_s$ bei konstantem Normalreiz a abgeleitet werden. Bezeichnet man die Funktionen, welche die Abhängigkeit der r. H. jeder der drei Urteilsarten vom Vergleichsreiz ausdrücken, der Reihe nach mit $F_g(x)$, $F_u(x)$, $F_k(x)$, so gilt also in diesem Falle für jede einzelne Stufe des Vergleichsreizes für sich betrachtet

$$F_g(x) + F_u(x) + F_k(x) = 1, \quad [15]$$

da eben nur diese drei Möglichkeiten von Urteilen in Betracht gezogen sind. Würde man mehr Urteilsarten, z. B. die ebenfalls S. 34 schon genannten fünf Hauptfälle, zulassen, so wäre natürlich erst die Summe aller fünf Funktionswerte für jede Stufe x gleich der Einheit. Die Abstufung der Möglichkeiten, aus denen in jedem einzelnen Versuche der Verlauf der Dinge eine herausgreift, wäre also hiermit eine feinere, ähnlich wie wenn man bei der sub 2) betrachteten Einstellung eines Maßstabes nach einer selbst der x-Reihe zugehörigen Norm eine Reihe von feineren Stufen der x-Werte selbst zur Auswahl vor sich hätte. Nur handelt es sich hier eben um die „Auswahl" eines von x erst abhängigen Urteiles und um die „Feinheit" dieses Urteilsmaßstabes. Bei 3 Urteilsarten besitzt der K.-G. allerdings nur für die Gleichheitsurteile zwei bestimmte Extreme E_u und E_o, während er dagegen für $F_g(x)$ und $F_k(x)$ nur ein unteres, bezw. ein oberes Extrem aufweist und andererseits von einem bestimmten Werte an dauernd der Einheit gleich ist, also in der S. 33 bereits in Betracht gezogenen Weise überhaupt nicht mehr „nach Zufall wechselt". In allen solchen Fällen wird sich indessen der wirklich vom Zufall beeinflußte Bereich der Schwankung als K.-G. in einem besonderen Sinne von dem konstanten Bereiche abtrennen und wenigstens hypothetisch zu einem „einfachen" K.-G. in Beziehung bringen lassen, dessen einzelne „Exemplare" überhaupt nur in seinen Grenzen vorkommen und durch ihre zufällige Variation es mit sich bringen, daß das Urteil „größer" bezw. „kleiner" in diesem Bereiche mit den beiden anderen abwechselt. Hierauf werden wir aber erst im 7. Kapitel zurückkommen.

Die sachliche Einheitlichkeit des ganzen Systems der r. H. ist freilich wiederum nur dann gewährleistet, wenn wirklich für sämtliche Versuche mit allen beliebigen Werten x die Wirksamkeit des nämlichen Systemes



unkontrollierbarer Nebenbedingungen garantiert ist, zu dem wiederum die Versuchszahl n mit hinzugehört. In Versuchen dieser Art wird man also bei der Anlage der Reihen von vornherein danach streben, unter sonst gleichen Umständen auf jedes x auch die nämliche Anzahl n von Einzelversuchen zu verwenden. Auf die Gesichtspunkte, die bei verschiedenen n in Frage kommen, werden wir unten im Zusammenhange des 6. Kapitels § 27 näher eingehen.

Die Intervalle i zwischen den x können an sich natürlich ganz beliebig gewählt werden, doch wird die weitere rechnerische Behandlung der Funktionen, insbesondere zunächst die Interpolation einer stetigen Kurve, durch gleiche Abstände sehr erleichtert.

Zwischen den beiden sub 2) und 3) betrachteten K.-G. können natürlich ganz bestimmte Beziehungen bestehen. So kann z. B. die in bestimmte Grenzen eingeschlossene Verteilung der r. H. von Gleichheitsurteilen im letzteren Falle mit dem „einfachen" K.-G. der r. H. der Selbsteinstellungen im ersteren verglichen werden, da auch diese Selbsteinstellungen von einem Gleichheitsurteil endgültig entschieden werden. Doch sind die allgemeinen Versuchsbedingungen bei der Möglichkeit einer aktiven Variation bis zur Gleichheit, bei der alle Anlässe zu anderen Urteilen außer der subjektiven Gleichheit sofort wieder beseitigt werden, von denjenigen bei passiver Beurteilung bestimmter Reizstufen prinzipiell verschieden. Von diesen Nebenumständen ist aber natürlich auch die Mannigfaltigkeit der unkontrollierbaren Einflüsse wesentlich mit abhängig, so daß die Vergleichbarkeit niemals als Identifizierbarkeit betrachtet werden darf. Hierauf kommen wir an Ort und Stelle zurück.

4. In beiden hier zunächst in Betracht kommenden Hauptfällen, in denen ein einfacher K.-G. einer stetig variablen Größe x gegeben ist oder die r. H. mehrerer, nach Zufall wechselnder Ereignisse, die von einer stetig abstufbaren Größe x abhängig sind, bei bestimmten Stufen der letzteren beobachtet werden, ist nun zunächst, wie schon erwähnt, der allgemeinere stetige K.-G. im ganzen als eine mathematische Funktion der unabhängigen Variablen x darstellbar. Hierbei ist aber nunmehr überall die rein empirische Aufstellung einer Kurve, welche einfach die beobachteten Ordinatengipfel stetig verbindet, oder, rein analytisch betrachtet, die Ableitung einer Formel, die bei Einsetzung des Abszissenwertes x zu einem beobachteten y dieses letztere selbst genau ergibt und außerdem für jedes beliebige x ein y eindeutig bestimmen läßt, von der theoretischen Verallgemeinerung dieser Formel für beliebige K.-G. dieser Art scharf zu unterscheiden. Die wissenschaftliche Verarbeitung des Rohmateriales hat überall nur diese letztere als Endziel vor Augen. Man kann aber nun zunächst, unter Voraussetzung einer genügenden Versuchszahl und aller sonstigen bisher genannten Bedingungen für die „Induktion" von Wahrscheinlichkeiten, diese rein empirisch abzuleitende Kurve unmittelbar selbst zu verallgemeinern suchen, und in einem „unmittelbaren Verfahren" im allgemeinsten Sinne die Bestimmung von „Mittelwerten" u. ä. direkt hierauf gründen. Hieraus ergibt sich als nächstliegende Aufgabe, die bei der Verarbeitung des Rohmaterials vorkommen kann, die Interpolation, deren Methoden daher, soweit sie für

die spezielleren Probleme unten in Betracht kommen, im 4. Kapitel zusammengestellt sind.

Da aber bei jedem empirischen K.-G. auch von diesen allgemeinsten Voraussetzungen der Wahrscheinlichkeitsinduktion aus schon die begrenzte Versuchszahl als solche die Verallgemeinerung der Verteilung einschränken muß, so kann diese rein empirische Kurve stets nur als eine Annäherung an die ideale, d. h. vollständige Repräsentation der gesamten Mannigfaltigkeit der „unkontrollierbaren" Nebenbedingungen betrachtet werden. Von diesem Ideal müssen aber freilich stets erst irgendwelche speziellere Eigentümlichkeiten als bekannt vorausgesetzt werden können, wenn man die rein empirische Verteilung zunächst als mit Fehlern behaftet betrachten soll, die in einem sogen. „Ausgleichungsverfahren" (im allgemeinen Sinne) zu eliminieren sind.

Unter diesen speziellen Merkmalen ist relativ noch am allgemeinsten eine gewisse Einfachheit, die man bei einer einfachen Variation der Unabhängigen x auch für die Abhängige voraussetzen zu können glaubt. Nach diesem Prinzip verfährt ja schon die Interpolation der nicht beobachteten r. H. zwischen den beobachteten. Man kann aber eben auch die Form dieser rein empirisch aufgestellten Kurve im ganzen darauf hin betrachten, ob nicht eine allzu große Unruhe der Hin- und Herbewegung des Kurvenzuges um eine einfachere Grundrichtung vielleicht doch nur der bloßen Unvollständigkeit oder sonstigen Unvergleichbarkeit der bei den einzelnen x beobachteten r. H. zuzuschreiben sei. Ein „Ausgleichungsverfahren", das sich nur auf diese allgemeinste Voraussetzung stützen würde, wäre freilich eine ziemlich willkürliche Sache. Gibt es doch zunächst schon für die bloße Interpolation, also bei voller Anerkennung der beobachteten Werte, eine unbegrenzte Zahl von Möglichkeiten, eine beliebige endliche Reihe beobachteter Funktionswerte $y_1, y_2 \dots y_s$ als eine stetige Funktion $y = f(x)$ mit beliebiger Annäherung darzustellen, falls man nur eine unbegrenzte Anzahl von Gliedern des Ausdruckes für diese sogen. „willkürlichen Funktionen" zuläßt. Jede von ihnen läßt sich aber dann in ihrer Art auch zu einer analytischen „Ausgleichung" verwenden, indem man eine einfachere Form der Funktion ansetzt, als sie zur genauen Befriedigung aller gegebenen Funktionswerte nötig wäre, und die Konstanten im einzelnen so bestimmt, daß die Abweichungen der tatsächlich beobachteten Werte von der Funktion (die sogen. „übrig bleibenden" Fehler) irgend einem Prinzip folgen. Da in diesem eine weitere Willkürlichkeit enthalten liegt, so bedeutet es bereits eine einheitlichere Gestaltung dieses Verfahrens, wenn man zwar die allgemeine Form der Funktion und den Grad ihrer Komplikation freistellt, aber wenigstens über das Wesen der „Fehlerausgleichung" bestimmtere Vorschriften macht. Als das anerkannteste Prinzip dieser Art werden wir die „Methode der kleinsten Quadrate", die auch in psychophysischen Aufgaben eine Rolle spielt, kurz darzustellen haben.

Noch eindeutigere Vorschriften für die Ausgleichung könnten dann erst aus umfassenden Erfahrungen oder aus allgemeinen Überlegungen über die Form der Verteilungsfunktion selbst gewonnen werden. Jene lassen aus großen Versuchsreihen unter möglichst konstanten kontrollierbaren Bedingungen rein induktiv Anhaltspunkte für die häufigste Grundform und den Grad der Kompliziertheit der Verteilungsfunktionen entnehmen. Diese da-

gegen bestehen in den bekannten Annahmen des Wahrscheinlichkeitskalküls. Vor allem aus ihnen suchte man denn auch geradezu spezielle Verteilungsgesetze für K.-G. überhaupt abzuleiten, die man als die generelle, ideale Form jeder Verteilung bei genügender Versuchszahl und Vergleichbarkeit der einzelnen Häufigkeits-Ordinaten ansah.

Da aber die K.-G. Erfahrungsobjekte sind, die nur eben, wie alle empirische Tatsachen, gewisse generelle Züge aufweisen, so hätte sich die Ableitung „spezieller Verteilungsgesetze" jedenfalls nur im engsten Anschlusse an die empirischen Verteilungen zu vollziehen. Erweist sich ja doch auch ihre mathematische Formulierung als eine zunehmende Spezialisierung der Formeln, die sich zunächst für die Darstellung aller möglichen Beobachtungen verwenden lassen, und die bei dem Zugeständnis von immer größeren „Fehlern" der „unmittelbar" abgeleiteten Funktionen natürlich immer spezieller und zugleich einfacher ausfallen dürfen, um in möglichst vielen K.-G. von verschiedener Form ihrer Verteilung noch als annähernd verwirklicht zu erscheinen. Die historische Entwicklung ist freilich auch hier den umgekehrten Weg gegangen, indem man nach einer Reihe von Erfahrungen über Verteilungen sogleich zu einem möglichst umfassenden Gesetz des Zufalles hinaufzusteigen suchte, dessen spezielle Form im wesentlichen apriorisch aus den allgemeinsten Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung abzuleiten ist. Die einfachste Formel dieser Art, in der diese Entwicklung einen vorläufigen Abschluß für längere Zeit gefunden hatte, ist das bekannte Gausssche Exponentialgesetz für einfache K.-G. (vgl. S. 38), das in § 21 entwickelt werden soll. Sein Anwendungsgebiet, das es durch die Brauchbarkeit der berechneten Resultate fortwährend von neuem behauptete, war vor allem die Physik, die Astronomie, die Geodäsie und ähnlich exakte Gebiete, bei deren Beobachtungen die Schwankungen nicht nur im Verhältnis zu den absoluten Werten häufig sehr klein ausfallen, sondern in der Tat ein relativ einfaches Schema der Streuung erkennen lassen. Die neuere Statistik über meteorologische, volkswirtschaftliche, biologische und insbesondere auch über psychophysische Zusammenhänge nötigte aber dann freilich zu jener empirischen Darstellung der beobachteten Variationsmöglichkeiten, eine Entwicklung, in der vor allem Fechner bahnbrechend gewirkt hat. Seine 1874 erschienene Schrift „Über den Ausgangswert der kleinsten Abweichungssumme, dessen Bestimmung, Verwendung und Verallgemeinerung"[1]) enthielt bereits die wesentlichen Prinzipien seiner (postumen) „Kollektivmaßlehre", mit deren Grundbegriffen wir uns bisher beschäftigten.

Im Endresultate seiner Induktionen suchte sich Fechner indessen doch wiederum möglichst enge an das Gausssche Gesetz anzuschließen, das er einfach als eine auf K.-G. bruchstückweise anwendbare Interpolationsformel betrachtete, wobei er sogar nur mit einer Zweiteilung der ganzen Abszissenachse auszukommen suchte. (Zweiteiliges Gausssches Gesetz.) H. Bruns[2])

1) XI. Band der Abh. der math. phys. Kl. der K. sächs. Ges. der Wissensch. No. I, S. 1 ff. 1874.

2) a. a. O. sowie die Abhandlung „Zur Kollektivmaßlehre" in Wundt, Phil. Studien, Bd. 14. S. 139.

stellte indessen die stetige Verbindung zwischen dem Gaussschen Gesetz und der Induktion her, welche durch die angenäherte Gültigkeit der im Gaussschen Gesetz enthaltenen Voraussetzungen für alle einfachen K.-G. möglich ist: Die tatsächliche Verwandtschaft aller Verteilungsfunktionen dieser Art mit dem Gaussschen Exponentialgesetz läßt eine aus dem einfachen Gesetz und seinen Ableitungen kombinierte Formel für jeden empirischen Kollektivgegenstand mit wenig Gliedern einen Grad der Annäherung erreichen, der mit den zwar für beliebige Funktionen durchschnittlich vorteilhaftesten Ansätzen der allgemeinen Interpolationsrechnung meistens nur mit viel mehr Gliedern zu gewinnen ist.

Für die praktische Brauchbarkeit des Verfahrens kommt freilich vor allem noch in Betracht, wie schnell die Formeln für die K.-G. im ganzen aus den beobachteten r. H. anzusetzen und weiterhin vor allem die Mittelwerte zu berechnen sind. Die relative Kompliziertheit der Aufstellung der Brunsschen Reihe für eine gegebene Beobachtungsreihe und ihrer weiteren Behandlung zur Berechnung der in der Psychophysik wichtigen Mittelwerte usw. wird sie daher in allen Fällen, in denen nicht schon das einfache Gausssche Gesetz mit großer Annäherung zutrifft, immerhin hinsichtlich der „Unmittelbarkeit" des Verfahrens in diesem Sinne hinter den auf die allgemeinen Interpolationsmethoden gegründeten Berechnungen und vereinfachenden Ausgleichungen zurückstehen lassen, wenn auch in allen Fällen, in denen die Zeit zu Gebote steht, eine exaktere Behandlung der Verteilungsfunktion nicht unterbleiben sollte. Wegen der Voraussetzung des Gaussschen Gesetzes für ihre analytische Form werden wir natürlich die Brunssche Reihe erst nach diesem in § 24 behandeln, obgleich sie, wie gesagt, vom Gaussschen Gesetze aus wieder zu dem induktiv gerichteten Verfahren der Interpolationsrechnung im 4. Kapitel zurückkehrt.

15. Die Repräsentation eines K.-G. durch einzelne Werte. (Hauptwerte und Streuungsmaße.)

1. Die ausgleichende Vereinfachung, die an der Verteilungsfunktion zu ihrer größeren Verallgemeinerung vorgenommen werden kann, steht bereits mit der weiteren Hauptaufgabe der K.-L. in innigem Zusammenhange, an der konkreten Verteilung im ganzen, gleichgültig auf welchem Stande der Ausgleichung man sie ins Auge faßt, zunächst gewisse typische Grundzüge festzustellen, welche die K.-G. unmittelbarer vergleichen, also auch die speziellen Einflüsse einer systematischen Variation der Versuchsbedingungen viel leichter herausfinden lassen, als es die unanalysierten Verteilungsfunktionen $\mathfrak{V}_1(x)$, $\mathfrak{V}_2(x)$ usw. im ganzen ermöglichen würden. Die K.-L. enthält nun an und für sich gar keine Einschränkungen hinsichtlich der Gesichtspunkte, die bei einem Vergleich einer sachlich zusammengehörigen Reihe von K.-G., z. B. einer Reihe jener Urteilsfunktionen bei verschiedenen Intensitätsstufen der Vergleichsreize, gelegentlich als charakteristische Unterschiede herauszuheben wären. Bald kann nur die Ausdehnung oder die Form der Kurve im ganzen Änderungen erleiden, bald aber auch ihre Lage zu den absoluten Werten der unabhängigen Variablen (z. B. bei den Urteilsfunktionen $F_a(x)$ usw. die Lage zu den absoluten Werten der Vergleichsreize x) bei ungefähr glei-

cher Streuungsform, bald kann sich die Änderung auf beide Hauptmerkmale gemeinsam erstrecken und dabei an ihnen noch speziellere Unterscheidungen irgendwelcher Art nahe legen. Das vergleichende Studium der Verteilungen wirklich vergleichbarer K.-G. im ganzen, die stets das quantitative „Symptom" (vgl. § 11, S. 26) einer Fülle gleichzeitig wirksamer Versuchsbedingungen in sich enthalten, ist bisher noch wenig in Angriff genommen worden.

2. Am unmittelbarsten tritt aber natürlich der zu untersuchende Einfluß irgend einer systematischen Variation dann hervor, wenn man jeder Verteilung einen einzelnen Wert als vergleichbaren „Repräsentanten" entnimmt. Die Vergleichung verschiedener Effekte gestaltet sich dann eben weiterhin genau so, als ob bei jeder Kombination bestimmter systematischer Versuchsbedingungen von vorn herein wirklich nur ein einziger konstanter Wert zu beobachten gewesen wäre. Die Ableitung solcher „Hauptwerte" (Fechner), oder „Mittelwerte" schlechthin, hängt denn historisch auch eng mit dem Versuche zusammen, einen sog. „wahren" oder „wahrscheinlichsten" Wert aus den Einzelbeobachtungen zu berechnen. Solange man aber über die Natur der zufälligen Nebenbedingungen keine weiteren hypothetischen Voraussetzungen macht, läßt sich ein „Hauptwert" nur sehr allgemein definieren. Er ist eine einzelne Größe, die aus dem gesamten K.-G. stets in vergleichbarer Weise so abgeleitet wird, daß wirklich vor allem die generellen Eigentümlichkeiten dabei zur Geltung kommen, daß also z. B. bei unwesentlicheren Variationen des K.-G., vor allem bei etwas verschiedener Versuchszahl, das Resultat ebenfalls kein wesentlich anderes wird. Bei einem einfachen K.-G. nach § 14,2 wird man hierbei, wenn es die Berechnungsweise des gesuchten Repräsentanten irgendwie zuläßt, von der „primären" Verteilungstafel ausgehen, wenn auch die oben hervorgehobene Vieldeutigkeit ihrer „Reduktion" wenigstens hinsichtlich dieser Repräsentanten sehr zurücktritt und diese Operation gerade deshalb als eine zweckmäßige Ausgleichung erscheint.

Natürlich werden die theoretischen Überlegungen über das Wesen der zufälligen Einflüsse für die Auswahl der Repräsentanten von größter Bedeutung sein. Auch wird die wissenschaftliche Praxis darüber entscheiden können, ob die eine oder andere Formel theoretisch brauchbarere Konstante ergibt, die einen größeren Umkreis von Erfahrungen widerspruchslos verstehen lassen und daher von der Voraussetzung der tatsächlichen Gesetzmäßigkeit der Erscheinungen aus nachträglich gerechtfertigt erscheinen. Auch die Bequemlichkeit der Ableitung wird natürlich bei der Auswahl keine unwesentliche Rolle spielen. Am meisten hat sich nach jeder Richtung das „arithmetische Mittel" bewährt. Seine Definition ist bekanntlich

$$\mathfrak{A} = x_1 z_1 + x_2 z_2 + \ldots . x_s z_s \qquad [16]$$

wenn die relativen H. wieder mit z_x bezeichnet werden.

In neuerer Zeit gewann auf Grund der rein empirischen Darstellung von Verteilungskurven daneben zunächst auch noch das sog. „Dichtigkeitsmittel" eine selbständige Bedeutung, dessen Bezeichnung unmittelbar dem in 14, 2 erläuterten Begriffe der relativen „Dichtigkeit" der Streuung als der r. H. innerhalb eines Intervalles entnommen ist, wie auch die Ab-

leitung dieses Hauptwertes bei einem K.-G. von der dort geschilderten Art gewöhnlich erst jener „Reduktion" der „Urliste" bedarf. Er ist einfach das „Maximum" der aus dieser Dichtigkeit abgeleiteten Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}$ (x), war aber auch unabhängig von der Stetigkeit des K.-G. als „häufigster" oder „wahrscheinlichster" Wert schlechthin bereits eindeutig definiert und ist in seiner repräsentativen Bedeutung ohne weiteres verständlich.

Fechner fügte noch den „Zentralwert" als denjenigen Wert $\mathfrak{C}$ hinzu, unterhalb und oberhalb dessen gleich viele Fälle vorkommen (vgl. S. 43, Anm. 1), ein Kriterium der Repräsentationsfähigkeit, das seinerzeit schon innerhalb der Reihe der nur nach ihrem absoluten Werte betrachteten „Fehler", die von einem „wahren" Werte aus bestimmt werden, dem sog. „wahrscheinlichsten Fehler" eine allerdings nicht mehr anerkannte Bedeutung verschafft hatte. Von Fechner wurde jedoch seine Bedeutung als Hauptwert der gesamten Reihe der Beobachtungsgrößen selbst allgemein begründet. Bei einem einfachen K.-G. nach § 14, 2, also einer Reihe zufällig abgestufter Werte eines stetigen Argumentes, zählt man $\mathfrak{C}$ einfach direkt aus der Urliste als den $\frac{n+1}{2}$-ten Beobachtungswert von einem der beiden Extreme E_o oder E_u aus ab, eine auch für gerade Versuchszahlen n gültige Definition, da sie hier eben die Mitte des Intervalles zwischen dem $\frac{n}{2}$-ten und dem $\frac{n+2}{2}$-ten Wert bedeutet.

In den mit der x-Achse geschlossenen Häufigkeitskurven nach § 14, 3 steht dagegen ein z für ein ganzes Intervall von $x - \frac{i}{2}$ bis $x + \frac{i}{2}$, wenn i den womöglich überall gleichen Abstand zweier Ordinaten bezeichnet. Zählt man also von einem der beiden Extreme E_u oder E_o die Ordinatenwerte bis zu ihrer halben Summe $\frac{n}{2}$ ab, so kommt man von jeder der beiten Seiten aus im allgemeinen mit verschiedenen Restbeträgen bei einer mittleren Ordinate Z_c des Intervalles $x_{c-1} - \frac{i}{2}$ bis $x_{c+1} + \frac{i}{2}$ an. Nach Fechner teilt man nun dieses mittlere Intervall einfach nach Maßgabe des beiderseits noch bis zum Werte $\frac{n}{2}$ fehlenden Restes der Abzählung. Man berechnet also die Abszisse dieses Teilungspunktes $x_c + \frac{i}{2} - \alpha i$ als den nunmehr völlig eindeutig bestimmten Zentralwert $\mathfrak{C}$, wobei

$$\sum_{x=0}^{x=c-1} z_x : n - z_c - \sum_{0}^{c-1} z_x = (1-\alpha) : \alpha.$$

Zur Veranschaulichung dieser Berechnung diene eine wirklich beobachtete Verteilung $F_u(x)$, die unten noch in mehreren Richtungen analysiert werden soll (vgl. § 17b, 3 und Fig. 3). Die obere Rubrik gibt die Mittelpunkte x_s der

Intervalle $i = 3$, die untere die bei ihnen beobachtete absolute Anzahl an Einzelfällen (Gleichheitsurteile).

x	43	46	49	52	55	58	61	64	67
50z	0	5	11	20	**21**	15	6	2	0

Die Summe n der absoluten Häufigkeiten Z_x ist 80, also $\frac{n}{2} = 40$. Das Abszissenintervall, in das man bei der Abzählung des 40-ten Einzelfalles von den Extremen her hineintrifft, reicht von 53,5 bis 56,5. Da man bis zu seiner linken Grenze 36, bis zu seiner rechten aber 23 Einzelfälle abgezählt hat, so daß links noch 4, rechts aber noch 17 Fälle fehlen, so hat man das Intervall $i = 3$ im Verhältnis 4:17 zu teilen. Es ist dann

$$\mathfrak{C} = 53{,}5 + \frac{3 \cdot 4}{4 + 17} = 56{,}5 - \frac{3 \cdot 17}{4 + 17} = 54{,}07.$$

Das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ würde hier sehr nahe an $\mathfrak{C}$ heranrücken, da es bei 54,1 liegt. Die Kurve ist also eine ziemlich „symmetrische“.

3. Mit solchen Hauptwerten, die wir auch im folgenden der Reihe nach mit $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{C}$ bezeichnen wollen, ist aber, wie gesagt, nur die Lage des Schwankungsbereiches im ganzen zu den absoluten Werten der unabhängigen Variablen zum Ausdruck gebracht, der gegenüber alles übrige um so mehr zurücktritt, je enger der Streuungsbereich im Verhältnis zu der absoluten Größe der beobachteten Werte ist, je mehr sich also die Sachlage der vollständigen Konstanz nähert, bei der eben mit der Angabe des einen Wertes alles erschöpft ist. Wenn aber einmal zur Vollständigkeit des Resultates auch eine Angabe über die Verteilung der zufälligen Werte notwendig wird, so kann doch auch hierzu ebenfalls gewissermaßen ein einziger „Hauptwert“ aus sämtlichen zufälligen Abweichungen, von einem mittleren Werte aus gerechnet, benutzt werden. Er bildet dann ein Maß der sog. „Streuung“. Dabei verwenden wir diesen Begriff hier ganz allgemein für alle Repräsentanten dieser Art, während er als „Streuung“ (str.) schlechthin von Bruns nur für das anerkannteste Maß dieser Art, den sogleich zu nennenden „mittleren Fehler“ M, reserviert ist (a. a. O. S. 119). Ebenso, wie nun der „häufigste Wert“ $\mathfrak{D}$ aus der Reihe der diskreten Beobachtungen oder der interpolierten Kurve sich direkt aus den übrigen Werten heraushebt, ohne eine eigentliche Berechnung oder Abzählung aus allen einzelnen zu verlangen, so treten an einer empirischen Verteilung auch die äußersten Grenzen, jenseit deren keine Exemplare des K.-G. mehr vorkommen, die sog. Extreme E_o und E_u, (s. S. 35) als charakteristische Merkmale der Ausdehnung des ganzen Schwankungsbereiches ohne weiteres hervor. Da indessen die Kurve bei genügender Versuchszahl an ihren Extremen im allgemeinen nur ganz allmählich zur Abszissenachse herabsinkt, so ist gerade bei diesen Grenzen mit ihrer minimalen Wahrscheinlichkeit die Verallgemeinerung bei kleinem n meist eine etwas prekäre Sache, wenngleich für eine bestimmte Versuchszahl die Distanz $E_o - E_u$ völlig eindeutig bestimmbar ist. Von einem anderen, im § 27 näher erläuterten Gesichtspunkte aus kommt jedoch wenigstens den kleinsten Werten, die praktisch überhaupt noch für die Berechnung der Hauptwerte von Bedeutung sind, eine relativ sogar besonders

große Allgemeingültigkeit zu, so daß die empirischen Extreme bei gleicher Versuchszahl auch in psychophysischen Untersuchungen wichtiger sind, als manchmal angenommen wurde.

Höher ist aber jedenfalls auch hier der repräsentative Wert des arithmetischen Mittels sämtlicher, auf einen Hauptwert bezogenen Abweichungen. Da natürlich die Abweichungen nach der negativen Seite die Ausdehnung der Verteilung ebenso vergrößern, wie die positiven, so können als Streuungsmaß nur die Durchschnitte der absoluten Werte der Abweichungen dienen. Bezeichnet x_m den Mittelwert, auf den die Abweichungen der einzelnen Fälle eines einfachen K.-G. bezogen sind, so ist also das nächstliegende Maß dieser Art die in psychologischen Versuchen oft benutzte sog. „mittlere Variation“, d. h. der fast ebenso bequem wie 𝔄 zu berechnende Durchschnitt

$$D = (x_m - x_1) z_1 + (x_m - x_2) z_2 \ldots . + (x_m - x_n) z_n \cdot \qquad [17]$$

Wegen bestimmter Beziehungen zwischen den Streuungsmaßen und speziellen Hauptwerten, um derentwillen wir beide auch unten in engem Zusammenhange behandeln müssen, kommt aber nun hier vor allem auch der Durchschnitt der Quadrate der Abweichungen, der sog. „mittlere Fehler“

$$M = \sqrt{(x_m - x_1)^2 z_1 \ldots . + (x_m - x_1)^2 z_n} \qquad [18]$$

in Betracht, der ebenso, wie alle Durchschnitte gerader Potenzen der Abweichungen, ohnehin von deren Vorzeichen unabhängig ist, und auch schon deshalb das am allgemeinsten anerkannte „Streuungsmaß“ schlechthin ausmacht. M nimmt hierin eine ähnliche Vorzugsstellung ein, wie das einfache arithmetische Mittel 𝔄 unter den Hauptwerten, zu dem es auch sonst in enger analytischer Beziehung steht. Das dem „Zentralwert“ entsprechende „Streuungsmaß“ des „wahrscheinlichsten Fehlers“ P wurde bereits oben genannt. Auch auf die Repräsentation sonstiger charakteristischer Eigentümlichkeiten der Verteilung durch einzelne Funktionen solcher Abweichungen wird im Zusammenhange einzugehen sein.

4. Überall, wo nun solche Durchschnitte der beobachteten Werte selbst oder ihrer Abweichungen, wie bei 𝔄, D, M u. a., für einen stetigen K.-G. abzuleiten sind, gehen die oben genannten Summen in bestimmte Integrale von der Form

$$J(x) = \int_b^a T(x) \mathfrak{V}(x)\, dx \qquad [19]$$

mit den „Grenzen“ a und b über, die Bruns als „Durchschnitte“ nach der Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$ schlechthin bezeichnet[1]). T(x) ist die für die Eigenart des Durchschnittes entscheidende Funktion. Beim Zentralwert ℭ, der für stetige K.-G. durch die Gleichung

$$\int_{Eu}^{\mathfrak{C}} \mathfrak{V}(x)\, dx = \int_{\mathfrak{C}}^{E_0} \mathfrak{V}(x)\, dx = \frac{1}{2} \int_{Eu}^{E_0} \mathfrak{V}(x)\, dx = \frac{1}{2} \qquad [20]$$

1) Wahrscheinlichkeitsrechnung usw., S. 106.

definiert ist, kommt $\mathfrak{V}(x)$ von vornherein nur allein unter dem Integralzeichen vor. T(x) ist also hier konstant 1 oder x^0. Bei $\mathfrak{A}$ ist dann einfach $T(x) = x$, da bei einem stetigen K.-G.

$$\mathfrak{A} = \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\,dx \qquad [21]$$

Ferner ist

$$D = \int_{E_u}^{x} (x_m - x)\,\mathfrak{V}(x)\,dx + \int_{x}^{E_o} (x - x_m)\,\mathfrak{V}(x)\,dx \qquad [22]$$

und

$$M^2 = \int_{E_u}^{E_o} (x_m - x)^2\,\mathfrak{V}(x)\,dx, \qquad [23]$$

wenn x_m wieder den sog. Ausgangswert bedeutet, auf den die Abweichungen bezogen werden. Da sich nun alle diese Ausdrücke für $\mathfrak{A}$, D und M^2 durch partielle Integration in einfache und m-fache Integrale über die Verteilungsfunktion

$$\int_b^a\int\int \mathfrak{V}(x)\,dx^m$$

auflösen lassen, so sollen schon bei den Methoden zur rein empirischen Aufstellung der Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$ selbst, im 4. Kapitel, die entsprechenden Integrationen angegeben werden.

5. Da man aber bei gegebenem einfachen K.-G., wie z. B. bei der in 14, 2 erwähnten Aufgabe, die genannten Durchschnitte meistens direkt aus dem unstetigen K.-G. berechnet, so gewinnen diese Integrationsmethoden ihre volle Bedeutung doch erst bei der Untersuchung der zusammengesetzten K.-G., die § 14, 3 als besonders wichtige psychophysische Probleme geschildert wurden. Hier erwächst nämlich noch die besondere Aufgabe, die eben genannten Hauptwerte und Streuungsmaße für einfache K.-G. zu berechnen, die der Abhängigkeit der r. H. bestimmter Ereignisse A, B ... usw. (z. B. der Vergleichsurteile) von dem Argument x des zusammengesetzten K.-G. (von den Vergleichsreizen) hypothetisch zugrunde zu legen sind. Diese hypothetischen K.-G. stehen nun zu den beobachteten r. H. in den unten betrachteten Fällen der Psychophysik in der speziellen Beziehung, daß man die sämtlichen Fälle des hypothetischen K.-G. von einem seiner Extreme an bis zu der Abszisse der beobachteten r. H. aufsummieren muß, um den Wert dieser r. H. zu erlangen. Diese sogen. „Summenfunktion“ wird aber natürlich für einen stetigen hypothetischen K.-G. wieder zu einem bestimmten Integral über seine Verteilung f(x). Hieraus ergibt sich zunächst für den Zentralwert $\mathfrak{C}$ über die hypothetische Verteilung eine große Vereinfachung, da er nach [21] einfach gleich der Hälfte des Integrales über die Funktion f(x) zwischen den Extremen E_o und E_u des (hier hypothetischen) einfachen K.-G. ist, also gleich der Hälfte der r. H. der Abszisse E_o, wenn jene Aufsum-

mierung von E_a aus stattfindet. Die Bestimmungen der genannten Durchschnitte 𝔄, D, M u. a. erfordern aber, wie oben erwähnt, teilweise sogar eine mehrfache Integration über die Verteilung f(x) des K.-G., der durch sie repräsentiert wird. Dabei läßt sich aber nun offenbar eine Integration ersparen, wenn man sich, wie hier, unmittelbar an die beobachteten r. H. des zusammengesetzten K.-G. halten kann, der als „Summenfunktion" des hypothetischen einfachen aufzufassen ist. Die Vereinfachungen der Formeln von diesem Gesichtspunkte aus sollen als rein rechnerisches Hilfsmittel ebenfalls noch am Schlusse dieses kurzen Abrisses der K.-L. vor dem Übergang zu den speziellen psychologischen Anwendungen entwickelt werden.

Kapitel 4.

Die Interpolation der Verteilungsfunktion nach allgemeinen Gesichtspunkten.

(„Unmittelbares Verfahren" ohne Voraussetzung eines speziellen Verteilungsgesetzes.)

16. Die graphische Methode.

1. Unter den Methoden der Interpolation und der an sie sich anschließenden Operationen, für deren ausführlichere Darstellung und Begründung natürlich auf die bekannten Werke über wissenschaftliches Rechnen zu verweisen ist[1]), besteht das einfachste und voraussetzungsloseste Verfahren in der sog. graphischen Interpolation, die sich auf die geometrische Abbildung der Verteilungsfunktion aufbaut. Bei ihrer allgemeinen Bekanntheit braucht über sie hier wohl nur wenig gesagt zu werden. Nachdem die beobachteten Ordinatengipfel der r. H. auf sog. Millimeterpapier an ihrer Stelle mit der gewählten Genauigkeit eingetragen sind, legt man einfach nach dem Augenmaß eine möglichst stetig gekrümmte Kurve durch sie hindurch, falls man nur die erste Aufgabe einer rein interpolatorischen Behandlung ohne Ausgleichung lösen will. Das Stetigkeitsprinzip, das bei jeder rein empirischen Interpolation allein entscheidet, realisiert sich also hier ausschließlich durch die besondere Fähigkeit der optischen Simultanauffassung, Sprünge in der Krümmungsänderung der Kurve unmittelbar herauszuerkennen. Wenn die Richtung in der gegebenen Punktreihe sich nur allmählich ändert und das Abszissensintervall relativ gering ist, so wird bisweilen sogar die einfache geradlinige Verbindung unmittelbar benachbarter Punkte ausreichen. Auch sonst kann diese einen ersten Anhaltspunkt für die Auswahl der stetigsten Verbindungslinie abgeben. Dabei wird sich überall eine passende absolute Größe der Zeichnung und eine Proportion zwischen den Ordinaten und Abszissen herausfinden lassen, die den Krüm-

---

1) Vgl. u. a. Weinstein, Handbuch der physikalischen Maßbestimmungen, 1. Band, Die Beobachtungsfehler, ihre rechnerische Ausgleichung und Untersuchung. 1886. H. Bruns, Grundlinien des wissensch. Rechnens. 1903. E. Blaschke, Vorlesungen über mathematische Statistik 1906.



mungskontrast möglichst wirksam gestaltet. Auch Veränderungen der Lage der Bildebene zum Auge werden hierfür empfohlen.

2. Hat man einmal den Verlauf der Funktion innerhalb gewisser, von der Beobachtung gegebener Grenzen aufgezeichnet, so läßt sich übrigens auch noch jenseit dieser Grenzen eine Fortsetzung herausfinden, die dem Augenmaß relativ stetig erscheint. Man bezeichnet diese Ausdehnung der Funktion über die Grenzen der Erfahrung hinaus ganz allgemein als Extrapolation, deren Methoden überall einfach eine Verallgemeinerung der Interpolation bilden. Natürlich nimmt bei der graphischen Extrapolation die innere Notwendigkeit der Fortsetzung nach dem allgemeinen Stetigkeitsprinzip mit der Entfernung von den gegebenen Grenzen schnell ab, indem beliebige neue Krümmungstendenzen stetig aus den Extremen der interpolierten Kurve herausentwickelt werden können. Im allgemeinen bildet aber jedenfalls auch hier die geradlinige Verbindung unmittelbar benachbarter Endpunkte der interpolierten Kurve, also die Tangente an deren Extrem, einen ersten Anhaltspunkt dieser Extrapolation. Dennoch wird man von ihr, wie überhaupt von jedem anderen extrapolatorischen Verfahren, in psychophysischen Funktionen nur sehr selten Gebrauch machen können, da deren Verlauf mit der Variation der Bedingungen ein viel zu wechselnder ist, als daß er eine solche Verallgemeinerung ohne neue empirische Kontrollen gestattet.

3. Bei der innigen Verschmelzung, welche die gegebenen Punkte mit ihrer Verbindungslinie in dem subjektiven Gesamtbilde eingehen, hängt aber hier natürlich die Tendenz zu ihrer eigenen Korrektur nach dem nämlichen Prinzip der Formauffassung so enge mit der Interpolation als solcher zusammen, daß diese graphische Interpolation gewöhnlich sogleich mit der graphischen Ausgleichung zusammen behandelt wird. Falls hier jedoch bereits Messungen der resultierenden Abstände eines freier entworfenen Linienzuges von den gegebenen Punkten oder sonstige geometrische Konstruktionen neuer Treffpunkte hinzutreten, geht diese Ausgleichung ebenso stetig in ein analytisch begründetes Verfahren über, wie wenn man die primäre Verbindung der gegebenen Punkte mittels eines Kurvenlineales herstellt.

4. Auch die sog. graphische Integration, die zur Lösung der uns im 7. Kapitel begegnenden Aufgaben dienen könnte, ist wenigstens bei der Ableitung des einfachen bestimmten Integrales $\int_b^a f(x)dx$ zwischen den Grenzen a und b ein Rechnungs- bzw. Abzählungsverfahren, das sich einfach an die fertige graphische Interpolation anschließt. Der Flächeninhalt zwischen der Abszissenachse, den beiden Grenzordinaten in a und b und der stetigen Kurve, der, wie schon S. 36 erwähnt, jenem bestimmten Integral entspricht, kann ja einfach an den Quadraten des Millimeterpapieres abgezählt, bzw. in dem Restbetrag ihrer von der Kurvenlinie selbst abgeschnittenen Bruchteile wenigstens abgeschätzt werden, falls man nicht einfach die ausgeschnittene Fläche im ganzen abwiegen will. Wollte man aber auch noch ein bestimmtes Doppelintegral auf diese Weise auswerten, so wäre natür-

lich erst die Kurve der Funktion $J = \int_{Eu}^{x} f(x)\,dx$ graphisch zu entwerfen. Hierzu ist zunächst eine Reihe von Ordinaten J_1, J_2 J_3 ... aus den Flächenstreifen A_1, A_2, A_3 ... zwischen Eu und x_1, x_1 und x_2, x_2 und x_3 usw. aufzusummieren, indem man $J_1 = A_1$, $J_2 = A_1 + A_2$, $J_3 = A_1 + A_2 + A_3$ usw. setzt, nach deren graphischer Interpolation wie bei dem einfachen Integral weiterverfahren werden kann. Natürlich werden die Ungenauigkeiten des ersten Verfahrens bei Bestimmung der A_1 usw. in die höheren Integrationen jeweils übertragen. Übrigens werden wir sehr einfache analytische Formeln kennen lernen, welche in den bisher in Betracht kommenden Fällen die Doppelintegrale aus den Beobachtungen rechnerisch bereits mit viel größerer Genauigkeit als ein solches graphisches Verfahren bestimmen lassen, so daß man von dieser Integrationsweise wohl nur in seltenen Fällen Gebrauch machen dürfte.

5. Freilich wird diesem ganzen graphischen Verfahren selbst bei gutem Augenmaß und großer Geschicklichkeit und Übung im Zeichnen überall eine gewisse Willkürlichkeit und Unvergleichbarkeit der individuell und dispositionell schwankenden Resultate anhaften müssen. Wenn es also auch zum ersten Überblick über die Funktion und zur fortlaufenden Kontrolle eines anderen Verfahrens überall vortreffliche Dienste leisten kann, so wird sich ein eindeutiges und genau vergleichbares Resultat aus der gegebenen Reihe einzelner Funktionswerte immer nur durch rechnerische Ableitung einer analytischen Funktion erreichen lassen.

17. Die analytische Interpolation nach Lagrange.

a) Die Interpolation der Ordinate z einer relativen Häufigkeit zu einem gegebenen Abszissenwerte x ihres Argumentes.

1. Fechner[1]) benutzte bei seinen Interpolationen der Verteilungsfunktion die wohl am meisten gebräuchliche Formel von Lagrange, die als Umformung einer algebraischen Funktion von der Form

$$z = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \ldots + a_n x^n \qquad [24]$$

aufzufassen ist. Die $n+1$ Koeffizienten a_0 bis a_n werden hierbei durch die $n+1$ beobachteten Funktionswerte z_0, z_1 ... z_n und ihre zugehörigen Abszissen x_0, x_1 ... x_n so bestimmt, daß diese Gleichung n ten Grades zunächst für jedes Paar zusammengehöriger Beobachtungswerte x_0, z_0; x_1, z_1 usw. streng erfüllt wird. Außerdem läßt sie aber dann auch jedem beliebigen Abszissenwerte x eine r. H. z eindeutig zugeordnet sein. In der Formel kommen nur ganzzahlige Potenzen von x^0 bis x^n vor. Bei $n = 2$ bedeutet sie eine einfache Parabel, auch wird die Kurve zu [24] verallgemeinernd als „Parabel n-ten Grades" bezeichnet.

Die Koeffizienten werden naturgemäß so bestimmt, daß man zunächst die $n+1$ Koeffizienten als Unbekannte und die Beobachtungswerte x_0, z_0, x_0^2, z_0^2 usw. als ihre Koeffizienten auffaßt, die bei $n+1$ voneinander un-

1) Kollektivmaßlehre, S. 182 ff.

abhängigen Beobachtungen aus den n + 1 selbständigen, in diesen Unbekannten linearen Gleichungen

$$\begin{aligned} z_0 &= a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots a_n x_0^n \\ &\vdots \\ z_n &= a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots a_n x_n^n \end{aligned} \qquad [25]$$

eindeutig berechnet werden können. Setzt man dann die Lösungen für die verschiedenen a-Werte wieder als Koeffizienten in die Grundgleichung [24] ein, so ergibt sich nach entsprechenden Zusammenfassungen eben die Lagrangesche Interpolationsformel[1]):

$$z = (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n)\left[\frac{z_0}{(x - x_0)}\,\frac{1}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)\dots(x_0 - x_n)} + \dots \frac{z_n}{(x - x_n)}\,\frac{1}{(x_n - x_0)(x_n - x_1)\dots(x_n - x_{n-1})}\right] \qquad [26]$$

Hierbei können die Intervalle zwischen den Abszissen $(x_1 - x_0)$ usw. der beobachteten r. H. beliebig verschieden sein. Die Formel gestattet aber natürlich wesentliche Vereinfachungen, wenn man wiederum äquidistante Funktionswerte beobachtet hat.

2. Wenn nun bloß eine begrenzte Anzahl von n + 1 Beobachtungen vorliegt, wird man also stets eine einzige Parabel n-ten Grades durch sie hindurchlegen können. Dagegen ist es, wie schon S. 42 erwähnt, zumeist völlig dahingestellt, ob eine neue (n + 2) te Beobachtung ebenfalls zu der nämlichen Funktion paßt, ja die sonstigen allgemeinen Erfahrungen und theoretischen Überlegungen, die uns von § 20 an beschäftigen sollen, lassen von vornherein das Gegenteil erwarten. Denn die Verteilungen, die aus möglichst vielen Beobachtungen unter genügend konstanten Bedingungen konstruiert sind, zeigen insbesondere auch auf psychophysischem Gebiete bei freihändiger stetiger Verbindung der Ordinaten eine größere Verwandtschaft mit transzendenten Funktionen, die nur durch eine unendliche, wenn auch konvergente Reihe von Potenzen der unabhängigen Variablen mit allerdings rasch abfallenden Koeffizienten darzustellen sind. Vor allem die Tatsache der „Extreme" des K.-G. läßt sich nur so generalisieren, daß jenseit bestimmter Grenzen $E_u = x_0$ und $E_o = x_p$ entweder sämtliche Funktionswerte Null sind oder zum mindesten praktisch mit der Abszissenachse zusammenfallen bzw. einen ihr als ihrer „Asymptote" zustrebenden Verlauf zeigen. Diese beiderseits unbegrenzte Flankenreihe von annähernden oder vollständigen Nullwerten würde also bei einer durchgängigen Berücksichtigung des ganzen Verlaufs der Verteilungsfunktion im Ansatze der Lagrangeschen Formel allein schon eine unendliche Potenzreihe zu einer Interpolation erforderlich machen. Auch wären wenigstens einige dieser Flankenwerte z = o hinzuzunehmen, um auch nur das beiderseitige vollständige Einlenken in eine der x-Achse möglichst eng sich anschmiegende Oszillation schon innerhalb der Extreme stetig vorzubereiten. Die endliche Reihe ganzer Potenzen nach

1) Beispiele aus der psychophysischen Praxis gibt F. M. Urban, Die psychophysischen Maßmethoden als Grundlagen empirischer Messungen, Archiv f. d. ges. Psychologie. Bd. XV. 1909, S. 335 f.



[24] kann also immer nur den Zweck verfolgen, den wahrscheinlichen Verlauf zwischen den beobachteten Werten höchstens annähernd darzustellen, und darf insbesondere keinerlei Bedeutung über die Extreme hinaus beanspruchen.

Eben deshalb begnügt man sich aber nun bei Verwendung der algebraischen Funktionen im allgemeinen schließlich auch damit, immer nur ein Stück der ganzen Verteilungsfunktion mit je einem Funktionsausdruck einheitlich und mit durchweg stetigen Richtungsänderungen darzustellen. Man vereinigt also je s aufeinander folgende Werte $z_0, z_1 \ldots z_s$; $z_s, z_{s+1} \ldots, z_{2s}$ usw. zu je einer algebraischen Funktion (s — 1) ten Grades, wodurch natürlich die Formel [26], zumal bei äquidistanten Ausgangswerten, bedeutend vereinfacht werden kann. Freilich wird hiermit zunächst bei dem Übergang zur neuen Funktion die Stetigkeit der Richtungsänderung preisgegeben, wenn auch die Funktion selbst keinen Sprung macht. Denn die Richtungsänderung der Kurve, die in den Differentialquotienten erster bis n-ter Ordnung zum Ausdruck kommt — der n + 1-te verschwindet hier, nachdem der n-te einfach eine Konstante war — ist nur innerhalb der nämlichen Interpolations-Funktion eine stetige, da im allgemeinen die nächstbenachbarte doch nicht mit ihr zusammenfällt.

Der Grenzfall dieser stückweisen Darstellung mittels algebraischer Funktionen ist natürlich wiederum die lineare Verbindung von jeweils nur zwei unmittelbar benachbarten Werten, die sich analytisch so darstellt, daß das System der „Beobachtungsgleichungen" [25] durch lauter Paare linearer Gleichungen von der Form

$$z_s = a_{s,0} + a_{s,1} x_s$$
$$z_{s+1} = a_{s,0} + a_{s,1} x_{s+1} \qquad [27]$$

ersetzt wird, aus denen sich dann je eine lineare Interpolationsfunktion von der Form

$$z = \left(\frac{z_s x_{s+1} - z_{s+1} x_s}{x_{s+1} - x_s}\right) + \frac{z_{s+1} - z_s}{x_{s+1} - x_s} \cdot x \qquad [28]$$

ergibt. Die einfachste Form erlangt man freilich erst durch eine passende Änderung der Koordinaten, die in Fig. 2 geometrisch veranschaulicht ist. Man verlegt den Anfangspunkt in den ersten der beiden linear zu verbindenden Punkte A mit den alten Ordinaten x_s, z_s. Hierdurch wird

$$z' = z - z_s;\ z'_s = z_s - z_s = 0;\ z'_{s+1} = z_{s+1} - z_s = \Delta_s$$
$$x' = x - x_s;\ x'_s = x_s - x_s = 0;\ x'_{s+1} = x_{s+1} - x_s = i \qquad [28a]$$

und die neue bekannteste Gleichung für die rein lineare Interpolation zwischen x_s und x_{s+1} lautet somit einfach:

$$z' = \frac{\Delta_s}{i} x', \qquad [29]$$

wie man sich natürlich auch aus Fig. 2 durch die bekannte Proportion

$$z' : x' = \Delta : i$$

geometrisch ableiten kann. Bei absoluten H. steht für z' wieder Z'.



4. Wenn nun auch diese einfachste und unstetigste Verbindungsweise für viele Zwecke ausreicht, so entfernt sie sich doch von dem wahrscheinlichen stetigen Verlauf meistenteils am weitesten, und läßt z. B. auch das Maximum der ganzen Funktion $\mathfrak{V}(x)$ nicht anders bestimmen, als es auch schon aus dem unstetigen K.-G. der einzelnen Funktionswerte ohne weiteres als größter Wert zu entnehmen ist, weil eben die Gerade die für das Maximum unerläßliche Richtungsänderung ausschließt.

Viel stetiger kann sich der Übergang zwischen den einzelnen Teilfunktionen aber schon bei der Zusammenfassung von je drei aufeinander folgenden Werten gestalten, die wohl die häufigste Anwendung der Lagrangeschen Formel ausmacht. Man nimmt also z. B. die Werte z_0, z_1, z_2; z_2, z_3, z_4 usw. zu einer gewöhnlichen Parabel zusammen, denkt sich somit die ganze Verteilungskurve in lauter Parabelbogen I, II usw. zerlegt, die nur zwischen z_0 und z_2, z_2 und z_4 usw. gültig sind. Hierbei ist es dann wiederum vor-

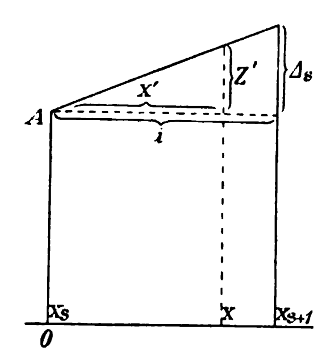


Fig. 2.
Schema der einfachsten, linearen Interpolation.

teilhaft, den Nullpunkt der Abszissen bei der Behandlung jedes einzelnen Bogens in dessen Mitte zu verlegen [1]). Wir ziehen also von x, sowie von allen x_1, x_2 usw. bei I den Wert x_1, bei II den Wert x_3 usw. ab und setzen unter der Annahme äquidistanter Beobachtungswerte:

$$x'_0 = x_0 - x_1 = -i;\ x'_1 = x_1 - x_1 = 0;\ x'_2 = x_2 - x_1 = +i. \qquad [30]$$

So erlangen wir aus Gleichung [26] für $n = 2$

$$z_I = \frac{1}{2}\left(z_0 x'^2 - z_0 i x' - 2 z_1 (x'^2 - i^2) + z_2 x'^2 + z_2 i x'\right). \qquad [31\ ^2)]$$

Setzt man hierin außerdem

$$x' = \alpha i, \qquad [32]$$

indem man x' von seinem Nullpunkt aus in echten Brüchen α des Intervalles i positiv und negativ bis zur Grenze der Gültigkeit des

1) Vgl. Urban, a. a. O. S. 374.

2) Diese Gleichung ist natürlich ebenso wie [28] durch direkte Berechnung aus einem nach [25] neu angelegten speziellen System für $n = 2$ leicht zu finden,

Parabelbogens fortschreiten läßt, so fällt i^2 als Quadrat der neuen Einheit fort, und wir erlangen als allgemeine Formel:

$$z_I = \frac{1}{2}\left(z_0\alpha^2 - z_0\alpha - 2z_1(\alpha^2 - 1) + z_2\alpha^2 + z_2\alpha\right)$$
$$= \frac{\alpha^2}{2}(z_0 - 2z_1 + z_2) - \frac{\alpha}{2}(z_0 - z_2) + z_1. \qquad [33]$$

Für z_{II}, z_{III} usw. ist jetzt nur noch zu den Indices der z immer ein weiteres Vielfaches von 2 hinzuzufügen, da α für alle Bogen den Bruchteil des Intervalles bedeutet, um den die Interpolationsabszisse von dem Mittelpunkte des Stückes x_1, x_3, x_5 usw. nach links oder rechts abweicht. Freilich ist diese stückweise Interpolation bei $s > 2$, also abgesehen von der rein linearen, nicht mehr eindeutig, da die Zusammenfassung zu je s aufeinander folgenden Werten natürlich bei jedem beliebigen beginnen kann. Jene Parabelbogen können also anstatt durch z_0, z_1, z_2; z_2, z_3, z_4 usw. auch durch $z_{-1} = 0$, z_0, z_1; z_1, z_2, z_3 usw., also stets auf zweifache Weise gelegt werden, so daß Gleichung [33] für sämtliche Indices x, $x+1$, $x+2$ statt 0, 1, 2, anwendbar ist. Kurz es gibt stets $s-1$ Möglichkeiten, wie man eine stetige Funktion $\mathfrak{B}(x)$ aus zusammenhängenden Stücken je einer Parabel $(s-1)$ten Grades aufbauen kann. Es lassen sich aber nun bei $s = 3$ sehr leicht das arithmetische Mittel der beiden Möglichkeiten als endgültige und eindeutige Interpolation bestimmen, die zugleich die starken Änderungen der Richtung in jedem zweiten beobachteten Punkte aufhebt, wenn sie auch dafür, ähnlich wie die ebenfalls eindeutige lineare Interpolation, solche Unstetigkeiten des Differentialquotienten in sämtlichen Punkten herbeiführt. Die Formel für dieses arithmetische Mittel kann natürlich auch nur noch zwischen zwei unmittelbar benachbarten Punkten gültig sein, da nur hier jede der im Mittel berücksichtigten Urfunktionen gleichzeitig durch beide Funktionswerte hindurchgeht, während in jedem Intervall dann natürlich auch ungültige, d. h. bei der Interpolation hier nicht berücksichtigte Stücken aller anderen Teilfunktionen an beiden oder wenigstens einem der Grenzpunkte vorbeigehen.

Leitet man speziell für $s = 3$, also bei der einfachen Parabel, dieses arithmetische Mittel aus den beiden Möglichkeiten z_a und z_b ab, so muß natürlich die Abszisse α in z_a und z_b die nämliche Bedeutung haben, so daß also (bei der Kombination der durch z_0, z_1, z_2 gelegten Parabel z_a mit der Kurve z_b durch z_1, z_2, z_3) in der Gleichung [33] für z_b das α durch $(\alpha - 1)$ zu ersetzen ist. Es folgt also aus Gleichung [33], in der nur z_a für z gesetzt wird, und aus der folgenden Gleichung für die zweite Parabel z_b

$$2z_b = (\alpha^2 - 2\alpha + 1)(z_1 - 2z_2 + z_3) - (\alpha - 1)(z_1 - z_3) = 2z_2 \qquad [33a]$$

als arithmetisches Mittel aus beiden

$$z' = \frac{z_a + z_b}{2} = \frac{\alpha^2}{4}(z_0 - z_1 - z_2 + z_3) - \frac{\alpha}{4}(z_0 + 3z_1 - 5z_2 + z_3) + z_1. \qquad [33b]$$

Diese zwischen z_1 und z_2, also nur für positive Werte von $\alpha < 1$ gültige Formel ist jetzt in ihren Koeffizienten von beiden Seiten her, durch z_0 und z_3, beeinflußt und so viel weniger willkürlich wie [33] allein für sich.



b) Die Umkehrung der Interpolation.
(Bestimmung des Argumentes x zu einem direkt oder indirekt gegebenen Funktionswert z.)

1. Berechnung des Argumentes x zur r. H. z = a.

Die graphische Interpolation ist auch insofern das einfachste Verfahren dieser Art, als bei ihr nach Zeichnung des Kurvenzuges je zwei Koordinaten, die hierdurch einander neu zugeordnet werden, von seiten der Ordinate aus ebenso leicht zu bestimmen sind, als vorhin von seiten der Abszisse. Wurde hier zunächst in einem beliebigen Punkte der Abszissenachse eine Senkrechte errichtet und von deren Schnittpunkt mit der Kurve das Lot auf die Ordinatenachse gefällt, so nimmt bei der Umkehrung einfach das nämliche Verfahren von dem beliebigen Punkte der Ordinatenachse seinen Ausgang. Bei der rechnerischen Interpolation erfordert nun diese Umkehrung die Auflösung der unentwickelten Funktionsgleichung

$$f(x,z) = 0$$

nach x, bzw. α, nachdem sie bisher in den Formeln [26] bis [33b] immer nach z aufgelöst war. Doch kann man natürlich auch hier sofort von den das z explizite enthaltenden Formeln ausgehen. Die Ordnung der Parabelfunktion, die man für z angesetzt hat, ist selbstverständlich auch für den Grad der Gleichung für x entscheidend, doch nicht ohne weiteres mit ihm identisch, da bei indirekten Bestimmungen des z, z. B. als Maximum, die Ausgangsgleichung erst eine weitere Behandlung erfordert. Doch sucht man im allgemeinen, nicht über die quadratische Form der Endgleichung für x, bzw. α hinauszukommen. Die passende Wurzel ist aus dem Zusammenhange stets leicht herauszufinden. Im folgenden sind nun einige Spezialaufgaben behandelt, die uns in der psychophysischen Methodik begegnen werden.

Bei der Analyse der K.-G. nach § 14, 3 S. 38 ff. wird im siebenten Kapitel, § 30, b das Argument x zu bestimmen sein, bei dem die r. H. gleich $\frac{1}{2}$ ist. Da dieser Punkt der Funktion im allgemeinen nicht gerade selbst beobachtet ist, so muß er meistens erst interpolatorisch, unter Voraussetzung einer wenigstens in diesem Intervall auf die Funktion zutreffenden Formel, gesucht werden. Die Aufgabe sei zuerst allgemein für z = a behandelt. Bei einer solchen direkten Bestimmung des z ist sofort die Gleichung der Funktion selbst nach x bzw. α aufzulösen. Man kann nun zunächst eine Gerade durch die Gipfel von $z_s < a$ und $z_{s+1} > a$ gelegt denken, also linear nach [29] und Fig. 2 interpolieren. Setzt man dort für z′ den Wert a, so findet man

$$x' = x - x_s = \alpha i = \frac{i \cdot (a - z_s)}{z_{s+1} - z_s}. \qquad [34]$$

Interpoliert man dagegen nach [33b] eine einfache Parabel, die durch die Punkte $z_s < a$, $z_{s+1} > a$ hindurchgeht, so erhält man für α die quadratische Gleichung:

$$\alpha^2 - \alpha \frac{A}{B} = \frac{4(a - z_1)}{B},$$

worin
$$A = z_{s-1} + 3z_s - 5z_{s+1} + z_{s+2}$$
$$B = z_{s-1} - z_s - z_{s+1} + z_{s+2}$$
$$\alpha = \frac{1}{2B}\left(A \pm \sqrt{A^2 + 16B(a - z_1)}\right) \quad [35]$$

Nach den Voraussetzungen für [33b] kommt nur die Wurzel $0 < \alpha < 1$ in Frage.

Zum Beispiel soll für eine später noch öfter behandelte Funktion $F_k(x)$ nach S. 40, deren z-Werte in Tabelle 5 und Fig. 4 angegeben sind, das Argument x für $z = \frac{1}{2}$ nach [34] und [35] gesucht werden. Die in der Nähe des kritischen Punktes einander zugeordneten äquidistanten Koordinaten mit $i = 3$ sind aus später ersichtlichen Gründen nach fallenden Abszissen geordnet, so daß also auch das Vorzeichen von α nach seiner Berechnung umzukehren ist. (Die Zahl 50 ist das n nach S. 39ff.)

Index ν	s − 1	s	s + 1	s + 2
x_ν :	55	52	49	46
50 z :	7	13	33	45

Das Maß der Ordinate der relativen H. ½ ist also hier $a = 25$. Somit folgt aus [34]:
$$\alpha \cdot i = \frac{3 \cdot (25 - 13)}{33 - 13} = 1{,}8$$
$$x = 52 - 1{,}8 = \mathbf{50{,}2.}$$

Aus [35] aber ergibt sich als gültige Wurzel:
$$\alpha = \frac{1}{12}\left(-74 + \sqrt{5476 + 1152}\right) = 0{,}617$$
$$x = x_s - \alpha \cdot i = 52 - 0{,}617 \cdot 3 = \mathbf{50{,}149},$$

also ein nur sehr wenig kleinerer Wert als bei rein linearer Interpolation. Wie Fig. 4 zeigt, ist ja auch der Verlauf der Kurven dieser in § 14, 3 genannten Gattung in der Mitte wirklich annähernd geradlinig, so daß [34] meistens ausreicht. Wir werden übrigens auf diese Aufgabe in § 30, 2 nochmals zurückkommen.

2. Die Bestimmung des Schnittpunktes zweier Kurven.

Da bisweilen auch dem Schnittpunkt zweier Verteilungskurven der eben genannten Art eine theoretische Bedeutung beigemessen wird, so wollen wir auch diese Aufgabe hier sogleich allgemein behandeln. Da die Ordinaten des Schnittpunktes bei den Kurven gemeinsam sind, setzen wir ihre auf die nämliche unabhängige Variable bezogenen Funktionswerte allgemein einander gleich und suchen das x bzw. α, das diese Gleichung befriedigt. Der [illegible] über die beobachteten Funktionswerte ergibt auch hier zunächst [illegible] Intervall zwischen $x_s < x$ und $x_{s+1} > x$. Begnügt man sich [illegible] der für beide Funktionen $z_{1,s}$ usw. und $z_{2,s}$ usw. mit einer ge-

radlinigen Verbindung von $z_{1,s}$ und $z_{1,s+1}$ bzw. $z_{2,s}$ und $z_{2,s+1}$, so ist diesmal auf [28] zurückzugehen. Denn bei der Verschiedenheit von $z_{1,s}$ und $z_{2,s}$ kann im allgemeinen nicht auch $z_{1,s}$ und $z_{2,s}$ zugleich mit x_s durch die Wahl eines neuen Anfangspunktes A des Koordinatensystemes zum Verschwinden gebracht werden, wohl aber x_s für sich allein durch die Wahl des neuen Ausgangspunktes $A' = x_s, 0$. Dadurch wird [28], da $x'_{s+1} = x_{s+1} - x_s = i$, zunächst allgemein: $z' = \frac{z_s \cdot i}{i} + \frac{z_{s+1} - z_s}{i} x'$,

oder, da $x' = \alpha \cdot i$, einfach:

$$z' = z_s + \alpha (z_{s+1} - z_s).$$

Durch Gleichsetzung von z'_1 und z'_2 ergibt sich also

$$z_{1,s} + \alpha (z_{1,s+1} - z_{1,s}) = z_{2,s} + \alpha (z_{2,s+1} - z_{2,s})$$

$$\alpha = \frac{z_{1,s} - z_{2,s}}{z_{1,s} - z_{2,s} + z_{2,s+1} - z_{1,s+1}} \qquad [36]$$

Die Abszisse des gesuchten Schnittpunktes wird dann schließlich

$$x = x_s + \alpha i. \qquad [36a]$$

Interpoliert man aber wieder mittels [33b], so ist folgende quadratische Gleichung nach α aufzulösen.

$$\frac{\alpha^2}{4} B_1 - \frac{\alpha}{4} A_1 + z_{1,s} = \frac{\alpha^2}{4} B_2 - \frac{\alpha}{4} A_2 + z_{2,s},$$

oder

$$\alpha^2 - \frac{\alpha(A_1 - A_2)}{B_1 - B_2} = \frac{4 (z_{2,s} - z_{1,s})}{B_1 - B_2}.$$

Hierin bedeuten die A und B analog wie in [35]:

$$A_1 = z_{1,s-1} + 3z_{1,s} - 5z_{1,s+1} + z_{1,s+2}$$
$$B_1 = z_{1,s-1} - z_{1,s} - z_{1,s+1} + z_{1,s+2}$$
$$A_2 = z_{2,s-1} + \text{usw.}$$

Somit ist

$$\alpha = \frac{1}{2 (B_1 - B_2)} \left[(A_1 - A_2) + \sqrt{(A_1 - A_2)^2 + 16 (B_1 - B_2)(z_{2,s} - z_{1,s})} \right] \qquad [37]$$

Als Beispiel werde der Schnittpunkt der schon vorhin betrachteten Kurve der Fig. 4 mit einer zweiten Kurve von analoger Form, aber symmetrischer Hauptrichtung gesucht, die der nämlichen Versuchsreihe angehört. Man stellt zunächst die auf die nämlichen äquidistanten Abszissen (mit $i = 3$) bezogenen Ordinaten der beiderseits beobachteten Funktionswerte zusammen, die auch den Schnittpunkt in dem nämlichen Intervall, wie vorhin $z = \frac{1}{2}$, voraussehen lassen, nämlich zwischen 52 und 49. Auch die Indices für [36] und [37] werden daher die nämlichen wie vorhin:

Index ν:	$s-1$	s	$s+1$	$s+2$
x_ν :	55	52	49	46
$50z_1$:	7	13	33	45
$50z_2$:	22	17	6	0

Somit folgt zunächst aus [36] bei linearer Interpolation:

$$\alpha = \frac{13 - 17}{13 - 17 + 6 - 33} = \frac{-4}{-31} = 0{,}129.$$

Da die Abszissen fallen, ist α wieder negativ zu nehmen. Nach [36a] ergibt sich somit als Abszisse des Schnittpunktes

$$x = 52 - 0{,}129 \cdot 3 = \mathbf{51{,}613}.$$

Bei Parabelinterpolation findet man bei dem fast geradlinigen Verlauf beider Kurven in dieser Zone hier auch wieder einen ganz ähnlichen Wert. Als gültige Wurzel nach [37] erhält man, da

$$A_1 = -74 \quad B_1 = +6$$
$$A_2 = +43 \quad B_2 = -1$$
$$A_1 - A_2 = -117 \quad B_1 - B_2 = +7,$$
$$\alpha = \frac{1}{14}\left(-117 + \sqrt{13689 + 448}\right) = 0{,}135$$

Es schneiden sich also beide Parabeln in

$$x = 52 - 0{,}135 \cdot 3 = \mathbf{51{,}595}.$$

Die zugehörige r. H. z ist natürlich jeweils einfach durch Einsetzung des gefundenen Arguments x in die Ausgangsgleichung [33b] für eine von beiden Funktionen zu berechnen, die nach richtiger Rechnung hierdurch beide identisch erfüllt werden müssen. In der Tat finden wir in unserem Falle für $\alpha = 0{,}135$

$$50 z_{1,x} = 15{,}52$$
$$50 z_{2,x} = 15{,}54,$$

wobei in der zweiten Dezimale offenbar nur ein kleiner Abrundungsfehler zur Geltung kommt.

Beide hier gelösten Aufgaben lassen sich natürlich nach allen möglichen Interpolationsmethoden behandeln. Doch werden wir in unserer Praxis mit dem hier Gebotenen bereits ausreichen, so daß wir hierauf nicht weiter zurückkommen. Bei der sogen. Differenzen-Interpolation (s. § 19), bei der diese Aufgaben z. B. von Lehmann erwähnt werden, werden ja die Lösungen aus Formeln abgeleitet, die zu [28] und [33a] analog sind, so daß sie ohnehin wieder mit [34] bis [37] übereinstimmen.

3. Die Bestimmung des Maximums der Verteilungskurve (das sogen. Dichtigkeitsmittel $\mathfrak{D}$).

An alle bisher genannten Formeln läßt sich dann natürlich auch die Differentiation und Integration innerhalb der Grenzen ihrer Gültigkeit anschließen, die man in den Lehrbüchern ausführlich dargelegt findet. Für unsere Zwecke werden wir uns dagegen hierzu im wesentlichen der erst im nächsten Paragraphen entwickelten Differenzenmethode bedienen, die zwar auf der Voraussetzung der nämlichen analytischen Funktion für $\mathfrak{W}(x)$ fußt, aber bei äquidistanten Ordinaten von vorne herein mit einer ganz analogen Formel operiert wie Gl. [30], wobei deren Bestandteile aus den beobachteten

Einzelwerten z_0, z_1 usw. viel unmittelbarer als bei [26] gebildet werden können. Nur die Differenzierung der Gleichung [30] sei schon hier kurz erwähnt, da sie eine rasche annähernde Bestimmung des Maximums der Verteilungskurve, des sogen. „Dichtigkeitsmittels $\mathfrak{D}$“ (s. S. 45) ermöglicht. Doch entspricht eben auch ihr eine ganz analoge Gleichung der Differenzenmethode, wenn man sich mit einer ebenso einfachen Funktion begnügt. Wir betrachten hier zunächst die Bedingungen für das Maximum der einfacheren Funktion [33] $z = f(\alpha)$, da diese in der psychophysischen Literatur bei der Anwendung der Lagrangeschen Methode bisher verwendet wurde. Sie bestehen bekanntlich darin, daß der erste Differentialquotient der Funktion nach der unabhängigen Variablen α verschwindet, während der zweite negativ wird. Es liegt also ein Maximum bei demjenigen α ($\mathfrak{D}$), das aus der linearen Gleichung

$$\frac{dz}{d\alpha} = 0 = \alpha (z_0 - 2 z_1 + z_2) - \frac{1}{2} (z_0 - z_2) \qquad [38]$$

eindeutig zu finden ist, wenn zugleich

$$\frac{d^2 z}{d\alpha^2} = (z_0 - 2 z_1 + z_2) < 0 \text{ oder} \qquad [39]$$

$$\frac{1}{2} (z_0 + z_2) < z_1 \,.$$

Ein zweites Extrem ist dann im Bereich der nämlichen einfachen Parabel ausgeschlossen. Aber auch dieses eine Extrem besitzt bei den Voraussetzungen der Gl. [33] nur dann für die Funktion $\mathfrak{V}$ (x) Gültigkeit, wenn sein α zwischen -1 und $+1$ liegt, bezw. sein x zwischen x_0 und x_2.

Greift man nun drei unmittelbar zusammenhängende Ordinaten heraus, die zugleich [39] erfüllen, z. B. wenn die mittlere unter ihnen die größte ist, so liegt das gesuchte Maximum bei

$$\alpha (\mathfrak{D}) = \frac{z_0 - z_2}{2 (z_0 - 2 z_1 + z_2)} \qquad [40]$$

Kehrt man schließlich an der Hand der Beziehungen [32] wieder zu den ursprünglichen Abszissen zurück, so liegt das Maximum also um den Wert $\alpha (\mathfrak{D}) \cdot i$ links oder rechts von x_1, je nachdem $\alpha (\mathfrak{D}) <$ oder > 0.

Wie die Parabelinterpolation nach [33] überhaupt, so ist aber natürlich auch diese Ableitung des Maximums an sich noch keine eindeutige. Im allgemeinen wird dieses also wieder erst aus der Kurve [33b] zwischen zwei unmittelbar benachbarten Punkten eindeutig zu bestimmen sein. Unter Berücksichtigung der neuen Koeffizienten von α^2 und α in Gl. [33b] findet man also die neue, eindeutige Bestimmung des von x_1 aus zu rechnenden α für das Maximum zwischen x_1 und x_2 als

$$\alpha' (\mathfrak{D}) = \frac{z_0 + 3 z_1 - 5 z_2 + z_3}{2 (z_0 - z_1 - z_2 + z_3)}, \qquad [41]$$

wenn gleichzeitig der Koeffizient von α^2 negativ, also

$$z_0 + z_3 < z_1 + z_2 \,. \qquad [42]$$

Dabei sind hier überhaupt nur noch positive Werte von $\alpha' < 1$ gültig.

Natürlich ist hiermit zunächst immer nur ein relatives Maximum zwischen den mit z_1 und z_2 bezeichneten Punkten eindeutig bestimmt. Erst die Vergleichung der verschiedenen Intervalle kann dann darüber Auskunft geben, ob es sich auch um das als 𝔇 bezeichnete absolute Maximum der r. H. handelt. Häufig reicht aber schon die graphische Interpolation hin, um das kritische Intervall ausfindig zu machen, in welchem sich das absolute Maximum befinden muß, ja bisweilen genügt hierzu schon ein Blick auf die einzelnen Beobachtungszahlen als solche.

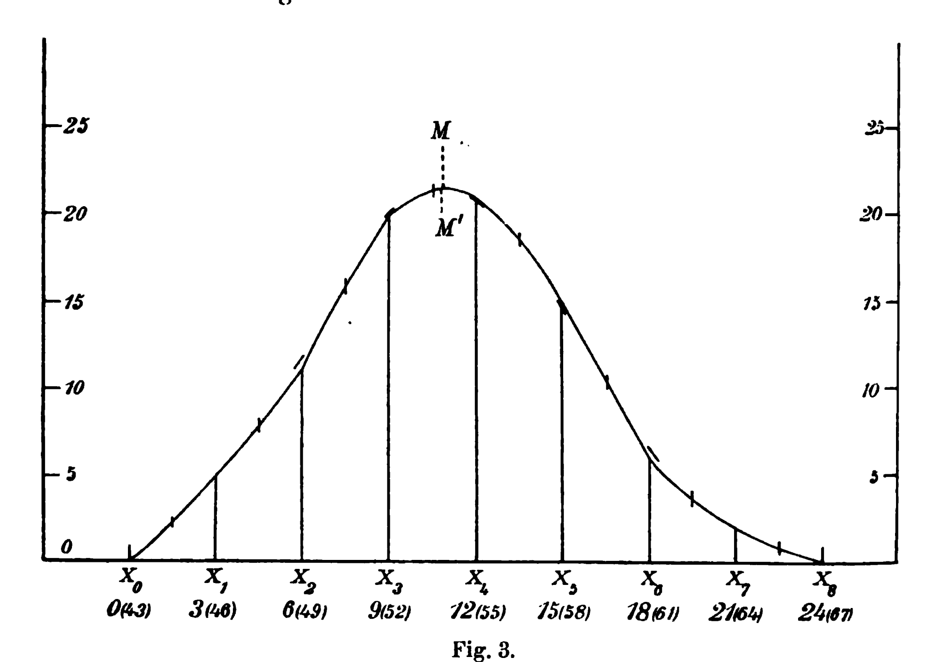


Fig. 3.

Die Interpolation einer (mittleren) einfachen Parabel nach Formel [33 b] zwischen je zwei benachbarten Ordinatengipfeln und die Ausgleichung mittels einer solchen Interpolation.

Später werden wir allerdings noch eine genauere Methode zur Bestimmung des Maximums von 𝔚 (x) kennen lernen. Doch haben schon Fechner und in neuester Zeit Urban a. a. O. mittels der einfachen Parabelinterpolation [33] das Dichtigkeitsmittel annähernd bestimmen können. Insbesondere Gl. [41] wird bereits eine ziemlich gute und dabei zugleich eindeutige Lösung geben können. Im folgenden sei daher auch unser Beispiel für die spätere genauere Bestimmung sogleich nach dieser einfachen Methode behandelt, aus dem zugleich alles Bisherige noch anschaulicher werden soll. Es ist eine den Versuchen von H. Keller über die Unterschiedsschwellen für Schallintensitäten entnommene Kurve der Gleichheitsurteile nach der in § 14, 3 behandelten Methode der systematischen Abstufung der Vergleichsreize[1]) und wurde schon oben in § 15 auf ihr arithmetisches Mittel 𝔄 und ihren Zentralwert 𝔈 hin untersucht (s. S. 46). Fig. 3 zeigt die

1) Wundt, Psychol. Studien, Bd. 3, 1. H. 1907, S. 49 ff. Tabelle S. 89 (Me N-R = 55).

9 beobachteten r. H. (einschließlich der Extreme). Das Intervall i der Abszissen war 3. Folgende Tabelle gibt die beobachteten z-Werte:

Tabelle 1.

Index ν:	(−1)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	(9)
x_ν:	(40)	43	46	49	52	55	58	61	64	67	69
50z:	(0)	0	5	11	20	21	15	6	2	0	(0)

Die graphische Interpolation nach Art der Fig. 3 läßt das Maximum in der Figur bei M) zwischen $x = 52$ und 55 erwarten. Für die Fig. 3 wurden auch die Mittelpunkte $z'_{s+0,5}$ der Intervalle nach Gl. [33b] mit dem unten aus Tabelle 2 ersichtlichen Resultate interpoliert. Sie sind durch senkrechte Striche angedeutet. Hierauf ließ sich der ungefähre Verlauf der einzelnen Parabelbogen leicht ergänzen.

Wir rechnen wieder einfach mit den absoluten H. $Z = 50z$ und setzen

$$z_0 = 11 \quad z_1 = 20 \quad z_2 = 21 \quad z_3 = 15,$$

die durch die Ungleichung

$$36 < 41$$

die Bedingung [42] für ein Maximum zwischen ihnen erfüllt zeigen. Dieses liegt nun nach [41] bei

$$\alpha'(\mathfrak{D}) = \frac{11 + 60 - 105 + 15}{2(11 - 20 - 21 + 15)} = \frac{-19}{-30} = 0{,}633$$

oder bei

$$\mathfrak{D} = x_1 + \alpha' \cdot i = 52 + 0{,}633 \cdot 3 = \mathbf{53{,}899} \cdot$$

Die maximale a. H. dieser Stelle findet man dann aus Gl. [33b]

$$Z'(\mathfrak{D}) = 21{,}55.$$

Nach der genaueren Methode wird sich später $\alpha = 0{,}565$ ergeben, also immerhin bereits eine gute Übereinstimmung, die bei dem ruhigen Verlauf von $\mathfrak{V}(x)$ im ganzen hier auch leicht begreiflich ist.

Die Symmetrie der ganzen Verteilung Tab. 1 bringt es übrigens hier mit sich, daß man kein wesentlich anderes Resultat erhalten hätte, wenn man eine beliebige der beiden einzelnen Parabeln z_a oder z_b allein für sich verwendet, also Gleichung [40] benutzt hätte.

Bei Herstellung von z_a aus z_2 bis z_4, d. h. 11, 20 und 21 (statt z_0 bis z_1) würde man nach Gl. [40] den fast gleichen Wert 53,87 gefunden haben. Die Vorschrift einer Auswahl der 3 absolut größten Werte 20, 21, 15 hätte hier ein von 55 aus gerechnetes $\alpha = -0{,}357$ ergeben, dem somit von 52 aus $\alpha = +0{,}643$ statt 0,633 entspräche. Dieses kann natürlich, da ja die Reihenfolge in der Zusammenfassung der z-Werte zu Parabelbögen frei steht, genau die nämliche Gültigkeit wie das andere beanspruchen, so daß zwischen ihnen in der Tat nur durch den Übergang zu Formel [33a] bezw. [41] entschieden werden kann. Bei ihrer Einfachheit sollte man daher diese Formeln [33a] und [41] ganz allgemein selbst dann von vorne herein allein anwenden, wenn die Ähnlichkeit der beiden Partialkurven

an und für sich das Resultat der drei Möglichkeiten nur wenig verschieden ausfallen läßt.

c) Die Ausgleichung der Funktion mittels Interpolation.

Auch jede analytische Interpolationsmethode läßt sich ebenso wie die graphische weiterhin eventuell zu einer „Ausgleichung“ mutmaßlicher „Fehler“ der beobachteten Funktionswerte benutzen. Nur muß natürlich hier auch deren Prinzip zunächst auf einen klaren rechnerischen Ausdruck gebracht werden. In diesem Zusammenhange handelt es sich einstweilen nur um die, wie gesagt, noch sehr willkürliche und den wahrscheinlichen z-Werten nur ganz annähernd entsprechende Beibehaltung der allgemeinen Form von Gl. [24] für die Verteilungsfunktion, die nur eben einfacher und ruhiger verlaufen soll, als die durch die $n + 1$ Beobachtungswerte genau hindurchgehende Kurve n-ter Ordnung. Man könnte also zunächst einfach wiederum für die ganze Verteilung eine einfachere Parabel von niedrigerer, z. B. $(s-1)$ ter Ordnung als generellen, wahren Verlauf ansehen, von dem die n beobachteten z-Werte in irgend einer Weise abweichen. Wenn über die Verteilung der Fehler gar nichts weiter bekannt ist, bezw. wenn dieselbe für eine völlig zufällige gelten darf, kann man natürlich nicht etwa s Werte herausgreifen und durch sie jene einfachere Form $(s-1)$ -ter Ordnung, was nach [25] möglich sein muß, wieder genau hindurchlegen. Denn die $n - s$ anderen Werte weichen dann natürlich hiervon im allgemeinen ab. Durch alle n Beobachtungsgleichungen zusammen sind ja die s Koeffizienten überbestimmt, so daß also zu einem eindeutigen Ergebnis erst noch etwas über die „Verteilung“ der Beobachtungsfehler auszumachen ist. Hierin besteht eben die spezielle Voraussetzung jeder analytischen Ausgleichungsmethode. Die „Fehler“ sind nun offenbar die Differenzen zwischen den z-Werten, die man aus den s Konstanten der Funktion in ihrer als „wahr“ betrachteten Form und den Abszissen $x_0, x_1 \ldots x_n$ der Beobachtungswerte berechnet, einerseits und den tatsächlich beobachteten z-Werten andererseits. Bezeichnet man diese sogen. „übrig bleibenden“ Fehler mit v_x, so ist also z. B. nicht mehr

$$a_0 + a_1 x_0 + \ldots a_{s-1} x_0^{s-1} - z_0 = 0,$$

sondern vielmehr

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 x_0 + \ldots a_{s-1} x_0^{s-1} & - z_0 = v_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + \ldots a_{s-1} x_1 \delta^{o} & - z_1 = v_1 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad & \qquad \vdots \quad \vdots \\ a_0 + a_1 x_1 + \ldots a_{s-1} x_n \delta^{o} & - z_n = v_n \end{aligned} \qquad [43]$$

Nun sind natürlich die n einzelnen Abweichungen v_x ebenso viele neue Unbekannte, die mit den s übrigen, den a-Koeffizienten, nicht ohne neue Annahmen berechnet werden können. Doch lassen sich wenigstens gewisse Annahmen über den Mittelwert der Fehler einführen, die zu einer eindeutigen Berechnung der a und dann natürlich auch bestimmter Einzelwerte der v_x führen. Hierauf wollen wir aber erst bei der Bestimmung der Hauptwerte und Streuungsmaße in § 26 ganz allgemein, d. h. unabhängig von der

speziellen Form der Funktion in [43] zurückkommen. Bei einer größeren Anzahl von Koeffizienten, wie sie bei dem Versuch einer angenäherten Darstellung der gesamten Verteilung durch [43] stets nötig sind, würde freilich die Anwendung jeder dieser Methoden schon so kompliziert, daß man sie in der psychophysischen Praxis kaum jemals anwenden wird.

Der stückweisen Interpolation mittels einzelner Parabelbogen, bezw. Mittelwerten aus solchen, die immer nur durch wenige unmittelbar aufeinander folgende Punkte hindurchgehen, und zwar beim eindeutigen Mittelwert immer nur durch je zwei direkt benachbarte, läßt sich aber nun auch eine zwar ebenso willkürliche, durch die Praxis aber immerhin einigermaßen abgegrenzte stückweise Ausgleichung mittels einzelner Parabelbogen an die Seite stellen. Das Prinzip derselben ist bereits von A. Lehmann in seinem leicht zugänglichen „Lehrbuch der psychologischen Methodik“ 1906, S. 48 ff. ausführlich für psychophysische Aufgaben empfohlen worden, so daß ich hier, mit der eben genannten Einschränkung seiner Eindeutigkeit, im wesentlichen wohl einfach darauf verweisen darf. Er verwendet hierzu allerdings die Differenzenmethode. Doch hat diese bei ihren gleichen Voraussetzungen über die Form der Funktion die hier in Betracht kommenden Formeln mit der Lagrangeschen Methode gemeinsam, wie unten aus § 19 zu ersehen ist, so daß wir diese Parabelausgleichung ebenfalls schon hier erledigen können. Auch Lehmann fordert übrigens die graphische Ausgleichung zur fortgesetzten Kontrolle dafür, ob man sich mit dieser Ausgleichung von dem mutmaßlichen Verlaufe nicht eher mehr entferne, anstatt sich ihm zu nähern.

Man kann das Prinzip dieser Ausgleichung mit dem Hinweis auf die S. 54 erwähnten Unstetigkeiten der Krümmung formulieren, die bei der stückweisen Interpolation zunächst an denjenigen beobachteten Punkten auftreten müssen, bei denen die Gültigkeit einer neuen Teilfunktion einsetzt. Diese Unstetigkeiten der Richtungsänderung, die gerade bei den eindeutigen mittleren Kurven nach [33b] sogar an allen beobachteten Punkten überhaupt übrig blieben, sollen nun durch eine passende Abänderung der beobachteten Werte selbst ebenfalls noch beseitigt werden. Zu diesem Zwecke verlegt man die Ausgangspunkte des ganzen Verfahrens der stückweisen Interpolation zunächst in neue, durch das erste Verfahren interpolierte Kurvenpunkte in der Mitte der Intervalle, wie man sie also z. B. bei stückweiser Interpolation mittels einfacher (mittlerer) Parabeln zweiter Ordnung durch fortgesetzte Anwendung von Gl. [33b] finden kann, wenn man hierin $\alpha = 0{,}5$ setzt. Hat man also z. B. in der Kurve Fig. 3 zu Tabelle 1 (unter Hinzunahme der „Beobachtungen“ $z_{-2} = z_{10} = 0$) nach [33b] die Werte $z'_{-0,5}$, $z'_{0,5}$, $z'_{1,5} \dots z'_{8,5}$ interpoliert, so läßt sich durch eine neue Anwendung einer Gl. [33b] mit der Viererreihe: $z'_{-0,5}$, $z'_{0,5}$, $z'_{1,5}$, $z'_{2,5}$ für $\alpha = 0{,}5$ ein neuer Wert (z'_1) finden, ferner aus der nächsten Gruppe $z'_{0,5}$, bis $z'_{3,5}$ ein neues (z'_2) usw. Aus diesen ergeben sich aber dann endlich die neuen Interpolationsfunktionen (z') von der Form [33b], die oft schon geringere Unstetigkeiten an den neuen (z')-Werten zeigen, als bei der stückweisen Interpolation mittels der ursprünglichen z-Werte, wenigstens soweit sich die zur Interpolation benutzten Parabeln schon von Anfang an dem wahrscheinlichen Verlauf enge genug anschmiegten, wenn also in der Kurve keine Spitzen

vorkamen. Bei annähernd geradlinigem Verlauf kann die stückweise Ausgleichung statt mit [33b] geradezu bereits mit einer ganz analogen Verwendung der linearen Interpolationsformel [29] versucht werden.

Ist die Richtungsänderung bei den neuen z-Werten noch immer zu schroff, so kann das nämliche Verfahren nochmals durchgeführt werden, indem man zunächst die Reihe $(z')_{-0,5}$, $(z')_{0,5} \ldots (z')_{8,5}$ und erst hieraus wiederum die ausgeglichenen Funktionswerte $((z'))_1$ berechnet bis $((z'))_8$, aus denen dann die endgültige Interpolationsformel für $((z'))$ nach [33b] zu bilden wäre usw.

Die Verteilung Tab. 1 zeigt jedoch z. B. schon nach einmaliger Anwendung des geschilderten Prozesses ziemlich unwesentliche Veränderungen, so daß die Ausgleichung als abgeschlossen gelten kann.

Folgende Tabelle 2 enthält neben den Ausgangswerten z_ν die nach [33b] berechneten Übergangswerte $z'_{\nu+0,5}$ sowie die hiermit abermals nach [33b] berechneten neuen Werte (z'_ν) für x_2, $x_3 \ldots x_6$, die aus $z'_{0,5}$ bis $z'_{7,5}$ zu finden sind:

Tabelle 2.

	x_0	$x_{0,5}$	x_1	$x_{1,5}$	x_2	$x_{2,5}$	x_3	$x_{3,5}$
z	0		5		11		20	
z'		2,125		7,750		15,813		21,437
(z')					**11,78**		**20,17**	

	x_4	$x_{4,5}$	x_5	$x_{5,5}$	x_6	$x_{6,5}$	x_7	$x_{7,5}$	x_8
z	21		15		6		2		0
z'		18,687		10,375		3,563		0,750	
(z')	**20,93**		**14,79**		**6,61**				

In Fig. 3 sind diese Korrekturen nur durch kleine zur Kurve parallele Strichmarken angedeutet, da zwei vollständige Darstellungen der alten und der neuen Kurve bei dem geringen Betrage ihrer Abweichungen wenig übersichtlich wären. Die größere Stetigkeit der neuen Krümmungsänderungen und die Erhöhung der Symmetrie der neuen Kurve im ganzen ist auch schon hieraus genügend ersichtlich.

Die vollständige Symmetrie des Verfahrens nach [33b] bringt ferner den auch von A. Lehmann[1]) erstrebten Vorteil mit sich, daß das Maximum der ausgeglichenen Kurve von dem ursprünglichen kaum abweicht. Wendet man Gl. [41] auf die Werte (z_2), (z_3), (z_4) und (z_5) (statt z_0 bis z_3) an, so findet man auch hier für das neue, in Fig. 3 mit M' bezeichnete Maximum

$$\text{korr. } \alpha' = 0{,}616$$
$$\text{korr. } \mathfrak{D}' = 53{,}848$$

statt 0,633 und 53,899, also eine gute Übereinstimmung.

18. Die Fouriersche Reihe.

Wenngleich die Übersichtlichkeit der algebraischen Funktion [24] und vor allem die Einfachheit der stückweisen Interpolation der Lagrangeschen Formel auch für K.-G. stets ihren Platz sichern wird, so sollte doch die

1) Psychologische Methodik S. 51.

Rücksicht auf die größere Verwandtschaft von $\mathfrak{V}$ (x) mit den trigonometrischen Funktionen bei Verwendung der allgemeinsten analytischen Hilfsmittel (wenigstens für die Gesamtdarstellung bis zu den Extremen) zunächst eigentlich auf die Fouriersche Reihe hinführen. Sie ist meines Wissens in der Psychophysik noch nicht benützt worden, gestattet aber bei äquidistanten Beobachtungswerten mitunter eine relativ bequeme Interpolation und gehört ebenfalls zu dem bekanntesten Inventar der physikalischen Maßmethoden. Ihre allgemeine Formel lautet

$$z = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots a_r \cos rx \ldots$$
$$+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \ldots b_r \sin rx \ldots,$$

bedeutet also wegen der Verwendung von Winkelgrößen als Abszissen eine periodische Funktion. Als solche ist sie z. B. auch die übliche Darstellung beliebiger Schwingungsformen, wobei z die von der Zeit abhängige Entfernung des schwingenden Teilchens aus der Gleichgewichtslage ausdrückt. Freilich sind auch hier nur sogen. Klangkurven mit einer endlichen Zahl von Obertönen durch eine endliche Reihe darstellbar, während völlig willkürliche Funktionen, wie es die rein empirischen K.-G. sind, doch auch wiederum einer unendlichen Reihe bedürfen. Indessen kann der Grad der Annäherung bei gleicher Gliederzahl wegen des besonderen Charakters der Verteilungsfunktionen größer sein als bei jenen algebraischen Funktionen.

Eine endliche Anzahl n von einzelnen Beobachtungswerten ist aber natürlich auch wiederum mit einer endlichen Reihe aus $n = 2r + 1$ Gliedern genau in Einklang zu bringen und sodann zur Interpolation zu verwenden. Nur muß man auch hier wieder darauf verzichten, diese Fouriersche Reihe schlechthin mit dem ganzen K.-G. von $-\infty$ bis $+\infty$ zu identifizieren. Man wird vielmehr auch hier nur den zwischen den Extremen gelegenen, von Null verschiedenen Bereich des empirischen K.-G. einer Periode von 0 bis 2π entsprechen lassen, indem man $E_0 - E_n = 2\pi$ setzt, also bei äquidistanten Intervallen die einzelnen Abszissen zu den n beobachteten z-Werten als Vielfache von $\frac{2\pi}{n}$ auffaßt. Dabei ist $z(E_0) = 0$ als Ende der Periode und Anfang der neuen in den n Werten nicht inbegriffen, wohl aber $z(E_n)$, bezw. nur eines von beiden. Alle übrigen Perioden der Funktion besitzen dagegen für den realen K.-G. keine Bedeutung. Denkt man sich nun, analog zum System [25] für die Lagrangesche Formel, mittels der n Beobachtungen $z_0 = 0, z_1, \ldots z_{n-1}, z_n = 0$ bei den verschiedenen Abszissen

$$x_0 = 0,\ x_1 = 1 \cdot \frac{2\pi}{n},\ x_2 = 2 \cdot \frac{2\pi}{n} \ldots,\ x_{n-1} = (n-1)\frac{2\pi}{n},\ x_n = 2\pi$$

wieder n Beobachtungsgleichungen von der Form [40] mit den zunächst unbekannten $n = 2r + 1$ Koeffizienten angesetzt, also

$$\underset{i=1 \text{ bis } n}{z_i} = a_0 + a_1 \cos x_i + a_2 \cos 2x_i + \ldots a_h \cos h \cdot x_i$$
$$+ b_1 \sin x_i + b_2 \sin 2x_i + \ldots b_h \sin h \cdot x_i,$$

so ergibt sich nach Gauss eine der Lagrangeschen ähnliche Interpolationsformel[1])

1) Vgl. Weinstein, a. a. O. S. 467.

$$z = \sin\frac{x - x_1}{2} \cdot \sin\frac{x - x_2}{2} \ldots \sin\frac{x - x_n}{2}$$

$$\cdot\left(\frac{z_1}{\sin\frac{x - x_1}{2}} \cdot \frac{1}{\sin\frac{(x_1 - x_2)}{2} \sin\frac{(x_1 - x_3)}{2} \ldots \sin\frac{(x_1 - x_n)}{2}} + \ldots \frac{z_n}{\sin\frac{x - x_n}{2}} \cdot \frac{1}{\sin\frac{(x_n - x_1)}{2} \cdot \ldots \sin\frac{(x_n - x_{n-1})}{2}}\right).$$

Dieser Ausdruck wird nun bei äquidistanten Intervallen $i = \frac{2\pi}{n}$ bisweilen noch etwas einfacher, wenn n nicht gerade Primzahl ist, da man dann durch Berücksichtigung der elementaren trigonometrischen Beziehungen manche Faktoren zusammenfassen kann. In dem oben S. 63 genannten Beispiele ist sogar zufällig $n = 8$. Die Abszissenreihe wird daher $0, \frac{\pi}{4}, 2 \cdot \frac{\pi}{4}$ usw. so daß besonders viele Reduktionen vorgenommen werden können. In dem Intervall $x = 52$ bis 55 der Tabelle 1, welche das Maximum enthält, findet man z. B. für die Mitte nach dieser Methode den Wert $z_{8,5} = 21{,}806$, während die Interpolation nach der Differenzenmethode (s. u.) mittels einer algebraischen Funktion sechsten Grades, die somit durch sieben zum Intervall möglichst symmetrisch gelagerte Punkte hindurchgeht, den Wert 21,799 finden läßt, also immerhin eine sehr große Übereinstimmung, die freilich auch keiner der beiden Methoden irgend einen entscheidenden Vorteil zugestehen läßt. Schließlich läßt sich das Fouriersche System für eine Reihe $z_{i\,(i = 1 \text{ bis } n)}$ mit beliebig verminderter Gliederzahl $2r' + 1 < n$ auch wiederum als Ansatz zu einer Ausgleichung der beobachteten Funktion verwenden, wie es schon oben bei Gl. [43] dargelegt wurde.

19. Die Methode der Funktionsdifferenzen.

a) Die Interpolation.

1. Als „unmittelbar" im eminenten Sinne kann die Interpolation, sowie die Differentiation und Integration der interpolierten $\mathfrak{V}(x)$ mittels der sogen. „Funktionsdifferenzen" bezeichnet werden. Denn sie läßt die Koeffizienten der Funktion $\mathfrak{V}(x)$, besonders bei äquidistanten Reihen, sehr rasch aus den gegebenen Funktionswerten ansetzen. Freilich wird dies nicht etwa durch Voraussetzung einer bisher noch nicht bekannten Verteilungsfunktion erreicht, sondern nur durch die spezielle Form, auf die man die Gl. [26] für die auch von Lagrange benutzte Parabel n-ter Ordnung bringen kann. Teilweise wurden wir denn auch schon in § 17 selbst auf diese die sogen. Funktionsdifferenzen einschließende Formeln geführt, als der Anfangspunkt der Abszissen nach einem der beobachteten Punkte verlegt wurde. So wird aus [28], also der Formel für rein lineare Interpolation, bei Verlegung des Nullpunktes nach x_0 und Verwendung lauter gleicher Intervalle $i = 1$

$$z = z_0\, i + \frac{z_1 - z_0}{i}\, x = z_0 + (z_1 - z_0)\, x,$$

oder, wenn wir wieder

$$x = \alpha i = \alpha \cdot 1$$

setzen, also die Abszissen als stetige Vielfache des Intervalles auffassen,

$$z = z_0 + \alpha (z_1 - z_0).$$

Hier kommt außer dem Funktionswert des Nullpunktes und α nur noch die „Funktionsdifferenz" $(z_1 - z_0)$ vor. Ebenso erhielten wir durch eine ganz analoge Transformation der Abszissen für die einfache Parabel zweiter Ordnung in [33] einen Ausdruck, der außer dem unserem dortigen Nullpunkt entsprechenden Funktionswert z_1 und den Potenzen der unabhängigen Variablen α und $\frac{\alpha^2}{2}$ ebenfalls nur noch Funktionsdifferenzen enthielt, nämlich einerseits das arithmetische Mittel $\frac{1}{2}\left[(z_2 - z_1) + (z_1 - z_0)\right] = \frac{1}{2}(z_2 - z_0)$ zweier unmittelbar benachbarter Funktionsdifferenzen und andererseits den Koeffizienten

$$z_0 - 2z_1 + z_2 = (z_2 - z_1) - (z_1 - z_0),$$

der offenbar die Differenz zweier Funktionsdifferenzen $(z_2 - z_1)$ und $(z_1 - z_0)$, also eine sogen. Funktionsdifferenz zweiter Ordnung darstellt. Durch Hinzufügung von höheren Potenzen der Variablen α, deren Koeffizienten je eine Differenz immer „höherer Ordnung" bis zur n-ten in sich enthalten, können aber nun weiterhin auch analoge Ausdrücke für Parabeln bis zur n-ten Ordnung aufgebaut werden. Diese gehen dann wieder durch die $n + 1$ gegebenen Kurvenpunkte hindurch, die zur Ableitung der Funktionsdifferenzen bis zur n-ten Ordnung notwendig sind.

2. Bei der Anwendung dieser Methode hat man sich also zunächst immer ein Differenzenschema anzulegen, wie es unten skizziert ist. Es enthält außer den Abszissen x und den Ordinaten z der Beobachtungswerte vorerst die einfachen Differenzen verschiedener Ordnung, die durch Subtraktion der gegebenen Funktionswerte z, bezw. ihrer bereits gebildeten einfachen Differenzen voneinander zu berechnen sind, und mit denen man bei mehreren Formeln dieser Methode auch allein auskommen kann. Dabei wird natürlich im ganzen System die nämliche Richtung der Subtraktion beibehalten, meistens wird die obere Zahl von der unteren abgezogen. Diese einfachen Differenzen, die aus den $n + 1$ gegebenen z-Werten gebildet werden können, sind also

$$\Delta_0^{I} = z_1 - z_0,\ \Delta_1^{I} = z_2 - z_1,\ \ldots\ \Delta_n^{I} = z_{n+1} - z_n$$

$$\Delta_0^{II} = \Delta_1^{I} - \Delta_0^{I} = z_2 - 2z_1 + z_0,\quad \Delta_1^{II} = \Delta_2^{I} - \Delta_1^{I} = z_3 - 2z_2 + z_1, \ldots$$

$$\Delta_{n-1}^{II} = \Delta_n^{I} - \Delta_{n-1}^{I}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\Delta_0^{n} = \Delta_1^{n-1} - \Delta_0^{n-1}. \tag{44}$$

Es sind die Werte, die im Schema nicht in Klammern stehen. Jeder Vertikalreihe entspricht eine neue Ordnung der Differenzen, die hier-



bei immer auf die Zeile zwischen den Ausgangswerten der nächst niedrigen Ordnung in die Vertikalreihe rechts daneben geschrieben sind.

Außerdem sind aber noch andere Symbole in Klammern beigefügt. In den ungeraden Ordnungen sind dies die arithmetischen Mittelwerte je zweier benachbarter Differenzen der nämlichen Ordnung in derselben Vertikalkolumne, zwischen die der Wert gesetzt ist. Diese Mittelwerte kommen nämlich gerade in einer besonders wichtigen Formel, die zum Ausgangswert z der Interpolation völlig symmetrisch ist, mit dem auf gleicher Höhe stehenden Ausgangswert selbst und den einfachen Differenzen gerader Ordnung der nämlichen Horizontalreihe zusammen vor, so daß es sich für diese Interpolation mit den sogen. „Zeilendifferenzen" empfiehlt, sämtliche hinzugehörigen Werte als ein besonderes System von Symbolen mit einem einfach der Vertikal- und Horizontalreihennummer entsprechenden Doppelindex auch äußerlich zusammenzufassen, wobei also die Differenzen gerader Ordnung einfach mit Gleichheitszeichen wiederholt sind. Obgleich wir von diesen eingeklammerten Werten erst bei der Differentiation und Integration (vgl. unten Abschnitt b und c) Gebrauch machen werden, fügen wir sie sogleich hier in das Schema ein, wie man es auch im praktischen Falle mit konkreten Zahlenwerten sogleich im Ganzen ableiten wird, um dann bei den für uns in Betracht kommenden Anwendungen nicht weiter aufgehalten zu sein. Bei $n+1$ Funktionswerten gehören also zu diesem System der Zeilendifferenzen folgende, im Schema sämtlich durch Klammern herausgehobene Werte, wenn wir die Vertikalreihen des Schemas zunächst horizontal entwickeln:

$$\begin{aligned}
\Delta_{1,1} &= \frac{1}{2}\left(\Delta_0^{I} + \Delta_1^{I}\right), \quad \ldots \quad \Delta_{n-1,1} = \frac{1}{2}\left(\Delta_{n-2}^{I} + \Delta_{n-1}^{I}\right); \\
\Delta_{1,2} &= \Delta_0^{II}, \quad \ldots \quad \Delta_{n-1,2} = \Delta_{n-2}^{II}; \\
\Delta_{2,3} &= \frac{1}{2}\left(\Delta_0^{III} + \Delta_1^{III}\right), \quad \ldots \quad \Delta_{n-2,3} = \left(\Delta_{n-4}^{III} + \Delta_{n-3}^{III}\right) \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
\Delta_{n-3,\,n-1} &= \frac{1}{2}\left(\Delta_0^{n-1} + \Delta_1^{n-1}\right) \\
\Delta_{n-3,\,n} &= \Delta_0^{n}
\end{aligned} \qquad [45]$$

Das folgende Schema enthält nun sämtliche $n=6$ Ordnungen der einfachen Differenzen und ebenso viele Ordnungen der Werte des Klammersystemes, die aus $n+1=7$ gegebenen z-Werten abzuleiten sind.

3. Obgleich nun dieser Interpolationsmethode ebenfalls wieder die Voraussetzung der Parabelfunktion [24] zugrunde liegt, erscheint sie doch insofern auch wiederum relativ selbständig, als die Interpolationsformel, in der nur ein Ausgangswert z_p der Reihe der gegebenen z, ferner die von x_p als Nullpunkt aus gerechnete Unabhängige α und die Funktionsdifferenzen vorkommen, nicht erst des Umweges über ein System wie Gl. [25] bedarf, sondern direkt aus der Definition der Differenzen abgeleitet werden kann.

Schema der Funktionsdifferenzen.

$$
\begin{array}{llllllll}
x_0 & z_0 & & & & & & \\
 & & \Delta_0^{I} & & & & & \\
x_1 & z_1 & (\Delta_{1,1}) & \Delta_0^{II}(=\Delta_{1,2}) & & & & \\
 & & \Delta_1^{I} & & \Delta_0^{III} & & & \\
x_2 & z_2 & (\Delta_{2,1}) & \Delta_1^{II}(=\Delta_{2,2}) & (\Delta_{2,3}) & \Delta_0^{IV}.(=\Delta_{2,4}) & & \\
 & & \Delta_2^{I} & & \Delta_1^{III} & & \Delta_0^{V} & \\
x_3 & z_3 & (\Delta_{3,1}) & \Delta_2^{II}(=\Delta_{3,2}) & (\Delta_{3,3}) & \Delta_1^{IV}(=\Delta_{3,4}) & (\Delta_{3,5}) & \Delta_0^{VI}(=\Delta_{3,6}) \\
 & & \Delta_3^{I} & & \Delta_2^{III} & & \Delta_1^{V} & \\
x_4 & z_4 & (\Delta_{4,1}) & \Delta_3^{II}(=\Delta_{4,2}) & (\Delta_{4,3}) & \Delta_2^{IV}(=\Delta_{4,4}) & & \\
 & & \Delta_4^{I} & & \Delta_3^{III} & & & \\
x_5 & z_5 & (\Delta_{5,1}) & \Delta_4^{II}(=\Delta_{5,2}) & & & & \\
 & & \Delta_5^{I} & & & & & \\
x_6 & z_6 & & & & & &
\end{array}
$$

Man findet diese Differenzenmethode bei A. Lehmann[1]) ausführlicher behandelt, der sie zum ersten Male auf psychophysische Berechnungen angewandt hat. Dabei leitet er nicht nur die Ausdrücke für äquidistante Ordinaten ab, deren Anwendung man natürlich überall von vorn herein möglich zu machen sucht, sondern auch die kompliziertere Formel[2]) für beliebige Abszissenintervalle $x_1 - x_0$, $x_2 - x_1$ usw., die sogen. Newtonsche Interpolationsformel mit den dividierten Differenzen. Ich führe nur kurz deren Endresultat an, das ebenfalls elementar ableitbar ist, weil man auch in der psychophysischen Praxis die Verschiedenheit der Beobachtungsintervalle bisweilen nicht oder nur unter besonderen Schwierigkeiten der Versuchstechnik umgehen kann. In diesem Falle wird man dann am besten zunächst nach den Newtonschen Formeln (und zwar wieder mit beliebiger Ausdehnung der Punktreihe, durch die man die in einem Intervalle benutzte Interpolationskurve hindurchgelegt denkt), eine Reihe äquidistanter Ordinaten interpolieren, die man dann nach den nur für sie gültigen Formeln weiter behandeln kann. Für beliebige Intervalle gilt also die folgende Formel, deren Beziehung zu der auf gleichen allgemeinen analytischen Voraussetzungen aufgebauten Gl. [26] nach Lagrange leicht ersichtlich ist:

$$
\begin{aligned}
z = z_p &+ (x - x_p)\,\delta_p^{I} + (x - x_p)(x - x_{p+1})\,\delta_p^{II} \\
&+ (x - x_p)(x - x_{p+1})(x - x_{p+2})\,\delta_p^{III} \ldots,
\end{aligned}
\qquad [46]
$$

wonach wieder für jedes beliebige x ein z interpoliert werden kann. Die Bedeutung der δ-Werte, der sogen. „dividierten Differenzen", ersieht man

1) Archiv f. d. ges. Psychologie 6, 1906, S. 444. — Lehrbuch der psychologischen Methodik 1906, S. 31 ff.

2) A. a. O. S. 34 ff.

am besten aus folgendem Schema, dessen Anordnung ganz derjenigen in dem obigen Schema der einfachen Differenzen Δ_0^I usw. entspricht, deren erste Ordnung auch hierin wiederkehrt:

Schema der dividierten Differenzen.

$$
\begin{array}{llll}
x_0 \; z_0 & & & \\
 & \delta_0^I = \frac{\Delta_0^I}{x_1 - x_0} & & \\
x_1 \; z_1 & & \delta_0^{II} = \frac{\delta_1^I - \delta_0^I}{x_2 - x_0} & \\
 & \delta_1^I = \frac{\Delta_1^I}{x_2 - x_1} & & \delta_0^{III} = \frac{\delta_1^{II} - \delta_0^{II}}{x_3 - x_0} \\
x_2 \; z_2 & & \delta_1^{II} = \frac{\delta_2^I - \delta_1^I}{x_3 - x_1} & \\
 & \delta_2^I = \frac{\Delta_2^I}{x_3 - x_1} & & \\
x_3 \; z_3 & & &
\end{array}
$$

Das Schema der δ-Werte in [46] ist also aus dem hier angegebenen einfach dadurch abzuleiten, daß zu allen Indices noch p, d. h. der Index des Ausgangswertes, hinzu addiert wird. Ist nun i das Intervall der erwünschten äquidistanten Reihe, das man am besten so wählt, daß die neuen Abszissen den alten im Mittel möglichst nahe kommen, so wird für x in [46] einfach der Reihe nach $x_0 + i$, $x_0 + 2i, \ldots x_0 + ri = x_n$ eingesetzt und der jeweils nächstbenachbarte Wert der gegebenen Reihe als x_p bzw. z_p behandelt, woraus sich dann die neue, äquidistante z-Reihe $z'_0 = z_0$, z'_1, $\ldots z'_r = z_n$ ergibt.

4. Die unmittelbare Ableitung der Formeln für äquidistante Ausgangswerte aus der Definition der Funktionsdifferenzen Gleichung [44] und [45] wird nun durch Ausdrücke vermittelt, in denen zunächst ein beliebiger Wert z_{p+n} der beobachteten z selbst zu einem anderen z_p dieser Reihe durch eine Gleichung in Beziehung gesetzt werden kann. In ihr kommt außer diesem Ausgangswert z_p und Differenzen aus [44] oder [45] nur noch eine in diesen Gleichungen mit n bezeichnete ganze Zahl vor, die der Differenz der Reihennummern p + n und n entspricht. So findet man z. B. durch fortgesetzte Substitution höherer Differenzen für Werte aus niederen Ordnungen des Schemas, z. B. durch die Umformungen

$$z_1 = z_0 + \Delta_0^I$$

$$z_2 = z_1 + \Delta_1^I = z_0 + \Delta_0^I + \Delta_0^I + \Delta_0^{II} = z_0 + 2\Delta_0^I + \Delta_0^{II}$$

usw.

schließlich folgende Gleichung

$$z_{p+n} = z_p + \frac{n}{1} \Delta_p^I + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \Delta_p^{II} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \Delta_p^{III} \text{ usw.} \quad [47]$$

Die Koeffizienten der Differenzen Δ gleichen hier denen der Potenzen des x beim Binomialausdrucke $(x + 1)^n$, wobei sich Potenz und Ordnung der Differenz entsprechen. Das Prinzip der Interpolation nach dieser Methode für äquidistante Ordinaten besteht nun einfach darin, daß man das n in einer solchen Gleichung wie [47] nicht mehr nur eine ganze Zahl, sondern eine beliebige stetige Größe bedeuten läßt. Bei dieser Behandlung des n auf der rechten Seite der Gleichung [47] als unabhängige stetige Variable ist ja nur vorausgesetzt, daß sich auch die linke Seite, also z_{p+n} dieser Variablen eindeutig zuordnen läßt. Der Bedeutung des n im Index von z entspricht aber ja auch in der Tat eine völlig eindeutige Beziehung des z zu n selbst, da durch Vermittelung des ihm zugeordneten Abszissenwertes x_{p+n}

$$x_{p+n} = x_p + ni$$
$$z_{p+n} = f(x_p + ni). \qquad [48]$$

Zudem stimmt der Ausdruck [47], nach Potenzen des n geordnet, völlig mit der Gleichung einer Parabel r-ter Ordnung überein, wenn r die Ordnung der Differenz in dem letzten Gliede der Gleichung [47] bedeutet. Auch diese macht ja zu ihrer Ableitung die r + 1 Funktionswerte von z_p bis z_{p+r} erforderlich, durch welche diese Parabel hindurchgeht. Es entspricht hierbei n vollkommen der unabhängigen Variabel α, die in [33] vorkam, wenn man α von x_p als Nullpunkt aus in Vielfachen des i fortschreiten läßt. Für ganzzahlige Werte jenes α müssen sich eben auch wieder beobachtete Werte ergeben.

5. Die in [47] benutzten Differenzen liegen nun allerdings im Schema S. 71 sämtlich in einer schrägen Linie, resultieren somit aus Funktionswerten, die vom Ausgangswerte z_p nur einseitig in der nämlichen Richtung nach z_{p+n} hin fortschreiten. z_p liegt also hier am einen Ende der Punktreihe, durch welche die Interpolationsparabel festgelegt ist. Alle Berechnungen von z-Werten zu einem $x < x_p$ wären daher bereits sog. Extrapolationen, die wir ja nach dem S. 51 Gesagten tunlichst zu vermeiden haben. Um also mit positiven und negativen n-Werten interpolieren zu können, muß die Differenzenreihe der Formelglieder von der Ausgangsabszisse x_p aus möglichst in horizontaler Richtung durch das Schema fortschreiten, um von Funktionswerten unterhalb und oberhalb z_p abzuhängen. Es lassen sich nun in der Tat wieder direkt wie bei [47] solche Beziehungen ableiten und zwar zunächst zwischen lauter beobachteten z_p und kleineren und größeren z_{p-s} bis z_{p+t}, wobei n eine ganze Zahl bedeutet, und sodann wieder für ein stetiges n verallgemeinern, so vor allem die im Schema der einfachen Differenzen in einer horizontal gerichteten Zickzacklinie weitergreifende Formel, die A. Lehmann vor allem empfiehlt:

$$\begin{aligned} z_{p+n} = f(x_p + ni) = z_p + \frac{n}{1}\Delta_p^{I} + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\Delta_{p-1}^{II} \\ + \frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3}\Delta_{p-1}^{III} + \frac{(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\Delta_{p-2}^{IV} \\ + \frac{(n+2)\,(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\Delta_{p-2}^{V} + \\ + \frac{(n+2)\,(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\Delta_{p-3}^{VI} \text{ usw.} \qquad [49] \end{aligned}$$

Diese Gliederzahl wird für alle psychophysischen Zwecke ausreichen. Wählt man also z. B. p = 3, so sind die Differenzen von [49] nach dem Schema S. 71

$$\Delta^{I}_{3}, \quad \Delta^{II}_{2}, \quad \Delta^{III}_{2}, \quad \Delta^{IV}_{1}, \quad \Delta^{V}_{1}, \quad \Delta^{VI}_{0}.$$

Die Ordnung der Gleichung [49] nach Potenzen des n würde auch wieder die Übereinstimmung mit einer nach Art von [33] dargestellten Funktion einer Parabel sechster Ordnung erkennen lassen, die durch die sieben z-Werte des Schemas hindurchgeht und von denen hier ebenso viele (drei) oberhalb und unterhalb $z_p = z_3$ liegen. Hierbei kann man also bei positiven und negativen Werten von n völlig gleichmäßig im Rahmen der Interpolation bleiben.

Bei [49] geht die Zickzacklinie, in der die Differenzen Δ im Schema fortschreiten, von z_p aus zunächst nach unten zu dem mit [47] übereinstimmenden Δ^{I}_{3} weiter. Man kann aber nun auch eine Formel ableiten, die von z_p aus zunächst nach oben zu Δ^{I}_{2} schreitet, und nur in den Differenzen gerader Ordnung mit [49] übereinstimmt. Sie lautet

$$z_{p+n} = f(x_p + ni) = z_p + n\Delta^{I}_{p-1} + \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2} \Delta^{II}_{p-1} \text{ usw.} \qquad [50]$$

Es tritt also hier immer zuerst ein neuer Faktor (n + 1), (n + 2) usw. hinzu, und dann erst im nächsten Gliede der symmetrische (n — 1), (n — 2) usw. Läßt man aber diese beiden Gleichungen [49] und [50] mit einer ihnen ja gemeinsamen Differenz gerader Ordnung, also bei Δ^{II}_{p-1} oder Δ^{IV}_{p-2}, Δ^{VI}_{p-3} … $\Delta^{(2r)}_{p-r}$ abbrechen, so hat man offenbar die nämlichen 2_{r+1} Ausgangswerte z_{p-r} bis z_{p+r} zur Festlegung der Funktion benutzt, also die nämliche Parabel 2r-ter Ordnung angesetzt. Jede von beiden Gleichungen ist deshalb beim Abschluß mit einer geraden Ordnung trotz der Willkür, mit der die eine von beiden möglichen Zickzacklinien ausgewählt ist, bereits eindeutig die symmetrischste Interpolationsformel. Dabei ermöglicht aber die Unmittelbarkeit, mit der auch die neu hinzutretenden Glieder aus dem Differenzenschema angesetzt werden können, viel leichter die Berücksichtigung einer größeren Zahl gegebener Funktionswerte als bei der Lagrangeschen Formel [26].

Völlig gleichmäßig wird das Verfahren nach Gl. [49] oder [50] bei konstanter Gliederzahl die verschiedenen Stellen der Verteilungskurve freilich nur dann behandeln, wenn man jeden Funktionswert z_p immer nur für den Bereich der Interpolation von n = — 0,5 bis n = + 0,5 benutzt, also für $z_{p-0,5}$ bis $z_{p+0,5}$, während man für entferntere Stellen von dem nächst niedrigen bzw. nächst höheren Funktionswert ausgeht. Da die beobachtete Reihe relativer Häufigkeiten nach dem S. 53 Gesagten jenseits der Extreme einfach mit beliebig langen Nullreihen flankiert zu denken ist, so wird man auch eine solche Interpolation nach Gl. [49] oder [50] mit einer beliebigen Gliederzahl für alle Teile der Verteilungskurve ganz gleichmäßig anwenden können. Da aber die gegebenen Punkte der Funktion nicht etwa sämtlich

auf der nämlichen Parabel 2r-ter Ordnung liegen, sondern bei beliebiger Anzahl einer transzendenten Kurve entsprechen, so werden natürlich die Werte $z_{p+0,5} = f(x_{p+0,5})$ und $z_{(p+1)-0,5} = f(x_{(p+1)-0,5})$ nicht identisch sein, so daß an diesen Übergangsstellen von einer Formel zur anderen inmitten der Intervalle hier sogar die Kurve der r. H. selbst Unstetigkeiten zeigt. Diese sind aber natürlich um so geringer, von je höherer Ordnung die Parabeln sind. Völlig gleichgültig aber werden diese übrigbleibenden Unstetigkeiten der Funktion selbst bei bestimmten Integralen über mehrere Intervalle der Verteilungsfunktion. Deren stetige Zunahme mit stetiger Erweiterung der Grenzen würde durch solche kleine Sprünge der Funktion ja an sich schon relativ viel weniger gestört. Durch passende Wahl der Integrationskonstanten jedes einzelnen, einen gegebenen Wert umschließenden Intervalles läßt sich aber hier das Wachstum sogar wieder vollständig stetig gestalten, ganz abgesehen von dem entscheidenden Vorteil, daß sich alle Ausgangswerte z_p an der Formel für das bestimmte Integral bei unserer Interpolationsweise völlig gleichmäßig beteiligen. Will man dagegen eine dichtere Punktreihe zu einem Zwecke ableiten, bei dem die Stetigkeit der Funktion selbst erforderlich ist, also z. B. bei der Vorbereitung der graphischen Vollendung der Interpolation und vor allem bei der Aufsuchung eines Maximums, so wird man allerdings von $n = -1$ bis $+1$ interpolieren, also den sicheren Anschluß an den benachbarten Beobachtungswert mittels des ganzzahligen n herstellen. Zu einer völlig gleichmäßigen Behandlung aller Kurventeile wären dann freilich wieder ähnlich wie bei Gleichung [33a] Mittelwertbildungen aus den beiden Kurvenstücken erforderlich, die sich bei Verwendung jedes einzelnen Beobachtungswertes für jedes Intervall ergeben würden, und die auch durch eine einheitliche Formel und Tabelle zu erleichtern wäre. Doch sind die Unterschiede zwischen den beiden Möglichkeiten, die sich bei Benutzung jedes zweiten Punktes z_p für den ganzen Bereich von $n = -1$ bis $+1$ ergeben, wenigstens bei hinreichend kleinen Intervallen (im Verhältnis zu $E_0 - E_n$ betrachtet) und bei höheren Ordnungen der Parabel wohl zu gering, um solche Umständlichkeiten zu lohnen.

Zu einer besseren Einführung der Methode für diese beiden zuletzt genannten Zwecke, die Vorbereitung der graphischen Interpolation und einer genaueren Bestimmung des Maximums (also des Dichtigkeitsmittels), füge ich noch eine Tabelle der Koeffizienten bei, die in Gleichung [49] zu den einzelnen einfachen Differenzen hinzutreten, wenn n sukzessiv in Zehnteln des Intervalles fortschreitet. Da die Differenzen Δ bei ihrer Ableitung aus ganzzahligen Häufigkeiten ebenfalls ganzzahlig und selbst in den höheren Ordnungen nur selten mehr als zweistellig sind, so lassen sich die neuen äquidistanten Punkte nach Tabelle III schnell mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmen[1]):

---

1) Wenn für die Multiplikation auch noch eine der im § 31 genannten Rechentafeln zur Verfügung steht, würde sich insbesondere auch die unten genannte verfeinerte Wiederholung der Interpolation mit den neuen, auf 3 bis 4 Stellen berechneten Punkten als Ausgangswerten eben so leicht erledigen lassen, falls gerade einmal ein so genaues Verfahren begründet erscheinen sollte.

Tabelle 3.

Koeffizienten der Δ in Gleichung [49]:

$$z_{p+n} = z_p + \frac{n}{1}\Delta^{I}_{p} + a\Delta^{II}_{p-1} + b\Delta^{III}_{p-1} + c\Delta^{IV}_{p-2} + d\Delta^{V}_{p-2} + e\Delta^{VI}_{p-3}$$

n	a	b	c	d	e
+ 0,1	— 0,04500	— 0,01650	+ 0,00784	+ 0,00329	— 0,00159
+ 0,2	— 0,08000	— 0,03200	+ 0,01440	+ 0,00634	— 0,00296
+ 0,3	— 0,10500	— 0,04550	+ 0,01934	+ 0,00890	— 0,00400
+ 0,4	— 0,12000	— 0,05600	+ 0,02240	+ 0,01075	— 0,00466
+ 0,5	— 0,12500	— 0,06250	+ 0,02344	+ 0,01172	— 0,00488
+ 0,6	— 0,12000	— 0,06400	+ 0,02240	+ 0,01165	— 0,00466
+ 0,7	— 0,10500	— 0,05950	+ 0,01934	+ 0,01044	— 0,00400
+ 0,8	— 0,08000	— 0,04800	+ 0,01440	+ 0,00806	— 0,00296
+ 0,9	— 0,04500	— 0,02850	+ 0,00784	+ 0,00455	— 0,00159

b) Die Bestimmung eines Maximums von $\mathfrak{W}(x)$.

1. Während nun das Bisherige zur numerischen Interpolation beliebiger Punkte, eventuell mit graphischer Weiterbehandlung der Funktion $\mathfrak{W}(x)$, bereits ausreichen würde, ist zur Bestimmung des Maximums und der Durchschnitte über die Verteilung mittels der Differenzenmethode wiederum die Differentiation und Integration der Formeln notwendig. Was zunächst das Maximum $\mathfrak{D}$ anlangt, so liegt es, wie bereits bei Formel [38] erwähnt wurde, bekanntlich an der Stelle, wo

$$\frac{df(x_p + ni)}{dx} = 0. \qquad [51]$$

Zur möglichsten Vermeidung einer Ausdehnung des aus [51] berechneten n-Wertes über die Grenzen — 1 und + 1, die nach dem früher Gesagten innegehalten werden sollten, ist hierbei natürlich zuerst wieder der nächstbenachbarte Beobachtungswert z_p durch eine graphische Interpolation ausfindig zu machen, die bereits rechnerisch in entscheidenden Punkten verfeinert sein mag. Für die Differentiation einer mit diesem z_p angesetzten Formel dieser Methode findet man dann in den Lehrbüchern alles Notwendige genau abgeleitet, so daß ich mich hier wohl wieder auf den wesentlichsten Gedankengang dieser Deduktion und das Endresultat beschränken darf[1]). Man ordnet vor allem die Funktion nach Potenzen von n. Bei nicht zu großen Intervallen und bei Einschränkung des n auf echte Brüche lassen sich dann offenbar zunächst die Koeffizienten dieser Potenzen direkt an die Koeffizienten der nämlichen Potenzen des h in der Taylorschen Reihe angleichen, da ja

$$f(x_p + ni) = f(x_p + hi) = f(x_p) + \frac{hi}{1}\frac{df(x_p)}{dx} + \frac{h^2 i^2}{2}\frac{d^2 f(x_p)}{dx^2} \text{ usw.} \qquad [52]$$

1) Vgl. Weinstein, a. a. O. S. 486 f.

So findet man also z. B. bei Verwendung der einfachsten Formel [47] durch Gleichsetzung der beiderseitigen Koeffizienten der ersten Potenz von n bezw. h:

$$\frac{d\,f(x_p)}{dx} = \frac{1}{i}\left(\Delta_p^{I} - \frac{\Delta_p^{II}}{2} + \frac{\Delta_p^{III}}{3} - \frac{\Delta_p^{IV}}{4} \cdots\right) \qquad [53]$$

Man erlangt aber eine besser konvergente Reihe, wenn man von einer völlig symmetrischen und eindeutig anwendbaren Formel ausgeht, die sogar [49] und [50] für sich betrachtet, hierin noch übertrifft, indem die interpolierte Parabel auch beim Abbrechen mit einer ungeraden Ordnung der Differenzen für jeden Ausgangswert durch gleich viele oberhalb und unterhalb gelegene Beobachtungspunkte hindurchgeht. Man erhält diese Formel, ganz analog, wie [33b] aus [33] und [33a], als arithmetisches Mittel von [49] und [50]. Hierbei kommen dann also auch die Differenzen des zweiten Systemes aus dem Schema S. 71 zur Anwendung, die dort in Klammern gesetzt sind[1]). Die Formel lautet bis zur sechsten Ordnung:

$$\begin{aligned} z_{p+n} = f(x_p + ni) = z_p &+ \frac{n}{1}\,\Delta_{p,1} + \frac{n^2}{2}\,\Delta_{p,2} + \\ &+ \frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3}\,\Delta_{p,3} + \frac{(n+1)\,n^2\,(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\,\Delta_{p,4} + \\ &+ \frac{(n+2)\,(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\,\Delta_{p,5} + \\ &+ \frac{(n+2)\,(n+1)\,n^2\,(n-1)\,(n-2)}{6!}\,\Delta_{p,6} \text{ usw.} \end{aligned} \qquad [54]$$

Diese in sog. „Zeilendifferenzen" fortschreitende Formel werden wir mit Weinstein bei der Differentiation und vor allem auch bei der Integration mittels Funktionsdifferenzen immer zugrunde legen. Man ordnet sie zunächst wieder nach Potenzen von n:

$$z_{p+n} = z_p + L_{p,1}\,n + L_{p,2}\,\frac{n^2}{2} + \ldots L_{p,m}\,\frac{n^m}{1\cdot 2\cdot 3\ldots m}, \qquad [54a]$$

wobei die mit L bezeichneten Koeffizienten

$$L_{p,1} = \Delta_{p,1} - \frac{1}{6}\,\Delta_{p,3} + \frac{1}{30}\,\Delta_{p,5} \ldots$$

$$L_{p,2} = \Delta_{p,2} - \frac{1}{12}\,\Delta_{p,4} + \frac{1}{90}\,\Delta_{p,6} \ldots$$

$$L_{p,3} = \Delta_{p,3} - \frac{1}{4}\,\Delta_{p,5} \ldots$$

$$L_{p,4} = \Delta_{p,4} - \frac{1}{6}\,\Delta_{p,6} \ldots$$

1) Natürlich ergibt diese Formel dann beim Abbrechen mit einer geraden Ordnung nichts Neues, da ja dann die Werte nach [49] und [50] ohnehin identisch sind. Beim Abschluß mit der $(2r+1)$-ten Ordnung aber geht die resultierende Parabel als neue Kurve von gleicher Ordnung nur noch durch die Punkte der Beobachtungsreihe hindurch, die den Gleichungen [49] und [50] auch hierbei noch gemeinsam sind, also durch z_p und nur je $(r-1)$ obere und untere Punkte.

$$L_{p,5} = \Delta_{p,5} \ldots$$
$$L_{p,6} = \Delta_{p,6} \ldots \quad [55]$$

Dann ergibt sich ebenso, wie vorhin aus Gleichung [47] die Gleichung [53] folgte, durch Vergleich mit der Taylorschen Reihe:

$$\frac{df(x_p)}{dx} = \frac{1}{i} \cdot L_{p,1} \quad [56]$$

$$\frac{df(x_p)}{dx^2} = \frac{1}{i^2} L_{p,2} \text{ usw.} \quad [57]$$

Gleichung [51] enthält aber nun freilich nicht einfach die Differentialquotienten von $f(x_p + ni)$ für einen beobachteten Punkt, bei dem $n = 0$ ist, sondern eben den allgemeinen Ausdruck $\frac{df(x_p + ni)}{dx}$, der aus [56] offenbar selbst erst wiederum durch eine neue Interpolation zu finden ist, bei der man die Differenzen $\Delta_{p,x}$ als Ausgangswerte betrachtet. Man hat also jede der Differenzen in [55] am besten wieder nach der Interpolationsformel [54] zu behandeln. Die Klammerdifferenzen gerader Ordnung $\Delta_{p,2}$ sind nun nach S. 70 mit den einfachen Differenzen Δ^{II}_{p-1}, Δ^{IV}_{p-1} usw. identisch, so daß die hier erforderliche Interpolation $\Delta'_{p,x}$ ohne weiteres aus dem Schema S. 71 entnommen werden kann. Es ist

$$\Delta'_{p,2\nu} = \Delta_{p,2\nu} + n\Delta_{p,2\nu+1} + \frac{n^2}{2} \Delta_{p,2\nu+2} + \ldots \quad [58]$$

Bei den ungeraden Ordnungen $\Delta_{p,2\nu+1}$ kommen aber ja in [54] bereits Mittelwerte vor, so daß auch die neue Interpolation wieder erst eine mittlere Formel aus $\Delta^{(2\nu+1)'}_{p-1}$ und $\Delta^{(2\nu+1)'}_{p+1}$ benutzen muß, wobei die oberen Indices $(2\nu + 1)$ hier den römischen Ziffern I, III, V des Schemas S. 71 entsprechen. In den drei ersten Gliedern, die übrigens für uns allein in Betracht kommen, ist indessen der resultierende Ausdruck demjenigen bei [58] ganz analog, indem auch

$$\Delta'_{p,2\nu+1} = \Delta_{p,2\nu+1} + n\Delta_{p,2\nu+2} + \frac{n^2}{2} \Delta_{p,2\nu+3} \ldots \quad [59]$$

Bis zu höheren Potenzen als n^2 dürfen wir nämlich nicht hinaufsteigen, wenn wir für [51] eine bequem lösbare, also höchstens quadratische Gleichung erhalten wollen, für deren Zulänglichkeit allerdings die von n selbst abhängige Konvergenz des Ausdruckes [59] entscheidend ist. Erweitert man also die Gleichung [56] interpolatorisch durch [59], so findet man als Bedingung des Maximums, unter Berücksichtigung der Differenzen von $L_{p,1}$ in [56] bis zur sechsten Ordnung, wobei wir den allen Δ gemeinsamen Index p weglassen,

$$\begin{aligned}\frac{df(x_p + ni)}{dx} &= \frac{1}{i} L_{p,1} = 0 \\ &= \left(\Delta_1 - \frac{1}{6}\Delta_3 + \frac{1}{30}\Delta_5\right) \\ &+ n\left(\Delta_2 - \frac{1}{6}\Delta_4 + \frac{1}{30}\Delta_6\right) \\ &+ \frac{n^2}{2}\left(\Delta_3 - \frac{1}{6}\Delta_5\right).\end{aligned} \quad [60]$$

Setzt man hierfür

$$An^2 + Bn + C = 0,$$

so ergibt sich schließlich als Abszisse des Maximums, also des Dichtigkeitsmittels $\mathfrak{D}$ von $\mathfrak{B}(x)$

$$n(\mathfrak{D}) = \frac{1}{2A}\left(-B + \sqrt{B^2 - 2AC}\right), \qquad [61]$$

wenn gleichzeitig der zweite Differentialquotient negativ ist. Für letzteren erhalten wir durch eine analoge interpolatorische Erweiterung von [57] durch [58]

$$i^2 \frac{d^2 f(x_p + ni)}{dx^2} = \left(\varDelta_2 - \frac{1}{12}\varDelta_4 + \frac{1}{90}\varDelta_6\right) + n\left(\varDelta_3 - \frac{1}{12}\varDelta_5\right) + \frac{n^2}{2}\left(\varDelta_4 - \frac{1}{12}\varDelta_6\right). \qquad [62]$$

Als Beispiel wählen wir die nämliche Verteilung $\mathfrak{B}(x)$, deren Maximum schon S. 63 nach [33b] vorläufig berechnet wurde. Zunächst ist hierzu für Tabelle 1 das System der Differenzen zu berechnen, in das wir die Zeilendifferenzen ungerader Ordnung sogleich in Klammern einfügen. Diejenigen gerader Ordnung sind natürlich nicht mehr besonders angeschrieben. Als ungefähre Lage des Maximums vermuten wir nach dem Früheren $52 < \mathfrak{D} < 55$, so daß x_3 Ausgangswert wird ($p = 3$). Für $\varDelta_{8,6}$ genügt also bereits die Reihe von $z_0 = f(E_a) = 0$ an.

Tabelle 4.

Funktionsdifferenzen der Verteilung der Gleichheitsurteile nach Tabelle 1, S. 63.

x	50 z	$\varDelta^{I}$	$\varDelta^{II}$	$\varDelta^{III}$	$\varDelta^{IV}$	$\varDelta^{V}$	$\varDelta^{VI}$
x_0	0						
		5					
x_1	5		1				
		6		2			
x_2	11		3		−13		
		9		−11		25	
x_3	20	(5)	−8	(−5)	12	(8)	−34
		4		1		−9	
x_4	21		−7		3		10
		−6		4		1	
x_5	15		−3		4		−16
		−9		8		−15	
x_6	6		5		−11		
		−4		−3			
x_7	2		2				
		−2					
x_8	0						

Die Zeilendifferenzen für $x_3 = 52$ als Ausgangswert sind

$$\Delta_{3,1} = 5;\ \Delta_{3,2} = -8;\ \Delta_{3,3} = -5;\ \Delta_{3,4} = 12;\ \Delta_{3,5} = 8;\ \Delta_{3,6} = -34.$$

Es wird also in Gl. [61]:

$$A = 3{,}16$$
$$B = -11{,}13$$
$$C = -6{,}1,$$

und daher

$$n(\mathfrak{D}) = +0{,}477.$$

Denn nur diese Wurzel der Gleichung ergibt zugleich für den Ausdruck [62] nach Einsetzung der Δ-Werte aus Tabelle 4 den negativen Wert

$$\frac{d^2 f(20 + n i)}{d x^2} = \frac{-10{,}44}{i^2}.$$

Für die andere, negative Wurzel der Gleichung im Werte von etwa -4 ist dagegen [62] positiv. Dies bedeutet also ein Minimum an einer Stelle, an der die Parabel sechster Ordnung für uns gar nicht mehr gültig sein soll, da z_0 der äußerste überhaupt von ihr berührte Beobachtungswert ist. Der so gefundene Wert $n(\mathfrak{D})$ weicht allerdings von dem früheren $\alpha(\mathfrak{D}) = 0{,}633$ einigermaßen ab, wenn auch $x(\mathfrak{D})$ dadurch nur von 53,9 auf 53,4 zurückgeht. Dabei zeigt eine Kontrolle durch die Interpolation einer ganzen Punktreihe mittels Tabelle 3 nach Formel [49], die ja mit der bis Δ_6 geführten Gl. [54] nach dem Gesagten identisch ist, auch schon bei graphischer Weiterbehandlung, wie wir sogleich sehen werden, eine etwas bessere Übereinstimmung mit jener früheren Berechnung. Trotzdem eben auch die Benutzung der Formel [55] und [56] zunächst einmal die Parabel sechster Ordnung zugrunde legt, so ist die Lage der einfachen Parabel zweiter Ordnung, auf die man sich mit [60] bei der Entscheidung über das Maximum wieder beschränkt, doch zu sehr von Nebensächlichkeiten beeinflußt, als daß sie einer genaueren numerischen Lösung der Gl. [51] mittels einer vollständigeren Gl. [59] entsprechen könnte. Wo man aber das Differenzenschema zu weiterer Verwendung ohnehin einmal aufstellt, da behält Gl. [61] neben jener einfachsten, enger an Lagrange angeschlossenen Berechnung immerhin einen selbständigen Wert als eine vorläufige Orientierung über die Lage des Maximums.

2. Zu einer genaueren Bestimmung bleibt aber wohl nichts weiter übrig, als eine neue äquidistante Reihe von Funktionswerten mittels einer genauen Anwendung der Formel [54], bezw. [49] bis zur VI. Ordnung zu interpolieren, die so dicht ist, daß die Interpolation des Maximums mittels einfacherer Parabeln eindeutig möglich wird, eine Methode, die von A. Lehmann a. a. O. ausführlich erläutert worden ist. Da man dann zur Bestimmung des Maximums wieder den Differentialquotienten dieser einfacheren Parabel gleich Null setzt, so darf diese also höchstens von dritter Ordnung sein, wenn man durch die Differentiation auf einen Ausdruck kommen soll, der höchstens das Quadrat von n enthält. Nun kann man natürlich durch vier Punkte stets eine solche Kurve legen. Wenn ihr Maximum aber der vorigen direkten Lösung nach Gl. [60] mit höheren Potenzen bis n^5 entsprechen soll,

muß die neue, das Maximum sicher einschließende Punktreihe so dicht sein, daß die einfachere Parabel dritter Ordnung wenigstens durch je sieben äquidistante Punkte von ihr annähernd hindurchgeht. Denn erst so viele Funktionswerte legen die ursprüngliche Parabel eindeutig fest, wenn sie mittelst Gl. [49] aus Differenzen bis zur VI. Ordnung berechnet ist. Erst dann werden also beide Parabeln auf dieser Strecke annähernd zusammenfallen und daher auch in ihren Extremen übereinstimmen. Die Annäherung der Parabel von höherer an eine solche von niedrigerer Ordnung ist aber um so größer, je enger die Punkte stehen, so daß kleinste Kurvenstrecken stets sogar einfach als Gerade betrachtet werden können. Dabei gibt nun gerade die Differenzenmethode selbst ein sicheres Kriterium dafür an die Hand, wie weit sich eine Reihe von $s+1$ äquidistanten Punkten einer Parabel von geringerem als s-tem, also z. B. r-tem Grade unterordnen läßt, wobei $r < s$. Wie durch direkte Berechnung der einzelnen Differenzen des äquidistanten Schemas aus Gl. [24] leicht abgeleitet werden kann, muß nämlich in diesem Falle die r-te Ordnung der Differenzen eine Konstante werden, so daß also alle Differenzen von höherer Ordnung, als es die Parabel selbst ist, verschwinden.

Eben deshalb läßt sich auch durch die Differenzenmethode direkt erkennen, daß die $\mathfrak{V}(x)$ im allgemeinen überhaupt keine algebraischen Kurven sind, wie schon in § 16 ausführlich erörtert wurde. Denn wenn man die Differenzen auch nur so weit ableitet, als es die Zahl $s+1$ der gegebenen Funktionswerte z_0 bis z_s erlaubt, also bis zur s-ten Ordnung, so lassen sie nicht einmal eine Herabsetzung ihrer Werte erkennen, die mit der Ordnung sogar gewöhnlich divergieren. Denkt man sich außerdem auch wieder die unbegrenzte Flankenreihe der Nullwerte hinzu, so ergibt dies eigentlich genau genommen eine unendliche Reihe von Gliedern der Gl. [47] oder [49], die allerdings bei $n < 1$ wegen der stark abnehmenden Koeffizienten eine immer geringere Bedeutung besitzen, wie es bei der Darstellung transszendenter Funktionen durch die Taylorsche Reihe der Fall ist.

Infolgedessen muß denn auch die neu interpolierte Reihe, von der man sich gleichzeitig überzeugt hat, daß sie das $\mathfrak{D}$ auch wirklich einschließt, schon sehr enge sein, wenn wirklich die vier Differenzen dritter Ordnung, die man aus sieben Funktionswerten ableiten kann, auch nur annähernd konstant sein sollen. In unserem numerischen Beispiele ist jedenfalls das Intervall $i = 3$ noch zu groß, als daß der neue Abstand $i = 0{,}3$ nach einer einmaligen Interpolation nach Tabelle 3 schon klein genug wäre. In diesem Falle wäre also zunächst in der Gegend des Maximums die Interpolation z. B. mit 0,2; 0,4 usw. oder auch nur mit 0,5 zu wiederholen, wobei man mindestens sieben der zunächst interpolierten Werte mit dem Abstande $0{,}1 \cdot i$ zu Ausgangspunkten des neuen Differenzenschemas wählte. Doch läßt sich der Gang dieser Maximumsbestimmung im allgemeinen auch an dem einmaligen Prozesse dieser Art mit nur 5 (statt 7) neuen Werten genügend erläutern, wenn wir unser voriges Beispiel nach Tabelle 4 fortsetzen.

In dem kritischen Intervall zwischen x_3 und x_4 werden zunächst neue Werte mittelst Tabelle 3 interpoliert. Aus ihnen ergibt sich folgendes neue Differenzenschema, das allerdings keineswegs konvergiert:

$x_3 +$	$50z$	Δ^{I}	Δ^{II}	Δ^{III}	Δ^{IV}
0,3 i	21,370				
		0,264			
0,4 i	21,634		— 0,099		
		0,165		— 0,047	
0,5 i	21,799		— 0,146		0,111
		0,019		+ 0,064	
0,6 i	21,818		— 0,082		
		— 0,063			
0,7 i	21,755				

Da das Maximum jedenfalls etwas größer als $x_3 + 0{,}5\,i$ ist, kann dieser Wert als Ausgangspunkt x_p der Gleichung [49] für die Parabel 3. Ordnung betrachtet werden, die wir durch die Punkte $f(x_3 + 0{,}4\,i)$ bis $f(x_3 + 0{,}7\,i)$ hindurchlegen. Ihre Formel lautet dann

$$50z = f\left(53{,}5 + n\,i\,\frac{1}{10}\right) = 21{,}799 + 0{,}019\,n - 0{,}146\,\frac{(n^2 - n)}{2} + 0{,}064\,\frac{(n^3 - n)}{6}$$
$$= 21{,}799 + 0{,}0814\,n - 0{,}073\,n^2 + 0{,}0106\,n^3.$$

Die Bedingung für das Maximum aber wird

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dn} \cdot \frac{dn}{dx} = \frac{dz}{dn} \cdot 1 = 0 = 81{,}4 - 146\,n + 32\,n^2.$$

Von den beiden Wurzeln der Gleichung

$$n_1 = 0{,}650 \text{ und } n_2 = 3{,}93$$

gibt nur die erste einen negativen Wert des zweiten Differentialquotienten

$$\frac{d^2z}{dn^2} = -146 + 64\,n.$$

Von $x_p = 52$ aus gerechnet wird daher $n(\mathfrak{D}) = 0{,}5 + 0{,}065 = 0{,}565$, oder $x(\mathfrak{D}) = 53{,}70$, also ein ähnlicher Wert, wie wir ihn nach der einfachen Lagrangeschen Methode mit der Parabel zweiter Ordnung fanden ($\alpha = 0{,}633$), und zwischen ihm und dem vorhin direkt aus [60] gefundenen Wert $n = 0{,}477$ etwa in der Mitte liegend, näher allerdings dem ersteren.

3. Im 7. Kapitel wird auch noch die Aufgabe genannt werden, den Wendepunkt der Verteilung eines komplexen K.-G. von der in § 14,3 definierten Art zu bestimmen. An dieser Stelle muß bekanntlich

$$\frac{d^2 f(x_p + n\,i)}{dx^2} = 0$$

werden, so daß bei einer interpolatorischen Bestimmung der Ausdruck [57], durch Hinzunehmen von [58] interpolatorisch verallgemeinert, d. h. der Ausdruck [62] gleich Null zu setzen wäre. Während aber bei der sogleich zu betrachtenden Integration, wenigstens bei bestimmten Integralen mit weiteren Grenzen, die speziellen Eigentümlichkeiten der interpolierten Kurve einer algebraischen Funktion, die für den K.-G. selbst nicht charakteristisch sind, mit den höheren Ordnungen dieser Operation immer mehr zurück-

treten, kommen sie bei den höheren Differentialquotienten umgekehrt immer mehr zur Geltung. Soweit daher charakteristische Eigentümlichkeiten der zu analysierenden Verteilung nur in diesen höheren Abgeleiteten zum Ausdruck kommen, wird die Interpolation also doch wohl auf spezielle Verteilungsgesetze zurückgreifen müssen, die auch im einzelnen einen charakteristischen Verlauf zeigen. Der praktische Wert einer Bestimmung des Wendepunktes ist aber überhaupt so gering, daß wir uns an Ort und Stelle neben einer rein theoretischen Fixierung seiner Bedeutung auf die Ableitung der übrigen wichtigeren Hauptwerte und Streuungsmaße beschränken werden.

c) Die numerische Integration.

1. Die ein- und mehrfachen Integrale über die Verteilung $\mathfrak{V}$ (x) zwischen den Extremen des K.-G. E_u und E_o oder zwischen E_u und einem beliebigen Werte x_m, die nach S. 48f zur Berechnung der Durchschnitte erforderlich sind, werden nach dieser Methode sinngemäß so auszuführen sein, daß man sich das ganze bestimmte Integral in einzelne Stücke zerlegt denkt, die je einen Beobachtungswert z_s von $x_s - 0{,}5\,i$ bis $x_s + 0{,}5\,i$ umschließen. Die Extreme E_u und E_o einfacher K.-G. sind hierbei selbst als Beobachtungswerte $z_o = z_p = 0$ zu betrachten. Auch die zusammengesetzten K.-G. nach § 14,3, die eine Abhängigkeit der r. H. von einer stetigen Größe x überhaupt bedeuten, gehen in den von uns betrachteten Fällen der Größer- und Kleinerurteile bei der Untersuchung der Unterschiedsempfindlichkeit einerseits von einem $f(a) = 0$ aus, steigen aber dann zu einem $f(b) = 1$ empor, um von da konstant zu bleiben. Bezeichnen wir auch a und b als „Extreme" E′ und E, so sind die Integrations-Aufgaben auch auf unsere zusammengesetzten K.-G. innerhalb ihrer Extreme auszudehnen. Nachdem schon früher die Figur 3 eine Kurve der Gleichheitsurteile in Abhängigkeit von dem variablen Vergleichsreiz x als Beispiel eines einfachen K.-G. darbot, sei in Fig. 4 die Kurve der Kleiner-Urteile[1]) aus der nämlichen Versuchsreihe von H. Keller dargestellt, um an ihr die Integrationen einer beliebigen Verteilung $\mathfrak{V}$ (x) nach der Differenzenmethode zu veranschaulichen, von denen wir im 7. Kapitel Gebrauch machen. Dabei lassen wir hier zur Vereinfachung die Abszissen von $x_0 = 0$ nach x_7 hin in Intervallen $i = 3$ aufsteigen (während in der Versuchstabelle die Abszissen mit $x_0 = 64$ beginnen und in dieser Richtung um je $i = 3$ abnehmen).

Tabelle 5.

x_p:	$x_0 = E'$ (0)	x_1 (3)	x_2 (6)	x_3 (9)	x_4 (12)	x_5 (15)	x_6 (18)	$x_7 = E$ (21)	x_8 (24)
z_p	$\frac{0}{50}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{33}{50}$	$\frac{45}{50}$	$\frac{50}{50} = 1$	1

1) D. h. die aus Kellers Urteilen „Kleiner" und „Deutlich kleiner" kombinierte Kurve der Kleiner-Urteile überhaupt. Die Abszissen sind dort fallend, also $x_0 = 64$ $x_1 = 61$ usw. Vgl. S. 228e.

In Tabelle 5 sind die $p + 1 = 8$ Beobachtungswerte einschließlich $z(E') = 0$ und $z(E) = 1$ der $\mathfrak{W}(x)$ nach Fig. 4 zusammengestellt, aus denen nach Gl. [54] unter Abschluß mit der III. Ordnung der Differenzen, die bei unseren numerischen Integrationen genügen werden, die Interpolation berechnet wurde. In der Fig. 4 sind zunächst nur die Mittelpunkte der Intervalle in dieser Weise auf zweifache Art ($x_s + 0,5\,i$ und $x_{s+1} - 0,5\,i$) bestimmt worden, worauf die Kurve durch graphische Interpolation ergänzt ist. Bis zu $\Delta_{s,3}$ kommen

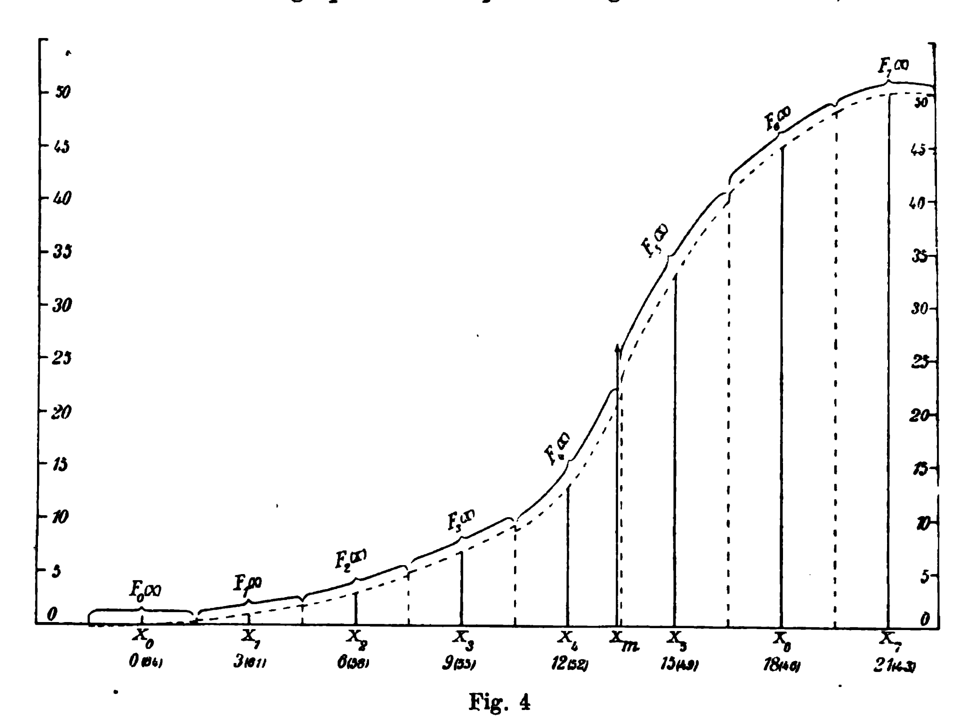


Fig. 4
Die Interpolation mittelst der Differenzenmethode, zugleich als Grundlage der numerischen Integration. (Beobachtungswerte nach Tabelle 5.)

hierbei für $n = \pm 0,5$ und $\pm 0,25$, das bei x_5 noch hinzugenommen wurde, Gleichungen mit folgenden Koeffizienten in Betracht:

$$z_{s \pm 0,5} = z_s \pm 0,5\,\Delta_{s,1} + 0,125\,\Delta_{s,2} \mp 0,0625\,\Delta_{s,3}$$

$$z_{s \pm 0,25} = z_s \pm 0,25\,\Delta_{s,1} + 0,03125\,\Delta_{s,2} \mp 0,00781\,\Delta_{s,3}.$$

Das Intervall ist wieder überall $i = 3$. Die Unstetigkeiten, die inmitten der Intervalle wegen des Überganges von der einen Interpolationsfunktion zur anderen auftreten, sind so klein, daß sie in der Fig. 4 nicht überall zu erkennen sind. Höchstens in den beiden mittleren Intervallen ist die Differenz etwas größer, da hier der Verlauf nach oben und unten wesentlich anderen Gesetzen folgt. Indessen tritt auch hier der Betrag im Verhältnis zur Höhe der ganzen Ordinate zurück. Auch werden wir sehen, daß nach allgemeineren theoretischen Überlegungen gerade bei den mittleren Ordinaten, die

der r. H. $\frac{1}{2}$ nahe liegen, die Präzision der Einzelwerte als solcher am geringsten ist[1]). (Vgl. Kap. 6, § 27.)

Die Bezirke dieser einzelnen Funktionen nach [54a]

$$
\begin{aligned}
F_0(x) &= \mathfrak{V}(x_0 + n\,i) = z_0 + n\,L_{0,1} + \frac{n^2}{2} L_{0,2} + \ldots \\
F_1(x) &= \mathfrak{V}(x_1 + n\,i) = z_1 + n\,L_{1,1} + \frac{n^2}{2} L_{1,2} + \ldots \\
&\vdots \\
F_p(x) &= \mathfrak{V}(x_p + n\,i) = z_p + n\,L_{p,1} + \frac{n^2}{2} L_{p,2} + \ldots
\end{aligned}
\qquad [63]
$$

sind in Fig. 4 durch die punktierten Ordinaten inmitten der Intervalle abgegrenzt, während die Ordinaten der Beobachtungswerte z_s selbst ausgezogen sind. Die Ordinate mit dem Pfeil wird erst unten erörtert werden.

2. Es besteht also dann z. B. das bestimmte einfache Integral über $\mathfrak{V}(x)$ zwischen den Grenzen E′ und E aus der Summe von $p + 1 = 8$ bestimmten Partialintegralen, die mit $J_0(x)$, $J_1(x) \ldots J_p(x)$ bezeichnet werden sollen, d. h. es ist:

$$\int_{E'}^{E} \mathfrak{V}(x)\,dx = J_0(x) + J_1(x) + \ldots J_p(x), \qquad [64]$$

wobei die $J(x)$ durch Vermittelung der Werte aus [63] definiert sind:

$$
\begin{aligned}
J_0(x) &= \int_{x_0}^{x_0 + 0{,}5\,i} F_0(x)\,dx, \\
J_1(x) &= \int_{x_1 - 0{,}5\,i}^{x_1 + 0{,}5\,i} F_1(x)\,dx, \\
&\vdots \\
J_{p-1}(x) &= \int_{x_{p-1} - 0{,}5\,i}^{x_{p-1} + 0{,}5\,i} F_{p-1}(x)\,dx, \\
J_p(x) &= \int_{x_p - 0{,}5\,i}^{x_p} F_p(x)\,dx.
\end{aligned}
\qquad [65]
$$

---

1) Die Werte der auf beide Arten nach Tab. 7 und Gl. [54] berechneten Intervallmitten sind im einzelnen:

Tabelle 6.

Index s =	0	1	2	3	4	5	6
$z_s + 0{,}5 \cdot 50$	0,344	1,844	4,719	9,375	21,563	40,656	48,281
$z_{(s+1)} - 0{,}5 \cdot 50$	0,406	1,781	5,125	7,937	23,344	39,969	48,344

Die Integrationskonstanten C_s der $\int F_s(x)\,dx$ kommen bei dem bestimmten einfachen Integral natürlich in Wegfall.

Nun ist aber die unabhängige Variable im System [63] wiederum n, so daß auch die Integrale zunächst in solche nach n umzuwandeln sind.

Da innerhalb sämtlicher Partialintegrale

$$x = x_s + n i,$$

$$\frac{dx}{dn} = i,$$

so wird

$$dx = i \cdot dn, \qquad [66]$$

und daher zunächst das unbestimmte Integral, zu dem die Integrationskonstante C_s gehört,

$$\int F_s(x_s + n i)\,dx = i \int F_s(n)\,dn. \qquad [67]$$

Bei zweifacher Integration aber wird das unbestimmte Doppel-Integral

$$\int\int F_s(x)\,dx\,dx = \frac{1}{i^2}\int\int F_s(n)\,dn\,dn = \frac{1}{i^2}\int\int F_s(n)\,dn\,dn. \qquad [68]$$

3. Geht man nun wieder zu den bestimmten Integralen über, und setzt dabei sogleich das System [63] in [67] und [68] ein, so wird das einfache Integral

$$\int_{x_s + n_2 i}^{x_s + n_1 i} F_s(x)dx = i\int_{n_2}^{n_1} F_s(n)dn = i\left\{n \cdot z_s + \frac{n^2}{2} L_{s,1} + \frac{n^3}{2 \cdot 3} L_{s,2} \ldots \right|_{n_2}^{n_1}$$

$$= i\left\{(n_1 - n_2)\,z_s + \frac{n_1^2 - n_2^2}{2} L_{s,1} + \frac{n_1^3 - n_2^3}{2 \cdot 3} L_{s,2} \ldots \right\}. \qquad [69]$$

Hierbei fällt also die Integrationskonstante C_s hinaus. Das bestimmte Doppelintegral aber wird

$$\int\int_{x_s + n_2 i}^{x_s + n_1 i} F_s(x)dx\,dx = i^2 \int\int_{n_2}^{n_1} F_s(n)dn\,dn$$

$$= i^2\left\{\frac{n^2}{2} z_s + \frac{n^3}{2 \cdot 3} L_{s,1} + \frac{n^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} L_{s,2} \ldots + C_s n\right\}_{n_2}^{n_1}$$

$$= i^2\left\{\frac{n_1^2 - n_2^2}{2} z_s \text{ usw. }\right\}. \qquad [70]$$

In unseren späteren Anwendungen dieser Integrale werden wir übrigens durchweg mit den Gliedern bis höchstens $L_{s,2}$ ausreichen. Bei einfachen Integralen kommt nämlich von $L_{s,3}$ immer nur

die **Differenz** $L_{0,3} - L_{s,3}$ vor, und auch diese nur mit dem Koeffizienten $\frac{1}{384}$; $L_{s,4}$ aber hat in der Klammer bei [69] für $n = 0{,}5$ nur noch den Koeffizienten $\frac{1}{3840}$, der dann beim Doppelintegral [70] sogar bereits zu $L_{s,3}$ hinzutritt. Innerhalb der $L_{s,1}$ und $L_{s,2}$ könnte man natürlich nach Anlegung des Schemas leicht bis $\Delta_{s,6}$ gehen. Wie aber die Koeffizienten der Δ in Gleichung [55] erkennen lassen, wird man die Differenzen von höherer als dritter Ordnung hier vernachlässigen dürfen. Wir setzen also in unserem Rechenbeispiele unten einfach:

$$L_{s,1} = \Delta_{s,1} - \frac{1}{6}\,\Delta_{s,3}\,,$$
$$L_{s,2} = \Delta_{s,2}\,. \qquad [70\text{a}]$$

Im folgenden betrachten wir nun kurz die vier Hauptfälle, die für Kap. 7 allein erforderlich sind: Die bestimmten einfachen und Doppel-Integrale über die gesamte Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ zwischen den Extremen, und die einfachen und Doppel-Integrale zwischen dem einen Extrem E_u bezw. E', bei dem $z = 0$ ist, und einem beliebigen Wert x_m, wobei

$$x_m = z_\varrho + \alpha i.$$

Hierbei kann α positiv oder negativ sein, ohne jedoch bei unserer Zerlegung in Partialintegrale größer als $\pm 0{,}5$ zu werden, so daß also

$$-0{,}5 < \alpha < +0{,}5.$$

Dabei erlaube ich mir für die Ausrechnung des Ansatzes im einzelnen auf meine vor kurzem erschienene Abhandlung „Die mathematischen Grundlagen der sog. unmittelbaren Behandlung psychophysischer Resultate“ 1) zu verweisen, und gebe hier nach dem Ansatze sogleich überall das genaue Resultat unter Berücksichtigung aller Glieder bis $L_{s,2}$ bzw. $\Delta_{s,3}$, sowie vor allem auch eine für die psychophysischen Zwecke wohl überall ausreichende **Annäherungsformel**, die in der Praxis zugleich sehr bequem zu handhaben ist. Die Durchführung unseres Rechenbeispieles nach der genauen und der angenäherten Formel wird uns die Brauchbarkeit der letzteren auch sogleich an einem ganz beliebig herausgegriffenen praktischen Falle veranschaulichen.

4. Zur Lösung der **ersten** Aufgabe, die schon in [64] und [65] zur Erklärung dieser Integrationsweise überhaupt in Angriff genommen wurde, knüpfen wir wieder an Gleichung [65] an und finden mit Rücksicht auf [69]:

$$\frac{1}{i}\int_{E'}^{E} \mathfrak{V}(x)\,dx = \int_{0}^{+0,5} F_0(n)\,dn + \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} \int_{-0,5}^{+0,5} F_s(n)\,dn + \int_{-0,5}^{0} F_p(n)\,dn$$
$$= (0{,}5 + 0)\cdot 0 + \left(\frac{0{,}5^2}{2} + 0\right) L_{0,1} + \left(\frac{0{,}5^3}{4} + 0\right) L_{0,2} \ldots$$

1) In **Wundt**, Psychol. Studien VI, 3 u. 4, 1910, S. 252 ff.

$$+ 2 \cdot 0{,}5 \cdot z_1 + \frac{0{,}5^2 - (-0{,}5)^2}{2} L_{1,1} + 2 \cdot \frac{0{,}5^3}{6} L_{1,2} \ldots$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$+ 2 \cdot 0{,}5 \cdot z_{p-1} + \frac{0{,}5^2 - (-0{,}5)^2}{2} L_{p-1,1} + 2 \cdot \frac{0{,}5^3}{6} L_{p-1,2}$$

$$+ \left(0 - (-0{,}5)\right) z_p + \left(0 - \frac{(0{,}5)^2}{2}\right) L_{p,1} + 0 - \frac{(-0{,}5)^3}{6} L_{p,2} \ldots \Big)$$

$$= \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s + \frac{1}{2} z_p + \frac{1}{8} (L_{0,1} - L_{p,1}) + \frac{1}{48} \left(L_{0,2} + L_{p,2}\right)$$

$$+ \frac{1}{24} \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} L_{s,2}. \qquad [71]$$

Hier sind nun sämtliche Glieder mit L praktisch überhaupt zu vernachlässigen. Man kann also in unseren Anwendungen einfach mit der Formel auskommen:

$$\int_{E'}^{E} \mathfrak{W}(x)\,dx = i \cdot \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s + \frac{i}{2} z_p. \qquad [72]$$

Da bei einem einfachen K.-G. $z_p = z_0 = 0$ ist, so fällt das zweite Glied $+ \frac{1}{2} z_p$ dort weg. Bei unserem Beispiel Fig. 4 aber ist $z_p = 1$, also das zweite Glied einfach $\frac{1}{2}$. Bei einem einfachen K.-G. mit den Extremen E_o und E_u, wo $z_0 = z_p = 0$, wird also aus [72] einfach:

$$\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{W}(x)\,dx = i \cdot \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s \qquad [72a]$$

und bei einem K.-G., bei dem $z_0 = 0$ und $z_p = 1$,

$$\int_{E'}^{E} \mathfrak{W}(x)\,dx = i \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s + \frac{i}{2}. \qquad [72b]$$

Wie man leicht sieht, entspricht aber diese Annäherungsformel der ganz elementaren geometrischen Berechnung des (dem bestimmten Integral numerisch gleichen) Inhaltes der Fläche zwischen der Kurve und der Abszissenachse, wenn man sich die beobachteten Punkte z_s rein linear verbunden denkt. Diese Kurvenfläche ist dann einfach aus den Paralleltrapezen zusammengesetzt, die durch die parallelen Beobachtungsordinaten z_s und z_{s+1}, das geradlinige Kurvenstück und ein als „Höhe" zu betrachtendes Stück i der Abszissenachse gebildet werden, wie es schon Fig. 1 darstellte. Das unterste Stück bei E_u (bzw. E') ist natürlich ein Dreieck, bei einem einfachen K.-G.

auch noch das entgegengesetzte Ende der Fläche bei E_o. Somit ist beim einfachen K.-G., z. B. Fig. 3, nach linearer Interpolation [1]):

$$\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{V}(x)\,dx = \frac{i}{2}\,(0 + z_1) + \frac{i}{2}\,(z_1 + z_2) + \ldots \frac{i}{2}\,(z_{p-1} + 0)$$

$$= i\,(z_1 + z_2 \ldots + z_{p-1}) = i \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s,$$

womit wir also wieder Formel [72a] erlangt haben.

Wenn dagegen $z_0 = 0$ und $z_p = 1$, wie in Fig. 4, so kommen wir bei linearer Interpolation auf [72b]; denn es ist

$$\int_{E'}^{E} \mathfrak{V}(x)\,dx = \frac{i}{2}\,(0 + z_1) + \frac{i}{2}\,(z_1 + z_2) + \ldots \frac{i}{2}\,(z_{p-1} + 1)$$

$$= i \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s + \frac{i}{2}.$$

Die ganze Interpolation hat geradezu die Tendenz, an der Fläche der gesamten Verteilungskurve zwischen den Extremen, wie sie bei rein linearer Interpolation abgegrenzt wird, möglichst wenig zu ändern. Beim einfachen K.-G. (Fig. 3) wird die durch die höheren Differenzen entstehende Konvexität gegen die X-Achse in der Nähe der Extreme durch eine Konkavität in der Mitte ausgeglichen, und bei Fig. 4 die Konvexität in der Nähe von E′ durch die Konkavität bei E. Eine völlig eindeutige Beziehung läßt sich aber natürlich in dieser Hinsicht bei der Beschränkung auf die Extreme nicht herstellen, da sich ja diese Ausgleichung der Kurvenrichtung über die Extreme hinaus erstreckt. Mindestens hinsichtlich des allerdings minimalen Betrages der Restglieder in [71] würde man also von den Zufälligkeiten der Kurve abhängig werden.

Wie wenig aber diese Restglieder ausmachen, erhellt wieder am besten aus der rechnerischen Behandlung unseres Beispieles Tabelle 5, Fig. 4. Wir

---

1) Da die rein lineare Interpolation das bestimmte Integral einfach elementar geometrisch abzuleiten gestattet, so ist eine solche Auswertung auch bei nicht äquidistanten Intervallen leicht durchführbar. In diesem Falle haben die Paralleltrapeze nur eben verschiedene Höhen $x_1 - x_0$, $x_2 - x_1, \ldots x_p - x_{p-1}$. Daher wird der gesamte Flächeninhalt zwischen den Extremen

a) bei einem einfachen K.-G., bei dem $z_0 = z_p = 0$,

$$\int_{E'=x_0}^{E=x_p} V(x)\,dx = \frac{1}{2}\left\{z_1\,(x_2 - x_0) + z_2\,(x_3 - x_1) \ldots z_{p-1}\,(x_p - x_{p-2})\right\}, \qquad [73]$$

b) bei einem K.-G., dessen $z_0 = 0$ und $z_p = 1$:

$$\int_{E'=x_0}^{E=x_p} V(x)\,dx = \frac{1}{2}\left\{z_1\,(x_2 - x_0) + z_2\,(x_3 - x_1) \ldots + z_{p-1}\,(x_p - x_{p-2}) + (x_p - x_{p-1})\right\}. \qquad [74]$$

entwerfen zunächst wieder das **Differenzenschema** aus den zur Erlangung der rel. H. mit 50 zu dividierenden z-Werten bis $\Delta_{s,3}$, wobei wir zur Ableitung von $\Delta_{0,3}$ oberhalb bis x_{-2} und zur Ableitung von $\Delta_{7,3}$ unterhalb bis x_9 gehen müssen.

Tabelle 7.

Schema der Funktionsdifferenzen zu Tabelle 5.

(Vgl. Fig. 4.)

x	50 z	Δ^{I}_{s} und $(\Delta_{s,1})$	$\Delta^{II} = (\Delta_{s,2})$	Δ^{III}_{s} und $(\Delta_{s,3})$
x_{-2}	0			
		0		
x_{-1}	0		0	
		0		1
x_0	0	(0,5)	1	(0,5)
		1		0
x_1	1	(1,5)	1	(0,5)
		2		1
x_2	3	(3)	2	(0,5)
		4		0
x_3	7	(5)	2	(6)
		6		12
x_4	13	(13)	14	(— 5)
		20		— 22
x_5	33	(16)	— 8	(— 10,5)
		12		1
x_6	45	(8,5)	— 7	(1,5)
		5		2
x_7	50	(2,5)	— 5	(3,5)
		0		5
x_8	50		0	
		0		
x_9	50			

Nach Gleichung [72b], die bei der Art des K.-G. hier in Betracht kommt, wird also

$$\int_{x_0}^{x_p} \mathfrak{B}(x)\,dx = i \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} z_s + \frac{i}{2} = \frac{3}{50}\left(1+3+7+13+33+45+\frac{50}{2}\right) = 7{,}62. \quad [75]$$

Die Restglieder aus [71] aber betragen mit Rücksicht auf [70a]:

$$\frac{3}{50}\left\{\frac{1}{8}\left(\Delta_{0,1} - \frac{1}{6}\,\Delta_{0,3} - \Delta_{7,1} + \frac{1}{6}\cdot\Delta_{7,3}\right) + \frac{1}{48}\left(\Delta_{0,2} + \Delta_{7,2}\right) + \frac{1}{24}\sum_{s=1 \text{ bis } 6}\Delta_{s,2}\right\} =$$

$$= \frac{3}{50}\left\{\frac{1}{8}\left(0{,}5 - \frac{1}{6}\,0{,}5 - 2{,}5 + \frac{1}{6}\cdot 3{,}5\right) + \frac{1}{48}\,(1-5) + \frac{1}{24}\cdot 4\right\} = -\,0{,}00625. \quad [76]$$

Eine so geringe Differenz zwischen zwei Werten ist natürlich auf alle Fälle zu vernachlässigen, gleichgültig, welchen von beiden man als den bei einer idealen Interpolation wahrscheinlicheren ansehen mag.

5. Die zweite Aufgabe ist die Berechnung des einfachen bestimmten Integrales zwischen x_0 und einem beliebigen Wert x_m, dessen Ordinate nicht selbst beobachtet worden ist. Es enthält dieses Integral offenbar erstens eine ganz analog wie in Gleichung [71] berechnete Summe von Partialintegralen J_s, die sich von $E' = x_0$ bis zu $x_\varrho - 0{,}5i$ erstrecken, wenn x_ϱ die dem x_m nächstbenachbarte Beobachtungsabszisse bedeutet (vgl. Fig. 4), die in diesem Teile der Formel also einfach an Stelle von x_p zu treten hat, und zweitens noch den Rest eines Partialintegrales, das von $x_\varrho - 0{,}5i$ bis x_m reicht. Je nachdem also x_m der nächstniedrigeren oder der nächsthöheren Beobachtungsabszisse näher liegt, wird die obere Grenze n_1 des letzten Restintegrales oberhalb oder unterhalb des Ausgangswertes x_ϱ liegen, also positiv oder negativ sein. Wir setzen dieses $n_1 = \alpha$, so daß

$$\alpha = \frac{1}{i}\left(x_m - x_\varrho\right),$$

das also im Falle $x_m > x_\varrho$ positiv, bei $x_m < x_\varrho$ aber negativ wird. Der Ansatz wird daher analog wie in [71]:

$$\frac{1}{i}\int\limits_{E'=x_0}^{x_m}\mathfrak{B}(x)\,dx = \int\limits_{0}^{0,5}F_0(n)\,dn + \sum\int\limits_{-0,5}^{+0,5}F_s(n)\,dn_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} + \int\limits_{-0,5}^{\alpha}F_\varrho(n)\,dn$$

$$= \frac{0{,}5^2}{2}L_{0,1} + \frac{0{,}5^3}{6}L_{0,2}\ldots$$

$$+ z_1 + 0\cdot L_{1,1} + \frac{0{,}5^3}{3}L_{1,2}\ldots$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$+ z_{\varrho-1} + 0\cdot L_{\varrho-1,1} + \frac{0{,}5^3}{3}L_{\varrho-1,2}\ldots$$

$$+ (\alpha + 0{,}5)\,z_\varrho + \frac{\alpha^2 - (0{,}5)^2}{2}L_{\varrho,1} = \frac{\alpha^3 + (0{,}5)^3}{6}L_{\varrho,2}\ldots$$

$$= \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s + (0{,}5 + \alpha)\,z_\varrho + \frac{\alpha^2}{2}\left(\Delta_{\varrho,1} - \frac{1}{6}\,\Delta_{\varrho,3}\right) + \frac{1}{8}\left(\Delta_{0,1} - \Delta_{\varrho,1}\right)$$

$$+ \frac{1}{24}\sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1}\Delta_{s,2} + \frac{1}{48}\left(\Delta_{0,2} - \Delta_{0,3} + \Delta_{\varrho,2} + \Delta_{\varrho,3}\right) + \frac{\alpha^3}{6}\,\Delta_{\varrho,2}. \qquad [77]$$

Auch hier sind von den bis zur zweiten Ordnung berücksichtigten L nur die $\Delta_{s,3}$ noch mitgenommen. Doch genügt für praktische Zwecke wohl wieder vollkommen folgende Annäherungsformel:

$$\frac{1}{i}\int\limits_{E'=x_0}^{x_m}\mathfrak{B}(x)\,dx = \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s + (0{,}5+\alpha)\,z_\varrho + \frac{\alpha^2}{2}\,\Delta_{\varrho,1}$$

$$= \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s + (0{,}5+\alpha)\,z_\varrho + \frac{\alpha^2}{4}\,(z_{\varrho+1} - z_{\varrho-1}). \qquad [78]$$

Eventuell kann noch

$$\frac{1}{8}\,(\Delta_{0,1} - \Delta_{\varrho,1}) = \frac{1}{16}\,(z_1 - z_{\varrho+1} + z_{\varrho-1})$$

hinzugenommen werden. Den geringen Betrag der vernachlässigten Restglieder ersehen wir wieder an unserem Zahlenbeispiele. In Voraussicht künftiger Aufgaben wählen wir als beliebige obere Grenze $x_m = 13{,}38$, deren Ordinate in Fig. 4 mit dem Pfeil versehen ist. Da x_m noch unterhalb der Mitte des Intervalles zwischen x_4 und x_5 liegt, so wird $x_\varrho = x_4 = 12$. und da das Intervall $i = 3$ ist, so ergibt sich:

$$\alpha = \frac{1}{3}\,(13{,}38 - 12) = +\,0{,}46.$$

Somit wird der genaue Wert, in dem wir zuerst die Annäherungsglieder von [76] und dann die Restglieder anschreiben und beide Teile auch in der Summation trennen:

$$\int\limits_0^{13.38}\mathfrak{B}(x)\,dx = \frac{3}{50}\Big\{1 + 3 + 7 + 0{,}96\cdot 13 + \frac{0{,}46^2}{2}\cdot 13$$

$$+ \frac{0{,}46^2}{12}\cdot 5 + \frac{1}{8}\,(0{,}5 - 13) + \frac{1}{24}\cdot 5 + \frac{1}{48}\,(0{,}5 + 9) + \frac{0{,}46^3}{6}\cdot 14\Big\}$$

$$= \frac{3}{50}\Big\{24{,}8554 - 0{,}841\Big\} = 1{,}49135 - 0{,}05046.$$

Auch hier ist somit der Wert 1,4913 der angenäherten Formel [78] nur um 0,05046 kleiner als der genaue Wert nach [77], d. h. um 3,5 % des letzteren. Obgleich also hier der Einfluß der Restglieder um eine Dimension höher ist als bei dem Integral über den ganzen K.-G., ist er wohl praktisch immer noch zu vernachlässigen. Auch hier ist der Betrag des Integrales in [78] übrigens ein ganz ähnlicher, wie wenn man nach linearer Interpolation wieder die Flächeninhalte der Paralleltrapeze berechnet; nur kommt durch die Verwendung der symmetrischen Interpolationsformel [54] die Differenz $\Delta_{\varrho,1} = \frac{1}{2}\,(\Delta_{\varrho+1} - \Delta_{\varrho-1})$ herein, während die geometrische Ableitung dafür die einfache Differenz $\Delta^I_\varrho = z_{\varrho+1} - z_\varrho$ enthält. Es ergibt sich nämlich aus der rein linearen Interpolation durch die nämliche Überlegung wie S. 88 f

$$\frac{1}{i}\int\limits_{E_\prime}^{x_m}\mathfrak{B}(x)\,dx = \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s + (\alpha + 0{,}5)\,z_\varrho + \frac{\alpha^2}{2}\,(z_{\varrho+1} - z_\varrho). \qquad [78a]$$

In unserem Beispiele bedeutet dies

$$\int_0^{13,38} \mathfrak{V}(x)\,dx = \frac{3}{50}\left(1 + 3 + 7 + 0{,}96 \cdot 13 + \frac{0{,}46^2}{2} \cdot 20\right) = 1{,}535,$$

also einen Wert, der nur um + 0,0437 von der angenäherten Formel [78] abweicht, was als Eigentümlichkeit der speziellen Interpolationsweise wohl ebenfalls vernachlässigt werden dürfte[1]).

6. Besonders wichtig ist **drittens** die Berechnung des bestimmten Doppelintegrales über den ganzen Bereich des K.-G. von E bis E′ nach Gl. [68] und [70]:

$$\frac{1}{i^2}\int\int_{E'=x_0}^{E=x_p} \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = \int\int_0^{+0,5} F_0(n)\,dn\,dn + \sum_{s=1\text{ bis }p-1}\int\int_{-0,5}^{+0,5} F_s(n)\,dn\,dn + \int\int_{-0,5}^{0} F_p(n)\,dn\,dn$$

$$= + \frac{0{,}5^2}{2} z_0 + \frac{0{,}5^3}{6} L_{0,1} + \frac{0{,}5^4}{24} L_{0,2} + 0{,}5\,C_0$$

$$+ \frac{0{,}5^2 - 0{,}5^2}{2} z_1 + \frac{2 \cdot 0{,}5^3}{6} L_{1,1} + \frac{0{,}5^4 - 0{,}5^4}{24} L_{1,2} + 2 \cdot 0{,}5\,C_1 \qquad [80]$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$0 \cdot z_{p-1} + \frac{0{,}5^3}{3} L_{p-1,1} + 0 \cdot L_{p-1,2} + C_{p-1}$$

$$- \frac{(-0{,}5)^2}{2} z_p - \frac{(-0{,}5)^3}{6} L_{p,1} - \frac{(-0{,}5)^4}{24} L_{p,2} + 0{,}5\,C_p.$$

Die Glieder mit $L_{s,2}$ fallen von F_1 bis F_{p-1} ebenso hinaus wie die ersten Glieder dieser Partialintegrale mit den z-Werten. Bei F_0 und F_1 aber erhalten sie nur noch den Koeffizienten $\frac{1}{384}$, so daß wir hier von den $L_{s,2}$ überhaupt absehen können, soweit sie nicht in den Konstanten C_s enthalten sind. **Diese letzteren stellen hier offenbar den Hauptwert des ganzen Doppelintegrals dar.** Sie sind nach dem bereits S. 75 genannten Prinzip zu berechnen, daß die **unbestimmten einfachen** Partialintegrale zweier aufeinanderfolgender Interpolationsfunktionen an der Übergangsstelle den nämlichen Wert erlangen müssen, so daß also

1) Auch hier wird natürlich die **geometrische Berechnung** bei **rein linearer Interpolation** ohne die sonst überall vorausgesetzte Äquidistanz der Ordinaten kaum schwieriger. Für **nicht äquidistante** Ordinaten findet man, da das letzte Paralleltrapez die Seiten z_ϱ und $z_\varrho + \alpha(z_{\varrho+1} - z_\varrho)$ sowie die Höhe $(x_{\varrho+1} - x_\varrho)\,\alpha$ hat,

$$\int_0^{x_m} \mathfrak{V}(x)\,dx = \frac{1}{2}\Big\{z_1(x_2 - x_0) + \ldots z_{\varrho-1}(x_\varrho - x_{\varrho-2})$$
$$+ z_\varrho(x_\varrho - x_{\varrho-1} + 2\alpha[x_{\varrho+1} - x_\varrho])$$
$$+ \alpha^2(z_\varrho \cdot x_\varrho - z_{\varrho+1} \cdot x_\varrho - z_\varrho \cdot x_{\varrho+1} + z_{\varrho+1} \cdot x_{\varrho+1})\Big\} \qquad [79]$$

$$\int \mathfrak{B}(x_0 + 0{,}5\,i)\,dn = \int \mathfrak{B}(x_1 - 0{,}5\,i)\,dn \text{ usw.}$$

und allgemein

$$\int \mathfrak{B}(x_s + 0{,}5\,i)\,dn = \int \mathfrak{B}(x_{s+1} - 0{,}5\,i)\,dn. \qquad [81]$$

Setzt man nun wie beim bestimmten Integral [69] die Funktion $\mathfrak{B}(x)$ selbst ein, so erhält man folgendes Gleichungssystem zur Berechnung der Konstanten:

$$0{,}5\,z_s + \frac{0{,}5^2}{2} L_{s,1} + \frac{0{,}5^3}{6} L_{s,2} + C_s =$$
$$= -0{,}5\,z_{s+1} + \frac{(-0{,}5)^2}{2} L_{s+1,1} + \frac{(-0{,}5)^3}{6} L_{s-1,2} + C_{s-1}. \qquad [82]$$

Da das erste Integral $\int F_0(x)\,dn$ beim Wert $n = 0$ selbst verschwinden soll, so ist

$$C_0 = 0, \qquad [83]$$

und daher

$$C_1 = \frac{1}{2} z_1 + \frac{1}{8}\left(L_{0,1} - L_{1,1}\right) + \frac{1}{48}\left(L_{0,2} + L_{1,2}\right) \qquad [84]$$
$$C_2 = \frac{1}{2}\left(z_1 + z_2\right) + \frac{1}{8}\left(L_{1,1} - L_{1,1}\right) + \frac{1}{48}\left(L_{1,2} + L_{2,2}\right) + C_1$$

usw.

Jedenfalls erhält man für die Konstanten von [80] ein System, das sich schreiben läßt

$$\begin{aligned}\sum_{s=1 \text{ bis } p-1} C_s + 0{,}5\,C_p = \; & C_1 \\ & + C_1 + a_2 \\ & + C_1 + a_2 + a_3 \\ & \;\;\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ & + C_1 + a_2 + a_3 \ldots + a_{p-1} \\ & + \frac{1}{2} C_1 + \frac{1}{2} a_2 + \frac{1}{2} a_3 \quad + \frac{1}{2} a_{p-1} + \frac{1}{2} a_p,\end{aligned}$$

wobei die a_s nach dem System [84] zu berechnen sind. Nach den nötigen Zusammenfassungen findet man schließlich als Endformel, die dann nur noch nach [70a] bis auf $\varDelta_{s,3}$ näher auszuführen ist:

$$\frac{1}{i^2}\int\!\!\int_{E'}^{E} \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx = (p-1)\,z_1 + (p-2)\,z_2 \ldots + 2 \cdot z_{p-2} + 1 \cdot z_{p-1} + \frac{1}{8} z_p$$
$$+ \frac{3p-1}{24} L_{0,1} - \frac{1}{12} \sum_{s=1 \text{ bis } p-1} L_{s,1} - \frac{1}{24} L_{p,1} + \frac{2p-1}{96} L_{0,2}$$
$$+ \frac{1}{24}\left((p-1)\,L_{1,2} + (p-2)\,L_{2,2} + \ldots 1 \cdot L_{p-1,2}\right) + \frac{1}{96} L_{p,2}. \qquad [85]$$

Die Glieder mit Δ haben aber hier, zusammen genommen, einen so geringen Wert, daß für die Praxis folgende überaus einfache und leicht zu merkende Annäherungsformel vollkommen genügt:

$$\int_{E'}^{E}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = i^2\left((p-1)z_1 + (p-2)z_2 + \cdots 1\cdot z_{p-1} + \frac{1}{8}z_p\right). \quad [85a]$$

Für einen einfachen K.-G. fällt das letzte Glied $\frac{1}{8}z_p$, wegen $z_p = 0$, völlig fort, für diejenigen K.-G. aber, bei denen $z_p = 1$, ist dieses Glied konstant $\frac{1}{8}$.

Um die große Genauigkeit von [85a] zu prüfen, berechnen wir es wieder neben [85] für unser Beispiel Tab. 5 und finden zunächst nach [85a], ohne überhaupt ein Differenzenschema ansetzen zu müssen,

$$\int_{E'}^{E}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = \frac{3^2}{50}\left(6\cdot 1 + 5\cdot 3 + 4\cdot 7 + 3\cdot 13 + 2\cdot 33 + 1\cdot 45 + \frac{50}{8}\right) = 36{,}9450.$$

Nach Formel [85] wäre nun wieder an der Hand des Differenzenschemas der Tabelle 7 noch hinzuzufügen:

$$\frac{9}{50}\left\{\frac{20}{24}\cdot 0{,}5 - \frac{1}{12}\left(47 + \frac{7}{6}\right) - \frac{1}{24}\left(2{,}5 - \frac{3{,}5}{6}\right) + \frac{13}{96}\cdot 1\right.$$
$$+ \frac{1}{24}\left(6\cdot 1{,}5 + 5\cdot 3 + 4\cdot 5 + 3\cdot 13 + 2\cdot 16 + 1\cdot 8{,}5\right)$$
$$\left.- \frac{1}{144}\left(6\cdot 0{,}5 + 5\cdot 0{,}5 + 4\cdot 6 + 3\cdot(-5) + 2\cdot(-10{,}5)\right) + \frac{1}{96}\cdot(-5)\right\} = +\,0{,}28545,$$

also nur 0,87 % des gesamten Wertes. Da diese Formeln nur in den Streuungsmaßen verwendet werden (vgl. S. 49), während für den Hauptwert nur die noch viel genauere Annäherungsformel für das einfache Integral in Frage kommt, wird man sich mit diesem Grad der Genauigkeit wohl begnügen können.

7. Endlich wird noch die Formel für das bestimmte Doppelintegral von E' bis zu einem beliebigen Wert x_m eine allerdings mehr sekundäre Bedeutung bei der Berechnung der sogen. „mittleren Variation“ D (vgl. S. 48) erlangen. Ich gebe daher hier wenigstens den Ansatz, der ganz analog wie bei Absatz 5) und 6) angelegt ist, und zwar nach 6), was das Doppelintegral und seine Konstanten als solche anlangt, und nach 5) bezüglich der Bedeutung des Faktors

$$\alpha = \frac{(x_m - x_\varrho)}{i}.$$

Es ist also, ebenso wie bei [77] und [80]

$$\frac{1}{i^2}\int_{E'}^{x_m}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = \int_0^{+0,5}\int F_0(n)\,dn\,dn + \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1}\int_{-0,5}^{+0,5}\int F_s(n)\,dn\,dn$$
$$+ \int_{-0,5}^{\alpha}\int F_\varrho(n)\,dn\,dn =$$

$$= \frac{0{,}5^3}{6} L_{0,1} + 0{,}5\, C_0$$
$$+ \frac{0{,}5^3}{3} L_{1,1} + \quad C_1$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$+ \frac{0{,}5^3}{3} L_{\varrho-1,1} + C_{\varrho-1}$$
$$+ \frac{\alpha^2 - 0{,}5^2}{2} z_\varrho + \frac{\alpha^3 + 0{,}5^3}{6} L_{\varrho,1} + (\alpha + 0{,}5)\, C_\varrho. \qquad [86]$$

Nach Bestimmung der Konstanten C aus [84] ergibt sich eine Formel, deren erste wichtigste Glieder wir in folgender Annäherung berücksichtigen:

$$\int_{E'}^{x_m}\!\!\int \mathfrak{W}(x)\, dx\, dx = i^2 \Big\{(\varrho - 1) z_1 + (\varrho - 2) z_2 \cdots + 1 \cdot z_{\varrho-1}$$
$$+ \frac{1}{2}(0{,}5 + \alpha)^2 z_\varrho + \alpha \cdot \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s \Big\}. \qquad [87]$$

Eventuell kann noch das Restglied $+ \frac{\alpha}{16}(z_1 - z_{\varrho+1} + z_{\varrho-1})$ hinzugenommen werden. Ein Rechenbeispiel wird uns später bei der Bestimmung der mittleren Variation von Reaktionszeiten begegnen.

Man hätte diese für die Psychophysik am meisten in Betracht kommenden Annäherungsformeln natürlich auch nach anderen Interpolations- bezw. Integrationsmethoden ableiten können. Doch geschah dies hier eben sogleich im Zusammenhang derjenigen Methode, die dann unmittelbar aus dem Differenzenschema heraus auch beliebig genauere Werte zu liefern vermag.

Kapitel 5.

Gesetze für die Verteilung der relativen Häufigkeiten.

20. Das Mengenverhältnis in n-klassigen Kombinationen als gesetzmäßiger K.-G.

(Das annähernd einfache Exponentialgesetz (E.-G.) nach Laplace.)

1. Die Ableitung spezieller Gesetze für die Verteilung der r. H. eines K.-G. ging bekanntlich bereits im 17. Jahrhundert aus den Versuchen hervor, den Verlauf zufälliger Ereignisse, unter denen vor allem die Glücksspiele von alters her das allgemeinste Interesse fanden, quantitativ zu analysieren und allgemeine Sätze aufzustellen, die gewisse, wenn auch bedingte Voraussagen ermöglichen. Insofern die Bedingungen, die man hierbei verwirklicht dachte, die an sie geknüpften Erwartungen ohne spezielle Erfahrungen mit logischer Notwendigkeit aus sich hervorgehen lassen, kann man jene Voraussagen auch als Deduktion einer „Wahrscheinlichkeit" betrachten,

wobei deren begriffliche Bedeutung als relative Häufigkeit einer Möglichkeit innerhalb einer längeren Reihe gedachter Beobachtungen die Vermittelung bildet. Die festen Voraussetzungen, die natürlich jeder Deduktion zugrunde liegen müssen, sind die sogen. „wahren" Verhältnisse, von denen schon S. 45 gesagt wurde, daß eine Annahme über sie mit jeder Statuierung sogen. „Verteilungsgesetze" in engstem Zusammenhange stehe. Da es sich um Gesetze über relative Häufigkeiten handelt, so ging man naturgemäß auch von der Annahme eines bestimmten Zahlenverhältnisses aus, in welchem zwei (oder mehrere) verschiedenartige, aber in sich homogene Mengen, z. B. r weiße und s schwarze Kugeln, zueinander stehen. Ist $r + s = t$, so bilden also

$$\frac{r}{t} = p \text{ und } \frac{s}{t} = q \tag{88}$$

die „wahren" r. H. der weißen und schwarzen Kugeln in der vorausgesetzten Gesamtmenge. Als die Mannigfaltigkeit aller zufällig wechselnden Erscheinungen aber, denen jenes „wahre Verhältnis" zugrunde liegt, betrachtet man nun die sämtlichen Kombinationen zu je n Gliedern (n-klassige Komb.), die aus den t individuell verschiedenen Grundelementen in der Weise hergestellt werden können, daß man jedesmal aus n Setzungen der nämlichen Gesamtmenge $r + s = t$ je ein beliebiges Glied für die Kombination auswählt. Gewöhnlich konkretisiert man diese Entstehung der Kombinationen in der Weise, daß man für jede derselben n-Mal hintereinander eine beliebige Kugel aus der Gesamtmenge t ziehen und wieder zurücklegen läßt. Berücksichtigt man nun bloß das Merkmal der Partialmengen als solches also z. B. die Farbe der Kugeln, so ergeben sich hierbei offenbar nur $n + 1$ verschiedene Arten von Kombinationen, die allen möglichen rel. H. der weißen, bezw. der schwarzen Kugeln innerhalb der einzelnen Kombinationen zu je n Gliedern entsprechen, nämlich $\frac{n}{n}, \frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n} \cdots \frac{1}{n}, \frac{0}{n}$. Denkt man sich sämtliche Kombinationen nach zunehmenden r. H. der weißen Kugeln in ihnen geordnet, so ist die nämliche Gruppierung bei nur zwei Arten von Elementen natürlich auch zugleich eine Ordnung nach r. H. der schwarzen, aber nach abnehmenden r. H. Wir können also die $n + 1$ Kombinationen der Reihe nach ebenso wohl mit $A_{r,n}, A_{r,n-1}, \ldots A_{r,1}, A_{r,0}$ bezeichnen, wie mit $A_{s,0}, A_{s,1}, \ldots A_{s,n-1}, A_{s,n}$. Diese $n + 1$ verschiedenen Mischungsverhältnisse von n-klassigen Kombinationen besitzen aber nun innerhalb der gesamten Mannigfaltigkeit aller Kombinationen überhaupt eine verschiedene r. H. Sie können somit wie $n + 1$ verschiedene Spezialfälle $A_0, A_1, A_2 \cdots A_n$ eines Kollektivgegenstandes einer „Verteilung" als diskrete Abszissen $\frac{0}{n}, \frac{1}{n}$ usw. zugrunde gelegt werden, denen die zuletzt genannten r. H. jedes Mischungsverhältnisses innerhalb aller möglichen Kombinationen überhaupt als z-Ordinaten zugeordnet sind. Bei nur zwei Partialmengen r und s ergeben sich also zwei Verteilungen, von denen aber jede nach dem Gesagten einfach ein Spiegelbild der anderen ist, je nachdem einmal die Anzahl der schwarzen, und das andere Mal diejenige der weißen Kugeln innerhalb der Kombination als Abszissen dienen. (Bei

k Partialmengen $r_1 + r_2 + \cdots r_k = t$ aber lassen sich k Verteilungen konstruieren, deren Herstellung jedoch einfach auf eine wiederholte Anwendung des nämlichen Schemas zurückgeführt werden kann, indem man immer in einer kontradiktorischen Gliederung alle Partialmengen außer einer zu einer zweiten Gruppe zusammenfaßt, also zunächst

$$s_1 = r_2 + r_3 + \cdots r_k \text{ dann}$$

$$s_2 = r_1 + r_3 + \cdots r_s \text{ usw.}$$

herstellt und die Verteilung für das jeweils isolierte Element r_1 usw. in der nämlichen Weise wie bei nur zwei Grundqualitäten ableitet. Die Ordinaten bedeuten ja stets die r. H. einer Mengenart im Verhältnis zu allen Kombinationsmöglichkeiten überhaupt, die nur von der Gesamtzahl aller Grundelemente $t = r_1 + r_2 \cdots + r_s$ abhängig ist.)

Aus diesen Daten kann man nunmehr einfach nach den Regeln der Kombinationsrechnung die Gesamtzahl aller überhaupt möglichen Kombinationen dieser Art und die r. H. jeder der n + 1 Arten $A_{r,0} = A_{s,n}$, $A_{r,1} = A_{s,n-1}$, ... $A_{r,n} = A_{s,0}$ im Verhältnis zu dieser Gesamtzahl im einzelnen bestimmen und außerdem eine Reihe wichtiger Sätze ableiten, durch die Jacob Bernoulli in seiner „Ars conjectandi"[1]) die Grundlagen der heutigen Wahrscheinlichkeitsrechnung geschaffen hat und aus denen dann Laplace (Théorie analytique de probabilité 1812) nach Vorarbeiten von Stirling und Moivre geradezu ein allgemeines Verteilungsgesetz für stetige K.-G. überhaupt entwickelte[2]). Diese Ableitungen sind zunächst ganz unabhängig davon, ob irgendwo in der materiellen oder geistigen Welt eine solche Konstanz relativ selbständiger, kombinierbarer Elementarbedingungen existiert, oder ob sich die verschiedenen Kombinationen, falls sie real möglich sein sollten, auch wirklich sämtlich gleichmäßig einstellen. Sie bilden also einen Zweig der Mathematik. Doch kann diese Kombinatorik natürlich auch auf die empirischen K.-G. „angewandt" werden, indem man die Verteilung der r. H. jener Kombinationen unmittelbar zur Abbildung eines empirischen K.-G. benützt, wozu die beiderseitige Ableitung stetiger Funktionen $\mathfrak{B}(x)$ die allgemeinste Vermittelung bildet. Von einem solchen Standpunkte aus muß man also dann auch die einzelnen Spezialfälle A_x des empirischen K.-G. als Erfolg der Kombination elementarerer Faktoren auffassen[3]) und versucht dadurch die induktiv gewonnene Verteilungsfunktion deduktiv zu erklären.

---

1) Erschienen 1713. Übersetzt und herausgeg. in Ostwalds Klassikern der exakten Wissenschaften Nr. 107 und 108 (Wahrscheinlichkeitsrechnung von J. Bernoulli) von R. Haussner. 1899.

2) Vgl. hierüber die Anmerkungen Haussners, a. a. O., bes. Nr. 108. S. 157 ff. sowie E. Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung usw. 1. Band. 2. Aufl. 1908. S. 19 ff. und 109 ff. und G. F. Lipps, Die psychischen Maßmethoden (Sammlung „Wissenschaft", H. 10). 1906. S. 23 ff.

3) Hierbei ist also nicht zu vergessen, daß die frühere Zahl n sämtlicher Beobachtungen, die in einem einfachen empirischen K.-G. dargestellt sind (vgl. S. 137), nicht der obigen Zahl n der einzelnen Kombinationsglieder, sondern der Gesamtzahl aller Kombinationsmöglichkeiten entspricht.

2. Nach den Sätzen der Kombinationslehre ist nun zunächst die Gesamtzahl aller möglichen Kombinationen überhaupt, wie schon vorhin erwähnt, nur von der Gesamtzahl aller gegebenen Elemente $t = r + s$ und der Gliederzahl (Klasse) n der Kombination abhängig und beträgt

$$t^n = (r + s)^n. \quad [89]$$

Löst man aber diesen Binomialausdruck nach der bekannten Formel auf, wonach

$$t^n = r^n + \frac{n}{1} r^{n-1} s + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} r^{n-2} s^2 + \ldots s^n, \quad [90]$$

so bedeutet jedes der $n + 1$ Glieder die absolute Häufigkeit je einer der oben genannten $n + 1$ Hauptarten von Kombinationen $A_{r,x} = A_{s,n-x}$ $(x = n \text{ bis } 0)$ innerhalb der gesamten Mannigfaltigkeit der t^n überhaupt möglichen Kombinationen. Die gesuchte relative Häufigkeit $z_{r,x} = z_{s,n-x}$ aber erlangt man einfach durch Division der Glieder von [90] mit t^n, insofern nach [88] ja auch

$$\sum z = 1 = \frac{t^n}{t^n} = (p + q)^n = p^n + \frac{n}{1} p^{n-1} q + \cdots q^n. \quad [91]$$

Hierbei werden die Produkte $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots m$ gewöhnlich durch das sogen. Fakultätssymbol $m!$ und die Koeffizienten $\frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}$ durch das Symbol $\binom{n}{m}$ ausgedrückt, das übrigens in der höheren Analysis eine viel allgemeinere Bedeutung für stetige Größen $\pm n$ und $+ m$ besitzt, wobei dann $\binom{n}{0} = 1$ wird. Somit läßt sich die unstetige Verteilung der r. H. unseres K.-G. auch durch die zunächst ebenfalls unstetige Funktion

$$z = f(A_{r,x}) = f(A_{s,n-x}) = \binom{n}{n-x} p^x q^{n-x} \quad [92]$$
$$x = n, n-1, \ldots 2, 1, 0$$

darstellen.

Wie man sieht, sind also die relativen H., d. h. die endgültigen Ordinaten des K.-G. der ganzen Mannigfaltigkeit, von der absoluten Gesamtzahl t der Elemente r und s nicht mehr abhängig, sondern nur noch von dem zugrunde liegenden Verhältnis $p = 1 - q$ bezw. $q = 1 - p$ der gleichartigen Elemente r bezw. s zu ihrer Gesamtzahl t. Man kann sich also aus beliebigen Vielfachen $at = ra + sa$ der nämlichen Gesamtmenge die nämliche Verteilung der relativen H. der einzelnen Kombinationsarten abgeleitet denken, wenn nur die Gliederzahl n innerhalb jeder Kombination konstant bleibt und das Vielfache at aus gleichen Vielfachen jedes einzelnen Grundelementes (z. B. der weißen und schwarzen Kugeln) aufgebaut ist. In dieser Weise lassen sich daher auch beliebig viele Konkretisierungen des nämlichen K.-G. unter eine Verteilungsfunktion subsumieren.

3. Jeder K.-G. der eben geschilderten Art läßt aber nun einen „Hauptwert" in dem bereits § 15 näher erläuterten Sinne berechnen, der mit jenem

„wahren“ Verhältnis der Partialmengen, für welche eben der K.-G. konstruiert ist, zur Gesamtmenge, also mit $\frac{r}{r+s} = p$ oder mit $\frac{s}{r+s} = q$ genau übereinstimmt. Es ist dies das arithmetische Mittel aus der gesamten Mannigfaltigkeit des K.-G. Schon Bernoulli fand nämlich elementar, wie hier nicht weiter abgeleitet werden soll, daß (nach aufsteigenden Abszissen des K.-G. für die Qualität r geordnet)

$$A_{r,0} \cdot f(A_{r,0}) + A_{r,1} \cdot f(A_{r,1}) + \cdots A_{r,n} \cdot f(A_{r,n}) =$$
$$\frac{0}{n} q^n + \frac{1}{n}\binom{n}{n-1} q^{n-1} p + \ldots \frac{n-1}{n}\binom{n}{1} q p^{n-1} + \frac{n}{n} p^n = p.$$

Und ebenso ist das arithmetische Mittel des K.-G. für die schwarzen Kugeln

$$0 \cdot p^n + \frac{1}{n}\binom{n}{1} p^{n-1} q + \cdots q^n = q. \qquad [93$$

Weiterhin stellte Bernoulli fest, daß auf die dem arithmetischen Mittel eines solchen K.-G. entsprechende Abszisse, also z. B. auf $\frac{x}{n} = p$ bei dem nach weiß geordneten K.-G., stets die größte r. H. entfalle, daß sie also bei gleichmäßiger Berücksichtigung aller Kombinationen die größte Wahrscheinlichkeit unter allen Möglichkeiten A_x besitze. Dabei ist freilich die Verteilung im allgemeinen zu diesem Maximum asymmetrisch, außer wenn gerade $p = q = \frac{1}{2}$. Wie man aus den die r. H. darstellenden Reihengliedern in [91] leicht erschließen kann, muß das Maximum demjenigen Extrem näher liegen, dessen r. H. die n-te Potenz des größeren der beiden „wahren“ Verhältnisse enthält.

Als „Bernoullisches Theorem“ im engeren Sinne aber wird der wichtigste Hauptsatz dieser Deduktionen bezeichnet, wonach sich die ganze Verteilung um so enger um die Abszisse des arithmetischen Mittels schart, je größer n ist. Bestimmt man also zwei Abszissen in einem bestimmten Abstande vom arithm. Mittel des K.-G., also z. B $+\left(p - \frac{x}{n}\right)$ von p bezw. $+\left(q - \frac{x}{n}\right)$ von q, so läßt sich die Summe $\sum' z'$ der sämtlichen r. H. zwischen diesen Grenzen der Summe sämtlicher Ordinaten, d. h. der Einheit dadurch beliebig nahe bringen, daß man n immer größer wählt. Die quantitative Formulierung dieses Theoremes werden wir aber erst in der Form erwähnen, die ihm endgültig von Laplace für stetige Verteilungen gegeben wurde, die nach dem nämlichen Prinzip unter Voraussetzung eines sehr großen n konstruiert sind. Als Abbildungen der psychophysischen, interpolatorisch bearbeiteten K.-G. kommen nämlich diese elementaren K.-G. noch nicht in Betracht. Wenn man allerdings durch Ziehungen aus einer Urne oder dergl. einfach solche Kombinationen von je n zufällig herausgegriffenen Mengenexemplaren wirklich empirisch ableitet, wie sie eben zur Veranschaulichung der rein gedanklichen Konstruktionen

der Kombinatorik verwendet wurden, so gestatten sie in der Tat eine ziemlich detaillierte Angleichung an die ganze Verteilung der soeben abgeleiteten unstetigen theoretischen K.-G., auch wenn die Zahl n der Glieder jeder Kombination noch gar nicht sehr hoch ist[1]). Dabei sind meistens schon von $\frac{0}{n}$ an bis $\frac{n}{n}$ Fälle zu verzeichnen, wie es auch die Theorie verlangt. Der Grundtypus eines einfachen K.-G., wie er in § 14,2 vor allem an dem Resultate der wiederholten Einstellung eines Maßstabes nach einer gegebenen Norm exemplifiziert wurde, steht jedoch zu der anderen Hauptkategorie rein theoretischer K.-G. in engster Beziehung, die man als „Beobachtungsfehler" bezeichnet. So scharen sich z. B. die Ablesungen an einer Skala meistens mehr oder weniger enge und symmetrisch um ihren Mittelwert a, wobei von je einem extremen Abstand $+v_0$ und $-v_u$ von diesem a an überhaupt keine Registrierungen mehr auftreten, und außerdem sind, wie oben ausführlich dargelegt wurde, in jedem beliebigen kleinsten Intervalle der Skala Ablesungen möglich, die somit einen stetigen K.-G. konstituieren. Nun könnte man natürlich auch einen theoretischen K.-G. mit kleinem n für ein annähernd 0,5 betragendes $p = q$ (vgl. S. 100) rein äußerlich zur Abbildung eines solchen empirischen K.-G. von Beobachtungsfehlern beiziehen, indem man einfach die tatsächlichen Extreme einander zuordnet und die Stetigkeit bei dem theoretischen wie bei dem empirischen K.-G. durch Interpolation hergestellt denkt. Ja die Kombinatorik muß dieses letztere Hilfsmittel der Interpolation, das bei der Konstruktion empirischer Verteilungskurven von einer Änderung der die Form des K.-G. real beeinflussenden Gesamtzahl der Beobachtungen des K.-G. scharf unterschieden wurde (s. S. 35), an einem bestimmten Punkte sogar immer anwenden, um mit einer bestimmten endlichen Zahl n von Kombinationsgliedern, die natürlich allein noch eine eindeutige differenzierte Verteilung ableiten läßt, doch eine stetige Funktion $f\left(\frac{x}{n}\right)$ mit Gl. [92] in Übereinstimmung zu bringen. Indessen läßt sich der theoretische unstetige K.-G. durch eine bedeutende Steigerung des n diesem Zwecke bereits von vorne herein sehr viel mehr anpassen. Freilich mußten für eine erfolgreiche Operation mit Kombinationen von so hoher „Klasse" erst die Ausdrücke für die einzelnen z-Ordinaten in [92] vereinfacht werden, was mit Hilfe der Stirlingschen Formel für die Fakultät

$$n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}\left(1 + \frac{1}{12n} + \cdots\right) \qquad [94]$$

gelang. Nunmehr ließ sich die r. H. z_v in Abhängigkeit von dem Abstand

1) Beispiele einer „experimentellen" Bestimmung der r. H. in Kombinationen gezogener Kugeln und dergleichen finden sich in vielen Lehrbüchern der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Vgl. Czuber, a. a. O. S. 286 ff.). Auch G. F. Lipps gibt eine solche empirische Verteilung an, die aus 4800 Einzelfällen besteht, deren Kombinationen zu je n = 10 — also einer Gliederzahl, bei der die Verteilung noch in relativ weiter Entfernung vom arithmetischen Mittel hohe z-Werte aufweist — schon eine ziemlich gute Übereinstimmung mit der theoretischen Berechnung der einzelnen z nach [92] zeigen a. a. O. S. 31 ff.).

$+v$ der Kombination A_x von dem arithmetischen Mittel p oder q der Verteilung durch die bei großem n mit guter Annäherung gültige Funktion

$$z_v = f(v) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2pq\pi}{n}}} e^{-\frac{v^2 n}{2pq}} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 v^2} \quad [95]$$

darstellen. Hierin ist $e = 2{,}71828$ die Basis der natürlichen Logarithmen und

$$h = \frac{1}{\sqrt{\frac{2pq}{n}}}. \quad [95a]$$

Die Asymmetrie von [92] für beliebige p, q, mit der auch die spiegelbildliche Zuordnung der beiden K.-G. mit den Mitteln p und q zusammenbesteht, ist also nach der bedeutenden Zunahme von n so weit zu vernachlässigen, daß eine nur noch symmetrisch von v^2 abhängige und für beide K.-G. gleiche Funktion zur Darstellung genügt. Dem arithmetischen Mittel (mit der Abszisse $v = 0$) gehört zugleich wieder die höchste Ordinate $\frac{h}{\sqrt{\pi}}$ zu, und die merklichen z-Werte der Verteilung nach [95] konzentrieren sich zugleich so enge um dieses Mittel, daß der asymptotische Verlauf mit minimalen endlichen z-Werten für $v = \pm\infty$ nicht als ernstliche Störung der Abbildung der empirischen K.-G. der Beobachtungsfehler und dergleichen in Betracht kommen kann. Die Formel [95], die von Laplace in diesem Zusammenhange allerdings nur als Annäherungsformel abgeleitet wurde, pflegt als „einfaches Exponentialgesetz"[1]) bezeichnet zu werden. In der zunächst gefundenen Form hat sie allerdings vorerst auch wieder nur für die diskreten Abstufungen der Vielfachen von $\frac{1}{n}$ Bedeutung. Betrachtet man aber [95] unabhängig von seiner Deduktion als Funktion eines stetigen v, so erlangt man durch Integration schließlich die quantitative Formulierung, die in einer Vereinfachung der Laplaceschen Formel dem Bernoullischen Theorem gegeben werden kann. Die Wahrscheinlichkeit W dafür, daß ein Spezialfall der Kombination (sowie jeder zu ihm in Parallele gesetzter Spezialfall eines K.-G. überhaupt) vom arithmetischen Mittel nicht mehr als $+v$ abweiche, ist ja (nach S. 35) gleich dem bestimmten Integral über die zu $v = 0$ symmetrische Funktion [95] zwischen den Grenzen $+v$ und $-v$, d. h. es gilt näherungsweise

$$W = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^v e^{-h^2 v^2} dv. \quad [96]$$

Substituiert man $hv = \gamma$ als Variable, wobei dv durch $\frac{1}{h} d\gamma$ zu ersetzen ist, so erlangt man schließlich

1) Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. S. 109.

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\gamma^2} d\gamma. \quad [97]$$

Deutet man also das bekannte Integral $\Phi(\gamma)$, das mehrfach in verschieden genauen Tabellen dargestellt ist[1]) und bereits von Fechner in die psychophysische Methodik eingeführt wurde[2]), vom Standpunkte der Kombinationsrechnung in der eben skizzierten Weise, so ist W die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei der Ermittlung eines wahren Wertes p oder q durch n Einzeloperationen höchstens die Abweichung

$$\pm v = \frac{\pm\gamma}{h} = \pm\gamma \sqrt{\frac{2pq}{n}} \quad [98]$$

vorkomme. Hierin ist dann zugleich der Einfluß der Zahl n der Beobachtungen auf die Genauigkeit eines empirischen Mittelwertes, den man sich als Analogon eines „wahren" Mischungsverhältnisses $p = \frac{x}{n}$ denken kann, quantitativ ausgedrückt. Legt man eine bestimmte eben noch zulässige Abweichung $\pm v$ fest, so kann man also schließlich durch Steigerung von n das nämliche bis γ genommene Integral oder die nämliche Wahrscheinlichkeit für $-v < \frac{x}{n} > +v$ immer engeren Grenzen $\pm v$ zuordnen, falls nur die Voraussetzung erfüllt ist, daß der Verlauf der Ereignisse alle Exemplare des K.-G., die den von p abweichenden Mischungsverhältnissen der Urelemente entsprechen, wirklich gleichmäßig erschöpft[3]). Dieser ganze Zusammenhang pflegt nun mit einem von Poisson stammenden Ausdrucke als „Gesetz der großen Zahlen" bezeichnet zu werden, ein Prinzip, das Poisson auch noch über das einfache Schema Bernoulli's hinaus verallgemeinerte, indem er die größte rel. Häufigkeit des arithmetischen Mittels innerhalb einer kombinatorisch abgeleiteten Mannigfaltigkeit von der speziellen Voraussetzung der Konstanz jenes „wahren" Mischungsverhältnisses p unabhängig nachwies.[4])

21. Das einfache Exponentialgesetz nach Gauss.

Das einfache E.-G., mit dem nach Laplace die aus Kombinationen gebildeten K.-G. annähernd ausgedrückt werden, war erst kurz zuvor von Gauss als vollständig genau aus allgemeinen Voraussetzungen abgeleitet worden, die allerdings an sich mehrere Schlußfolgerungen zulassen und erst durch

1) Eine genaue Tabelle ließ Bruns durch B. Kämpfe herstellen (Wundt, Phil. Stud. Bd. 9. 1894. S. 145), die in seiner „Wahrscheinlichkeitsrechnung usw." zusammen mit den Abgeleiteten Φ_1, bis Φ_6 veröffentlicht ist (vgl. § 24). Ebenso bei Czuber a. a. O. S. 98.

2) Für einfachere Anwendungen ist in Kapitel 7 wenigstens die Fechnersche Tabelle angegeben (aus Elemente, Bd. I, S. 108 und Wundt, Physiol. Psychol. I[6], 1908, S. 605), während im allgemeinen auf die Brunssche Tabelle zu verweisen ist.

3) H. Bruns. Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. S. 13.

4) E. Czuber. a. a. O. S. 134 ff u. 164 ff.



noch speziellere Annahmen, die ihrerseits als Annäherungen an den tatsächlichen erfahrungsgemäßen Verlauf von Beobachtungen betrachtet werden können, das einfache E.-G. eindeutig aus sich hervorgehen lassen.

Auch Gauß entnimmt übrigens seine entscheidende allgemeinste Voraussetzung einer von J. Bernoullis Neffen Daniel 1777 angegebenen Überlegung, die von einem bekannten Satze der auf r. H. angewandten Kombinatorik ausgeht[1]). Indessen braucht man eben dabei nicht die Verteilung der r. H. einzelner Kombinationen in der vorigen Weise unmittelbar zu bestimmen. Es handelt sich vielmehr nur um die allgemeine Formel für die Wahrscheinlichkeit W einer ganz speziellen Kombination von Kombinationen $A_1, A_2 \ldots A_s$, denen im einzelnen wieder die Wahrscheinlichkeiten (r. H.)

$$z_r = Z_r : \sum_{r=1}^{r=s} Z_r$$

zukommen. Diese entspricht bekanntlich dem Produkt aus deren r. H.

$$W = z_1 \cdot z_2 \ldots z_s. \qquad [99]$$

(Denn die resultierende r. H. besteht in dem Verhältnis zwischen sämtlichen $Z_1 \cdot Z_2 \cdot \ldots Z_s$ Möglichkeiten, gerade je ein $A_1, A_2 \ldots A_s$ zu kombinieren und der Gesamtzahl $(\Sigma Z)^s$ aller möglichen Kombinationen zu je s von allen Elementarkombinationen A_x überhaupt.) Die Mannigfaltigkeit jedes K.-G. läßt sich nun als ein solches (zufälliges) Zusammentreffen aller im Verlaufe der Beobachtung auftretenden Exemplare A_x auffassen, denen im einzelnen die in seiner Verteilungsfunktion inbegriffenen Wahrscheinlichkeiten $z = f(A_x)$ zukommen. Auch ohne deren Kenntnis läßt sich nun nach D. Bernoulli doch bereits wenigstens so viel von ihnen aussagen, daß diejenige Verteilung $f(A_x)$ tatsächlich herrschen wird, deren Wahrscheinlichkeit ein Maximum wird. Somit besteht die Lösung der Frage nach dem allgemeinen Verteilungsgesetz einfach darin, die Funktion $f(A_x)$ so zu wählen, daß jenes Produkt [99] seinen größtmöglichen Wert erlangt. Da die Spezialfälle A_x eben durch die Abszissen x dargestellt sind, setzen wir mit den gewöhnlichen Symbolen einfach $f(A_x) = \varphi(x)$, so daß jenes Produkt $\varphi(x_1) \cdot \varphi(x_2) \ldots \varphi(x_s)$ lautet. Durch eine beliebig große Zahl s kann man auch hier wiederum zugleich dem stetigen K.-G. näher kommen, ohne daß zwischen der Ableitung der Funktion für diskrete x und der Interpolation einer stetigen Funktion weiter unterschieden zu werden brauchte, wenn nur der Ausdruck für W endlich bleibt.

Eine konkrete Bedeutung gewinnt aber nun diese ganz allgemeine Forderung eines Maximums erst dadurch, daß das Produkt W als stetige Funktion einer dem $\varphi(x)$ angehörigen Größe t aufgefaßt wird, bei deren Abstufung die Form der $\varphi(x)$ passiert wird, die das Maximum bedingt. Dieses liegt dann bei derjenigen Größe t, bei der

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d[\varphi(x_1) \cdot \varphi(x_2) \ldots \varphi(x_s)]}{dt} = 0. \qquad [100]$$

1) Vgl. Weinstein, a. a. O. S. 24 u. S. 54 f.

Zur Erleichterung der Rechnung kann außerdem unter den gegebenen Voraussetzungen (W und $\varphi(x) > 0$) der Logarithmus log W des Produktes, dessen Maximum ja mit demjenigen von W selbst übereinstimmt, der weiteren Untersuchung zugrunde gelegt werden. Man wählt also $\varphi(x)$ so, daß

$$\frac{d \log W}{dt} = \frac{d \log \varphi(x_1)}{dt} + \frac{d \log \varphi(x_2)}{dt} + \ldots . \frac{d \log (x_s)}{dt} = 0. \quad [101]$$

Da nun im weiteren Verlaufe der Deduktion eine wichtige Annahme über das System der Abweichungen der Spezialfälle x von einem ganz bestimmten Fall a hinzutritt, der also dem Wertsystem der möglichen x, d. h. den Abszissen der Verteilungskurve $\varphi(x)$ selbst zugehört und als wahrer Wert aufgefaßt wird, so muß das Produkt [99] bzw. [100] als Abhängige des zunächst als variabel betrachteten Ausgangswertes a dieser Abweichungen („Fehler") v_x

$$v_x = x - a, \quad [102]$$

betrachtet werden. Die Variation von t = a ist dann allein für die Passierung des Maximums entscheidend, dessen Stelle eben dann auf Grund der weiteren Annahmen erst den „wahren" Wert schlechthin markiert, d. h. es wird

$$\varphi(x) = \varphi(v_x). \quad [103]$$

Somit wird aus [101] bei der Beziehung der v auf den wahren Wert a

$$\frac{d \log W}{da} = \sum \frac{\delta \log \varphi(v_x)}{\delta \varphi(v_x)} \cdot \frac{\delta \varphi(v_x)}{\delta v_x} \cdot \frac{d v_x}{da} = 0, \quad [104]$$

$$\text{worin } \frac{d v_x}{da} = 1 \text{ (nach [102])},$$

so daß aus der ersten Voraussetzung schließlich die endgültige Bedingung resultiert:

$$\frac{1}{\varphi(v_1)} \cdot \frac{\delta \varphi(v_1)}{\delta v_1} + \frac{1}{\varphi(v_2)} \cdot \frac{\delta \varphi(v_2)}{\delta v_2} + \ldots = 0. \quad [105]$$

Um aber nun von dieser abstrakten, für alle Fehlerausgleichung überhaupt gültigen Voraussetzung zu einer konkreten Lösung $\varphi(x)$ zu gelangen, nimmt Gauß die neue, bereits an die tatsächliche Erfahrung sich anlehnende Annahme hinzu, daß die Verteilungsform der einzelnen Abweichungen von der Größe a, die W zu einem Maximum macht, eine zum wahren Wert a oder zu $v_x = 0$ symmetrische sei. Hierin ist zweierlei inbegriffen: Erstens ist $\varphi(v_x)$ dann nicht mehr von dem Vorzeichen von v_x, sondern nur noch von dessen absolutem Werte abhängig, also von einer geraden Potenz, am einfachsten von v_x^2, wodurch [105] in die neue, spezielle Ausgleichungsbedingung übergeht:

$$\frac{\delta \log W}{da} = \sum \frac{1}{\varphi'(v_x^2)} \cdot \frac{\delta \varphi'(v_x^2)}{\delta v_x^2} \cdot \frac{d v_x^2}{d v_x}$$

$$= v_1 \cdot \frac{1}{\varphi'(v_1^2)} \cdot \frac{\delta \varphi'(v_1^2)}{\delta v_1^2} + v_2 \cdot \frac{1}{\varphi'(v_2^2)} \cdot \frac{\delta \varphi'(v_2^2)}{\delta v_2^2} + \ldots = 0. \quad [106]$$

Zweitens müssen sich aber bei einer symmetrischen Verteilung alle mit ihrem Vorzeichen genommenen Fehler $+ v_x$ gegenseitig zu Null aufheben, so daß ihre Summe oder der sog. „resultierende Fehler R"

$$R = v_1 + v_2 + \ldots v_s = 0. \qquad [107]$$

Die beiden Gleichungen [106] und [107] bilden nunmehr den fertigen Ansatz zu der Berechnung von $\varphi(v_x)$. In der Tat ergibt sich aus ihrer Vereinigung eine eindeutige Lösung insofern, als sie nur zusammen bestehen können, wenn die sämtlichen Koeffizienten der v_x in [106], die mit denen in [107] übereinstimmen, unter sich gleich sind, also wenn

$$\frac{1}{\varphi'(v_x^2)} \cdot \frac{\delta \varphi'(v_x^2)}{\delta v_x^2} = c. \qquad [108]$$

Diese Differentialgleichung kann durch beiderseitige Differentiation der Gleichung

$$\log \varphi'(v_x^2) = c v_x^2 + C \qquad [109]$$

nach v_x^2 entstanden gedacht werden, wobei $e = 2{,}71828$ wieder die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Also findet man die Lösung von Gleichung [108] und dadurch des Problems überhaupt nach ihrer beiderseitigen Integration durch Delogarithmierung von [109]. Es wird

$$\varphi'(v_x^2) = \varphi(v_x) = e^{c v_x^2 + C} = e^C \cdot e^{c v_x^2}. \qquad [110]$$

Die Integrationskonstante C, die bei der Integration von [108] in Gl. [109] hinzutritt, bestimmt offenbar die oft mit w_0 bezeichnete Wahrscheinlichkeit für $v_x = 0$, da hierbei $e^{c0} = 1$.

Zur genaueren Bestimmung von c, das man außerdem von gleicher Dimension wie v_x^2, also als Quadrat einführt, wird aber nun noch die weitere Erfahrungstatsache hinzugenommen, daß $\varphi(v_x)$ mit der Abweichung des x von der Symmetrieachse immer kleiner wird. Man setzt also $c = - h^2$ und erlangt so die Formel, in der v nunmehr einfach als stetige Variable ohne Index betrachtet werden kann:

$$\varphi(v) = w_0 e^{-h^2 v^2}. \qquad [111]$$

Auch diese Formel läßt ebenso, wie es schon bei [95] erwähnt wurde, zwar bis zu $v = + \infty$ noch von Null verschiedene Wahrscheinlichkeiten berechnen; doch rückt die Kurve bei nicht zu kleinem h der x-Achse als ihrer Asymptote sehr bald so nahe, daß $\varphi(v)$ darüber hinaus zu vernachlässigen ist. Theoretisch bleiben aber die Extreme $E_u = - \infty$, $E_0 = + \infty$. Berücksichtigt man nun weiterhin, daß auch noch die frühere Gleichung [9] für Verteilungen der r. H. überhaupt ganz allgemein zu Recht besteht, so lassen sich auch die beiden Variablen w_0 und h, die außer v noch in [111] enthalten sind, und als sog. „Parameter" bezeichnet werden können, durch eine einzige von beiden ausdrücken, so daß in der Endformel also nur noch ein einziger Parameter vorkommt. Man wählt hierzu meistens h. Aus

Gleichung [9] wird zunächst durch die bereits bei [96] angewandte Substitution

$$hv = t$$

$$dv = \frac{1}{p} dt$$

$$1 = w_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2 v^2} dv = \frac{w_0}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt. \qquad [112]$$

Da nun

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}, \qquad [113]$$

so findet man

$$w_0 = \frac{h}{\sqrt{\pi}},$$

woraus sich dann ohne weiteres die als Gaußsches einfaches E.-G. bekannte, mit [95] identische Endformel ergibt:

$$\varphi(v) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 v^2} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 (x-a)^2}. \qquad [114]$$

22. Hauptwerte und Streuungsmaße beim einfachen Exponentialgesetz.

1. Denkt man sich zunächst eine Verteilung, welche genau dem Gaußschen Gesetze entspricht, so folgt aus der Haupteigenschaft der Symmetrie der Funktion $\varphi(x)$ zu $x = a$, bzw. zu $v = 0$ hinsichtlich der in § 15 definierten Hauptwerte, daß sowohl das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$, als auch das Maximum $\mathfrak{D}$ und der Zentralwert $\mathfrak{C}$ mit dem „wahren“ Wert a zusammenfallen müssen. Da nämlich (bei einem unstetigen K. G.)

$$\mathfrak{A} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots x_s}{s},$$

wobei ebenso wie bei den v jeder einzelne Beobachtungswert gesondert angeschrieben ist, so ist auch

$$(\mathfrak{A} - x_1) + (\mathfrak{A} - x_2) + \ldots (\mathfrak{A} - x_s) = 0 \qquad [115]$$

oder $\mathfrak{A}$ erfüllt die beim einfachen E.-G. für a zutreffende Bedingung [107], daß der auf dasselbe bezogene „resultierende Fehler“ R verschwindet. Diese Eigenschaft kommt dem arithmetischen Mittel $\mathfrak{A}$ allerdings ganz allgemein zu, gleichgültig, ob die Aufhebung der positiven und negativen „Fehler“ $v = (\mathfrak{A} - x)$ zu Null gerade paarweise geschieht, wie bei der symmetrischen Verteilung, oder ob ganz unregelmäßig gebildete positive und negative Resultanten der Fehlerreihe schließlich einander gleich werden. Hierauf werden wir im 6. Kapitel bei der Betrachtung weniger spezieller Verhältnisse zurückkommen.

Weiterhin folgt dann aus der Symmetrie zu 𝔄 natürlich aber auch, daß gleich viele Werte unterhalb x beobachtet worden sein müssen als oberhalb, daß also 𝔄 = ℭ (Zentralwert). Endlich ergab schon die Herleitung des E.-G. nach Laplace, daß dem arithmetischen Mittel hier auch die größte r. H. Z zugehört, ebenso wie auch die direkte Untersuchung der Funktion [114] auf Extreme, durch Ableitung von $\frac{d\varphi(v)}{dt}$ und $\frac{d^2\varphi(v)}{dt^2}$, für $v = + \infty$ je ein Minimum, für $v = 0$ aber ein Maximum ergibt. Es ist also einerseits, wie schon erwähnt, die X = Achse eine sog. „Asymptote" der Kurve φ (v), andererseits aber ist das arithmetische Mittel 𝔄 zugleich das Dichtigkeitsmittel 𝔇.

2. Während aber dieses Zusammentreffen der drei Fechnerschen Hauptwerte mehr oder weniger schon mit der bloßen Annäherung der gegebenen Verteilung an die Symmetrie überhaupt gegeben ist, läßt sich der Grad der Unterordnung unter die spezielle Form der beiden symmetrischen Flügel der Kurve, die übrigens auch schon der Fig. 1 S. 36 abgesehen von den dort endlichen Extremen zugrunde liegt, erst aus den Verhältnissen der schon oben S. 48 als Repräsentanten dieser Form genannten Streuungsmaße, d. h. aus dem Verhältnis der Mittelwerte der Abweichungen

$$D = \frac{(\mathfrak{A} - x_1) + (\mathfrak{A} - x_2 + \ldots . (\mathfrak{A} - x_s)}{s} = \frac{\Sigma v}{s} \qquad [19]$$

$$M = \sqrt{\frac{(\mathfrak{A} - x_1)^2 + (\mathfrak{A} - x_2)^2 + \ldots (\mathfrak{A} - x_s)^2}{s}} = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{s}} \qquad [19a]$$

unter sich erkennen[1]). Bei stetigem K.-G. lassen sich beide Werte wieder durch ein Integral definieren und durch Reihenentwicklung berechnen. Da im E.-G. nur der einzige Parameter h vorkommt, müssen natürlich ferner beide Werte D und M auch als Funktionen von h darstellbar sein. Hieraus ergibt sich beim einfachen E.-G.:

$$D = \int_{-\infty}^{+\infty} v \cdot \varphi(v) dv = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} : \quad h = \frac{1}{D\sqrt{\pi}} \qquad [116]$$

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} v^2 \varphi(v) dv = \frac{1}{h\sqrt{2}} : \quad h = \frac{1}{M\sqrt{2}} \qquad [117]$$

$$M : D = 1{,}25331 : 1. \qquad [118]$$

3. Der Parameter h ist also zu den sog. „charakteristischen" Fehlern M und D, die als Repräsentanten der ganzen Fehlerreihe zu be-

1) Über die sonstigen, aus höheren Mittelwertpotenzen gewonnenen Kriterien des Gaußschen Gesetzes vgl. Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. S. 152, G. F. Lipps. Psychische Maßmethoden 1906. S. 98 ff. und H. Keller, a. a. O. (Wundt. Psychol. Stud. III, S. 57 ff.).



trachten sind, reziprok und daher zu der Präzision der Messung direkt proportional. Da natürlich auch bei wachsender Präzision alle Ordinaten $\varphi(v)$ zusammen die Summe 1 ergeben und sich nur eben immer enger um den wahren Wert konzentrieren, so muß die r. H. für kleine Fehler bei wachsendem h immerhin zunehmen, aber eben (bei konstantem beliebigem v) immer nur bis zu einer bestimmten Größe des h, die zur Größe dieses v selbst reziprok ist. (Das nach den Regeln der Maximumsberechnung gefundene Extrem der r. H. $\varphi(v)$ in Abhängigkeit von h ist $\frac{1}{v\sqrt{2}}$.) Im Hinblick auf sämtliche Fehler v erscheint also h auch von dieser Seite betrachtet als das eigentliche „Präzisionsmaß". Nach [95] und [114] ist diese Konstante h zugleich der Wahrscheinlichkeit w_0 des Fehlers 0 direkt proportional

$$h = w_0\sqrt{\pi}.$$

Auch bei jener früheren Ableitung des h aus der Kombinatorik, d. h. bei der Deutung des h in Gleichung [95], läßt sich seine Beziehung zum sog. „mittleren Fehler" M untersuchen, und zwar ist sie dort mit dem nämlichen Resultate wie in [117] unmittelbar aus der unstetigen Verteilung nach Gl. [92] zu bestimmen, indem man M nach seiner Definition [18] ganz elementar aus Gleichung [92] berechnet[1]) und mit dem h aus Gleichung [95a] vergleicht. Hieraus ergibt sich das auf das arithmetische Mittel p bezogene M für p und $q = 1 - p$ gleichmäßig als

$$M = (1-p)^2 f(A_{r,n}) + \left(\frac{n-1}{n} - p\right)^2 f(A_{r,n-1}) \ldots \\ + (0-p)^2 f(A_{r,0}) = \pm\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}. \qquad [119]$$

Nimmt man also Gleichung [95a] hinzu, so ergibt sich ohne weiteres wieder [117]:

$$\frac{1}{M\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2p\cdot q}{n}}} = h. \qquad [120]$$

4. Durch Reihenentwicklung wird ebenso wie [116] und [117] auch die numerische Beziehung des sog. „wahrscheinlichen Fehlers" P zu h, bzw. zu D und M gefunden, wobei P, wie schon S. 46 erwähnt, seiner Definition nach die Anzahl der Abweichungen v ihrer absoluten Größe nach in zwei gleiche Partieen zerlegt. Wenn aber

$$2\int_0^P \varphi(v)\,dv = 2\int_P^{+\infty} \varphi(v)\,dv = \frac{1}{2},$$

1) Vgl. auch G. F. Lipps, Psychische Maßmethoden S. 30 f. (Auch das Bernoullische Theorem kann durch die Abhängigkeit des M von der Zahl n der Kombinationsglieder ausgedrückt werden.)

so wird

$$P = \frac{0{,}47694}{h} = 0{,}67449\,M = 0{,}84533\,D. \qquad [121]$$

Die letzte Gleichung gibt also ein sehr einfaches Mittel an die Hand, um aus einer großen Reihe von Beobachtungen, deren Verteilungsfunktion $\mathfrak{B}(x)$ man eine genügende Übereinstimmung mit $\varphi(v)$ zutraut, h, M und D zu bestimmen, nachdem man zunächst den wahrscheinlichen Fehler P selbst einfach durch Abzählung herausgefunden hat. Würde wirklich $\varphi(v)$ genau erfüllt sein, also vor allem auch eine symmetrische Streuung herrschen, so würde man aus der Viertelung der gesamten Fehlerreihe das nämliche P erlangen, wie aus der Halbierung der nach ihrem absoluten Werte geordneten Abweichungen von $\mathfrak{A}$.

5. Diese Prüfung der Verteilungsform durch Abzählung der Fälle oberhalb und unterhalb von $\mathfrak{A}$, und die Vergleichung des durch Abzählung gefundenen P mit demjenigen, das mittels der selbständig aus der Verteilung zu berechnenden Werte M und D [1]) abgeleitet wurde, ist aber offenbar nur der einfachste Spezialfall einer Angleichung der empirischen Verteilung an die Summenfunktion $\mathfrak{S}$

$$\mathfrak{S} = \int_0^v \varphi(v)\,dv$$

überhaupt, bei der die Anzahl der Fehler in jedem einzelnen Abszissenintervalle natürlich auch gesondert abgezählt werden kann. Hierbei läßt sich also dieses bei P auf $^1/_4$ angewachsene Integral in seiner Zunahme Stufe für Stufe verfolgen. Dazu kann dann wieder ohne weiteres die Tabelle Φ (s. S. 103, A. 1) verwendet werden. Allerdings müßten dann aus den Abzählungsgrenzen der v zunächst immer erst die Grenzen dieses Integrales Φ, also $t = hv$ berechnet werden, wozu aber nur irgend eine der genannten Bestimmungen von h aus der ganzen Fehlerreihe, am besten als

$$h = \frac{1}{M\sqrt{2}},$$

auszuführen ist. Mit dem beim Argument $t = hv$ in der Tabelle jeweils verzeichneten Wert des Integrales Φ müßte also dann die doppelte Summe der r. H. der Fehler von 0 bis $+v$ oder $-v$ oder die Summe der r. H. von $-v$ bis $+v$ für alle $v_x = x - \mathfrak{A}$ übereinstimmen [2]).

---

1) Nach Gauß ist die Genauigkeit der Bestimmung dieser Repräsentanten der Fehlerreihe bei M am größten.

2) Nach Encke (vgl. Weinstein, a. a. O. S. 78) kann man wenigstens die Berechnung von h aus einem der charakteristischen Fehler ersparen, wenn die Argumente der Integraltabelle nicht in vh, sondern sogleich in Vielfachen eines solchen charakteristischen Fehlers ausgedrückt sind, was nach Gl. [116], [117] und [121] leicht geschehen kann. Dabei hat schon Encke den „wahrscheinlichen" Fehler P dazu verwendet. Auch A. Lehmann gibt in seiner „Methodik" (S. 23) eine solche Tabelle für die Argumente

$$\frac{vh}{Ph} = \frac{vh}{0{,}47694} = \frac{v}{P} = 0{,}1 \cdot m \; (m = 0, 1, 2, \ldots 40), \qquad [122]$$

Wenn eine strenge Gültigkeit des Gesetzes vorläge, müßte sich die ganze Verteilung allerdings auch schon allein aus dem „wahren" Wert und seiner r. H. rekonstruieren lassen, also z. B. aus 𝔄, das dann mit 𝔈 und 𝔇 übereinstimmen würde. Denn sobald außer der Abszisseneinheit der „wahre" Wert 𝔄, d. h. der Nullpunkt der Variablen v, und dessen Funktionswert $\varphi(0) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$ festgelegt sind, ist die ganze übrige Funktion eindeutig bestimmt. In der aus Kellers Versuchen entnommenen Verteilung der Gleichheitsurteile war z. B. nach S. 47 und S. 63

$$𝔄 = 54{,}1 \qquad 𝔈 = 54{,}07 \qquad 𝔇 = 53{,}899,$$

also eine zwar gute, aber doch nicht vollständige Symmetrie. Würde man h nach dem Funktionswert w_0 bestimmen, so wäre also für irgend einen der Hauptwerte der Funktionswert 𝔚(x) z. B. nach [33b] zu interpolieren. In jenem Beispiele kann auch einfach unsere Interpolation der Ordinate 21,55 für 𝔇 (s. S. 63) benutzt werden, die als r. H. zu der Gesamtzahl 80 aller Gleichheitsfälle (s. S. 47) ins Verhältnis zu setzen ist. Es wäre also bei der Annahme, daß 𝔄 = 𝔈 = 𝔇 ist,

$$𝔚(𝔇) = \varphi(0) = \frac{21{,}55}{80}; \quad h = \frac{21{,}55}{80}\sqrt{\pi} = 0{,}4775.$$

Jedenfalls wäre aber diese ausschließliche Berücksichtigung des Wertes $\varphi(0)$ bei der Auswahl des Parameters ein völlig einseitiges Verfahren. Denn bei einer begrenzten Zahl von Beobachtungen brauchen die einzelnen Werte das Gesetz nicht genau zu erfüllen, weil die Mannigfaltigkeit nicht vollständig erschöpft wird. Doch dürften bei zufälligen Abweichungen dieser Art wenigstens die Repräsentanten nicht wesentlich beeinflußt sein. Insbesondere dürften also eigentlich auch schon die genannten drei Hauptwerte in diesem Falle nicht viel differieren. Dabei kann es dann als das nächstliegende Ausgleichungsverfahren betrachtet werden, wenn man h nach einem Repräsentanten der Fehlerreihe bestimmt, also vor allem nach M an der Hand von Gl. [18] und [117]. Behält man in unserem Beispiele 𝔇 statt des gebräuchlicheren 𝔄 als Ausgangspunkt bei, zumal beide Werte einander sehr nahe liegen, so wird für i = 1

$$M^2 = \frac{1}{80}(2{,}633^2 \cdot 5 + 1{,}633^2 \cdot 11 + 0{,}633^2 \cdot 20 + 0{,}367^2 \cdot 21 + \\ + 1{,}367^2 \cdot 15 + 2{,}367^2 \cdot 6 + 3{,}367^2 \cdot 2)$$

---

während es wohl der größeren Bedeutung des mittleren Fehlers eher entspräche, eine Tabelle für

$$\frac{vh}{Mh} = vh\sqrt{2} = \frac{v}{M} \qquad [123]$$

zu wählen. Indessen ist es überhaupt fraglich, ob die Division mit einer Größe M oder P bequemer ist als die Multiplikation mit h. Wenn das h einmal festgestellt ist (und dies bedarf nur einer einmaligen Operation), wird man also jetzt mit der Bruns-Kämpfeschen allgemeinen und sehr genauen Tabelle für Φ wohl mindestens ebenso schnell arbeiten.

und hiernach

$$M = \sqrt{1,989};\ h = \frac{1}{M\sqrt{2}} = 0,501\,.$$

Immerhin stimmt hier dieser allgemeingültigere Wert, zu dessen Berechnung sämtliche Beobachtungen benutzt worden sind, mit $\varphi(0)\cdot\sqrt{\pi}$ noch ziemlich gut überein. Die Verteilung kommt eben im ganzen dem einfachen E.-G. in der Tat ziemlich nahe, wie auch schon aus dem Verhältnis $M:D$ zu ersehen ist, das bei rein zufälligen Lücken in einer endlichen Beobachtungsreihe nach dem einfachen E.-G. ebenfalls im wesentlichen erhalten bleiben muß. Da nämlich

$$D = \frac{1}{80}(2,633\cdot 5 + 1,633\cdot 11 + 0,633\cdot 20 + 0,367\cdot 21 + \\ + 1,367\cdot 15 + 2,367\cdot 6 + 3,367\cdot 2) = 1,161\,,$$

so wird

$$M:D = 1,2147$$

statt ca. 1,25 nach [118]. Man würde also auch einen ähnlichen Wert für h erlangen, wenn man es nach [116] als $\frac{1}{D\sqrt{\pi}}$ bestimmte, nämlich $h = 0,4859$. Als Repräsentant der ganzen Reihe liegt er seinerseits der Berechnung aus M bereits näher und zufällig gerade in der Mitte zwischen den beiden anderen $w_0\sqrt{\pi}$ und $\frac{1}{M\sqrt{2}}$.

Man könnte aber natürlich auch alle beobachteten Funktionswerte z_1, $z_2 \cdots z_s$ im einzelnen an berechnete $\varphi(v_1)$, $\varphi(v_2)$ usw. angleichen, bzw. $\mathfrak{A}$ und h so bestimmen, daß für die „übrig bleibenden“ Fehler $\varphi(v_x) - z_x$ bestimmte Vorschriften gemacht werden. Nach der unten angewandten Methode der „kleinsten Quadrate“ müßten jedoch hier ebenfalls wenigstens bereits Annäherungen an die gesuchten Werte $\mathfrak{A}$ und h bekannt sein, da $\varphi(v)$ keine lineare Funktion dieser beiden Unbekannten ist, wie später ausführlicher zu begründen ist. Zu solchen Annäherungen wären aber die eben genannten Berechnungsweisen beider Größen vollkommen genügend. Indessen werden diese für die psychophysische Praxis überhaupt ausreichen, soweit das Gausssche Gesetz für die Darstellung eines einfachen K.-G. nach § 14, 2 in Frage kommt. Denn sobald die Fehler, die bei der eben geschilderten Ableitung von h aus der beobachteten Verteilung übrig bleiben, wirklich nicht zu vernachlässigen sind, wird man sich nicht auch noch der großen Mühe unterziehen, die Methode der kleinsten Quadrate mit den aus der transzendenten Form von $\varphi(v)$ sich ergebenden Hindernissen darauf anzuwenden, ganz abgesehen davon, daß jene spezielle Methode nur bei kleineren Fehlern zuverlässig ist, da sie auf der Abkürzung der Taylorschen Reihe für $f(x+h)$ bis zur ersten Potenz von h beruht. Sind aber die Abweichungen nicht zufällig verteilt, so müßte man überhaupt erst eine passendere Beobachtungsgleichung ansetzen.

Relativ einfach wird diese Ausgleichung jedoch in dem in der Psychophysik allerdings besonders wichtigen Fall, daß nicht die Funktion $\varphi(v)$

selbst beobachtet ist, sondern eine andere Funktion, die nach dem schon S. 40 und 49 Gesagten als „Summenfunktion" oder Integral eines hypothetischen einfachen K.-G. aufzufassen ist. Denn in diesem Fall kann ohne weiteres die schon öfters genannte Funktion $\Phi(t)$ als Darstellung der beobachteten Funktion vorausgesetzt werden, wenn der hypothetische K.-G. das einfache E.-G. befolgt. Hier ist also die beobachtete Funktion mit ihren Derivierten wenigstens nach vh eindimensional tabellierbar, was in jenem Ausgleichungsverfahren wesentliche Erleichterungen bedingt. Hierauf werden wir aber erst im Zusammenhang der Operationen für diese besonderen K.-G. zurückkommen.

Auch für $\varphi(v)$ könnte man allerdings die Summenfunktion für die einzelnen Intervallgrenzen x_1, x_2 usw., die schon oben als Kontrolle der Übereinstimmung einer beobachteten Verteilung mit dem E.-G. erwähnt wurde, zum Ansatz neuer Gleichungen für ein Ausgleichungsverfahren (nach Art des Systemes S. 64 unter Voraussetzung einer Parabel) benutzen. Dabei kann irgendeine Integrationsmethode, z. B. die numerische Integration nach S. 91 ff., an der Hand der empirischen Interpolation die Grundlage des Verfahrens bilden. Denn die s Werte

$$\int^{x} \mathfrak{W}(x)\, dx$$

für alle s Beobachtungsabszissen als obere und $\mathfrak{A}$ als untere Grenzen können als ebenso viele Werte $\frac{1}{2}\Phi([\mathfrak{A}-x]h)$ aufgefaßt werden, und wenn nicht alle s Werte z_x selbst mit einem einzigen $\mathfrak{A}$ und h in Übereinstimmung zu bringen sind, gilt das nämliche natürlich auch für die s Integralwerte. Indessen wäre hiermit das Problem zunächst nur ganz äußerlich auf das in § 31 behandelte zurückgeführt, bei dem die $\Phi(vh)$ als beobachtet zu betrachten sind. Denn bei der einfachen Anwendung der herkömmlichen Ausgleichungsmethoden ist stets sorgfältig darauf Rücksicht zu nehmen, ob in den sogen. „Beobachtungsgleichungen" auch wirklich beobachtete Werte, d. h. nicht etwa erst Funktionen von solchen, zu den Unbekannten, hier also $\mathfrak{A}$ und h, in Beziehung gesetzt sind. Andernfalls ergeben sich für die Ausgleichung besondere Komplikationen. Eben deshalb werden wir uns aber auch hinsichtlich der Darstellung einfacher K.-G. durch die Funktion $\varphi(v)$ selbst auf das bisher Gesagte beschränken.

In dem vorhin behandelten Zahlenbeispiele der Kurve der Gleichheitsurteile $F_u(x)$ in Abhängigkeit vom Vergleichsreiz x steht übrigens der einfache K.-G. $F_u(x) = \varphi(v)$ mit zwei anderen beobachteten K.-G. $F_g(x)$ und $F_k(x)$ der Größer- und Kleinerurteile in der schon genannten Abhängigkeitsbeziehung

$$F_u(x) + F_g(x) + F_k(x) = 1 \cdot$$

Die Subsumtion dieser beiden anderen K.-G. unter das E.-G. nach § 31 wird aber ja hier in der Tat $F_g(x)$ als $\Phi_g(x)$ und $F_k(x)$ als $\Phi_k(x)$ auffassen bzw. nach den dort betrachteten Prinzipien ausgleichen lassen. In einem solchen



Falle ist aber dann natürlich auch wiederum $F_u(x)$ bereits als korrigiertes

$$F_u'(x) = 1 - \Phi_g(x) - \Phi_k(x) \quad (124)$$

dem Exponentialgesetze eindeutig subsumiert.

23. Fechners logarithmisches Gesetz und zweiteiliges Gaußsches Gesetz.

1. Da sowohl die Gaußsche als auch die Laplacesche Ableitung des einfachen Exponentialgesetzes annehmen, daß eine Mannigfaltigkeit von sehr vielen Möglichkeiten in dem K.-G. gleichmäßig zur Geltung kommen, so können viele Abweichungen von diesem Verteilungsgesetz bei kleinerer Versuchszahl, wie soeben erwähnt wurde, gewissermaßen als Zufälligkeiten zweiter Ordnung angesehen werden, die bei Zunahme dieser Zahl immer kleiner werden. Dennoch hat die Erfahrung gezeigt, daß die Abweichungen der empirischen Verteilungen vom einfachen E.-G., insbesondere ihre Asymmetrie, auch bei beliebig großer Versuchszahl vorhanden bleiben und daher als systematische, also selbst gesetzmäßige Erscheinungen zu betrachten sind[1]. Ohne daß wir hier auf ihre theoretische Erklärungen aus einer entsprechenden Modifikation der Faktoren näher eingehen könnten, deren Hypostasierung oben zunächst die annähernde Symmetrie nach den Sätzen der Kombinationslehre verständlich machten, sollen hier nur die wichtigsten Versuche kurz erwähnt werden, beliebige empirische Formen der $\mathfrak{V}(x)$ durch eine Anlehnung an die Exponentialfunktion im ganzen analytisch darzustellen, so daß die Hauptwerte und Streuungsmaße auch in diesem Falle in ähnlicher Weise wie im vorigen Paragraphen ausgedrückt werden können.

Diese in der Brunsschen Reihe vorläufig abgeschlossenen Versuche wurden zunächst von Fechner vorbereitet. Als einfachste Möglichkeit, ein an sich asymmetrisches $\mathfrak{V}(x)$ doch durch das einfache E.-G. darzustellen, betrachtete er naturgemäß die Transformation der Abszissen: Wie man sich jede tatsächlich symmetrische Verteilung durch eine fortschreitende Zu- oder Abnahme der ursprünglich gleichen Abszissenintervalle, denen hierbei ihre alten Ordinaten zugeordnet bleiben, in eine scheinbar asymmetrische verwandelt denken kann, läßt sich umgekehrt auch bei einer als asymmetrisch beobachteten Verteilung versuchen, sie durch eine entgegengesetzte Modifikation der Abszissenwerte in eine symmetrische überzuführen. Man kann dabei annehmen, daß erst nach dieser Transformation die „wahren“ Werte der unabhängigen Variablen richtig getroffen wären. Nun faßte Fechner bekanntlich speziell auch die ganze psychophysische Beziehung unter dem Gesichtspunkt einer solchen Transformation der zueinander parallel gedachten physischen und psychischen Maße auf, bei denen diese dem Logarithmus jener proportional seien. Daher konnte er in vielen Fällen, in denen das psychische Maß für die Abweichungen v_x von einem wahren Wert A entscheidend ist und gleichzeitig die Kurvenfläche von $\mathfrak{V}(x)$ oberhalb des Maximums $\mathfrak{D}$ die Fläche unterhalb desselben überwiegt, von der Transformation der Abszissen x in log x eine Annäherung an die

1) Fechner, a. S. 30 und 43 a. O.



Symmetrie erwarten. Dennoch erscheint diese Umwandlung für die tatsächliche Asymmetrie im allgemeinen viel zu stark, so daß sie meistens nur eine entgegengesetzte Asymmetrie an die Stelle setzen würde.

2. Während nun bei diesem „logarithmischen Gesetze" die Variable v in φ (v) für die einzelnen Abszissengebiete verschieden gewählt wurde, wobei diese Änderung zugleich als eine stetige angenommen war, empfahl Fechner als eine noch allgemeinere und dabei wirklich überall bis zu einem gewissen Grade erfolgreiche Subsumtion einer beliebigen Verteilung, die andere der beiden Unabhängigen in φ(v), also den Parameter h, in den verschiedenen Abszissengebieten verschieden zu wählen. Dabei wurde dieses Verfahren, das sich somit bereits wiederum der stückweisen Parabel-Interpolation in § 17 annähert, ebenso wie dort (vgl. S. 54) noch durch den Verzicht auf eine stetige Änderung des h erleichtert. Fechner benutzte einfach die sprungweise Änderung des h, versuchte aber dafür auch mit nur zwei Werten auszukommen, indem er bei der Aufstellung seines sogen. „zweiteiligen" oder „zweispaltigen" Gaußschen Gesetzes die beiden bei Asymmetrie ungleichen Kurvenzweige oberhalb und unterhalb des Maximums $\mathfrak{D}$ einfach als je einen ganzen „Flügel" einer Gesamtkurve des einfachen E.-G. auffaßte, dessen Präzisionsmaß h in beiden Flügeln verschieden sei. Damit aber auf diese Weise eine asymmetrische Kurve herauskommt, deren einer Flügel mehr Fälle repräsentiert, also bei stetigem K.-G. eine größere Kurvenfläche besitzt, müssen zu den Formeln des einfachen E.-G. außer der Verschiedenheit der Parameter h_0 und h_u des oberen und unteren Zweiges offenbar noch besondere Reduktionsfaktoren hinzutreten. Denn beim einfachen E.-G. bleibt natürlich bei der Variation des h doch die Summe aller relativen Häufigkeiten Σz stets gleich der Einheit, also auch der Wert jedes Flügels gleich $\frac{1}{2}$, weil eben das Maximum $\mathfrak{D}$ zugleich der Zentralwert $\mathfrak{C}$ ist. Außerdem passen aber diese Hälften zweier Kurven dieses einfachen Gesetzes mit verschiedenen h bei gleicher Maßeinheit gar nicht zusammen, weil ja die Halbierungsordinate $w_0 = \varphi(0) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$ nur von dem Parameter h dieser Verteilungsfunktion abhängt. Der Flügel mit dem größeren h setzt also beim Mittelwert mit einem höheren φ (0) ein, um dann nach außen hin rascher abzufallen als bei geringerer Präzision (vgl. S. 109). Gerade diese Verlaufsform nutzt aber nun Fechner zur Darstellung der Asymmetrie aus, indem er jene engere Anlagerung der halben Gesamtmasse an $\mathfrak{D}$ bei größerem h durch einen reduzierenden Faktor, der ohne Änderung der Abszissen x zur Abhängigen φ(v) hinzutritt, zur Repräsentation einer relativ geringeren Masse von Einzelfällen werden läßt, während umgekehrt der weiter ausladende, aber niedriger angesetzte Flügel bei kleinem h nach Hinzutritt eines vergrößernden Faktors mehr als die Hälfte aller Fälle in sich schließt.

Die Reduktionsfaktoren α_u und α_0 des unteren und oberen Flügels, die hiernach einfach die Formeln

$$\alpha_u \varphi_u(v) = \frac{h_u \alpha_u}{\sqrt{\pi}} e^{-h_u^2 v^2}$$

$$\alpha_0\,\varphi_0(v) = \frac{h_0\,\alpha_0}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h_0^2 v^2} \qquad [125]$$

befolgen, haben also zwei Aufgaben zugleich zu erfüllen. Einerseits sollen sie die Stetigkeit an der Übergangsstelle $x = \mathfrak{D}$ bzw. $v = 0$ herstellen, weshalb

$$\varphi_u(\mathfrak{D}) = \frac{h_u\,\alpha_u}{\sqrt{\pi}} = \varphi_0(\mathfrak{D}) = \frac{h_0\,\alpha_0}{\sqrt{\pi}},$$

oder einfach die umgekehrte Proportionalität

$$h_u : h_0 = \alpha_0 : \alpha_u \qquad [126]$$

gelten muß. Andererseits soll aber doch auch die untere und obere Masse der Einzelfälle ΣZ_u und ΣZ_0 aus [125] richtig abgeleitet werden können, so daß auch (nach Einführung der rel. H. durch Division mit ΣZ)

$$\alpha_u \int_{-\infty}^{\mathfrak{D}} \varphi_u(x)\,dx : \alpha_0 \int_{\mathfrak{D}}^{+\infty} \varphi_0(x)\,dx = \Sigma z_u : \Sigma z_0$$

gelten muß. Hierdurch wäre also die einfache direkte Proportionalität

$$\Sigma z_u : \Sigma z_0 = \alpha_u : \alpha_0 \qquad [127]$$

festgelegt, da eben beide Integrale gleich $\frac{1}{2}$ sind.

Aus [126] und [127] folgt somit als Voraussetzung für die gleichzeitige Lösung beider Aufgaben eine erste Definitionsgleichung für die Auswahl der Grenzscheide

$$h_0 : h_u = \Sigma z_u : \Sigma z_0 \qquad [128]$$

oder: Die untere und obere Masse der Einzelfälle muß sich umgekehrt verhalten wie die Präzisionsmaße der entsprechenden Flügel der Verteilungsfunktion.

Nun ist das Präzisionsmaß h des einfachen E.-G. mit der Größe Σz andererseits durch Gl. [116] und [117] $h = \frac{1}{D\sqrt{\pi}} = \frac{1}{M\sqrt{2}}$ und durch [17] und [18] (S. 48) verbunden, von denen Fechner hier nur die einfachere zur mittleren Variation D benutzt. Da dieser Wert D nach dem einfachen E.-G. auch schon aus der Hälfte der symmetrischen Verteilung $\varphi(v)$, die zum Aufbau einer zweiseitigen Verteilung für sich herausgenommen wird, eindeutig berechnet werden kann, so ist also in [126], wenn die Anzahl der oberen Ordinaten z mit p, die der unteren mit q bezeichnet wird,

$$h_0 = \frac{1}{D_0\sqrt{\pi}} = \frac{\Sigma z_0}{(v_{0.1}\,z_{01} + \cdots v_{op}\,z_{op})\sqrt{\pi}}$$

$$h_u = \frac{1}{D_u\sqrt{\pi}} = \frac{\Sigma z_u}{(v_{u1}\,z_{u1} + \cdots v_{uq}\,z_{uq})\sqrt{\pi}}.$$

Diese beiden Formeln für h_0 und h_u sind also von der Abteilung der Gesamtmasse und der Wahl der Reduktionsfaktoren α noch ganz unabhängig, da sich ja ein allen z gemeinsamer Faktor α im Zähler und Nenner rechts heraushebt, und könnten somit für beliebige Abteilungen verschiedene h bestimmen lassen. Da aber auch [128] gelten soll, so muß die Grenzscheide $\mathfrak{D}$ schließlich die endgültige Bedingung erfüllen, daß

$$\frac{\Sigma z_0}{\Sigma v_0 z_0} : \frac{\Sigma z_u}{\Sigma v_u z_u} = \Sigma z_u : \Sigma z_0$$

oder

$$\frac{\Sigma v_u z_u}{(\Sigma z_u)^2} = \frac{\Sigma v_0 z_0}{(\Sigma z_0)^2}. \qquad [128a]$$

Bei einer stetigen Verteilungsfunktion $\mathfrak{B}(x)$ aber würde die Bedingung für die Grenzscheide $\mathfrak{D}$ nach diesem sog. „Proportionalitätssatze“ lauten:

$$\frac{\int_{E_u}^{\mathfrak{D}} (\mathfrak{D} - x)\,\mathfrak{B}(x)\,dx}{[\int_{E_u}^{\mathfrak{D}} \mathfrak{B}(x)\,dx]^2} = \frac{\int_{\mathfrak{D}}^{E_0} (x - \mathfrak{D})\,\mathfrak{B}(x)\,dx}{[\int_{\mathfrak{D}}^{E_0} \mathfrak{B}(x)\,dx]^2}. \qquad [128b]$$

Bei einer idealen Subsumierbarkeit des gegebenen K.-G. unter dieses zweispaltige E.-G. müßte nun gerade das Maximum $\mathfrak{D}$ der Verteilung diese Gleichungen [128] erfüllen, weil eben der ganze Flügel nach dem E.-G. bei jeder Präzision am Ausgangspunkte sein Maximum hat. Aber natürlich müßte auch der sonstige Verlauf dem E.-G. entsprechen. Wie man jedoch bei empirischen K.-G. in beliebigen Punkten des Verlaufes Abweichungen von dem einfachen E.-G. als zufällige Fehler mit in Kauf nimmt, so durfte Fechner auch bei seinem zweispaltigen zugestehen, daß außer beliebigen sonstigen Abweichungen vor allem auch das beobachtete Maximum $\mathfrak{D}$, wie es nach § 17 ff. aus den beobachteten z-Ordinaten interpolatorisch bestimmt wird, nicht genau nach Gleichung 128a einteile. Der „Proportionalitätssatz“ [128a] läßt jedoch im allgemeinen [1]) für jeden empirischen K.-G. ganz unabhängig davon noch ein „theoretisches“, wegen dieser entscheidenden Proportionalität von Fechner mit dem Index p bezeichnetes „Dichtigkeitsmittel“ $\mathfrak{D}_p$ berechnen, das dann eine Art von Ausgleichung nach dem zweiseitigen E.-G. vom Maximum der Kurve aus festlegt. Die von $\mathfrak{D}_p$ abgeteilten Partialsummen Σz_u und Σz_0 bzw. die entsprechenden Integrale lassen somit aus [125] bis [128b] folgende Darstellungen des K.-G. hervorgehen:

$$\mathfrak{B}_0(x) = \frac{h_0 \cdot \Sigma z_0}{\sqrt{\pi}} e^{-h_0^2 v_0^2}$$

$$\mathfrak{B}_u(x) = \frac{h_u \cdot \Sigma z_u}{\sqrt{\pi}} e^{-h_u^2 v_u^2}. \qquad [129$$

1) Die Kriterien hierfür werden von Fechner in seiner Kollektivmaßlehre (vgl. S. 188 ff.) näher erläutert werden. Das beobachtete, bzw. interpolierte Dichtigkeitsmittel bezeichnet er mit dem Index i ($\mathfrak{D}_i$).

Die genaue Anwendung dieser Voraussetzungen auf die Praxis ist aber freilich deshalb besonders schwierig, weil der Ausgangswert $\mathfrak{D}_p$ der v_0 und v_u selbst erst von der hieraus resultierenden Bestimmung der Σz_0 und $\Sigma z - \Sigma z_0 = \Sigma z_u$, bzw. der h_0 und h_u abhängig ist[1]). (Auch die Auflösung der Integralgleichung [128b] nach den in den beiden folgenden Kapiteln angegebenen Gesichtspunkten gaben mir bisher keine wesentliche Erleichterung dieser Bestimmung von $\mathfrak{D}_p$ für stetige $\mathfrak{V}(x)$ an die Hand, da sogar in dem auch hierfür einfacheren Falle der Herstellung oder Beobachtung der Summenfunktion zu der Verteilung, für die $\mathfrak{D}_p$ bestimmt werden soll, selbst bei dem Mindestmaß des für die mittleren Variationen D_0 und D_u einzuhaltenden Genauigkeitsgrades Gleichungen von höherem als zweitem Grad zu lösen bleiben, auf die wir aber bei der geringen praktischen Bedeutung dieser Berechnungen nicht weiter eingehen wollen.) In der psychophysischen Methodik kam denn auch im allgemeinen nur die gesonderte Bestimmung eines oberen und unteren Präzisionsmaßes überhaupt zur Anwendung, ohne Rücksicht auf den speziellen Ausgangswert. Ja, G. E. Müller verwendet ausdrücklich sogar den Zentralwert $\mathfrak{C}$ als Grenzscheide, der seiner Definition nach Σz_0 und Σz_u gerade gleich macht. Die hieraus resultierenden Unstetigkeiten an der Übergangsstelle sind aber wohl ebenso leicht in Kauf zu nehmen wie jene Vernachlässigung des wirklich beobachteten $\mathfrak{D}$ bei Fechner. Zudem erweist sich diese stückweise Interpolation mit verschiedenen h für beliebige Abteilungen vor allem auch wiederum bei der Beobachtung der Integralkurven (der Größer- und Kleinerurteile) zweckmäßig. In der Funktion $\Phi(h,v)$ tritt aber die Unstetigkeit von $\varphi(v)$ an der Übergangsstelle relativ noch mehr zurück, so daß man hier von der stückweisen Interpolation mittels der einfachen E.-G. sogar leicht noch einen umfangreicheren Gebrauch machen könnte als bei der bloßen Zweiteilung[2]), zumal sich dann auch andererseits wiederum der Übergang zwischen dem $\Phi_g(x)$ der Größerurteile und dem $\Phi_k(x)$ der Kleinerurteile stetiger gestalten ließe.

24. Die Brunssche Reihe.

Während in der zuletzt beschriebenen Weise ganz beliebige Verteilungsfunktionen durch stückweise Interpolation des einfachen E.-G. selbst dargestellt werden können, gibt die Brunssche Reihe wenigstens für die ganze Summenfunktion wieder einen einheitlichen analytischen Ausdruck. Wie bei der Fourierschen Reihe (vgl. § 18) wird diese Darstellung willkürlicher Funktionen freilich nur mittels einer eventuell unendlichen Reihe von Gliedern mit transzendenten Funktionen erreicht. Wie aber jene durch die Verwendung relativ einfacher Sinus- und Kosinusfunktionen bestimmte Gegenstände, z. B. Klangkurven, mit einer besonders geringen Gliederzahl hinreichend genau wiedergeben kann, so leistet dies die Brunssche Reihe durch die Verwendung der Exponentialfunktion eben speziell für Kollektivgegenstände,

1) Vgl. Fechner, ebenda S. 189 ff. Es sind sogar Verteilungen denkbar, in denen überhaupt kein $\mathfrak{D}_p$ oder auch mehrere vorhanden sind. Bei den dem einfachen E.-G. bereits nahestehenden Fällen ist jedoch $\mathfrak{D}_p$ eindeutig bestimmbar.

2) Vgl. G. E. Müller. Gesichtspunkte usw., S. 63 u. S. 91 f.



und zwar um so leichter, je näher das $\mathfrak{V}(x)$, das dieser Summenfunktion zugrunde liegt, dem einfachen E.-G. selbst verwandt ist.

Dabei sind nun auch die bekannten Hauptfaktoren dieser Reihe, nach denen sie auch benannt ist, nicht $\varphi(x-A)$ selbst, wobei A im allgemeinen ein beliebiger Ausgangswert ist, sondern die Summen- bzw. Integralfunktion über das einfache E.-G.:

$$\Phi(t) = \Phi(h(x-A)) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$$

und ihre Abgeleiteten $\Phi_1, \Phi_2 \ldots \Phi_q$ nach $t = h(x-A)$. Daher werden auch bei einem beobachteten einfachen K.-G., wenn die Brunssche Reihe auf ihn angewandt werden soll, erst die Summen

$$\mathfrak{S}(x) = z_1 + z_2 + \ldots z_n \qquad [130]$$

bzw. nach Interpolation eines stetigen $\mathfrak{V}(x)$ die bestimmten Integrale

$$\mathfrak{S}(x) = \int_{E_u}^{x} \mathfrak{V}(x)\,dx$$

zu berechnen sein. Gerade in der Psychophysik kommen aber, wie schon erwähnt, wichtige Fälle vor, in denen die beobachteten Werte selbst als Summenfunktionen eines hypothetischen einfachen K.-G. zu betrachten sind. Die Koeffizienten der eben genannten Φ-Faktoren, die zu dem konkreten Ausdruck im ganzen natürlich ebenso hinzugehören, sind aber freilich doch wiederum nur aus den Werten des einfachen K.-G. selbst, die nach $\varphi(v)$ hin tendieren, direkt zu berechnen, da diese Koeffizienten ihrerseits „Durchschnitte“ über die der Summenfunktion $\mathfrak{S}(x)$ zugrunde liegende Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$ sind. Für die Ableitung der Reihe und den Beweis ihrer Konvergenz in den für die K.-L. in Betracht kommenden Fällen muß hier natürlich wieder auf die Lehrbücher der K.-L. verwiesen werden[1]). Nur so viel sei mehr in mnemotechnischer Absicht hinzugefügt, daß, rein äußerlich betrachtet, eine Verwandtschaft mit der Darstellung vorhanden ist, die einer Funktion, die an sich das einfache E.-G. in ihrer Summenfunktion $\mathfrak{S}(x)$ genau einhält, mittels Annäherungen A_0 und h_0 an die wahren Werte $A = A_0 + \xi$, und $h = h_0 + \eta$ nach der Taylorschen Reihe zuteil werden könnte. Es sei also

$$\mathfrak{S}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{t=h(x-A)} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(t). \qquad [131]$$

Dieser Wert könnte dann bekanntlich durch die Taylorsche Reihe mittels

1) Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. S. 39ff. und 112ff. Czuber, a. a. O. 1908. S. 356ff.

der Annäherung $t_0 = t - \tau = h_0 (x - A_0)$ entwickelt werden. Weil dann die Funktion des „wahren" Wertes nach [131]

$$\mathfrak{S}(x) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Phi(t_0 + \tau)$$

ist, so wird

$$2\mathfrak{S}(x) - 1 = \Phi(t_0) + \tau \Phi_1(t_0) + \frac{\tau^2}{1 \cdot 2} \Phi_2(t_0) \ldots \quad [132]$$

Ist aber nun [131] nicht genau erfüllt und ein so einfacher Ansatz zur Berechnung der wahren $\mathfrak{S}(x)$ überhaupt unmöglich, so lassen sich doch wenigstens gewissermaßen die Fehler der zu einfach angesetzten Form der Funktion $\Phi(t)$ selbst durch Hinzufügung der Glieder einer analogen Reihenentwicklung mit den Ableitungen der angenäherten Funktion kompensieren, wenn man nur die $\frac{\tau^q}{q!}$ durch passende Koeffizienten $D(t)_q$ ersetzt. Die Brunssche Reihe für die Summenfunktion beliebiger K.-G. lautet nämlich

$$2\mathfrak{S}(x) - 1 = \Phi(t) + \Sigma D(t)_q \Phi_q(t), \quad [133]$$

wobei der Index $q = 1, 2, 3$ usw. und Φ_q die Abgeleiteten verschiedener Ordnung nach t bezeichnet.

Auf Grund der Brunsschen Entwicklungen lassen sich aber nun die Koeffizienten $D(t)_q$ zunächst, wie schon gesagt, direkt aus dem gegebenen einfachen K.-G. mit seiner Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ berechnen, dessen Extreme E_u und E_o hier überall wie beim einfachen E.-G. als $-\infty$ und $+\infty$ vorausgesetzt sind. Es ist

$$D(t)_q = \int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{R}(t)_q \mathfrak{V}(x) dx, \quad [133a]$$

wobei für gerade q [1])

$$2^2 \mathfrak{R}(t)_2 = \frac{(2t)^2}{0!\,2!} - \frac{1}{1!\,0!} \quad [134a]$$

$$2^4 \mathfrak{R}(t)_4 = \frac{(2t)^4}{0!\,4!} - \frac{(2t)^2}{1!\,2!} - \frac{1}{2!\,0} \quad [b]$$

und für ungerade q

$$2^1 \mathfrak{R}(t)_1 = \frac{-2t}{0!\,1!} \quad [135a]$$

$$2^3 \mathfrak{R}(t)_3 = \frac{-(2t)^3}{0!\,3!} + \frac{2t}{1!\,1!} \quad [b]$$

$$2^5 \mathfrak{R}(t)_5 = \frac{-(2t)^5}{0!\,5!} + \frac{(2t)^3}{1!\,3!} - \frac{2t}{2!\,1!} \text{ usw.} \quad [c]$$

Für die praktische Durchführung der Berechnungen dieser Koeffizienten aus einer gegebenen unstetigen Verteilung $z_0, z_1 \ldots z_s$ sind von Bruns zwei

1) Mittels der $\mathfrak{R}$ findet man auch die Abgeleiteten $\Phi_{p+1} = 2^p p!\,\mathfrak{R}(t)_p \Phi_1$.

Verfahren ausführlich erläutert, auf die wieder nur verwiesen werden kann. Hierbei ist aber vor allem noch die Wahl der für $t = h(x - A)$ entscheidenden Werte A und h wichtig: Der Koeffizient für Φ_1 ist nach [133a] und [135a]

$$D(t)_1 = -2\int_{E_u}^{E_o} h(x - A)\mathfrak{B}(x)\,dx = -2h\int_{E_u}^{E_o} x\cdot\mathfrak{B}(x)\,dx + 2hA\int_{E_u}^{E_o}\mathfrak{B}(x)\,dx.$$

Das erste Glied dieses Ausdruckes wird aber bei stetigem $\mathfrak{B}(x)$ nach [21]

$$-2h\int_{E_u}^{E_o} x\cdot\mathfrak{B}(x)\,dx = -2h\mathfrak{A}.$$

Das zweite Glied aber ist nach [9] einfach $2hA$. Also verschwindet der ganze Koeffizient, falls wir das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ über die Verteilung $\mathfrak{B}(x)$ als A wählen, weil dann

$$D(t)_1 = -2h\mathfrak{A} + 2h\mathfrak{A} = 0. \qquad [136]$$

Der Koeffizient von $\Phi_2(t)$ aber ist nach [133a] und [134a] allgemein:

$$D(t)_2 = \int_{E_u}^{E_o}(2t^2 - 1)\mathfrak{B}(x)\,dx = \int_{E_u}^{E_o}[2h^2(x - A)^2 - 1]\mathfrak{B}(x)\,dx. \qquad [137]$$

Dieser Koeffizient wird aber nun ebenfalls 0, wenn man hierin den Parameter h analog, wie es bei der strengen Gültigkeit des einfachen E.-G. in [117] geschah,

$$h = \frac{1}{M\sqrt{2}} \qquad [138]$$

setzt. Hierbei bedeutet M das nach Analogie zum sog. mittleren Fehler M nach Gl. [18] bzw. [23] gebildete mittlere Quadrat der Abweichungen $v = (x - A)$, die auf einen zunächst beliebig gewählten Ausgangswert A bezogen sind, so daß

$$M^2 = (x_1 - A)^2 z_1 + \ldots (x_s - A)^2 z_s = \int_{E_u}^{E_o}(x - A)^2\mathfrak{B}(x)\,dx. \qquad [139]$$

Dann wird offenbar nach [137] und [139] zunächst

$$D(t)_2 = 2h^2\int_{E_u}^{E_o}(x - A)^2\mathfrak{B}(x)\,dx - \int_{E_u}^{E_o}\mathfrak{B}(x)\,dx = 2h^2M^2 - 1$$

und nach [138]

$$D(t)_2 = 1 - 1 = 0. \qquad [140]$$

Setzt man also $A = \mathfrak{A}$ und $h = \frac{1}{M\sqrt{2}}$, wobei nun in [139] der zunächst

beliebige Ausgangswert wiederum $\mathfrak{A}$ selbst ist, so folgt hieraus die sog. „Normalform" der Brunsschen Reihe

$$2\,\mathfrak{S}(x) - 1 = \Phi(t) + D(t)_3\,\Phi_3(t) + D(t)_4\,\Phi_4(t)\ldots \qquad [141]$$

Hierin kommen die beiden ersten Abgeleiteten überhaupt nicht mehr vor. Geht man nun von der Beobachtung eines einfachen K.-G. aus, z. B. der Verteilung Tabelle 1, S. 63, so wird man A und h ohne weiteres im Sinne der Normalform ansetzen können. Aber auch da, wo nicht der einfache K.-G. selbst, sondern seine Integralfunktion beobachtet ist (vgl. S. 49 und Kap. 7), wird man sogleich auf die Normalform ausgehen können. Hierauf werden wir aber erst unten (§ 31) im Zusammenhange zurückkommen.

Trotzdem die korrekte Ableitung der Brunsschen Reihe auf jede Weise ziemlich komplizierte Rechnungen erfordert, bleibt sie doch vorläufig der einfachste analytische Ausdruck für einen beliebigen K.-G., bei dem man auch den interpolierten Stellen, also der Funktion im ganzen eine größere Wahrscheinlichkeit zuschreiben kann. Für die psychophysischen Anwendungen braucht man im allgemeinen wohl höchstens 4 Glieder zu berücksichtigen. Da die Tabelle bis Φ_6 geführt ist[1]), reicht sie also auch bei der Normalform für unsere Zwecke vollkommen aus.

Kapitel 6.

Hauptwerte und Streuungsmaße im allgemeinen.

25. Das arithmetische Mittel und der mittlere Fehler.

1. Da die speziellen Verteilungsgesetze einen gegebenen K.-G. mit einer möglichst geringen Zahl von Konstanten, und zwar nach dem einfachen E.-G. sogar mit nur zwei Größen a und h wiedergeben sollen, so fielen bei ihrer Annahme die beiden in § 14 und § 15 unterschiedenen Aufgaben, d. h. die Darstellung der Funktion überhaupt und die Angabe einiger weniger vergleichbarer Repräsentanten, vollständig zusammen. Jene Konstanten der Verteilungsfunktion standen eben zu den Hauptwerten bzw. Streuungsmaßen in einer besonders einfachen Beziehung. Die nämlichen Durchschnitte über die Verteilungsfunktion behalten aber nun ihre repräsentative Bedeutung ganz allgemein auch dann bei, wenn diese Funktion keiner so einfachen Formel folgt. Hierbei wird man sich dann womöglich auch sogleich an die stetige Funktion halten[2]), die nach dem 4. Kapitel interpolatorisch zu ergänzen ist und bei dem Dichtigkeitsmittel $\mathfrak{D}$ ohnehin bereits überall vorausgesetzt war.

---

1) Bei der Anwendung der Brunsschen Tabellen darf niemals vergessen werden, daß in die Werte bereits je ein an der Reihe stets beteiligter Koeffizient hineingenommen ist. Sie enthält also Φ_1, $\frac{1}{2}\Phi_2$, $\frac{1}{4}\Phi_3$, $\frac{1}{8}\Phi_4$, $\frac{1}{16}\Phi_6$ und $\frac{1}{32}\Phi_6$.

2) Auch der Ansatz S. 107 ff. für die Näherungswerte der Parameter der speziellen Verteilungsgesetze ließe sich natürlich von diesem Gesichtspunkte aus noch korrigieren.



Vor allem sind aber nunmehr die ebenso allgemeinen Beziehungen hervorzuheben, die bei jeder beliebigen Verteilungsform zwischen bestimmten Hauptwerten und Streuungsmaßen bestehen. Lassen diese Beziehungen zunächst schon im allgemeinen die Bedeutung der gewählten Repräsentanten unter einem besonderen Gesichtspunkt verstehen, so können sie in gewissen Fällen, in denen eine direkte Berechnung der Hauptwerte nicht möglich ist, zur indirekten Bestimmung derselben verwendet werden, wie im nächsten Paragraphen bei der sog. Methode der kleinsten Quadrate näher auszuführen sein wird.

2. So unterstützen sich besonders der Hauptwert des arithmetischen Mittels $\mathfrak{A}$ und das Streuungsmaß des mittleren Fehlers M gegenseitig in ihrer besonders unbestrittenen Geltung als Repräsentanten dieser Art durch die wichtige, schon von Gauß später unabhängig von seinem E.-G. verwertete[1]) Beziehung, daß für jede beliebige Verteilungsfunktion der mittlere Fehler M ein Minimum wird, wenn man die Abweichungen auf das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ als Ausgangswert bezieht, wie leicht zu beweisen ist:

Schon in der Diskussion des einfachen E.-G. (S. 107) wurde ja eine Eigenschaft des arithmet. Mittels $\mathfrak{A}$ hervorgehoben, die ihm ganz allgemein zukommt, also insbesondere auch unabhängig davon, ob die Verteilung eine symmetrische ist. Nach [115] verschwindet der sog. „resultierende Fehler" R, d. h. die Summe der mit ihrem Vorzeichen angesetzten Abweichungen (x — a), wenn der Ausgangswert $a = \mathfrak{A}$ ist. Dieser Ausgangswert, der $R = 0$ werden läßt, erweist sich aber nun auch als diejenige Größe des a, die M zu einem Minimum macht. Dies läßt sich zunächst wieder am einfachsten bei einem unstetigen K.-G. überschauen, bei dem nach [18]

$$M^2 = v_1{}^2 z_1 + v_2{}^2 z_2 + \ldots v_n{}^2 z_n,$$

wobei also die z wieder die relativen Häufigkeiten bedeuten und die v_ν nach [102] die Abweichungen $(a - x_\nu)$ sind. Zur Auffindung unserer Beziehung haben wir nun wiederum ebenso wie bei der Ableitung des einfachen E.-G. S. 105 f. den Ausgangswert a als die Variable zu betrachten, nach der dann auch der Ausdruck für M^2 zur Berechnung des Minimums differenziert werden muß. Es wird also M^2 und daher auch M für dasjenige a ein Minimum, das sich aus der Gleichung

$$\frac{dM^2}{da} = 2 v_1 z_1 \cdot \frac{dv_1}{da} + 2 v_2 z_2 \cdot \frac{dv_2}{da} + \ldots 2 v_n z_n \cdot \frac{dv_n}{da} = 0, \qquad [142]$$

bzw., da sämtliche

$$\frac{dv_\nu}{da} = \frac{d(a - x_\nu)}{da} = 1, \text{ aus}$$

$$0 = v_1 z_1 + v_2 z_2 + \ldots v_n z_n \qquad [143]$$

berechnen läßt. Denn daß es sich nur um ein Minimum handeln kann, er-

1) Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae. Commentationes soc. reg. Sc. Götting. rec. V, 1823.

gibt der durchweg konstante positive Wert des zweiten Differentialquotienten

$$\frac{d^2M^2}{da^2} = 2(z_1 + z_2 + \ldots z_n) = 2. \qquad [143a]$$

Mit [143] sind wir aber zu der Bedingung, daß R verschwindet, zurückgekehrt, woraus sich aus [102] und [16] eben das arithmetische Mittel

$$\mathfrak{A} = x_1 z_1 + x_2 z_2 + \ldots x_n z_n \qquad [143b]$$

als Voraussetzung des kleinsten mittleren Fehlerquadrates ergibt.

3. Interpolieren wir nun eine stetige Verteilung $\mathfrak{V}(x)$, **so hat dies zunächst für den Hauptwert** $\mathfrak{A}$ **die geringste Bedeutung.** Bei einer symmetrischen Streuung, gleichgültig von welcher Form im einzelnen, müßten die beiden Hauptwerte $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ hiervon sogar unberührt bleiben. Aber **auch bei einem beliebigen asymmetrischen** $\mathfrak{V}(x)$ **ändert sich** $\mathfrak{A}$ **z. B. durch die Interpolation nach § 19 mittels der Funktionsdifferenzen nur um einen ganz kleinen, völlig zu vernachlässigenden Betrag.** Wir führen daher den für

$$\mathfrak{A} = \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\, dx \qquad [Gl. 21]$$

zu gewinnenden Ausdruck nur ein, weil wir von ihm im **nächsten** Kapitel bei der Berechnung des $\mathfrak{A}$ für hypothetische, nur in ihrer Summenfunktion beobachtete K.-G. einen wichtigen Gebrauch machen können. Zudem wird diese Formel, nach Ableitung derjenigen für

$$M^2 = \int_{E_u}^{E_o} (a - x)^2 \mathfrak{V}(x)\, dx \qquad [23]$$

die fundamentale Beziehung zwischen M^2 und $\mathfrak{A}$ auch bei stetigem $\mathfrak{V}(x)$ unmittelbar aus den Integralausdrücken erschließen lassen, was freilich bei der Unbegrenztheit der Gliederzahl in der Reihe [142] an und für sich nicht erst noch besonders bewiesen zu werden brauchte.

Der soeben wieder aufgenommene Ausdruck [21] für $\mathfrak{A}$ bei stetiger Verteilung

$$\mathfrak{A} = \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\, dx$$

läßt sich nun durch eine einfache partielle Integration auswerten[1]. Da nämlich

$$\frac{d[x \int \mathfrak{V}(x)\, dx]}{dx} = x \cdot \mathfrak{V}(x) + \int \mathfrak{V}(x)\, dx, \qquad [144]$$

1) Alle hierhergehörigen Durchschnittsberechnungen behandelte ich ausführlicher in Wundt, Psychol. Studien VI, 1910. H. 1 u. 2, S. 141, H. 3 u. 4, S. 252 u. H. 5 u. 6, S. 430. (Die mathematischen Grundlagen der sogenannten unmittelbaren Behandlung psychophysischer Resultate.)



so ist

$$\int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\,dx = \Big[x \int \mathfrak{V}(x)\,dx\Big]_{E_u}^{E_o} - \int_{E_u}^{E_o}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx.$$

Zur Vereinfachung des letzten Ausdruckes denkt man sich nun die bei der Auswertung unseres bestimmten Integrales beliebig anzusetzende Integrationskonstante C in $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$ so gewählt, daß

$$\int \mathfrak{V}(x)\,dx = \int_{E_u}^{x} \mathfrak{V}(x)\,dx, \quad \text{also}$$

$$C = -\int_{x = E_u} \mathfrak{V}(x)\,dx. \qquad [144\,a]$$

Dadurch wird dieses Integral im ersten Gliede rechts für $x = E_u$ zu Null, während es für $x = E_o$ zu $\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{V}(x)\,dx$, also nach [9] der Einheit gleich wird. Somit ist im ganzen

$$\mathfrak{A} = \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\,dx = E_o \cdot 1 - E_u \cdot 0 - \int_{E_u}^{E_o}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx$$

$$= E_o - \int_{E_u}^{E_o}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx, \qquad [145]$$

oder: Das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ ist gleich dem oberen Extrem E_o der Verteilung des K.-G., vermindert um das zwischen den Extremen genommene Doppelintegral über die Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$, falls die hierbei inbegriffene Konstante C des einfachen Integrales, über die hierbei immer erst noch zu entscheiden ist, in der genannten Weise als

$$C = -\int_{x = E_u} \mathfrak{V}(x)\,dx$$

gewählt wird. Auf diesem wichtigen Hilfssatze werden wir vor allem im nächsten Kapitel von einem anderen Gesichtspunkte aus weiterbauen. Hier verwenden wir ihn nur zur Auswertung von $\mathfrak{A}$ unter der gewöhnlichen Voraussetzung, daß $\mathfrak{V}(x)$ selbst in einer endlichen Anzahl von relativen Häufigkeiten $z_0, z_1 \ldots z_p$ beobachtet worden sei, wobei $z_0 = z_p = 0$. In diesem Falle ist also dann das Doppelintegral in [145] nach der Annäherung [85a] S. 94 f. zu berechnen, wobei allerdings noch zu berücksichtigen ist, daß dort die Summe der Ordinaten noch nicht auf die Einheit re-

duziert ist, wie es in dem $\mathfrak{V}(x)$ von Gleichung [145] vorausgesetzt ist. Es müssen also sämtliche z von dort, die in dem Rechenbeispiele auf S. 94 nur in dem bei § 14, 3 erläuterten Sinne als rel. H. anzusehen waren, noch durch

$$\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{V}(x)\,dx = i \cdot \Sigma z$$

dividiert werden, um auch im Verhältnis zur Summe aller Fälle, die in der Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ nach S. 85 ff. einbezogen sind, relative H. auszudrücken. Setzt man dann für diese $\frac{z_x}{\Sigma z}$ wieder einfach z_x, so wird also unser Doppelintegral, da z_p hier verschwindet,

$$\int_{E_u}^{E_o}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = i\,(p-1)\,z_1 + (p-2)\,z_2 \ldots + 1 \cdot z_{p-1}). \qquad [146]$$

Es ist somit bis auf den S. 90 als irrelevant erwiesenen Restbetrag, also mit der völlig ausreichenden Annäherung der Formel [85a]:

$$\mathfrak{A} = E_0 - i\,[(p-1)\,z_1 + (p-2)\,z_2 + \ldots z_{p-1}]. \qquad [147]$$

Dies ist aber genau der nämliche Ausdruck, den man nach der Formel [16] ohne Interpolation direkt aus dem beobachteten unstetigen K.-G. ableitet[1]). Die Form ist nur insofern etwas verändert, als man die Abszissen zunächst alle von dem oberen Extrem $E_0 = x_p$ aus rechnet, so daß auch das arithmetische Mittel schließlich selbst in dieser Form erscheint. (Dieses Verfahren besitzt bekanntlich sogar eine praktische Bedeutung, wenn die betrachteten Abszissen sämtlich große, unter sich aber wenig differierende Werte sind. In diesem Falle läßt uns diese Reduktion der Abszissen bequemer mit kleineren Zahlen weiter operieren.) Subtrahiert man nämlich in dem Ausdrucke [16] S. 45 für $\mathfrak{A}$ von den Abszissenwerten $\mathfrak{A}$ und x_ν das obere Extrem E_0, so ergibt sich bei äquidistantem Intervall i

$$\begin{aligned}\mathfrak{A} &= E_0 - (E_0 - x_1)\,z_1 + (E_0 - x_2)\,z_2 \ldots + (E_0 - x_{p-1})\,z_{p-1} \\ &= E_0 - i\,[(p-1)\,z_1 + (p-2)\,z_2 \ldots + z_{p-1}],\end{aligned}$$

also in der Tat ein mit [147] identischer Ausdruck.

4. Auch der Ausdruck für M^2 bei stetigem $\mathfrak{V}(x)$ läßt sich durch partielle Integration so weit auswerten, daß er aus einer gegebenen Reihe von Ordinaten $z_0, z_1, \ldots z_p$ der Verteilung mittels der numerischen Integration mit genügender Annäherung zu berechnen wäre. Indessen geben wir hier nur die allgemeinen analytischen Formeln, die zur Ableitung der Beziehung zum arithmetischen Mittel $\mathfrak{A}$ ausreichen. Die numerische Berechnung von M^2 an der Hand der hier gewonnenen Formeln soll uns dagegen erst wieder in

1) Vgl. Wundt, Psychol. Studien VI, S. 312.



§ 30 unter der praktisch besonders wichtigen Voraussetzung beschäftigen, daß nicht der einfache K.-G. selbst, über dessen $\mathfrak{V}(x)$ der Durchschnitt [23]

$$\int_{E_u}^{E_o} (a-x)^2 \mathfrak{V}(x)\,dx$$

gebildet ist, sondern seine Summenfunktion beobachtet ist.

Multipliziert man unter dem Integralzeichen für M^2 aus, so erhält man, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen der Abweichung

$$M^2 = a^2 \int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{V}(x)\,dx - 2a \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\,dx + \int_{E_u}^{E_o} x^2 \mathfrak{V}(x)\,dx. \qquad [148]$$

Es ist nun nach Gleichung [9]

$$a^2 \int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{V}(x)\,dx = a^2, \qquad [149]$$

ferner nach [145], wenn wir bezüglich der Integrationskonstanten die nämliche Voraussetzung wie dort machen,

$$2a \int_{E_u}^{E_o} x \cdot \mathfrak{V}(x)\,dx = 2aE_0 - 2a \int_{E_u}^{E_o}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx. \qquad [150]$$

Das dritte Glied aber erfordert eine zweimalige Anwendung der partiellen Integration, die zu [145] führte. Zunächst ergibt sich, da

$$\frac{d\,x^2 \int \mathfrak{V}(x)\,dx}{dx} = x^2 \mathfrak{V}(x) + 2x \int \mathfrak{V}(x)\,dx, \qquad [151]$$

$$\int_{E_u}^{E_o} x^2 \mathfrak{V}(x)\,dx = \Big[x^2 \int \mathfrak{V}(x)\,dx \Big]_{E_u}^{E_o} - 2 \int_{E_u}^{E_o} \left(x \int \mathfrak{V}(x)\,dx\right) dx. \qquad [152]$$

Das erste Glied rechts ist nun gemäß der nämlichen Überlegung wie bei [145]

$$E_0{}^2 \cdot 1 - E_u{}^2 \cdot 0 = E_0{}^2.$$

Denkt man sich aber nun auch im zweiten Gliede das Integral $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$ wieder durch die schon bei [145] verwendete Funktion $\int_{E_u}^{x} \mathfrak{V}(x)\,dx = F(x)$ ersetzt, so erhält man einen Ausdruck, der wie [145] bzw. [150] behandelt werden kann. Es ist also

$$\int_{E_u}^{E_o} x F(x)\,dx = \Big[x \int F(x)\,dx \Big]_{E_u}^{E_o} - \int_{E_u}^{E_o}\int F(x)\,dx\,dx. \qquad [153]$$

Nun kann bei $\int F(x)dx$ wieder eine Integrationskonstante vorausgesetzt werden, die das Integral für $x = E_u$ verschwinden läßt. Man braucht nur wieder ganz analog wie bei [145] zu setzen:

$$\int F(x)\,dx = \int_{E_u}^{x} F(x)\,dx = \int_{E_u}^{x}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx.$$

Für $x = E_0$ wird dann das Integral einfach zu

$$\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx.$$

Somit wird das erste Glied in [153] zu

$$E_0\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx,$$

und das zweite bleibt, nachdem $\mathfrak{B}(x)$ wieder eingeführt ist,

$$\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,[dx]^3.$$

Der ganze Ausdruck [152] wird daher:

$$\int_{E_u}^{E_0} x^2\mathfrak{B}(x)\,dx = E_0{}^2 - 2E_0\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx + 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,[dx]^3 \qquad [154]$$

und somit endlich der ganze Wert von M^2 nach [148]:

$$M^2 = a^2 - 2aE_0 + 2a\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx + E_0{}^2$$

$$- 2E_0\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx + 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,[dx]^3 \qquad [155]$$

$$= (E_0 - a)^2 - 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx\,(E_0 - a) + 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,[dx]^3$$

$$= (E_0 - a)\left(E_0 - a - 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,dx\,dx\right) + 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{B}(x)\,[dx]^3. \qquad [156]$$

5. Aus diesen Formeln läßt sich nun eine doppelte Bedeutung des arithmetischen Mittels $\mathfrak{A}$ als Ausgangswert für M^2 nachweisen. Zunächst

vereinfacht sich nämlich bei dieser speziellen Wahl des Ausgangswertes die allgemeine Formel ganz bedeutend, wie am unmittelbarsten aus der Umformung [156] zu entnehmen ist. Erinnern wir uns, daß das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ bei stetigem $\mathfrak{V}(x)$ nach Gleichung [145]

$$\mathfrak{A} = E_0 - \int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx,$$

also

$$E_0 - \mathfrak{A} = \int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx$$

ist, wobei wir für das einfache Integral die nämliche Konstante wie in [156] voraussetzen, so wird aus [156], wenn wir $\mathfrak{A}$ für a setzen, einfach

$$M^2 = 2\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,[dx]^3 - \left\{\int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx\right\}^2, \qquad [157]$$

d. h.: der mittlere Fehler M ist bei seiner Beziehung auf das arithmetische Mittel als Ausgangswert gleich dem doppelten Wert des dreifachen Integrales über die Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$, genommen zwischen den Extremen E_0 und E_u des K.-G., vermindert um das Quadrat des Doppelintegrales über diese Funktion zwischen den nämlichen Grenzen, wenn für die nicht zwischen bestimmten Grenzen genommenen Integrale die Konstanten in der genannten Weise so gewählt werden, daß die Ausdrücke für $x = E_u$ verschwinden.

6. Die Beziehung zwischen $\mathfrak{A}$ und M, wonach M bei Wahl des $a = \mathfrak{A}$ ein Minimum wird, ist natürlich aus der ersten allgemeinen Form [155] der Gleichung für M^2 abzuleiten. Betrachtet man in ihr wiederum a als die Variable, nach welcher der Differentialquotient bei der Berechnung des Minimums zu nehmen ist, so wird, da die drei letzten Glieder bei dieser Variation konstant bleiben,

$$\frac{dM^2}{da} = 2a - 2\left(E_0 - \int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx\right). \qquad [158]$$

Dieser Ausdruck kann nur verschwinden, wenn

$$a = E_0 - \int_{E_u}^{E_0}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx.$$

Hiermit sind wir aber in der Tat zur Gleichung [145] für $\mathfrak{A}$ zurückgekehrt. Daß es sich um ein Minimum bei $\mathfrak{A}$ handelt, folgt wieder aus dem positiven Wert des zweiten Differentialquotienten an dieser Stelle, der in Übereinstimmung mit [143a] nicht nur hier, sondern konstant

$$\frac{d^2M}{da^2} = 2.$$

Zu einer numerischen Berechnung des mittleren Fehlers aus einer Reihe beobachteter (äquidistanter) Ordinaten $z_0, z_1, \ldots z_n$ von $\mathfrak{V}(x)$ wäre aber natürlich sowohl nach der allgemeinen Gleichung [156], als auch, bei der Wahl von $\mathfrak{A}$ als Ausgangswert, nach [157] die Auswertung des dreifachen Integrales über $\mathfrak{V}(x)$ erforderlich. Der praktische Vorteil der Substitution einer stetigen Funktion erscheint aber in diesem Falle doch mit einem zu großen Rechenaufwand erkauft, zumal bei der direkten Beobachtung des einfachen K.-G. die Berechnung des M^2 nach Formel [18][1]) mittels einer Quadrattafel noch sehr bequem ist. Wir können daher auf die Auswertung des dreifachen Integrales verzichten.

26. Die Methode der Fehlerausgleichung nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate.

a) Ableitung und Auflösung der Gaußschen Normalgleichungen für lineare Beobachtungsfunktionen mit zwei oder drei Unbekannten.

1. Schon bei der analytischen Darstellung einer gegebenen Verteilung von beliebiger Form wurden wir in § 17c auf die spezielle Aufgabe hingeführt, für die zunächst nur ihrer allgemeinen Form nach bekannte Funktion $z = a_0 + a_1 x + \ldots a_{s-1} x^{s-1}$ gewissermaßen „Hauptwerte" der s Konstanten $a_0, a_1 \ldots a_{s-1}$ aus einem Bereich von Möglichkeiten ausfindig zu machen, bei deren Einsetzung die für die Beobachtungsabszissen $x_1, x_2 \ldots x^n$ berechneten Größen z den tatsächlich beobachteten, vom Zufall beeinflußten Funktionswerten z_1 bis z_n ähnlich gegenüberstehen, wie sich der „Hauptwert" im bisherigen Fechnerschen Sinne bei der wiederholten direkten Beobachtung einer einzelnen Größe a zu den einzelnen zufällig schwankenden Messungen $a_1 \ldots a_n$ verhält. Damit eine solche Unterscheidung zwischen dem berechneten idealen z und dem tatsächlich beobachteten möglich sei, ist natürlich vorausgesetzt, daß die Zahl n der Beobachtungen diejenige der s Unbekannten mehr oder weniger übertreffe, während für den Fall $s = n$ die Konstanten aus den Beobachtungsgleichungen eindeutig berechnet werden könnten, so daß jedem x das hierbei beobachtete z auch durch die hypostasierte Verteilungsfunktion $\mathfrak{V}(x)$ wie eine nur einmal gemessene Größe eindeutig zugeordnet wäre. Auch bei allen übrigen Formen dieser Funktion $\mathfrak{V}(x)$, die man auf ihre Übereinstimmung mit einem beobachteten K.-G. prüfen kann, kehrte dann bezüglich der passenden Wahl der Parameter das nämliche Problem dieser sog. „Ausgleichung" wieder. Doch hat diese Aufgabe natürlich auch in der psychophysischen Praxis eine ganz allgemeine Bedeutung, die über den mehr formalen Spezialfall der konkreten Aufstellung einer Verteilungsfunktion beliebig weit in die materiale Ableitung der psychologischen Gesetzmäßigkeiten selbst hineinreicht. Denn auch bei diesen wird ebenso wie bei den naturwissenschaftlichen Gesetzen häufig eine variable Größe beobachtet, die nach einer ihrer allgemeinen Form nach genügend bekannten Funktion von mehreren hypothetischen Konstanten

1) Die Korrektur, die an dieser Berechnung wegen der stetigen Verteilung noch vorgenommen werden kann, gibt G. F. Lipps, Theorie der Kollektivgegenstände, 1902, S. 197 ff., wobei er von seinen speziellen Formeln für die unstetigen K.-G. ausgeht.

abhängt, die bei der Verfügbarkeit „überschüssiger" Beobachtungen (d. h. bei $n > s$) durch Ausgleichung berechnet werden können. Das allgemeine Prinzip dieser beliebig weit anwendbaren Methode gehört aber natürlich in die kollektivmaßtheoretischen Vorbetrachtungen, wie freilich auch die tatsächlichen Anwendungen derselben in unserer Disziplin bisher fast sämtlich ebenfalls nur der Konkretisierung von Verteilungsfunktionen gedient haben.

Um nunmehr mit den gewöhnlichen Symbolen möglichst konkret weiter zu operieren, nehmen wir an, x, y, z seien die unbekannten Konstanten. Über diese Dreizahl werden wir nämlich in unserer Praxis kaum jemals hinausgeführt werden. Sie sind dann in der hypostasierten Funktion, über deren allgemeine Form man hierbei natürlich durch irgend welche Vorbetrachtungen ins klare gekommen sein muß, mit den von Beobachtung zu Beobachtung variablen, aber jeweils bekannten Größen a, b, c usw. verbunden, die somit in den n Beobachtungen das System a_i, b_i, c_i... ($i = 1$ bis n) bilden. In § 17c waren dies eben die Potenzen der (bekannten) Beobachtungsabszisse x_i^0, x_i^1, $x_i^2 \ldots x_i^{s-1}$. Die unter den n verschiedenen Bedingungen beobachtete Abhängige (also das z von damals) wird in diesem Zusammenhange meistens als l eingeführt, und so ergibt sich als Darstellung der beobachteten Abhängigkeitsbeziehung ein System von Gleichungen

$$l_i = f(x, y, z, a_i, b_i, c_i), \qquad [159]$$

die man gewöhnlich als **Beobachtungsgleichungen** (B.-Gl.) bezeichnet. Denkt man sich nun für x, y, z bestimmte Werte gewonnen, so können für die n verschiedenen Bedingungen bzw. Bedingungsgruppen a_i, b_i, c_i jene oben als „Hauptwerte" bezeichneten Größen l_i' **berechnet** werden, die bei $n > s$ voneinander unabhängigen, vom Zufall beeinflußten Beobachtungen mit den l_i im allgemeinen nicht übereinstimmen, sondern Abweichungen oder eben „**Fehler**"

$$v_i = f(x, y, z, a_i, b_i, c_i) - l_i \qquad [160]$$

übriglassen müssen, die positiv oder negativ sein können.

2. Zur Ermittlung dieser Größen x, y, z kann nun eine **direkte** Bestimmung von Mittelwerten, z. B. von arithmetischen Mitteln x(𝔄), y(𝔄) usw. nicht in Frage kommen, weil die verschiedenen beobachteten l_i allen drei Unbekannten zugleich erst durch [159] zugeordnet sind. Man kann aber wenigstens x, y, z so zu bestimmen suchen, daß unter Voraussetzung der angesetzten Funktion ähnliche Eigentümlichkeiten des Systemes der Fehler v_i [160] sich ergeben. Denn dieses ändert sich mit der Variation von x, y, z ganz analog, wie das System der $v = a - x$ einer einzigen Beobachtungsgröße von der Wahl des Ausgangswertes a abhängig ist. Nur sind hier natürlich immer so viele Variationsrichtungen zu berücksichtigen, als es Unbekannte gibt. Zu einer solchen indirekten Bestimmung der entscheidenden Hauptwerte x, y, z empfiehlt sich aber nun vor allem die schon oben § 25,6 bei mehrfachen Messungen einer einzelnen Größe hervorgehobene Eigenschaft des Fehlersystemes, die bei der Beziehung der Abweichungen auf das arithmetische Mittel 𝔄 als Ausgangswert resultierte, daß nämlich **das mittlere Fehlerquadrat hierbei den kleinsten Betrag annimmt, den es bei Variation des Ausgangswertes überhaupt erlangen**

kann. Denn es führt wenigstens für den Fall, daß die vorausgesetzte Funktion in allen Unbekannten linear ist, daß also das System der B.-Gl. [159] die Form

$$l_i = a_i x + b_i y + c_i z \qquad [161]$$

und das System der Fehlergleichungen die Form

$$v_i = a_i x + b_i y + c_i z - l_i \qquad [161a]$$

annimmt, sogleich zu bequemen Rechenvorschriften für die Unbekannten x, y, z. Dies ist aber eben das Prinzip der sogen. „Methode der kleinsten Quadrate", die Gauß zunächst im Anschluß an das einfache E.-G., dann aber auch unabhängig hiervon in dieser allgemeinen Weise begründete: Man suche x, y und z so zu bestimmen, daß das mittlere Fehlerquadrat der in Gl. [160] definierten Fehler v_i

$$M^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots v_n^2}{n}$$

nach allen drei möglichen Variationsrichtungen der Abstufung des x, y oder z ein Minimum darstellt. Die so gefundenen Werte haben also dann innerhalb der sämtlichen Möglichkeiten, aus denen sich andere Fehlersysteme ergeben würden, eine analoge Stellung, wie das arithmetische Mittel einer einzelnen Beobachtungsgröße.

Aus der soeben formulierten Bedingung für M^2 ergeben sich ohne weiteres die sogen. Gaußschen „Normalgleichungen" für die „Ausgleichungen" nach dieser Methode. Es wurde soeben zunächst festgesetzt, daß

$$\frac{\delta M^2}{\delta x} = \frac{\delta \alpha (v_1^2 + v_2^2 + \cdots v_n^2)}{\delta x} = \frac{\delta \alpha \Sigma v_i^2}{\delta x} = 0$$
$$\frac{\delta M^2}{\delta y} = \frac{\delta \alpha \Sigma v_i^2}{\delta y} = 0$$
$$\frac{\delta M^2}{d z} = \frac{\delta \alpha \Sigma v_i^2}{\delta z} = 0 \qquad [162]$$

sein soll, wenn $\alpha = \frac{1}{n}$ gesetzt wird. Das System [162] umfaßt also so viele Gleichungen, als Unbekannte zu bestimmen sind. Läßt man in allen Gliedern den Faktor 2 und α weg, so wird hieraus

$$0 = v_1 \frac{\delta v_1}{\delta x} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta x} + \cdots v_n \frac{\delta v_n}{\delta x}$$
$$0 = v_1 \frac{\delta v_1}{\delta y} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta y} + \cdots v_n \frac{\delta v_n}{\delta y}$$
$$0 = v_1 \frac{\delta v_1}{\delta z} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta z} + \cdots v_n \frac{\delta v_n}{\delta z}. \qquad [163]$$

Setzt man nun die v_i aus [160] bzw. [161a] ein, so wird

$$\frac{\delta v_i}{\delta x} = a_i \qquad \frac{\delta v_i}{\delta y} = b_i \qquad \frac{\delta v_i}{\delta z} = c_i\,,$$

und das System [163] geht dadurch über in

$$\begin{aligned} 0 &= (a_1 x + b_1 y + c_1 z - l_1)\, a_1 + \cdots (a_n x + b_n y + c_n z - l_n)\, a_n \\ 0 &= (a_1 x + b_1 y + c_1 z - l_1)\, b_1 + \cdots\cdots \\ 0 &= (a_1 x + b_1 y + c_1 z - l_1)\, c_1 + \cdots\cdots \end{aligned} \qquad [164]$$

Multipliziert man hierin aus und bezeichnet die Summen, welche die Koeffizienten der x, y, z bilden, mit dem Gaußschen Summensymbol, wonach

$$\begin{aligned} [aa] &= a_1\, a_1 + a_2\, a_2 + \cdots a_n\, a_n = \Sigma a_i\, a_i \\ [ab] &= a_1\, b_1 + a_2\, b_2 + \cdots a_n\, b_n = \Sigma a_i\, b_i \end{aligned} \qquad [165]$$

usw.,

so ergibt sich schließlich die geläufige Endform der Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} [aa]\,x + [ab]\,y + [ac]\,z &= [al] \\ [ab]\,x + [bb]\,y + [bc]\,z &= [bl] \\ [ac]\,x + [bc]\,y + [cc]\,z &= [cl]\,. \end{aligned} \qquad [166]$$

Hieraus sind dann x, y, und z nach Einsetzung der gegebenen Werte a_i, b_i, c_i zahlenmäßig zu berechnen.

3. Für die praktische Lösung eines solchen Systems linearer Gleichungen durch sukzessive Reduktion der Unbekannten und für die Rechnungskontrollen ist natürlich im allgemeinen auf die fachmännischen Darstellungen zu verweisen.[1]) Da es jedoch einer wünschenswerten größeren Verbreitung der Anwendung dieser Methode in der Psychophysik dienlich sein dürfte, die fertige Lösung für mindestens zwei oder drei Unbekannte schnell zur Hand zu haben, so gebe ich sie hier für die beiden, unten in § 31a und b erforderlichen Fälle mit 2 und 3 Unbekannten, wobei also im ersteren Falle einfach $c = 0$ zu setzen ist. Bei 2 Unbekannten x und y ist alles symmetrisch:

$$x = \frac{A}{N}, \quad y = \frac{B}{N}$$

$$\begin{aligned} A &= [al]\,[bb] - [ab]\,[bl] \\ B &= [bl]\,[aa] - [ab]\,[al] \\ N &= [aa]\,[bb] - [ab]^2\,. \end{aligned} \qquad [167]$$

Bei drei Unbekannten x, y, z ergibt sich durch sukzessive Reduktion, die z. B. zuerst z, dann y und endlich x finden läßt:

$$z = \frac{NC - BD}{NE - D^2} \qquad [168]$$

$$\begin{aligned} N &= [aa]\,[bb] - [ab]^2 \quad \text{wie vorhin} \\ B &= [aa]\,[bl] - [ab]\,[al] \quad \text{wie vorhin} \\ C &= [aa]\,[cl] - [ac]\,[al] \\ D &= [aa]\,[bc] - [ac]\,[ab] \\ E &= [aa]\,[cc] - [ac]^2 \end{aligned}$$

1) **Bruns**, Grundlinien des wissensch. Rechnens 1903, S. 153f. — **Czuber**, a. a. O., S. 308ff.

$$y = \frac{B - z \cdot D}{N} \qquad [169]$$

$$x = \frac{[al] - [ab]y - [ac]z}{[aa]}. \qquad [170]$$

Auch von den Kontrollen der Rechnung sei hier wenigstens die einfachste und selbstverständlichste erwähnt, daß man die so gefundenen Werte für x, y und z in das System der Gleichungen [164] einsetzt und zusieht, ob sich die Glieder der dort rechts stehenden Summen wirklich zu Null aufheben.

Das System der „Beobachtungsgleichungen" [159] bzw. [161] muß natürlich im ganzen unverändert bleiben, wenn die Unbekannten eindeutig dadurch bestimmt sein sollen. Es geht also insbesondere nicht an, zur bloßen rechnerischen Vereinfachung, z. B. zur Beseitigung von Brüchen, die einzelnen Beobachtungsgleichungen mit verschiedenen Faktoren zu multiplizieren, wie man es bei jedem System von n Gleichungen für n Unbekannte ungehindert tun könnte. Denn die Resultate der Normalgleichung würden durch die Hinzufügung solcher verschiedener Faktoren in den einzelnen Gliedern der Summen [aa] usw. natürlich deshalb verändert, weil sich diese in den Ausdrücken [167] bis [170] für x, y und z nicht wieder herausheben. Es ist also höchstens zulässig, daß sämtliche n Beobachtungsgleichungen mit dem nämlichen Faktor multipliziert werden, wodurch die Endformeln unverändert bleiben.

4. Sind nun die wahrscheinlichsten Werte x, y, z selbst gefunden, so lassen sich durch ihre Einsetzung in [160], bzw. in [161a], auch die wahrscheinlichsten Fehler v_i bestimmen, deren mittleres Fehlerquadrat

$$M = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots v_n^2}{n}},$$

das hierbei also kleiner ist als bei irgend einem anderen x, y oder z, wieder als vergleichbares Streuungsmaß der Untersuchung betrachtet werden kann.[1]) Unter der speziellen Voraussetzung des E.-G. aber läßt es dann weiterhin auch wieder das Präzisionsmaß $h = \frac{1}{M\sqrt{2}}$ angeben (vgl. S. 108). Auch kann man die Abhängigkeit der übrig bleibenden Widersprüche von der in a_i, b_i usw. ausgedrückten Abstufung der Versuchsbedingungen in Kurvenform dar-

1) Im nächsten Paragraphen (§ 27 b,1) wird übrigens zur Sprache kommen, daß das am allgemeinsten vergleichbare, sogen. „wahre" Streuungsmaß M nicht der Quadratwurzel aller n verwendeten Beobachtungen überhaupt, sondern nur derjenigen der überschüssigen umgekehrt proportional zu denken ist. Hiernach müßte also in obiger Formel für M der Nenner n unter dem Wurzelzeichen durch n — m ersetzt werden, wenn m die Zahl der zu bestimmenden Unbekannten, hier also 3, und somit n — m die Zahl der überschüssigen Beobachtungsgleichungen bedeutet. (Vgl. Weinstein, a. a. O. S. 97 f.) Es wäre also dann nach der Berechnung von x, y und z das vergleichbarste Streuungsmaß

$$M = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots v_n^2}{n - 3}}.$$

stellen.[1]) Bei wirklich zufälligen Fehlern ist auch hier zu erwarten, daß positive und negative Fehler in zufälliger Reihenfolge abwechseln. Ein ruhigerer Verlauf der Fehler bei Ordnung der B.-Gl. nach a_i usw., insbesondere das Fehlen von Vorzeichenwechseln überhaupt, weist dagegen gewöhnlich darauf hin, daß die Widersprüche v_i nicht rein zufälliger Natur sind, sondern auf einem einseitig wirkenden Fehler im Ansatz [159] der Funktion f (x, y, z) selbst beruhen, die wir bisher als richtig voraussetzten. Dabei werden natürlich auf dem einseitigen Hauptzug der Fehlerkurve trotzdem noch kleinere Oszillationen aufgesetzt sein, die auf wirklich nur zufällige Schwankungen hinweisen. Bei richtiger Auswahl der Funktion f (x, y, z) müßten aber eben diese Oszillationen der v_i die Nulllinie selbst mehrfach durchkreuzen, und mit zunehmender Präzision der Beobachtungen gegen diese konvergieren. Nun läßt sich freilich nicht direkt angeben, wie die Widersprüche v_i im einzelnen bei einer Verbesserung der Funktion ausfallen würden, da die übrigbleibenden v_i zunächst einmal mit den unter der Voraussetzung dieser Funktion berechneten x, y, z gewonnen sind. Daher kann man von hier aus nicht anders weiter kommen, als daß man nunmehr zunächst einmal die zuerst ausgeglichenen x, y, z neben den nicht angezweifelten Stücken der n Beobachtungsgleichungen als wahre Werte betrachtet und die zu f (x, y, z) erforderlichen q Zusätze als neue Unbekannte aus q Normalgleichungen so bestimmt, daß das neue M′ womöglich noch kleiner ausfällt, und daß die Vorzeichen der ihm zugrunde liegenden v'_i einen zufälligen Wechsel einschließen. Obgleich also die „Fehler der Funktion" von den zufälligen „Beobachtungsfehlern" scharf zu trennen sind, denen sie gewissermaßen als die einem bestimmten Beobachtungsobjekt viel konstanter zugeordneten „Begriffsfehler" gegenübertreten, so sind sie doch überall im konkreten Ansatze der Beob.-Gl. aufs engste mit ihnen verknüpft und können daher nur mit ihnen zugleich schrittweise durch die Methode der kleinsten Quadrate[2]) eliminiert werden, solange man über sie nichts weiter weiß, als daß der Ansatz durch sie verfälscht wird. Nach der Berechnung der neuen Zusätze kann man natürlich sachgemäß auch die x, y, z nochmals einem neuen Ausgleichungsverfahren mittels der n verbesserten Beobachtungsgleichungen von der Form f̲ (x, y, z)

1) Vgl. E. Mosch, Zur Methode der richtigen und falschen Fälle im Gebiete der Schallempfindungen, in Wundt, Phil. Stud. XIV, 1898, S. 491 ff.

2) Wenn man über das Zusammenwirken der zufälligen Beobachtungsfehler und des Ansatzes der Funktion f (x, y, z) gar keine weiteren Voraussetzungen machen will, so sucht man bei Bestimmung der q neuen Bestandstücke der Funktion bisweilen aus den n Beobachtungsgleichungen f (x, y, z) an Stelle des Systems [162] der Methode der kleinsten Quadrate eben nur überhaupt q Kombinationen, also „Normalgleichungen" im übertragenden Sinne, in einer solchen Form abzuleiten, daß selbst eine größere Anzahl von Unbekannten möglichst bequem berechnet werden kann. Dies leistet das sogen. Cauchysche Interpolationsverfahren, das z. B. von Mosch in der S. 134, A. 2 genannten Arbeit nach Bruns' Grundl. des wissensch. Rechnens S. 155 angewandt wurde. Man braucht sich hierzu bei s = 3 Unbekannten in den Gleichungen [164] die Koeffizienten a_i, b_i, c_i, d. h. die $\frac{\delta v_i}{\delta t_{(t=x,y,z)}}$ nur durch 3 Reihen von je n beliebigen Koeffizienten A_i, B_i, C_i ersetzt zu denken, so daß

$$v_1 A_1 + v_2 A_2 \text{ usw.} = 0,$$
$$v_1 B_1 + v_2 B_2 \text{ usw.} = 0,$$
$$v_1 C_1 + v_2 C_2 \text{ usw.} = 0,$$

unterwerfen, um sie noch genauer zu berechnen, bis man die Fehlerkurve von systematischen Einflüssen hinreichend befreit zu haben glaubt.

b) Das allgemeine Schema für die Ausgleichung bei nicht linearen Beobachtungsfunktionen (das sogen. Korrektionsverfahren).

Die Funktionen, die im nächsten Kapitel nach diesem Ausgleichungsverfahren zu behandeln sein werden, sind jedoch teilweise nicht von so einfacher Form wie die lineare Gleichung [161], auf die sich die Ableitung der Gaußschen „Normalgleichungen" [166] allein bezieht. Hat man es also mit algebraischen Gleichungen höherer Ordnung oder, wie unten, mit transzendenten zu tun, so muß man aus diesen zunächst erst einmal lineare Gleichungen ableiten. Das einfachste und bei endlichen und stetigen Funktionen ganz allgemein anwendbare Hilfsmittel hierzu ist die teilweise Entwicklung der Taylorschen Reihe, d. h. des Satzes

$$f(x+h)-f(x)=h\cdot f_1(x)+\frac{h^2}{1\cdot 2}f_2(x)+\cdots\frac{h^n}{1\cdot 2\cdots n}f_n(x+\alpha h), \qquad [171]$$

wobei $f_n(x)$ den n ten Differentialquotienten von $f(x)$ nach x bedeutet. Dieser Satz gilt bei Weglassung höherer Potenzen von h wenigstens mit einer gewissen Annäherung. Zur Erzielung von linearen Hilfsgleichungen hat man sich freilich auf die weitgehendste Abkürzung

$$f(x+h)-f(x)=h\cdot\frac{dy}{dx} \qquad [172]$$

zu beschränken. Bei unendlich kleinem h wäre dies natürlich einfach die Definitionsgleichung des Differentialquotienten

$$\frac{dy}{dx}=\frac{f(x+h)-f(x)}{h},$$

die aber auch bei kleinem endlichen h ebenfalls noch annäherungsweise zutrifft, und zwar um so besser, je weniger und je ruhiger sich $\frac{dy}{dx}$ mit x ändert, je kleiner also hiermit die höheren Ableitungen $f_2(x)=\frac{d^2y}{dx^2}$ usw. ausfallen. (Am vollständigsten träfe dies natürlich bei einer geraden Linie zu, bei der alle höheren Ableitungen ganz verschwinden, die aber eben andererseits dieses Umweges für die Normalgleichungen gar nicht bedarf.)

---

und zwar beschränkt man sich bei dem Cauchyschen Verfahren auf die Koeffizienten +1, 0, —1. Allerdings kann von diesen Voraussetzungen aus das Resultat kein minimales Fehlerquadrat garantieren. Es können höchstens die zufälligen Abweichungen der +1, 0 und —1 von den zu jenem Erfolge wirklich befähigten a_1, b_1 usw. wiederum eine Art von Kompensation einseitiger Verschiebungen herbeiführen. Man wird daher in allen Fällen, wo über die Fehler nichts Bestimmtes bekannt ist, besser von der Methode der kleinsten Quadrate Gebrauch machen, wie es auch bei unseren Ausgleichungen in § 31 geschehen wird. Beiläufig bemerkt, wäre bei dem Cauchyschen Verfahren natürlich wegen der prinzipiellen Freiheit hinsichtlich der A_1, usw. die bei der Methode der kleinsten Quadrate unzulässige Multiplikation einzelner B.-Gleichungen mit verschiedenen Faktoren nicht zu tadeln, falls sie eben nur bequemeres Rechnen erlaubt als die Beschränkung auf +1, 0 und —1.

In unseren Beobachtungsgleichungen kommen freilich meistens sogleich mehrere Unbekannte vor, so daß die Verallgemeinerung dieser Annäherung

$$f(x+\xi, y+\eta, z+\zeta\cdots)=f(x,y,z\cdots) + \xi\cdot\frac{\delta f}{\delta x}+\eta\frac{\delta f}{\delta y}+\xi\cdot\frac{\delta f}{\delta z}\cdots \quad [173]$$

notwendig wird, in der außer den endlichen kleinen Zuwüchsen ξ, η und ζ zu den x, y, z noch die partiellen Ableitungen der Funktion nach jeder der drei Unbekannten vorkommen, und die sich ganz entsprechend auch für beliebig viele Unbekannte entwickeln läßt.

Zur Anwendung auf unsern Fall ist daher zunächst erforderlich, daß man sich auf irgend eine Weise Annäherungswerte x_0, y_0, z_0 verschafft, die sich von den wahren Unbekannten x, y, z nur noch um die endlich kleinen unbekannten Fehler ξ, η, ζ entfernen, die positiv oder negativ sein können, so daß

$$\begin{aligned} x &= x_0 \pm \xi \\ y &= y_0 \pm \eta \\ z &= z_0 \pm \zeta \end{aligned} \quad [174]$$

zu setzen ist. Nach Einführung dieser Werte $x_0+\xi$ usw. in die n Beobachtungsgleichungen für x, y, z wendet man Gleichung [173] an, d. h. man entwickelt die nunmehr von x_0, y_0, z_0 abhängig gedachte Funktion $f(x_0\pm\xi, y_0\pm\eta, z_0\pm\zeta)$ nach Potenzen der ξ, η, ζ bis zur ersten Potenz und erlangt dadurch eben die zu Gl. [161] analogen n neuen B.-Gleichungen. Bei ihnen ist also die beobachtete Größe l_i als Funktion der wahren, durch die Unbekannten ξ, η, ζ verbesserten x, y, z gedacht, so daß sie in der Taylorschen Reihe an die Stelle von $f(x_0+\xi, y_0+\eta, z_0+\zeta)$ tritt. Es ist daher

$$l_i - f_i(x_0,y_0,z_0) = \xi\cdot\frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta x_0} + \eta\cdot\frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta y_0} + \zeta\cdot\frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta z_0}. \quad [175]$$

In diesen n B.-Gleichungen ist nach Einsetzung der Annäherungswerte x_0, y_0, z_0 alles bekannt, bis auf die nunmehr wirklich nur in der ersten Potenz vorkommenden Größen ξ, η, ζ. Nach der Substitution

$$\begin{aligned} \lambda_i &= l_i - f_i(x_0,y_0,z_0) \\ a'_i &= \frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta x_0} \\ b'_i &= \frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta y_0} \\ c'_i &= \frac{\delta f_i(x_0,y_0,z_0)}{\delta z_0} \end{aligned} \quad [176]$$

für die Größen der l_i, a_i, b_i und c_i der Normalgleichungen [166] bzw. ihrer Auflösungen [167] bis [170] erhält man also ξ, η, ζ als positive oder negative Größen, woraus sich die wahrscheinlichsten x, y, z sogleich nach

[174] ergeben. Da aber hierbei die nur annähernd gültige Gleichung [173] verwendet wurde, so werden auch die endlich nach Einsetzung der x, y, z selbst übrigbleibenden Widersprüche v_i nur ein angenähertes Minimum ergeben. Bisweilen empfiehlt es sich daher, die so gewonnenen x, y, z als neue Annäherungen x'_0, y'_0, z'_0 aufzufassen und hiermit auch zur Berechnung passender ξ', η', ζ' das Glück von neuem zu versuchen, bis man mit dem resultierenden M zufrieden sein zu können glaubt. Die Einzelheiten der Anwendung dieses Näherungsverfahrens werden aus den Beispielen des nächsten Kapitels am besten zu ersehen ein.

Als eine allgemeine Regel zur Erzielung von Näherungswerten sei schon hier auf die mehrfache Berechnung der m Unbekannten aus je m Beobachtungsgleichungen hingewiesen. Bei $n \gtreqless pm$ B.-Gleichungen kann man dann schließlich ein Mittel aus p Einzelwerten jeder Größe gewinnen, z. B. bei $p = 3$ aus je drei $f_i(x, y, z)$ mit den kleinsten, mittleren und größten Werten eines der Koeffizienten, z. B. a_i. In § 31 wird insbesondere auch Fechners „Summationsverfahren" erwähnt werden. Doch kann die speziellere Kenntnis der Funktion, wie wir sehen werden, auch noch einfachere Näherungsmethoden an die Hand geben.

27. Die Unterscheidung der auszugleichenden Beobachtungen nach ihrem „Gewicht".

a) Die unmittelbare Ableitung der Gewichtsmodifikation der Ausgleichungsrechnung aus dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate.

1. Bei der soeben betrachteten Kombination mehrerer Beobachtungen l_i zur ausgleichenden Berechnung der Konstanten x, y, z darf häufig den einzelnen l_i nicht der nämliche Einfluß auf diese Bestimmung eingeräumt werden, der ihnen zugestanden wäre, wenn man einfach das mittlere Quadrat der von ihnen abhängigen v_i selbst zu einem Minimum machen würde. Man bestimmt in solchen Fällen die x, y, z vielmehr so, daß erst das Mittel der mit besonderen Faktoren p_i multiplizierten Fehlerquadrate, d. h.

$$M^2 = \frac{v_1^2 p_1 + v_2^2 p_2 \cdots + v^2 p_s}{p_1 + p_2 \cdots + p_s} \qquad [177]$$

ein Minimum wird. Diese Formel ist also eine ganz analoge, wie man sie nach dem allgemeinen Prinzip der Methode erhalten würde, wenn man statt jedes einzelnen l_i immer eine ganze Reihe von p_i unter sich numerisch gleichen Werten l_i beobachtet hätte. Denn die p_i haben ja in Formel [177] ganz die nämliche Funktion wie die absoluten Häufigkeitszahlen Z_i in den früheren Formeln für die repräsentativen Durchschnitte im Sinne des § 15. Wo man aber nun bei irgend einer dieser Durchschnittsberechnungen, also z. B. auch bei Ableitung des Hauptwertes $\mathfrak{A}$ selbst, die Einzelwerte nicht deshalb mit verschiedenen Verhältniszahlen p_i versieht, weil sie wirklich so oft in der nämlichen Weise beobachtet worden wären, sondern weil man ihnen aus anderen Gründen nicht den nämlichen Einfluß auf den Durchschnitt zukommen lassen will, da bezeichnet man diese Faktoren als „Gewichte", mit denen man die einzelnen Werte gewissermaßen wie numerische Qualitäten zur resultierenden Qualität des Durchschnittes mischt.

2. Bevor wir uns nun zu der speziellen Gewichtsmodifikation des vorhin beschriebenen Ausgleichungsverfahrens wenden, auf die es uns hier vor allem ankommt, sei hier zunächst noch kurz eine ganz elementare Verwendung des Gewichtsbegriffes erwähnt, die übrigens unter der Voraussetzung des Gaußschen Gesetzes auch in der Ableitung jener Gewichtsmodifikation der Methode der kleinsten Quadrate vorkommt[1]), nämlich die stufenweise Berechnung von höheren Generalmitteln $\mathfrak{A}$, M^2 usw. aus Partialmitteln $\mathfrak{A}_i$, $M_i{}^2$ ($i = 1$ bis s). Hierbei repräsentieren die letzteren ihrerseits bereits eine verschiedene Anzahl p_i tatsächlich gemachter Elementarbeobachtungen, die unter sich allerdings nicht mehr, wie in Absatz 1, gleichlautende, sondern beliebig verschiedene Zahlenwerte sind, aber dabei doch im Endresultat völlig gleichmäßig berücksichtigt werden sollen. In diesem Falle gilt offenbar der einfache Satz, daß das Generalmittel unter Berücksichtigung der „Gewichte" p_i aus den Partialmitteln ebenso gefunden wird, als ob man es unmittelbar aus den Elementarbeobachtungen berechnet hätte. Wenn also z. B

$$\mathfrak{A}_i = \frac{a_{i,1} + a_{i,2} + \cdots a_{i,p_i}}{p_i},$$

so daß

$$\mathfrak{A}_i \, p_i = a_{i,1} + a_{i,2} + \cdots a_{i,p_i},$$

so ist auch

$$\mathfrak{A} = \frac{\Sigma(a_{i,1} + a_{i,2} + \cdots a_{i,p_i})}{\Sigma p_i} = \frac{\Sigma \mathfrak{A}_i p_i}{\Sigma p_i}. \qquad [178]$$

Ebenso gilt dann natürlich auch für M^2 ein ganz analoger Satz, der mit der Formel [177] bis auf die Ersetzung der dortigen $v_i{}^2$ durch die $M_i{}^2$, d. h. durch die partiellen „mittleren Fehler", völlig übereinstimmt, indem

$$M^2 = \frac{\Sigma M^2_i p_i}{\Sigma p_i}. \qquad [179]$$

Bei einer einfachen Durchschnittsberechnung haben diese Sätze allerdings höchstens als Rechnungskontrollen Bedeutung, da man natürlich einen Durchschnitt aus $n = \Sigma p_i$ unter sich gleichwertigen Beobachtungen stets am einfachsten aus diesen selbst finden wird, ohne überhaupt eine Gruppenbildung vorzunehmen. In der Methode der kleinsten Quadrate kann indessen wenigstens für die Berechnung der Unbekannten x, y, z von einem analogen Gewichtsverfahren Gebrauch gemacht werden, falls für die einzelnen Kombinationen a_i, b_i, c_i der systematisch variierten Unabhängigen der Beobachtungsgleichung [159] mehrere, und zwar für jedes a_i, b_i, c_i wiederum verschieden viele (p_i) Beobachtungen $l_{i,1}$, $l_{i,2} \cdots l_{i,p_i}$ vorliegen, denen man sämtlich den gleichen Einfluß auf die Ausgleichung zugestehen will. Denn da die mehrfach beobachtete Größe l nur in der ersten Potenz vorkommt, so bleibt es sich offenbar ganz gleich, ob man bei Bildung der Summenwerte für die Endformeln [166] für jede Elementarbeobachtung $l_{i,r}$

1) Vgl. z. B. Weinstein, a. a. O.

($r = 1$ bis p_i) einen besonderen Summande $n a_i^2, b_i^2, c_i^2 \cdots a_i l_{i,r}, b_i l_{i,r}, c_i l_{i,r}$ ansetzt, oder ob man zunächst das arithmetische Mittel der Beobachtungen $L_i = \frac{\Sigma l_{i,r}}{p_i}$ ableitet und dann für die Kombination a_i, b_i, c_i immer nur einen einzigen mit p_i multiplizierten Summanden $p_i a_i^2$, $p_i b_i^2$, usw.; $p_i a_i L_i = p_i a_i \frac{\Sigma l_{i,r}}{p_i}$ usw. ansetzt. Die p_i Beobachtungsgleichungen können somit durch die einzige mittlere Gleichung

$$L_i = \frac{\Sigma l_{i,r} \, (r = 1 \text{ bis } p_i)}{p_i} = a_i x + b_i y + c_i z \quad [180]$$

vom „Gewicht" p_i, und das System der früheren Normalgleichungen durch

$$\begin{aligned} [aap]\,x + [abp]\,y + [acp]\,z &= [alp] \\ [bap]\,x + [bbp]\,y + [bcp]\,z &= [blp] \quad [181] \\ &\text{usw.} \end{aligned}$$

ersetzt werden, ohne daß die Resultate x, y, z der Ausgleichung sich ändern. Will man aber dann das mittlere Quadrat der Fehler bestimmen, die von den so berechneten l'_i übriggelassen werden, also

$$n \cdot M^2 = \Sigma [(l_i' - l_{i,1})^2 + (l_i' - l_{i,2})^2 + \cdots (l_i' - l_{i,p_i})^2], \quad [182]$$

so kann das arithmethische Mittel der Beobachtungen L_i nicht mehr erleichternd beigezogen werden, da die l in dem Ausdruck [182] in der zweiten Potenz vorkommen und daher $\Sigma (l_i' - L_i)^2 p_i$ etwas ganz anderes ergibt. Die den M_i der Gl. [179] entsprechenden Werte sind eben nur aus den Elementarfehlern $l_i' - l_{i,r}$ der Gl. [182] selbst abzuleiten.

3. Die Sachlage, welche die hier weiterhin vor allem wichtige Gewichtsmodifikation dieser Ausgleichungsmethode notwendig macht, besteht aber nun darin, daß den Elementarbeobachtungen l_i, von denen wir zunächst wieder nur eine einzige für jeden Wert der gegebenen Unabhängigen a_i usw. voraussetzen, nicht mehr die gleiche Bedeutung zuerkannt werden kann, sondern daß sich die Präzision, mit der man l_i beobachtet, mit diesen systematisch abgestuften Wertkombinationen a_i, b_i, c_i der Gleichung [159] in mehr oder weniger genau bekannter Weise ändert. Nehmen wir z. B. den später allein vorkommenden Fall an, daß der beobachtete Wert l_i nur von einer einzigen systematisch variierten Größe a_i und den gesuchten Konstanten x, y, z abhängig sei, d. h. daß $l_i = f(a_i, x, y, z)$, so setzen wir nunmehr weiterhin noch voraus, daß auch die „Präzision" der Beobachtung von l trotz möglichst gleicher kontrollierbarer Bedingungen eine bekannte Funktion jener gegebenen Variablen a_i bilde. Dabei bedeutet die „Präzision" wieder, wie bisher, die Reziproke zu einem Durchschnitt der Abweichungen der p_i-fach wiederholten Beobachtungen $l_{i,r}$ ($r = 1$ bis p_i) von irgend einem Hauptwerte, also vor allem von $L_i = \frac{\Sigma l_{i,r}}{p_i}$. Es ist für das Folgende allerdings über die spezielle Form der Verteilung dieser Einzelfälle $l_{i,r}$ gar keine weitere Voraussetzung notwendig, insbesondere sind die folgenden

Betrachtungen wieder ebenso wie alle unsere bisherigen Überlegungen über die Methode der kleinsten Quadrate, von der Annahme des einfachen E.-G. ganz unabhängig. Doch ist natürlich eine Differenzierung der Genauigkeit unserer Beobachtungen an den verschiedenen Stellen a_i nur dadurch möglich, daß man erstens überhaupt an die Möglichkeit einer mehrfachen Beobachtung der Größe l an dieser Stelle, also an eine ganze Mannigfaltigkeit $l_{i,r}$ denkt, und daß man dieser dabei zweitens nach irgend welchen Anhaltspunkten wenigstens ein bestimmtes „Streuungsmaß" als Funktion von a_i zuzuschreiben vermag, wie wir es schon immer vor allem in dem mittleren Fehler $M_i^2 = \frac{\Sigma(l_i - L_{ir})}{p_i}$ gefunden haben.

Die voraussetzungsloseste Methode, über die Veränderung dieses Wertes M_i bei Variation des a_i ins klare zu kommen, bleibt natürlich auch hier seine rein empirische Ermittlung durch eine vielfach wiederholte Beobachtung unter möglichst konstanten Versuchsbedingungen. Der äußere Prospekt dieses Verfahrens wäre also der nämliche, wie wir es im vorigen Absatz 2) voraussetzten, als es sich um die Ausgleichung einer Reihe mehrfacher Beobachtungen l_{ir} handelte. Nur waren eben dort diese l_{ir} an allen Stellen a_i als gleich „scharf" gedacht. Die Unbekannten x, y, z hätten also dort auch unmittelbar aus den Mittelwerten L_i ohne weiteren Gewichtszusatz ermittelt werden können, wenn die der Wiederholungszahl entsprechenden „Gewichte" $p_i = p$ für sämtliche a_i gleich groß gewesen wären, so daß man das System [181], wie S. 134 erwähnt, im ganzen mit p hätte dividieren dürfen. Ist aber das Streuungsmaß M_i^2 dieser p Wiederholungen jeder Beobachtung $f(a_i)$ ebenfalls von a_i abhängig, so müssen die einzelnen Mittelwerte L_i bei der Ermittlung der Unbekannten x, y, z eben trotz der gleichen Zahl p der Elementarbeobachtungen l_{ir} mit verschiedenen „Gewichten" in diesem neuen, hier erst zu entwickelnden Sinne in die Ausgleichung einbezogen werden, und ebenso muß dann bei der Berechnung des Ausgleichungskriteriums M^2 aus den übrig bleibenden Elementarfehlern $l_i' - l_{i,r}$, auf die man auch hier wenn möglich stets zurückgehen wird, jede Gruppe l_{ir} mit diesem besonderen Gewichten versehen werden.

Außer diesem rein empirischen Verfahren, das die Genauigkeit innerhalb der auszugleichenden Mannigfaltigkeit der Beobachtungen selbst zu differenzieren gestattet, ist natürlich auch wieder der Weg der empirischen Verallgemeinerung auf Grund früherer ähnlicher Versuchsreihen möglich. Hat man also einmal unter ganz ähnlichen Umständen einen gesetzmäßigen Einfluß der Stelle a_i auf die Präzision von l_i erkannt, so wird man in einer späteren Reihe von Beobachtungsgleichungen $f(a_i)$ auch vereinzelte Werte l_i immer nur so viel Vertrauen entgegenbringen, als es der speziellen Stelle der Funktion entspricht. Weiterhin läßt sich aber bisweilen auch wieder bereits a priori etwas über die Streuung aussagen, die man bei Beobachtungsgegenständen bestimmter Art für die einzelnen l_i zu erwarten hat. Dieser Fall wird uns sogar gerade in dem Hauptbeispiele begegnen, in welchem diese Gewichtsmodifikation in unseren psychophysischen Resultaten vorkommt, bei der Ausgleichung der Verteilungsfunktion beobachteter relativer Häufigkeiten. Doch werden wir auch in diesem

Falle die Verbindung des theoretischen Wahrscheinlichkeitskalküls mit der empirischen K.-L. als den sichersten Weg erkennen. Jedenfalls ist es aber wieder besonders wertvoll, daß jene apriorischen Überlegungen hier speziell über den „mittleren Fehler“ M, den wir als Streuungsmaß benutzen, allgemeinere Erwartungen ermöglichen. Auch abgesehen davon erscheint es aber wohl nur konsequent, wenn man in einem Verfahren, das, wie die Methode der kleinsten Quadrate, durchaus auf die generelle Bedeutung des mittleren Fehlers als eines von speziellen Verteilungsgesetzen unabhängigen Streuungsmaßes gegründet ist, dieses Kriterium der Genauigkeit nicht nur da anwendet, wo es sich um die Einschätzung der übrigbleibenden Fehler v_i innerhalb der gesamten Mannigfaltigkeit der Beobachtungen $f(a_1)$, $f(a_2) \cdots f(a_s)$, handelt, sondern schon da, wo zunächst einmal die mögliche Präzision an den einzelnen Stellen a_i überhaupt einzuschätzen ist.

Erweisen sich also die Beobachtungen der Funktion aus irgend einem Grunde für die einzelnen l_i nicht als gleich genau, so wird man auch die Konstanten x, y, z der Funktion $f(a_i, x, y, z)$ aus den a_i und l_i nicht in der Weise ableiten, daß man sämtliche übrigbleibenden Fehler $v_i = l_i' - f_i$ völlig gleichmäßig möglichst klein zu machen sucht. Bei denjenigen Werten von a_i, bei denen eine gegebene Beobachtung l_i wegen ihrer größeren Streuung durchschnittlich größere Abweichungen von irgend einer „Norm“ zeigen muß, gleichgültig, wie man dieselbe im einzelnen ansetzen mag, wird man vielmehr auch einen größeren übrigbleibenden Fehler v_i mit in Kauf nehmen, als an den Stellen, an denen nach den sonstigen Erfahrungen und Überlegungen nur ganz geringe Abweichungen der tatsächlichen Beobachtung l_i von dem Werte l_i', den man für a_i mittels der versuchsweise angesetzten Funktion $f(a_i, x, y, z)$ bestimmt hat, auf Rechnung des Zufalles gesetzt werden dürfen. Denn man hat ja doch bei jeder solchen Ausgleichung auch bei gleichem Gewichte der l_i ganz allgemein die Funktion $f(a_i, b_i, \cdots x, y \cdots)$ so zu wählen, daß sich die übrigbleibenden Fehler auch ihrem absoluten Werte nach möglichst innerhalb der Grenzen halten, denen man empirisch oder a priori eine hinreichende Wahrscheinlichkeit zugestehen kann. Wenn also auch einzelne Beobachtungen bei einem bestimmten System von Werten x, y, z einmal relativ sehr fehlerhaft erscheinen dürfen, im Mittel sollen sie den empirischen, durch Wiederholung der Beobachtungen l_i nachweisbaren Fehlerrepräsentanten, genau genommen, nicht überschreiten. Bei einer verschiedenen Genauigkeit an den einzelnen Stellen wird man aber dann offenbar auch überall einen verschiedenen Spielraum zu gewähren haben. Auch hier kann also, so wenig wie bei gleicher Präzision an allen Stellen, über den einzelnen, als zufällig betrachteten Fehler als solchen aus dem Streuungsmaß etwas gefolgert werden. Daher wird auch an den ungenaueren Stellen tatsächlich oft eine kleinere Abweichung von der bei einer tatsächlichen Wiederholung feststellbaren Norm vorliegen als an anderen Stellen, so daß diese Einzelbeobachtung, um die Funktion an ihrer Stelle a_i nahe genug an diese Norm heranzuziehen, in diesem speziellen Falle eigentlich gerade einmal mit einem besonders hohen Gewicht eingerechnet werden müßte. Aber durchschnittlich kommt man eben doch der Norm des gesamten Verlaufes der Funktion, wenigstens bei der Berücksichtigung einer hinreichenden Zahl von Stellen a_i, dann am nächsten, wenn man überall

den von bestimmten Werten x, y, z zu erwartenden Fehler v_i nur im Verhältnis zu der normalen Streuung an dieser Stelle a_i auffaßt, d. h. also ihn bei dem weiteren Kalkül überhaupt nur noch als $\frac{v_i}{M_i}$ in Betracht zieht. Somit läßt sich also auch das Prinzip dieser Gewichtsmodifikation des Ausgleichungsverfahrens kurz in der Weise formulieren, daß man die übrigbleibenden Fehler v_i der Funktion von vorne herein nicht in den gleichen Maßeinheiten, sondern gemessen in den Einheiten des Streuungsmaßes M_i ihrer Stelle a_i in Anschlag bringt, wobei sie eben als $\frac{v_1}{M_1}, \frac{v_2}{M_2} \cdots \frac{v_n}{M_n}$ erscheinen. Dies heißt aber nun keineswegs etwa auch schon so viel, daß man $\frac{1}{M_i}$ als das „Gewicht" der einzelnen l_i in der Ausgleichung betrachten würde. Dieser Wert ergibt sich vielmehr erst aus dem speziellen Ausgleichungsmodus, bei dem man eben nicht die Summe der einfachen Fehler selbst, sondern ihrer Quadrate durch geeignete Bestimmung der x, y, z zu einem Minimum zu machen sucht, d. h. es soll, unter Berücksichtigung unserer neuen Maßeinheiten der übrigbleibenden Fehler v_i,

$$\frac{v_1^2}{M_1^2} + \frac{v_2^2}{M_2^2} + \cdots \frac{v_n^2}{M_n^2} \text{ ein Minimum}$$

werden. Die Bedingung hierfür ist aber

$$\frac{\delta \frac{\Sigma v_i^2}{M_i^2}}{\delta x} = \frac{\delta \frac{\Sigma v_i^2}{M_i^2}}{\delta y} = \frac{\delta \frac{\Sigma v_i^2}{M_i^2}}{\delta y} = 0. \qquad [183]$$

Nun sind die Streuungsmaße M_i von der Wahl der Konstanten x, y, z völlig unabhängig, da sie ja gewöhnlich entweder aus einem ganz anderen Beobachtungsmaterial verallgemeinert oder aus apriorischen Überlegungen entnommen sind und selbst in dem Falle, wo das neue Material selbst in der oben genannten Weise zu ihrer rein immanenten Bestimmung ausreicht, zunächst ganz unabhängig von der Ausgleichung berechnet werden müssen. Somit gehen also die obigen Gleichungen wie bei [163] einfach über in

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{M_1^2} \cdot v_1 \cdot \frac{\delta v_1}{\delta x} + \frac{1}{M_2^2} v_2 \frac{\delta v_2}{\delta x} + \cdots \frac{1}{M_n^2} v_n \frac{\delta v_n}{\delta x} = 0 \\
&\frac{1}{M_1^2} v_1 \frac{\delta v_1}{\delta y} + \cdots \qquad = 0 \\
&\frac{1}{M_1^2} v_1 \frac{\delta v_1}{\delta z} + \cdots \qquad = 0. \qquad [184]
\end{aligned}$$

Nach Einsetzung der v_i aus den linearen Gleichungen [161 a] unterscheiden sich also die neuen Normalgleichungen von den früheren nur durch die Faktoren $\frac{1}{M_i^2}$, indem

$$0 = (a_1 x + b_1 y + c_1 z - l_1)\, a_1 \frac{1}{M_1^2} + \cdots (a_n x + b_n y + c_n z - l_n)\, a_n \frac{1}{M_n^2}$$

usw.

Nach der Gaußschen Schreibweise lauten diese also schließlich, wenn $\frac{1}{M}$ im Summenzeichen allgemein verwendet wird,

$$\left[aa \frac{1}{M^2}\right] x + \left[ab \frac{1}{M^2}\right] y + \left[ac \frac{1}{M^2}\right] z = \left[al \frac{1}{M^2}\right], \quad [185]$$

usw.

d. h. es hat $\frac{1}{M^2}$ hierin völlig die Stellung des p, das wir im vorigen Absatze als „Gewicht" in dem elementaren Sinne kennen lernten, daß es der Zahl gleichwertiger Beobachtungen entsprach, die wenigstens bei der Berechnung von x, y, z von ihrem Mittel L_i repräsentiert werden konnten. Nicht $\frac{1}{M_i}$, sondern $\frac{1}{M_i^2}$ hat also auch als das „Gewicht" der Einzelbeobachtung l_i zu gelten, insofern sie aus einer Mannigfaltigkeit mit dem Streuungsmaß M_i entnommen erscheint.

Für die Auflösungen dieser Gleichungen sind dann ebenso wie bei [166] ohne weiteres wieder die Formeln [167] bis [170] zu verwenden, nachdem man nur in allen Klammern den Faktor p bzw. $\frac{1}{M^2}$ hinzugefügt hat.

Setzt man nun für die Mannigfaltigkeit der l_{ir} an jeder einzelnen Stelle a_i das Gaußsche Gesetz voraus, so sind die Verhältniszahlen des Gewichtes $\frac{1}{M_i^2}$ natürlich wegen [117] auch durch

$$\frac{1}{2} p_i = \frac{1}{2 M_i^2} = h_i^2,$$

zu ersetzen, da ja alle Beobachtungsgleichungen mit dem nämlichen Faktor $\frac{1}{2}$ multipliziert werden dürfen, d. h. die Gewichte sind in diesem Falle dem Quadrate des Präzisionsmaßes h_i der Beobachtungen an der Stelle a_i direkt proportional, ein Satz, der sich natürlich, allerdings ohne etwas Neues zu sagen, verallgemeinern läßt, wenn man das Präzisionsmaß h unabhängig vom einfachen E.-G. einfach durch die Gleichung $h = \frac{1}{M_i^2}$ definiert. Beim Gaußschen Gesetz stehen aber nach der Formel [118] und [121] auch die beiden anderen charakteristischen Fehler D und P zu M in einem konstanten Verhältnis, so daß die vergleichbaren Gewichte hier auch noch durch $\frac{1}{D^2}$ oder $\frac{1}{P^2}$ zu ersetzen sind. Außerdem können dann unter der nämlichen Voraussetzung die Einflüsse, die nach § 20 bzw. Formel [95a] von gewissen mit a_i zusammenhängenden Konstanten des Beobachtungsgegenstandes auf die Präzision h ausgeübt werden, ohne weiteres auch auf die Quadratwurzel des Gewichtes bei Anwendung der Methode der kleinsten

Quadrate übertragen werden. Doch wollen wir diese speziellen Einflüsse, auf denen insbesondere auch die konkrete Bedeutung dieses Paragraphen für unsere psychophysischen Probleme beruht, weiterhin ebenfalls völlig unabhängig vom einfachen E.-G. ins Auge fassen.

b) Die wichtigsten Anwendungen des Gewichtskalküles in der Psychophysik.

1. Der Einfluß der Versuchszahl.

1. Daß auch in den Anwendungen der Ausgleichung nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate auf psychophysische Probleme die eben entwickelte Gewichtsmodifikation am Platze ist, wurde von H. Bruns bereits in seiner grundlegenden Abhandlung „Über die Ausgleichung statistischer Zählungen in der Psychophysik“ [1]) hervorgehoben. In der Praxis hat jedoch erst F. M. Urban in seiner schon erwähnten Abhandlung [2]) hiervon systematisch Gebrauch gemacht. Dabei hat er aber insbesondere auch in einem sehr homogenen und sorgfältig fraktionierten Versuchsmaterial über die nunmehr schon oft erwähnten Urteilsfunktionen $F_g(x)$, $F_u(x)$ und $F_k(x)$ von insgesamt 17850 auf 7 Versuchspersonen verteilten Einzelvergleichungen gehobener Gewichte die uns hier besonders erwünschte Gelegenheit gegeben, auch einmal rein empirisch die theoretischen Überlegungen nachzuprüfen, die auch bei diesen Urteilsfunktionen von Anfang an von seiten der Konstanten des Beobachtungsgegenstandes einen ganz bestimmten Einfluß auf die Präzision erwarten ließen. Da hier relative Häufigkeiten $l_i = z_i = F(x_i)$ beobachtet sind, so ist ja die Mannigfaltigkeit, die man bei wiederholter Beobachtung der Werte z_i bei dem gegebenen Werte der Unabhängigen a_i erhalten würde, gerade jener K.-G., für welchen die prinzipiellen apriorischen Erörterungen in § 20 aus den Sätzen der Kombinatorik ganz allgemein bestimmte Erwartungen ableiten ließen. Unter den speziellen Voraussetzungen, unter denen Laplace von dem einfachen Bernoullischen Theorem zum einfachen E.-G. fortschritt, könnte als Präzision der Beobachtung einer bestimmten r. H. $z_i = \frac{Z_i}{m}$ nach [95a] der Wert

$$h_i = \sqrt{\frac{m}{2 z_i (1 - z_i)}},$$

d. h. also als „Gewicht“ bei den Ausgleichungen der Funktion $F(a_i, x, y)$, die uns in § 31 weiter beschäftigen werden, der Wert

$$h_i^2 = \frac{m}{2 z_i (1 - z_i)} \qquad [186]$$

angenommen werden. Nach unserer Ableitung des Gewichtskalküles handelt es sich aber ja hierbei immer nur um den mittleren Fehler M_i, nicht aber auch zugleich um die spezielle Form der Streuung der einzelnen Möglichkeiten

1) In Wundts Phil. Stud. IX, 1894, S. 1 ff.

2) „Die psychophysischen Maßmethoden“ usw., Archiv f. d. ges. Psychologie XV, S. 256, 1909.

$\frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \ldots \frac{m}{m}$, die bei der kombinatorischen Ableitung einer bestimmten Wahrscheinlichkeit alle ins Auge gefaßt werden und deren Verteilung erst bei sehr hohem, in der Psychophysik niemals erreichtem m dem einfachen E.-G. folgt, während sie bei kleinem m viel unregelmäßiger ausfällt. Daher genügen zur Ableitung des nämlichen Gewichtes der beobachteten r. H. z_i auch schon die elementareren Überlegungen von Bernoulli bezüglich der Abhängigkeit des mittleren Fehlers von der mittleren (wahren) relativen Häufigkeit $\frac{Z_i}{m}$ für ein beliebig kleines m. Denn, wie schon in § 21 erwähnt wurde, ist das mittlere Quadrat der Abweichungen aller relativen Häufigkeiten, die bei einer unbegrenzten Fortsetzung von Gruppen zu je m Gliedern zu beobachten sind, von ihrem arithmetischen Mittel z_i ganz allgemein

$$M_i^2 = \frac{z_i(1 - z_i)}{m}, \quad [187]$$

woraus sich das Gewicht somit ebenso wie vorhin als

$$\frac{1}{M_i^2} = \frac{m}{z_i(1 - z_i)} \quad [188]$$

ergibt.

2. Hierin ist also zunächst eine direkte Proportionalität des Gewichtes zu der Anzahl m sämtlicher Fälle enthalten, die zur Beobachtung einer relativen H. stets vorausgesetzt ist und bei jenen Urteilsfunktionen in der Zahl m_i der Darbietungen einer bestimmten Stufe des Vergleichsreizes x_i besteht. Diese Zahl ist somit hier bereits notwendig, um überhaupt eine einzige Beobachtung $l_i = \frac{Z_i}{m_i}$ zu konstituieren. Aber insofern schließlich alle Beobachtungsgrößen A_x, falls überhaupt ihre Wahrscheinlichkeit im Verlaufe zufälliger Schwankungen auf die Kombinatorik zurückgeführt werden soll, zu relativen H. in Analogie gesetzt werden müssen, hat man schließlich, unterstützt von der tatsächlichen Erfahrung, jenen Satz über die Abhängigkeit des mittleren Fehlers von der Zahl der Fälle, die bei einer r. H. schon in einer einzigen Beobachtung enthalten sind, zu einem Satze über seine Abhängigkeit von der Zahl n der Beobachtungen verallgemeinern können, wenn er aus diesen nach der Formel $M = \frac{\Sigma v_i^2}{n}$ berechnet wurde, wobei also jeder einzelne Beobachtungsfehler v_i in Wirklichkeit nur einen einzigen Fall darstellt. Denn man braucht sich ja nur jede einzelne dieser n Beobachtungen ihrem „Gewichte“ nach als ein Äquivalent von je m Einzelfällen zu denken, dann entspricht der Variation von n diejenige eines Vielfachen ϱm solcher Einzelgruppen. Bei einer derartigen gleichmäßigen Fraktionierung von Beobachtungen über relative Häufigkeiten bleibt aber dann M^2 natürlich auch zu $\varrho m = n$ reziprok.

Außerdem erschien ja auch in Absatz 2 die Zahl p_i der Einzelbeobachtungen, die in einem Partialmittel M_i enthalten war, unmittelbar als „Gewicht“ für die Ausgleichung der Konstanten x, y, z, falls die Beobach-

tungen sämtlich gleich scharf waren, so daß nunmehr auch alle Gewichtsunterschiede, die sich zwischen den einzelnen l_i auf Grund einer verschiedenen Präzision ergeben, wenigstens zunächst bei der Bestimmung der Unbekannten x, y, z einer verschiedenen Anzahl unter sich gleichwertiger Beobachtungen äquivalent erachtet werden können.

Dieser einfache Einfluß der Versuchszahl m auf das Gewicht der rel. H. kommt indessen in der Praxis deshalb weniger in Betracht[1]), weil man sich von ihm wenigstens überall da, wo die ausgleichende Berechnung der Konstanten für die Verteilungsfunktion innerhalb einer gegebenen Beobachtung $F_g(x_i)$, $F_n(x_i)$ oder $F_k(x_i)$ notwendig wird, einfach dadurch frei machen kann, daß man die Anzahl m, wie schon S. 41 dringend anempfohlen wurde, von vornherein gleich macht.

2. Der Einfluß der beobachteten relativen Häufigkeit.

1. In dem Ausdruck [188]: $\frac{m}{z_i(1-z_i)}$ für das Gewicht rel. Häufigkeiten ist nun außerdem vor allem das Mittel z_i der beobachteten r. H. selbst enthalten. Sein spezieller Einfluß auf die Präzision ist aber natürlich

---

1) Eine sehr allgemeine theoretische Bedeutung erlangte dieser Satz, daß die Gewichte bzw. die Reziproken der Quadrate des mittleren Fehlers der meistens mit n bezeichneten Zahl der Beobachtungen direkt proportional sind, in der Abschätzung des Abstandes, welchen der „wahrscheinlichste" Wert des mittleren Fehlers, d. h. das mittlere Quadrat der Abweichungen von dem arithmetischen Mittel

$$\mathfrak{A} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots a_n}{n}$$

der tatsächlich beobachteten Größen a_x, von dem wahren mittleren Quadrat der Abweichungen einhält, die man auf das wahre Mittel $\mathfrak{A}'$ bezieht, das man höchstens bei unbegrenzter Versuchszahl unter völlig konstanten Umständen erreichen würde. Diese Differenz $\mathfrak{A}' - \mathfrak{A}$ wird hierbei selbst wiederum wie ein charakteristischer Fehler der ganzen Messung aus n Einzelbeobachtungen angesehen. Dann kann sich der Gewichtskalkül auf ihn allein und sein Verhältnis zu dem wahren mittleren Fehler M der n Einzelmessungen beziehen, mit dem er bei einer einzigen Messung natürlich identisch wäre, während man ihn bei deren Häufung so abnehmend denkt, wie sich eben M bzw. $\frac{1}{h\sqrt{2}}$ selbst mit der Vermehrung der Versuchszahl nach Gleichung [187] mindert*).

Bezeichnet man also die wahren Fehler der $\mathfrak{A}_i$ mit $V_i = \mathfrak{A}' - a_i$ und die auf das in der gewöhnlichen Weise abgeleitete $\mathfrak{A}$ bezogenen mit v_i, so gilt für das gesuchte wahre M einerseits, wie leicht auszurechnen ist:

$$M^2 = \frac{1}{n}\Sigma V^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots v_n^2}{n} + (\mathfrak{A}' - \mathfrak{A})^2 \qquad [189]$$

und andererseits, wegen der genannten Gewichtsüberlegung und nach dem oben genannten Satz [187]:

$$M : (\mathfrak{A}' - \mathfrak{A}) = \sqrt{n} : 1,$$

woraus sich zur Berechnung des wahren mittleren Fehlers M einer einzelnen n-fach gemessenen Größe aus den natürlich allein bestimmbaren wahrscheinlichsten Fehlern v die Formel ergibt:

$$M = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots v_n^2}{n-1}}, \qquad [190]$$

---

*) Vgl. Weinstein, a. a. O. S. 97 b.

als im Wesen des Gegenstandes selbst liegend hierbei niemals experimentell auszuschalten. Wenn man also z. B. die Schwankungen der einzelnen rel. H. $z_{l\nu} = F(a_l)$ eines Urteiles, die bei r-fach wiederholter Absolvierung der Gruppen zu je m Darbietungen für die nämliche Reizstufe a_l zu konstatieren sind, wirklich als **rein zufällige Effekte einer konstanten Mannigfaltigkeit unkontrollierbarer Nebenbedingungen** im Sinne des § 20 soll auffassen können, so muß ihr mittleres Fehlerquadrat, bezogen auf das arithmetische Mittel $z_l = \frac{\Sigma z_{l\nu}}{r}$, zu $z_l(1 - z_l)$ proportional sein. Da nun in der Praxis diese Annahme jedenfalls am nächsten liegt, solange weder über die spezielle Verteilung noch über die Ursachen der Variation der z_{lr} unter möglichst konstanten systematischen Bedingungen etwas Näheres bekannt ist, und da außerdem die strikte Widerlegung ihrer annähernden Gültigkeit immer nur an der Hand eines sehr ausgedehnten, nach großen Vielfachen ganzer Versuchsgruppen zu zählenden Materiales möglich wäre, so wird bei Ausgleichungen einer Urteilsfunktion F(a) nach § 30 und 31 diese spezielle Gewichtskorrektur, wie sie **Urban** in seinem dort näher erläuterten Verfahren vorgenommen hat, in Ermanglung anderer positiver Regeln vorläufig wohl angewendet werden können. Dabei sind freilich die Gewichtsunterschiede, die bei einer von 0 bis 1 aufsteigenden Kurve der Urteilshäufigkeit (vgl. § 14,3) durchlaufen werden, keineswegs unbeträchtlich. Da $z_l(1 - z_l)$ für $z_l = 0$ und $= 1$ verschwindet, so daß bei konstantem m das Gewicht

$$p_l = \frac{1}{z_l(1 - z_l)} \qquad [192]$$

an den Extremen E und E', wo eben $F(a) = 0$ bzw. 1 ist, unendlich groß werden würde, so muß man natürlich auch hier, wie beim einfachen E.-G. überhaupt, auf eine strenge Deckung der beobachteten und der theoretischen Verhältnisse in der Nähe der Extreme von vornherein verzichten. Denn man wird den in einer oder in einigen wenigen Reihen beobachteten Extremen nicht für alle beliebigen Reihen genau den nämlichen Wert 0 bzw. 1 zu-

d. h. der mittlere Fehler ist in Wirklichkeit bei endlichem n etwas größer, als er bei der einfachen Anwendung der Formel [18] ausfallen würde, und ähnliches gilt für die übrigen charakteristischen Fehler. Da indessen bei genügend großem n dieser Fehler ($\mathfrak{A}' - \mathfrak{A}$) für uns kaum in Betracht kommt und außerdem bei der stets erreichbaren Gleichheit des n der verglichenen Mittelwerte vollständig zu vernachlässigen ist, so werden wir im folgenden von dieser ohnehin ziemlich komplizierten Überlegung keinen Gebrauch machen und D und M überall einfach nach [17] und [18] bestimmen. Aus einer Verallgemeinerung dieser Betrachtung, welche in dem Nenner n — 1 bei der Messung einer einzigen Größe a die Zahl der **überschüssigen** Beobachtungen sieht, läßt sich dann auch die oben S. 134, A. 1 gegebene Korrektur des vergleichbaren mittleren Fehlers einer Bestimmung nach der Methode der kleinsten Quadrate ableiten. Da mindestens m Gleichungen zur Bestimmung von m Unbekannten **ohne** Ausgleichung nötig sind, so wird dort die Präzision der Ausgleichung mit der Quadratwurzel der Zahl n — m der überschüssigen Beobachtungsgleichungen fortschreiten, so daß bei sonst gleichem Gewicht der einzelnen l_i

$$M = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots v_n^2}{n - m}}. \qquad [191]$$

schreiben, bei dem M^2 wirklich zu Null würde. Dennoch zeigt der Verlauf von p_i auch schon z. B. zwischen $z_i = 0{,}1$ und 0,9 ein hinreichend großes Gefälle. Hierbei sinkt das Gewicht mit wachsendem z_i zunächst fortgesetzt, erreicht bei $z_i = 0{,}5$ ein Minimum und steigt von da genau symmetrisch wieder an, so daß man immer nur die eine Hälfte des Verlaufs zwischen $z_i = 0$ oder 1 einerseits und 0,5 andererseits zu betrachten braucht. So ist also für

z_i	= 0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
p_i nach [192]	= 11,1	6,25	4,76	4,16	4	4,16	4,76	6,25	11,1.

Eine genauere Tabellierung können wir uns indessen ersparen, da wir unten (§ 31a) Urbans eigene Tabelle für die hauptsächlichste Anwendung dieser Gewichtsmodifikation bringen, in der die p-Werte allerdings sogleich mit anderen, ganz speziellen Faktoren multipliziert sind. Jedenfalls zeigt aber auch schon diese kleine Tabelle, daß man den Beobachtungen in der Nähe der Extreme nur mit Unrecht manchmal eine geringere Bedeutung beimessen zu müssen glaubte. Übrigens bleibt die obige Reihe, nachdem sie zunächst sehr rasch abfiel, gegen die Mitte hin zwischen 0,4 und 0,6 fast konstant, so daß wenigstens in Versuchen, deren z sich enger um 0,5 gruppiert, von dieser Korrektur völlig abgesehen werden kann.

2. Das reiche empirische Material, das Urban selbst, wie gesagt, zum ersten Male zur Kontrolle der Voraussetzungen dieser ganzen Gewichtskorrektur beigebracht hat und an das man sich zunächst zu halten hat, wenn man von speziellen Verteilungsgesetzen absehen will, zeigt indessen bereits deutlich, daß die tatsächlichen Verhältnisse bei längeren Versuchsreihen über Urteilshäufigkeiten viel komplizierter liegen, und daß man, wie Urban selbst hervorhebt, kaum jemals mit einer solchen Konstanz des Ursachenkomplexes der Schwankungen rechnen darf, wie sie die einfache Anwendung des Bernoullischen Theorems gestatten würde. Wir wählen als Beispiel Urbans Vp. II, für welche dieses Theorem unter allen sieben Beobachtern noch relativ am besten erfüllt war, und hier wiederum die Funktion $F_k(a)$ der „Kleinerurteile", die hier etwas typischer verläuft als die g- bzw. u-Kurve. Es wurden 7 Reizstufen a_i (84 bis 108) dargeboten, und zwar jede Stufe in 9 Gruppen zu je 50 Einzelversuchen. Die folgende Tabelle enthält unter den mittleren rel. H. $z_i(\mathfrak{A})$ jeder Stufe a_i zunächst den nach Bernoulli berechneten mittleren Fehler

$$M_i' = \sqrt{\frac{z_i(1-z_i)}{50}}$$

der einzelnen rel. H., sodann darunter den „beobachteten" mittleren Fehler, und zwar den „wahrscheinlichsten" nach [190], der mit (n — 1) statt mit n gebildet ist, also

$$M_i = \sqrt{\frac{\Sigma(z_i - z_{i\nu})}{8}}.$$

Darunter ist der sog. „Divergenz-Koeffizient" Q für Vp. II und sodann das für alle sieben Beobachter bestimmte Mittel dieses Koeffizienten

angegeben, den Urban nach Lexis[1]) als Maß der Abweichung der Beobachtung von dem einfachen Bernoullischen Theorem berechnete[2]). In den Werten jener mittleren Fehler M' und M ausgedrückt[3]), ist

$$Q_i = \frac{M_i}{M_i'}.$$

Tabelle 8.

Stufe des Vergleichsreizes a_i	108	104	100	96	92	88	84
Arithmetisches Mittel der $z_{i\nu}$ aus 9 Gruppen zu je 50 Versuchen	0,0156	0,0956	0,2311	0,4489	0,7000	0,8622	0,9333
Berechneter mittlerer Fehler M_i'	0,0175	0,0415	0,0596	0,0703	0,0648	0,0488	0,0353
Beobachteter mittlerer Fehler M_i	0,0240	0,0924	0,0770	0,0633	0,0616	0,0307	0,0387
Divergenzkoeffizient	1,372	2,222	1,322	0,900	0,951	0,630	1,097
Mittel der entsprechenden D.-Koeffizienten aller 7 Vp.	1,151	1,314	1,513	1,788	2,088	1,422	1,301

Zur besseren Veranschaulichung der Streuung der einzelnen Gruppenwerte sind dann in Fig. 5 sämtliche beobachtete rel. H. je einer der 63 Gruppen zu je 50 Versuchen durch einen Punkt markiert. Bei wiederholter Beobachtung des nämlichen Wertes reihen sich die neuen Punkte nach rechts an den ersten. Um 90° nach links gedreht, gibt also Fig. 5 über einander die Streuung der Einzelbeobachtungen $z_{i\nu}$ in sieben (unstetigen) K.-G. Außerdem ist die mittlere Kurve $z_i = F_k(x_i)$ nach Urbans Interpolationen von je 3 Punkten mittels der Lagrangeschen Methode graphisch ziemlich genau entworfen, die somit der Fig. 4 nach Kellers Versuchen entspricht.

Tabelle und Kurve zeigen zunächst, daß bei den verschiedenen z_i in der Tat ein deutlicher Unterschied der Präzision ungefähr in der Richtung des Bernoullischen Theorems besteht, wenngleich die mittleren Fehler durchschnittlich zu groß gefunden wurden. Letzteres tritt bei Vp. II noch relativ am wenigsten hervor, ist jedoch an den Gesamtmitteln deutlich zu erkennen. Als Mittel der Divergenzkoeffizienten aus sämtlichen Beobachtungen aller Vp. überhaupt gibt Urban für die g-Urteile 1,616, für u: 1,513, für k: 1,511 an. Der kleinste Koeffizient überhaupt ist 0,559, der größte 3,487. Wenn diese Werte für alle Urteilsarten und Stufen übereinstimmen würden,

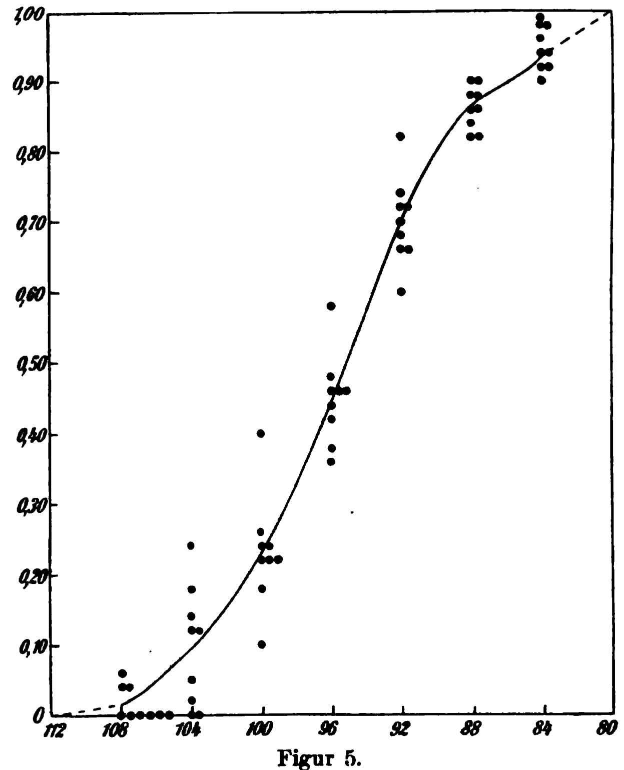
1) Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik 1876, Bd. 27, S. 209 und 1879, Bd. 32, S. 60 u. a.

2) Da Urban die Werte M_i und M'_i nicht gesondert angibt, so bestimmte ich M_i direkt aus den angegebenen z_i und berechnete M_i' an der Hand der Urbanschen Divergenzkoeffizienten (a. a. O. Bd. XV, Tabelle 9, S. 280).

3) Urban gibt das Verhältnis der aus den M berechneten Präzisionsmaße

$$h = \frac{1}{M\sqrt{2}}, \quad \text{also} \quad \frac{h'_i}{h_i}.$$

so ergäbe natürlich eine Ausgleichung mittels des Gewichtsfaktors $\frac{1}{z_i(1-z_i)}$ noch kein falsches Resultat, da ja alle Gewichte mit dem gleichen Faktor multipliziert werden dürfen. Doch weist dies jedenfalls darauf hin, daß die Voraussetzungen zu jener einfachen apriorischen Gewichtsbestimmung nur ungenügend erfüllt sind, insofern diese eben auch für den absoluten Wert des mittleren Fehlers der z_i ganz feste Angaben zulassen. Auch würde die für statistische Deduktionen immerhin noch geringe Zahl von nur 50 Ver-



Figur 5.
Die Streuung der Beobachtungen relativer Häufigkeiten von Vergleichsurteilen. (Nach Versuchen von F. W. Urban, vgl. Archiv f. d. ges. Psychologie XV. 1909, S. 268.)

suchen zunächst bei den von 0,5 wesentlich verschiedenen Mittelwerten z_i nach den strengen Voraussetzungen Bernoullis noch keine so gleichmäßige Streuung ergeben können, wie sie Fig. 5 wenigstens bei $a_i = 100$, 96 und 84 aufzeigt. Diese Annäherung an die Symmetrie des einfachen E.-G. ergibt sich ja, wie schon § 20 erwähnt wurde, erst bei einer sehr hohen Zahl m, welche die Stirlingsche Formel anzuwenden gestattet. Außerdem zeigt sich aber nun vor allem bei den meisten Vp., die noch nicht diejenige Übung und Konstanz bewiesen, wie Vp. II, die Steigerung der Ungenauigkeit über das erwartete Maß hinaus in der Mitte der Funktion, in der Nähe von $z_i = 0,5$, also gewissermaßen noch eine Übertreibung der theoretisch geforderten Differenzierung der Präzisionsmaße.

Durch diese Abweichungen von den einfachsten Erwartungen auf Grund der Kombinatorik des § 20 verliert aber natürlich keineswegs etwa auch die ausgleichende Berechnung der Konstanten einer mittleren Funktion F(x) ihren Sinn. Denn bei jeder Gruppe z_{ir} kann nach einem Repräsentanten z_i gefragt werden, gleichgültig, wie die in Fig. 5 veranschaulichten Streuungen beschaffen sind. Es wäre sogar zunächst nicht einmal die Möglichkeit genommen, die einzelnen Beobachtungen z_{ir} auf ein System mehrerer in sich konstanter Mannigfaltigkeiten von unkontrollierbaren Nebenbedingungen zurückzuführen, die für sich im einzelnen das einfache E.-G. befolgen. In diesem Falle behielte nach Poisson wiederum das arithmetische Mittel z (M) jeweils die größte Wahrscheinlichkeit, gleichgültig, nach welchem Prinzipe diese einzelnen Systeme miteinander wechseln würden. Nur die Präzision $\frac{1}{M_i\sqrt{2}}$ folgte dann nicht mehr dem Bernoullischen Theorem, würde aber doch immerhin die einzelnen $\frac{1}{z_{i,r}(1-z_{ir})}$ als Elementarfaktoren in sich schließen. Unter Berücksichtigung der neuen Gewichte wäre also dann auch wieder eine wahrscheinlichste Form der Funktion F(a) durch Ausgleichung zu ermitteln. Ja F(a) könnte seinerseits trotz jener Abweichungen der M vom Bernoullischen Theorem sogar zu dem einfachen E.-G. in unmittelbarster Beziehung bleiben, eine Möglichkeit, die unten in § 31 ausführlich entwickelt ist. Denn die Gewichtskorrektur der Ausgleichungsmethode vermag jede beliebige mittlere Funktion F(a), also natürlich auch das einfache E.-G. bzw. das Integral $\Phi(t)$ über diese Exponentialfunktion, aus zufälligen Fehlern der Einzelwerte z_i von ganz beliebiger Verteilungsform herauszulösen.

3. Zudem lassen sich auch leicht solche Schwankungen des zugrunde liegenden Ursachenkomplexes denken, die zwar in ihrer Quantität im einzelnen zufällig, aber doch im wesentlichen in einer bestimmten Hauptrichtung verlaufen, und die irgend eine Abweichung des empirisch beobachteten mittleren Fehlers M_i der z_i vom Bernoullischen Theorem erklärlich machen können, ohne daß z. B. deshalb das Verteilungsgesetz des hypothetischen K.-G. der Schwelle, von dem nach § 29 die Form von F(a) abhängt, vom einfachen E.-G. allzu wesentlich abzuweichen brauchte. So weit dem Abszissenwerte x selbst eine reale Bedeutung innerhalb des Ursachenkomplexes zukommt, wie es in dem Begriffe der in Reizmaßen gemessenen „Schwelle" und des sog. „Schätzungswertes" (des Mittels zwischen den ebenmerklichen Unterschieden) der Fall ist, könnten z. B. rein zufällige Schwankungen dieses Wertes a (bzw. einer linearen Transformation von ihm), die bei völliger Konstanz der anderen Parameter der gesuchten Verteilungsfunktion von einer Versuchsgruppe zur anderen auftreten, den einfachen, in Fig. 6a veranschaulichten Effekt haben, daß sich die Funktion F(a) parallel zur Abszissenachse hin und her verschiebt. Wenn der hypothetische K.-G. dem einfachen E.-G. folgt, bedeutet dies also einfach ganz entsprechende Schwankungen seines Hauptwertes x_m (vgl. § 31). Die Schwankungen der z_i werden dadurch an den einzelnen Stellen $a_i = x$ ihrem absoluten Werte nach wesentlich verschieden ausfallen, indem sie offenbar zu $\frac{dF(x)}{dx}$ annähernd proportional

wären, wenigstens falls sie klein genug blieben, um zu gestatten, die höheren Glieder der Taylorschen Reihe zu vernachlässigen. Das Gewicht der einzelnen z_i erschiene also hierdurch als

$$p_i = \frac{1}{\left(\frac{dF(x)}{dx}\right)^2}. \qquad [193]$$

Dieser Vorgang gewinnt vor allem dann an Wahrscheinlichkeit, wenn die verschiedenen Stufen x nicht zufällig vermischt auftreten, sondern sukzessive wiederholt dargeboten werden, wie es z. B. bei der alten Methode der sog. „richtigen und falschen Fälle“ oft geschah. (Vgl. III. Abschnitt.) Bei der mit Fig. 5 verwandten Streuungsform in Fig. 6a würden dann vor allem wieder die z-Werte in der Nähe von 0,5 bedeutend unzuverlässiger sein als diejenigen bei den Extremen, so daß selbst beliebige Übertreibungen ihres auch schon bei [188] vorhandenen Nachteiles, der natürlich auch hier fortbestände, ähnlich zu erklären wären. Es könnte aber nun auch bei unge-

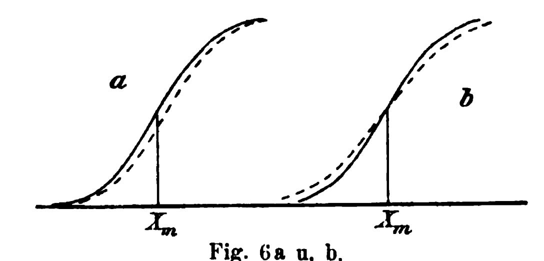


Fig. 6a u. b.

Die Variation der beobachteten relativen Häufigkeiten, die als Summenfunktionen eines einfachen K.-G. nach dem Gaußschen Gesetz aufzufassen sind a) bei Variation seines Hauptwertes x_m b) bei Variation seines Präzisionsmaßes h. (Vgl. § 29 und 31.)

fährer Konstanz der mittleren Lage der Funktion F(x) im ganzen zur X-Achse der Parameter schwanken, der die Ausdehnung der ganzen Unsicherheit von E bis E′ beeinflußt, und den wir mit h bezeichnen wollen, weil er bei der Auffassung von F(x) als Integral $\Phi(t)$ der einfachen E.-Funktion das bekannte Präzisionsmaß ist. Dann wären die Beobachtungsfehler der z_i zu $\frac{F(x)}{\partial h}$ proportional. Dieser Fall ist durch Fig. 6b veranschaulicht und zeigt im direkten Gegensatz zu 6a eine bedeutende Konzentration der z-Beobachtungen in der Nähe des Symmetriepunktes der Kurve, also bei $z = 0{,}5$. Eine gewisse Mischung aus beiden Komponenten könnte also so ziemlich jeden beliebigen Grad der Übereinstimmung der einzelnen M_i mit der theoretisch einfachsten Formel plausibel erscheinen lassen, zumal jede der beiden hier genannten Veränderungsrichtungen zwei sachlich einigermaßen selbständige Grundlagen zufälliger Schwankungen oder systematischer Verschiebungen repräsentiert, wie sie z. B. durch Übung oder Ermüdung von einer Gruppe zur anderen bei derartigen Vergleichsversuchen eintreten können. Je größer die Versuchszahl jeder Einzelgruppe für je ein z_{ir} wird, um so mehr könnten dann diese Abweichungen zwischen den M_i über die obigen „normalen“ die Oberhand gewinnen.

Bei dieser relativen Unbestimmtheit des Ergebnisses rein apriorischer Erwägungen bleibt also schließlich doch wiederum die rein empirische Ermittlung der mittleren Fehler M_i für jedes z_i ohne Voraussetzung eines speziellen Verteilungsgesetzes der direkteste Weg zu einer zweckmäßigen Anwendung der Ausgleichungsrechnung, der z. B. für das Urbansche Material bei dem hohen und gleichen Gewichte aller Fraktionen wohl gangbar wäre. Dies gilt natürlich erst recht, wenn bezüglich der wahrscheinlichsten Form der Verteilung, die dem System der Beobachtungsgleichungen [159] einstweilen zugrunde gelegt wird, nicht mehr speziell das einfache E.-G. vorausgesetzt wird. Übrigens hat H. Bruns bereits bei seinem ersten Hinweis auf die Bedeutung dieses schwierigen Gewichtskalküles auch im Gebiete der Psychophysik mit Recht wie zum Troste hinzugefügt (a. a. O. S. 37): „Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate wäre eine überflüssige und daher schädliche Spielerei, wenn sie eine genaue Kenntnis der Gewichte voraussetzte", ein Satz, der natürlich in um so höherem Maße gilt, je mehr der absolute Betrag der Schwankungen überhaupt vernachlässigt werden kann. Dies wird aber wohl stets am ehesten durch ein reiches Material gewährleistet, das unter möglichst konstanten Versuchsbedingungen mit einer hinreichend geübten Vp. abgeleitet wird.

3. Die Gewichtskorrektur als Hilfsmittel zur Vereinfachung der Rechnung mit nicht linearen Beobachtungsgleichungen.

In den praktischen Anwendungen des folgenden Kapitels wird uns aber noch eine weitere Modifikation der Methode der kleinsten Quadrate begegnen, die äußerlich vollständig mit dieser Einführung eines verschiedenen Gewichtes der elementaren Beobachtungsgleichungen auf Grund der realen Verhältnisse übereinstimmt. Sie bedeutet aber in Wirklichkeit weiter nichts als die Korrektur einer Ungleichheit des Fehlermaßes, die sich zunächst einmal rein analytisch dadurch ergeben hat, daß an sich nicht lineare Beobachtungsgleichungen durch andere, von ihnen eindeutig abhängige lineare Gleichungen ersetzt wurden, deren übrigbleibende Fehler v_i' nicht mehr in dem nämlichen Verhältnisse zueinander stehen wie die v_i der Beobachtungsgleichungen selbst. Dieses „Gewichtsverfahren" ist von G. E. Müller in die Psychophysik schon 1879 als Ersatz der bisweilen komplizierten Methode eingeführt worden, die oben S. 136 als das gewöhnliche Hilfsmittel zur Ableitung gleichwertiger linearer Gleichungen aus nicht linearen Beobachtungsgleichungen angegeben wurde. Man hat also hierbei einerseits nicht lineare Beobachtungsgleichungen von der Form

$$l_i = f(x, y, z, a_i, b_i, c_i) \quad [159]$$

und kennt außerdem eine neue Beziehung der l_i zu einem t_i, das mit den gesuchten Konstanten x, y, z durch den linearen Ausdruck

$$t_i = \alpha_i x + \beta_i y + \zeta_i z \quad [194]$$

verbunden ist. Die nach Einsetzung bestimmter Werte x, y, z übrigbleibenden Fehler

$$v_i = l_i - f(x, y, z \text{ usw.}) \text{ und } v_i' = t_i - (\alpha_i x \text{ usw.})$$

aber sind beiderseits verschiedene Systeme. Die Methode der kleinsten Quadrate wird sich aber nun doch wieder mit einem ähnlichen Ergebnis

auch auf die neuen Gleichungen [194] anwenden lassen, wenn es gelingt, ein System von Faktoren p_i ausfindig zu machen, das die Gleichung

$$nM^2 = v_1{}^2 + v_2{}^2 + \dots v_n{}^2 = v'_1{}^2 \cdot p_1 + v'_2{}^2 \cdot p_2 + \dots v'_n{}^2 \cdot p_n \qquad [195]$$

erfüllt. Die Lösung dieser Aufgabe kann natürlich von Fall zu Fall variieren, so daß wir auf die Einzelheiten des Müllerschen Gewichtsverfahrens erst im Anschluß an die spezielle Formulierung der Beobachtungsgleichungen in § 31a näher eingehen können.

28. Die mittlere Variation (der sog. durchschnittliche Fehler) D und ihre Beziehung zum Zentralwert 𝕮 und zum arithmetischen Mittel 𝔄.

a) D und 𝕮 bei einem unstetigen K.-G.

Der mittlere Fehler M ist nun trotz seiner wichtigen Beziehung zum arithmetischen Mittel und seiner grundlegenden Bedeutung für die Ausgleichungsrechnung praktisch nicht immer das bequemste Streuungsmaß. Denn bei seiner Berechnung für einen einfachen, unmittelbar beobachteten K.-G. müssen eben die Abweichungen erst quadriert und ihre Summe wieder radiziert werden, während bei stetiger Verteilung 𝔙(x) nach [157] ein dreifaches Integral numerisch aufzulösen wäre. Analytisch liegt daher jedenfalls die erste Mittelwertpotenz D der ohne Rücksicht auf das Vorzeichen genommenen Abweichungen (s. Gl [17]) als Streuungsmaß am nächsten. Wenn auch Gauß diese Abstraktion vom Vorzeichen gewissermaßen als einen unmathematischen Gewaltakt, der dem unmittelbar gegebenen Rechnungsmaterial widerfahre, verschmähte und in seiner Theoria combinationis als wissenschaftliches Streuungsmaß nur die rein analytische Befreiung vom Vorzeichenunterschied in M gelten lassen wollte, so wies doch schon Laplace[1]) darauf hin, daß die einfache Summation der absoluten Werte der v hier völlig sachgemäß sei. Hierin wurde er dann von Fechner[2]) nachdrücklich unterstützt. Dieser hob aber neben der praktisch allerdings auch nicht unwichtigen Bequemlichkeit vor allem noch eine wichtige neue Eigenschaft von D hervor, die der Beziehung von M zu 𝔄 analog ist, und die er eben durch eine Verallgemeinerung der Betrachtung gefunden hatte, durch die Gauß seinerzeit M als Minimum bei seiner Beziehung auf 𝔄 erkannt hatte: Jede beliebige Mittelwertpotenz der Abweichungen $\Sigma(a-x)^n$ könne zu einem speziellen Ausgangswerte a_m in Beziehung gesetzt werden, auf den bezogen sie zu einem Minimum werde. Ihn bezeichnete Fechner daher als mit diesem Streuungsmaß „solidarisch". Aus der allgemeinen Formulierung der Minimumsbedingung

$$\frac{d\,\Sigma(a-x)^n}{da} = 0 \qquad [196]$$

folgt

$$\Sigma(a-x)^{n-1} = 0. \qquad [197]$$

---

1) Théorie analytique des probabilités. 1812.

2) a. S. 43. A. 1. angeg. Orte, S. 54f.

Daher ergibt sich speziell für $n=1$, d. h. also für die erste Mittelwertpotenz D, zur Berechnung des mit ihr „solidarischen“ Ausgangswertes die Formel

$$\frac{d\Sigma(a-x)}{da} = \Sigma(a-x)^0 = 0, \qquad [198]$$

oder, mehr ins einzelne ausgeführt:

$$0 = \frac{d[(a-a_1)\cdots+(a-a_\mu)+(a_{\mu+1}-a)\cdots+(a_n-a)]}{da}. \qquad [198a]$$

Denn da hier alle Abweichungen $(a-a_x)$ mit positiven Vorzeichen zu addieren sind, so muß bis zu einem allerdings erst aus der Gl. [198a] selbst zu bestimmenden Beobachtungswerte a_μ das bis dahin kleinere a_x von a, darüber hinaus aber a von a_x abgezogen werden. Hieraus findet man aber durch Ausführung der Differentiation nach a:

$$0 = 1_1 + 1_2 + \cdots 1_\mu - 1_{\mu+1} \cdots - 1_n. \qquad [198b]$$

Der mit D solidarische Ausgangswert a ist also derjenige Wert, unterhalb und oberhalb dessen gleich viele Werte, gleichgültig von welcher speziellen Größe, beobachtet worden sind. Dies ist aber der schon S. 46 so definierte Zentralwert $\mathfrak{C}$, der dann auch von Fechner gerade wegen dieser Beziehung zu dem einfachsten Streuungsmaß als „Hauptwert“ proklamiert wurde, zumal schon früher die analoge Stellung des sog. „wahrscheinlichen“ Fehlers P in der Reihe der absoluten Fehlerwerte als eine besonders repräsentative anerkannt worden war (s. S. 109). Über die Berechnung des $\mathfrak{C}$ für einen unstetigen K.-G. wurde nun schon S. 46f. alles Wichtige gesagt. Völlig eindeutig wird aber der Zentralwert bzw. die Lösung von Gl. [198] erst wieder für eine stetige Verteilung $\mathfrak{V}(x)$. Daher sollen hier zunächst diese Verallgemeinerungen von $\mathfrak{C}$ und D gegeben werden, die dann auch die Beziehung zwischen beiden wieder ganz allgemein aus ihren Integraldefinitionen abzuleiten gestatten. Endlich zeigt die besondere Vereinfachung, welche auch die Formel für D bei der speziellen Beziehung der Abweichungen auf das a. Mittel $\mathfrak{A}$ zuläßt, sowohl die besonders universelle Bedeutung von $\mathfrak{A}$ als auch eine noch etwas allgemeinere von D selbst, als wenn es nur mit dem Zentralwert $\mathfrak{C}$ „solidarisch“ wäre.

b) Die numerische Berechnung des Zentralwertes $\mathfrak{C}$ eines stetigen K.-G.

Was zunächst die numerische Berechnung des Zentralwertes selbst für ein stetiges $\mathfrak{V}(x)$ angeht, die sich natürlich wieder nur bei asymmetrischen Verteilungen, bei denen $\mathfrak{C} \gtrless \mathfrak{A}$ ist, von der interpolatorischen unterscheiden kann, so ist sie rasch mit dem Hinweis auf unser zweites Beispiel der numerischen Integration zu erledigen. Denn die Einführung der Definitionsformel [20] S. 48 verlangt zur Bestimmung der Integrationsgrenze $\mathfrak{C}$, die das einfache bestimmte Integral zwischen den Extremen des K.-G. E_0 und E_n gerade halbiert, einfach die Berechnung derjenigen Größe des Faktors α, die den für die Grenzen $E_n = E'$ und $\mathfrak{C} = x_m$ berechneten Ausdruck [77] dem analogen für die Grenzen E_0 und $\mathfrak{C}$ gleich werden läßt. Hierbei müssen natürlich in diesem zweiten Aus-

druck die Ordinaten spiegelbildlich zum ersten, d. h. von E_0 aus, numeriert werden, während der Faktor α durch $(1-\alpha)$ zu ersetzen ist.

Betrachten wir also z. B. wieder den auf S. 47 nach Fechners Vorschrift $\mathfrak{C}$ behandelten K.-G. mit den 9 von E_u nach E_0 geordneten Ordinaten:

$$0 \quad 5 \quad 11 \quad 20 \quad 21 \quad 15 \quad 6 \quad 2 \quad 0.$$

Für die linke Hälfte, d. h. für das Integral bis zum Zentralwert, der nach den früheren Erörterungen zwischen den Ordinaten 20 und 21 liegt, ist dann

$$z_\varrho = 20, \text{ also } \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s = 5 + 11 = 16,$$

und für die rechte Hälfte, von rechts her gezählt,

$$z_\varrho = 21, \text{ also } \sum_{s=1 \text{ bis } \varrho-1} z_s = 2 + 6 + 15 = 23.$$

Die Gleichung zur Berechnung von α mit der in [77] eingehaltenen Genauigkeit wäre somit:

$$16 + 0{,}5 \cdot 20 + 20\alpha + \text{ usw. } = 23 + 0{,}5 \cdot 21 + 21(1-\alpha) + \text{usw.}$$

Wenn man mit einer quadratischen Gleichung für α auskommen will, wäre allerdings beiderseits das letzte Glied der Formel [77] wegzulassen. Indessen wollten wir uns ja für die psychophysische Praxis überhaupt mit der Annäherung [78] begnügen. Bezeichnet x_ϱ von E_u aus gezählt die dem Zentralwert nächstliegende kleinere Abszisse, so berechnet man somit aus $z_0 = 0, z_1, \cdots z_{p-1}, z_p = 0$ den Interpolationsfaktor α in

$$\mathfrak{C} = x_\varrho + \alpha i$$

aus der Gleichung

$$\sum_{x=1 \text{ bis } \varrho-1} z_x + (0{,}5+\alpha) z_\varrho + \frac{\alpha^2}{4}(z_{\varrho+1} - z_{\varrho-1}) =$$

$$= \sum_{y=\varrho+2 \text{ bis } p-1} z_y + (1{,}5-\alpha) z_{\varrho+1} + \frac{(1-\alpha)^2}{4}(z_\varrho - z_{\varrho+2}). \qquad [199]$$

Hieraus findet man also

$$\alpha(\mathfrak{C}) = -\frac{A}{N} + \sqrt{\frac{A^2}{N^2} + \frac{B}{N}},$$

wobei
$$A = 3z_\varrho + 2z_{\varrho+1} - z_{\varrho+2}$$

$$B = 4\sum_{(y=\varrho+2 \text{ bis } p-1)} z_y - 4\sum_{(x=1 \text{ bis } \varrho-1)} z_x - z_\varrho + 6z_{\varrho+1} - z_{\varrho+2}$$

$$N = z_{\varrho+2} + z_{\varrho+1} - z_\varrho - z_{\varrho-1}. \qquad [200]$$

In unserem früheren, nach Fechner berechneten Beispiele ist die Asymmetrie, wie wir auch S. 47 festgestellt haben, viel zu gering, als daß sich ein

wesentlicher Unterschied der neuen von der alten Berechnungsweise zeigen könnte. Ich finde nach [200] $\mathfrak{C} = 54{,}01$ statt des früheren Wertes 54,07.

Berechnet man dagegen z. B. für die starke Asymmetrie der Beobachtungsreihe:

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
z:	0	5	4	2	2	0,

$\mathfrak{C} = x_1 + \alpha \cdot i$ auf beide Arten, so wäre nach der früheren Art

$$\alpha(\mathfrak{C}) = 0{,}375,$$

nach [200] dagegen, wobei $x_\varrho = x_1$,

$$\alpha'(\mathfrak{C}) = -\frac{21}{1} + \sqrt{\frac{21^2}{1} + \frac{33}{1}} = 0{,}74.$$

Immerhin werden in der psychophysischen Praxis die Asymmetrien kaum jemals so große werden. Daher wird man schließlich auch bei $\mathfrak{C}$, ebenso wie bei $\mathfrak{A}$, mit der Ableitung S. 46 für die unstetige Reihe zufrieden sein können, soweit es sich wenigstens um unmittelbar beobachtete einfache K.-G. handelt.

c) Analytische und numerische Berechnung der mittleren Variation D eines stetigen K.-G.

1. Für die mittlere Variation D ist nun zunächst die allgemeine analytische Formel bei stetiger Funktion zu entwickeln, und zwar zuerst für einen beliebigen Ausgangswert a, wie sie also den Gl. [154] und [155] für M^2 entspricht. Dabei ist hier wie in [198a] zwischen der Abweichungssumme unterhalb und oberhalb des Ausgangswertes a zu trennen, so daß der Integralausdruck für D lautet:

$$D = \int_{E_u}^{a} (a - x)\,\mathfrak{B}(x)\,dx + \int_{a}^{E_o} (x - a)\,\mathfrak{B}(x)\,dx \qquad [201]$$

oder ausmultipliziert und zerlegt:

$$D = a\int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\,dx - \int_{E_u}^{a} x\cdot\mathfrak{B}(x)\,dx + \int_{a}^{E_o} x\cdot\mathfrak{B}(x)\,dx - a\int_{a}^{E_o} \mathfrak{B}(x)\,dx. \qquad [202]$$

Bei der Umformung dieses Ausdruckes suchen wir nun, genau wie bei der Auswertung von Gl. [144] für $\mathfrak{A}$, auf bestimmte Integrale zu kommen, deren untere Grenze stets E_u ist. Faßt man zunächst das erste und letzte Glied von [202] besonders zusammen, so folgt zugleich mit Rücksicht auf [9]:

$$a\int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\,dx - a\left[\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{B}(x)\,dx - \int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\,dx\right] =$$

$$= 2a\int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\,dx - a. \qquad [203]$$

Das zweite und dritte Glied von [202] aber wird nach [144] partiell integriert. Hiernach ist das zweite Glied

$$\int_{E_u}^{a} x \cdot \mathfrak{B}(x)\, dx = \left[x \int \mathfrak{B}(x)\, dx \right]_{E_u}^{a} - \int_{E_u}^{a}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx. \qquad [204]$$

Bestimmt man die Konstante in $\int \mathfrak{B}(x)\, dx$ wieder so, daß es zu $\int_{E_u}^{x} \mathfrak{B}(x)\, dx$, also $\int_{E_u}^{E_u} \mathfrak{B}(x)\, dx = 0$ wird, so ist

$$\left[x \cdot \int \mathfrak{B}(x)\, dx \right]_{E_u}^{a} = a \int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\, dx - a \cdot 0, \qquad [205]$$

und analog wird das dritte Glied von [202], da $\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{B}(x)\, dx = 1$,

$$\int_{a}^{E_o} x\, \mathfrak{B}(x)\, dx = E_o - a \int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\, dx - \int_{a}^{E_o}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx. \qquad [206]$$

Summiert man nunmehr [203], [205] und [206], so erhält man schließlich nach gegenseitiger Aufhebung der Glieder mit $\int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\, dx$:

$$D = E_o - a + \int_{E_u}^{a}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx - \int_{a}^{E_o}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx. \qquad [207]$$

Für die folgenden Ableitungen ist vor allem die Form wichtig, auf die sich [207] bringen läßt, wenn man die Doppelintegrale, wie es schon einmal zur Berechnung von M^2 bei Gl. [153] geschah, durchweg auf solche mit der unteren Grenze E_u reduziert. Man setzt also

$$\int_{a}^{E_o}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx = \int_{E_u}^{E_o}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx - \int_{E_u}^{a}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx.$$

Dadurch wird dann

$$D = E_o - a - \int_{E_u}^{E_o}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx + 2\int_{E_u}^{a}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx. \qquad [208]$$

Hieraus aber findet man schließlich nach Einsetzung des arithmetischen Mittels $\mathfrak{A}$ aus [145]:

$$D = \mathfrak{A} - a + 2\int_{E_u}^{a}\int \mathfrak{B}(x)\, dx\, dx. \qquad [209]$$

Bei dieser nunmehr offenbar überaus einfachen Formel ist aber, wie gesagt, vorausgesetzt, daß die Konstante C der erstmaligen Integration von $\mathfrak{B}(x)$ nach dx, über die ja beim bestimmten Doppelintegral stets erst noch nähere Angaben hinzutreten müssen, genau wie bei $\mathfrak{A}$ nach [144a], den Wert

$$C = -\int \mathfrak{B}(E_a)\, dE_a$$

besitzt. Bei den numerischen Integrationen nach § 19, c kommt übrigens C wieder nicht weiter in Betracht, da es für das erste Partialintegral wegen $E_a = 0$ einfach verschwindet.

Die numerische Berechnung der mittleren Variation D für einen unmittelbar beobachteten K.-G., bezogen auf einen beliebigen Ausgangswert, erfordert also nach [208], wenn $\mathfrak{A}$ noch nicht als bekannt vorausgesetzt wird, nur die Auswertung zweier Doppelintegrale, von denen das erste, zwischen E_0 und E_a genommen, mit demjenigen bei $\mathfrak{A}$ in [145] identisch ist, und somit nach § 19, c, 6 (S. 93ff) berechnet, für einen einfachen K.-G. wieder zu [146] führt. Das zweite Integral aber, dessen obere Grenze der beliebige Wert a ist, muß nach § 19, c, 7 (S. 95f) berechnet werden. Da wiederum das einfache Integral

$$\int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{B}(x)\, dx = i \int_{E_u}^{E_o} \mathfrak{B}(x)\, dn = i$$

sein soll, so müssen natürlich die z der Formeln aus § 19 wieder relative H. bedeuten, d. h. es muß wie S. 125f. sowohl [84a] als auch [87] mit i dividiert, also i^2 durch i ersetzt werden. Auf ein Rechenbeispiel für dieses zweite Doppelintegral werden wir erst bei der einfacheren Formel für $a = \mathfrak{A}$ zurückkommen, wonach dann auch dieser kompliziertere Fall der mittleren Variation für ein beliebiges a leicht zu erledigen sein wird, da für dessen erstes, dort nicht wiederkehrendes Integral bereits S. 90 ein Beispiel gerechnet wurde.

2. Um die „Solidarität“ zwischen D und $\mathfrak{C}$, nach welcher D für $a = \mathfrak{C}$ ein Minimum wird, auch für einen stetigen K.-G. zu beweisen, brauchen wir nunmehr nur den Differentialquotienten des Ausdruckes [208] nach a gleich Null zu setzen. Da das erste Doppelintegral zwischen den Extremen eine Konstante ist, so wird unter der schon mehrmals betonten Voraussetzung, daß das erste (innere) Integral bei dem Doppelintegral gleich

$$\int_{E_u}^{x} \mathfrak{B}(x)\, dx$$

sei, die Bedingung für das Minimum

$$0 = \frac{dD}{da} = -1 + 2\int_{E_u}^{a} \mathfrak{B}(x)\, dx,$$

$$\int_{E_u}^{a} \mathfrak{V}(x)\,dx = \frac{1}{2}. \qquad [210]$$

Hiermit sind wir aber in der Tat zur Definitionsgleichung [20] des Zentralwertes für ein stetiges $\mathfrak{V}(x)$ zurückgekehrt. Daß es sich hierbei nur um ein Minimum handeln kann, zeigt das Vorzeichen des zweiten Differentialquotienten

$$\frac{d^2 D}{da^2} = 2\,\mathfrak{V}(x), \qquad [211]$$

der überhaupt niemals negativ wird, da natürlich $\mathfrak{V}(x)$ als rel. H. stets eine positive Größe zwischen 0 und 1 ist.

3. Eine größere praktische Bedeutung erlangt aber diese Berechnungsweise wohl in ihrer noch weitergehenden Vereinfachung, die bei der Beziehung der Abweichungen auf das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ als Ausgangswert a eintritt. Wir sehen dies ohne weiteres schon an der Schlußformel [209] voraus, die durch Einsetzung von $\mathfrak{A}$ für a die Form annimmt

$$D(\mathfrak{A}) = \mathfrak{A} - \mathfrak{A} + 2\int_{E_u}^{a}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx =$$

$$= 2\int_{E_u}^{a}\!\!\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx. \qquad [212]$$

Die mittlere Variation D ist also bei ihrer Beziehung auf das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ einfach gleich dem zweifachen Doppelintegral der Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ nach x zwischen dem arithmetischen Mittel $\mathfrak{A}$ als oberer und dem unteren Extrem als unterer Grenze (unter der hier stets gemachten Voraussetzung, daß das erste (innere) Integral durch die Wahl der Konstanten $C = \int \mathfrak{V}(x)\,dx_{x=E_u}$ verschwinde, was bei der numerischen Integration nach § 19, c tatsächlich erfüllt ist.)

Da nun unsere Annäherungsformel [87] nach § 19, c, 7 in der Tat eine sehr bequeme numerische Berechnung des Doppelintegrals in [212] gestattet, und da außerdem bei ihrer Anwendung die wissenschaftlich an sich allgemeingültigere Interpolation eines stetigen K.-G. zugleich mit erledigt ist, so wird man dieser Bestimmung der mittleren Variation für zukünftige Berechnungen in der Tat vor der gewöhnlichen Berechnung nach Gl. [17], die erst die Bildung aller Abweichungsglieder erforderlich macht, den Vorzug geben dürfen. Sind die beobachteten relativen Häufigkeiten eines K.-G. vom unteren Extrem $x_0 = E_u$ bis zum oberen $x_p = E_o$ wieder mit

$$z_0 = 0,\ z_1,\ z_2,\ \cdots z_{p-1},\ z_p = 0$$

bezeichnet, so ist bei äquidistantem Intervall i nach [87] mit genügender

Annäherung die mittlere Variation (unter gleichzeitiger Interpolation einer stetigen Verteilung $\mathfrak{V}(x)$) bei Beziehung auf das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$:

$$D(\mathfrak{A}) = 2i\left\{(\varrho-1)z_1 + (\varrho-2)z_2 \cdots + 1\cdot z_{\varrho-1} + \frac{1}{2}(0{,}5+\alpha)^2 z_\varrho + \alpha \sum_{x=1 \text{ bis } \varrho-1} z_x + \frac{\alpha}{16}(z_1 - z_{\varrho+1} + z_{\varrho-1})\right\}. \quad [213]$$

Hierin ist $\mathfrak{A} = x_\varrho + \alpha i$, wobei α positiv oder negativ ist, je nachdem die dem $\mathfrak{A}$ nächstliegende Beobachtungsabszisse $x_\varrho <$ oder $> \mathfrak{A}$. Das Restglied $\frac{\alpha}{16}$ (z_1 usw.) kann eventuell auch noch vernachlässigt werden.

4. Als Rechenbeispiel, das uns zugleich den Grad der Abweichung von der gewöhnlichen Berechnungsweise nach [19] erkennen läßt, bestimmen wir die mittlere Variation für eine Verteilungskurve von Reaktionszeiten, für die in der Literatur dieses Streuungsmaß bisher mit Recht das fast allein übliche zu sein pflegte. Sie stammt aus Alechsieffs[1]) „Reaktionszeiten bei Durchgangsbeobachtungen". Die von Null verschiedenen absoluten Häufigkeitswerte Z sind für die äquidistanten Abszissen x_1 bis x_{15}, deren Intervall $i = 10\sigma$ hier als Einheit betrachtet werden soll:

	(7,45) x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	(14,45) x_8	(15,45) x_9	x_{10}	x_{11}
Z:	1	0	0	3	3	8	18	30	37	20	11

	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
Z:	7	4	2	2

Um die relativen Häufigkeiten $z = \mathfrak{V}(x)$ zu bestimmen, sind also diese Werte zunächst mit $\Sigma Z = 146$ zu dividieren. Das arithmetische Mittel $\mathfrak{A}$ selbst wird natürlich nach dem S. 126 Gesagten auch für ein stetiges $\mathfrak{V}(x)$ stets auf die einfache Art berechnet. So finden wir, da $x_0 = E_a = 6{,}45$ ist,

$$\mathfrak{A} = \Sigma x_i z_i = 15{,}3.$$

Berechnet man nun die mittlere Variation D auf die gewöhnliche Art, so sind immer erst alle Abweichungen $v_i = \mathfrak{A} - x_i$ zu bilden und mit ihren absoluten H. Z_i zu multiplizieren, worauf die Summe $\Sigma v_i Z_i$ noch mit 146 zu dividieren ist. So findet man hier

$$D(\mathfrak{A}) = 227 \cdot \frac{1}{146} = 1{,}548.$$

Nach unserer Formel ist zunächst x_ϱ, d. h. die dem Ausgangswert $a = \mathfrak{A}$ nächstliegende Beobachtungsabszisse zu suchen. Da $\mathfrak{A} = 15{,}3$, und $x_0 = E_a = 6{,}45$, so ist $x_\varrho = x_8$, wenn man die nächst niedrigere Beobachtungsabszisse wählt. Hierbei wäre $\alpha = 0{,}85$, also

$$\mathfrak{A} = x_\varrho + 0{,}85i.$$

1) Wundt, Phil. Stud. 16. 1900, S. 53. (Tabelle II, 1. Reihe), auch benutzt von G. F. Lipps, Psychische Maßmethoden, S. 132f. Vgl. auch meine Abh. über „die mathem. Grundlagen usw." in Wundts Psychol. Stud. VI, 5 u. 6, S. 442ff.



Dagegen wird α bedeutend kleiner, wenn man bis zur nächst höheren Abszisse geht und $x_{\varrho'} = x_9$ setzt, wobei $\alpha = -0{,}15$ oder

$$\mathfrak{A} = x_{\varrho'} - 0{,}15\,i$$

wird. Nach der früheren Regel ziehen wir also diese letztere Konstruktion des Integrales vor. Da wir vorhin $i = 1$ setzten, wird nach unserer Formel [87] für die numerische Auswertung des Doppelintegrales:

$$D'(\mathfrak{A}) = 2\int_{E_u}^{\mathfrak{A}}\int \mathfrak{V}(x)\,dx\,dx = \frac{2}{146}\Big\{1\cdot 8 + 0\cdot 7 + 0\cdot 6 + 3\cdot 5 + 3\cdot 4 + 8\cdot 3$$
$$+ 18\cdot 2 + 30\cdot 1 + 37\cdot\frac{0{,}35^2}{2} - 0{,}15\cdot 63\Big\}.$$

Nehmen wir auch noch das Restglied

$$-\frac{0{,}15}{16}(z_1 - z_{\varrho'+1} + z_{\varrho'-1}) = 0{,}084$$

in die Klammer $\{\}$ hinein, so wird schließlich

$$D'(\mathfrak{A}) = \frac{2\,(125 + 2{,}12 - 9{,}45 + 0{,}084)}{146} = 1{,}606.$$

Das Restglied hat hier nur den Wert 0,0011 und könnte leicht auch noch vernachlässigt werden. Jedenfalls weicht der gefundene Wert $D'(\mathfrak{A})$ von dem gewöhnlichen um $+0{,}058\,i = 0{,}58\,\sigma$ ab, eine immerhin ziemlich kleine Differenz, die indessen nicht etwa nur einen „Fehler“ unserer Berechnung darstellt, sondern vor allem auf Rechnung davon zu setzen ist, daß durch [87] eine stetige Funktion interpoliert wird, die schon durch die Werte zwischen x_0 und x_1 einerseits und x_{15} und x_{16} andererseits eine etwas größere Streuung einführt.

Der Wert würde sich übrigens nur sehr wenig ändern, wenn wir seiner Berechnung $x_\varrho = x_8$ bzw. $\alpha = +0{,}85\,i$ zugrunde legen würden. Es wäre dann (unter Hinzunahme des Restgliedes):

$$D(\mathfrak{A}) = \frac{2}{146}\Big\{1\cdot 7 + 0\cdot 6 + 0\cdot 5 + 3\cdot 4 + 3\cdot 3 + 8\cdot 2 + 18\cdot 1 + 30\cdot\frac{1{,}35^2}{2}$$
$$+ 0{,}85\cdot 33 + \frac{0{,}85}{8}(-9)\Big\} = 1{,}594,$$

also nur eine Verkleinerung um 0,012 gegen $D'(\mathfrak{A})$. Das Restglied bedeutet auch hier im ganzen nur $-0{,}013$.

Bei der Beziehung der mittleren Variation auf einen beliebigen Ausgangswert a wäre nach [209] noch die Differenz desselben vom arithmetischen Mittel, auf die gewöhnliche Art berechnet, also $\mathfrak{A} - a$, hinzuzufügen. Dabei wäre dann natürlich x_ϱ und α nach a zu bestimmen, so daß $a = x_\varrho + \alpha i$. Alles übrige ist, wie gesagt, aus dem soeben entwickelten Beispiele zu entnehmen.

Nachdem die Bestimmung des dritten Hauptwertes, des sog. Dichtigkeitsmittels $\mathfrak{D}$, schon von § 17b, 3 an ausführlich für eine stetige Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ entwickelt wurde und diesem Repräsentanten, abgesehen von dem ebenso

äußerlich hervortretenden Abstand $E_0 — E_n$ der Extreme, kein Streuungsmaß gleich unmittelbar zugeordnet werden kann, wie M und D dem 𝔄 und 𝔈, so sind hiermit alle unsere praktisch wichtigen Aufgaben der K.-L. für die Psychophysik erledigt, wenigstens so weit unmittelbar beobachtete einfache K.-G. in Frage kommen.

Kapitel 7.

Die Bestimmung eines hypothetischen Kollektivgegenstandes aus der Beobachtung seiner Summenfunktion.

29. Die Beziehungen zwischen dem hypothetischen K.-G. der Schwelle und dem beobachteten K.-G. des Schwelleneffektes im allgemeinen.

a) Der K.-G. der Grenzkurve als empirischer Ausgangspunkt bei der Bestimmung einer Schwelle (Grenzabszisse).

1. Von Ableitungen komplizierter K.-G. aus „einfachen“ im Sinne des § 14,2 soll hier nur der analytisch besonders elementare, in der Psychophysik aber weitaus wichtigste Spezialfall behandelt werden, der uns bei der Berechnung der Unterschiedsschwelle ausführlich beschäftigen wird. Der beobachtete K.-G., der hierbei auf den einfachen K.-G. der zufällig variablen Schwelle zurückgeführt werden soll, ist die bisher schon mehrfach genannte Funktion, nach welcher die relativen Häufigkeiten mehrerer Vergleichsurteile (z. B. größer, kleiner, gleich) von einem sog. „Vergleichsreize“ x abhängig sind, dessen einzelne Größenstufen $x_1, x_2 \ldots x_s$ je n_x mal mit einem konstanten „Haupt-“ oder „Normalreiz“ verglichen werden. Nachdem schon im 3. Kapitel § 14,3 S. 38ff. der allgemeine formale Charakter dieser Urteilsfunktionen als komplexer K.-G. erläutert worden war, folgten im 4. Kapitel mehrfache Beispiele der interpolatorischen Ergänzung einer solchen Beobachtungsreihe zu einer stetigen Verteilung 𝔅(x). Insbesondere wurden § 19 c (S. 83ff.) an dem Beispiele Fig. 4 einer Kurve von Verschiedenheits-(Kleiner-)Urteilen die numerischen Integrationen über die beobachtete Funktion erläutert, von denen wir nunmehr hier bei der Berechnung der Hauptwerte und Streuungsmaße des hypothetischen K.-G. der Schwelle Gebrauch zu machen haben. An sich ist die „Schwelle“ ein viel allgemeinerer Begriff. Denn jedes „Extrem“ (Maximum oder Minimum) einer abstufbaren Auslösungsbedingung für einen Vorgang, der jenseits desselben eben nicht mehr eintreten kann, läßt sich so bezeichnen, und die „Unterschiedsschwelle“ ist eben die Differenz zwischen Vergleichs- und Normalreiz, die das Bedingungsextrem für deren Unterscheidung darstellt. Daher bildet aber natürlich auch die gewöhnliche Form der beobachteten Funktionen, die als Effekt der zufälligen Größenschwankungen der Unterschiedsschwelle gedeutet werden kann, an sich eine viel allgemeinere Erscheinung. Sie findet sich, wenn der Effekt der quantitativ abstufbaren Auslösungsursache x eines Ereignisses wiederholt bei den nämlichen Stufen x beobachtet wird, und dabei gleichzeitig jene weitere Teilbedingung, die als „Schwelle“ in dem Sinne einer Minimal- oder Maximalbedingung zu betrachten ist, nach Zufall variiert. Bei solchen

zufälligen Schwankungen einer an sich eventuell rein hypothetischen Teilbedingung wird eben dann das Ereignis innerhalb eines bestimmten Unsicherheitsbereiches bald auftreten, bald unterbleiben, bzw. durch eine andere oder eine von mehreren anderen Möglichkeiten ersetzt werden. Von diesem allgemeinen Gesichtspunkte aus sollen also hier einstweilen die rein mathematischen Beziehungen zwischen dem beobachteten Totaleffekt und dem hypothetischen K.-G. der Schwelle vorausgenommen werden, um aus ihnen die Methoden zur Berechnung der Repräsentanten des K.-G. der Schwelle zu entwickeln, wobei wiederum zwischen einem unmittelbaren Verfahren und den Voraussetzungen spezieller Verteilungsgesetze für diesen hypothetischen K.-G. zu unterscheiden sein wird.

2. Die einfachste Zurückführung dieser Art gestatten aber nun speziell diejenigen K.-G. des § 14,3, deren Exemplare sich nicht wie bei den einfachen K.-G. auf den Bereich zwischen zwei Extremen E_u und E_o beschränken, sondern vielmehr von einem Extrem E' beginnend nach einer Seite hin, also entweder mit steigendem oder fallendem Werte der als Abszisse von $\mathfrak{W}(x)$ systematisch variierten Beobachtungsbedingung x, ununterbrochen an Häufigkeit zunehmen, bis ihre rel. H. an einem weiteren charakteristischen Punkte, der im folgenden kurz E heißen möge, den größtmöglichen Wert 1 erreicht und von da an fortgesetzt beibehält. Unter den Urteilskurven sind nur die extremen Kurven der Verschiedenheitsurteile von dieser Art, also bei nur drei Urteilsmöglichkeiten „größer" (g), „gleich" (u), „kleiner" (k) die Funktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$, und bei fünf Fällen g, g, u, k, k (vgl. § 14,1 S. 34) nur $F_g(x)$ und $F_k(x)$. Die Kurve $F_u(x)$ der Gleichheitsurteile (und bei fünf Fällen auch $F_g(x)$ und $F_k(x)$) kehren dagegen nach Passierung eines von 1 beliebig verschiedenen Maximums $\mathfrak{D}$ wie ein gewöhnlicher K.-G. bei einem zweiten Extrem zur Abszissenachse zurück. Gerade jene einseitig bis zur r. H. 1 ansteigenden K.-G. stehen aber nun offenbar dem Tatbestand am nächsten, in dem der schon genannte Begriff der Schwelle am einfachsten und gewissermaßen am anschaulichsten zu erfassen ist, nämlich dem Effekte der Abstufung der Auslösungsbedingung x (z. B. des Vergleichsreizes) bei konstanter Größe der Schwelle. Handelt es sich dabei um ein Bedingungsminimum, d. h. eine Schwelle für eine bei Zunahme des x hervortretende Erscheinung oder eine „obere Schwelle" in diesem Sinne, so fehlt bei ihrer Konstanz der Effekt bis zu einem bestimmten, weiterhin als „obere Grenzabszisse" r_o bezeichneten[1]) Werte

1) Dieser Ausdruck der „Grenzabszisse" ist insbesondere im Zusammenhange der analytischen Darstellung der Urteilsfunktionen F(x) unmittelbar als einzelner absoluter Abszissenwert wohl verständlich, während man bei der „Unterschiedsschwelle" meistens an die Differenz der Abszissen des Normalreizes N einerseits und des Vergleichsreizes $V = x$ denkt. Indessen kann man an und für sich auch bei der Bestimmung der Unterschiedsempfindlichkeit den Begriff der „Schwelle" schlechthin ähnlich absolut gebrauchen, wie bei der sog. „absoluten Reizschwelle" (d. h. für den minimalen absoluten Reizwert x, der eben eine Empfindung herbeiführt). Nur muß man eben zum Effekte des g- bzw. k-Urteiles nach Überschreitung der oberen bzw. der unteren Unterschiedsschwelle stets den Normalreiz und den Vergleichsakt als notwendige Teilbedingungen hinzunehmen. Im folgenden werden wir jedenfalls, soweit der Zusammenhang Mißverständnisse verhindert, die „obere" und „untere" Schwelle im Sinne der absoluten Grenzabszissen r_o und r_u gebrauchen.

vollständig, um von da an dann bei allen Einwirkungen von $x > r_0$ bis zu einer entfernten, hier nicht weiter in Betracht gezogenen Grenze durchweg einzutreten. Bei einem konstanten Bedingungs**maximum** aber wäre die rel. H. des Ereignisses mit **Abnahme** des x bis zu einer „**unteren** Schwelle" oder „**unteren Grenzabszisse**" r_u gleich Null, um von da an für $x < r_u$ bis auf weiteres[1]) gleich 1 zu bleiben. Der in dem Wesen des Schwellenbegriffes begründete Effekt der einseitigen Entwicklung einer rel. H. von 0 zu 1 wäre hiernach in diesem einfachsten, empirisch natürlich niemals genau verwirklichten Falle gewissermaßen am reinsten zu erfassen. Das Besondere, was in den empirischen Urteilskurven mit gleichem Grundcharakter noch hinzutritt und den hypothetischen Schwellenbegriff speziell als **Kollektivgegenstand** aufzufassen nötigt, ist also nur die Ausdehnung des Überganges von 0 zu 1 über eine ganze Strecke E — E' an Stelle des plötzlichen Emporschnellens bei völlig konstantem Schwellenwert. Diese soll eben dann weiterhin auf die zufälligen Schwankungen der Schwelle nach Art eines gewöhnlichen K.-G. zurückgeführt werden. Dabei gelten die Bezeichnungen des „oben" und „unten" wie des Minimums und Maximums natürlich immer nur für das spezielle Ereignis, für das die Schwelle gesucht wird, und sind daher immer nur relative, wie es eben im Wesen jeder Grenze liegt[2]). Die Kurve des einseitig **ansteigenden** K.-G. des gerade betrachteten Ereignisses ist ja, um 180^0 gedreht, die Kurve des K.-G., der kontradiktorisch aus allen sonstigen Möglichkeiten, eventuell auch nur einer einzigen, kombiniert wird und der in der nämlichen Richtung um gleichviel **abfällt**. Wir wollen diesen K.-G. im folgenden kurz als „kontradiktorisches Komplement" des ersten K.-G. bezeichnen. Bei **konstanten** Bedingungen spränge also der „komplementäre" K.-G. $F_{u+k}(x)$ bei der nämlichen Grenzabszisse r_0 von 0 auf 1, an der $F_g(x)$ seinerseits aufhörte; bei einem allmählichen Übergang aber herrscht zwischen beiden Komponenten überall wenigstens die vollständigste gegenseitige Abhängigkeit wegen der bereits S. 40 genannten Grundrelation [15]

$$F_{u+k}(x) = 1 - F_g(x). \qquad [214]$$

1) Natürlich hören die Ereignisse, die einerseits erst von diesen Grenzabszissen an auftreten, bei noch weiterer Zunahme bzw. Abnahme des Abszissenwertes auch wiederum einmal auf, weil es auch nach der anderen Seite Grenzbedingungen für ihr Zustandekommen gibt. Bei fortgesetzter Steigerung oder Schwächung des Vergleichsreizes hört also z. B. dessen adäquate Wahrnehmung und damit natürlich auch seine Beurteilung schließlich überhaupt auf. Indessen handelt es sich hier nur darum, daß diese anderweitige Einschränkung, die ihrerseits natürlich ebenfalls unter den Schwellenbegriff in diesem allgemeinen Sinne subsumiert werden kann, von den Abszissen r_0 bzw. r_u weit genug entfernt ist, um die dann bei inkonstanten Bedingungen noch hinzutretende Unsicherheitsregion durch einen hinreichend breiten Bezirk voller Sicherheit, d. h. mit der r. H. = 1, entschieden abgrenzen zu lassen. Denn nur unter dieser Voraussetzung besitzt dann weiterhin auch der hypothetische einfache K.-G. der Schwelle zwei sichere Extreme, die eine bestimmte Wertangabe speziell für ihn ermöglichen. Auf die sekundären Fragen, die in dieser Hinsicht an der unteren und oberen Grenze bestimmter Reizwirkungen, bei den sog. „**absoluten**" **Schwellen**, hinzutreten, können wir natürlich erst bei den speziellen Vergleichsmethoden eingehen. Die hier gemeinte **obere** Grenze bezeichnet **Wundt** bekanntlich als „**Reizhöhe**". (Vgl. Grundzüge der physiol. Psychologie I[6], 1908, S. 559.)

2) Auf konventionelle **absolute** Bedeutungen dieser Art werden wir erst unten zurückkommen.



3. An und für sich gestatten aber natürlich auch die mit der X-Achse geschlossenen Verteilungskurven eine analoge Ableitung aus Schwellen. Indessen sind hierbei wegen der beiderseitigen Begrenzung stets mindestens zwei Schwellen im Spiele, von denen die eine dabei als Minimum, die andere als Maximum eines Effektes zu betrachten ist, der außerhalb dieser Grenzen jeweils von anderen Effekten abgelöst wird. Im einfachsten Falle einer vollständigen Konstanz dieser beiden Grenzen würde also die Geschlossenheit der beobachteten Effektkurve mit der X-Achse in beiden Extremen durch einen zweimaligen plötzlichen Wechsel der rel. H. von 0 zu 1 und umgekehrt erreicht, wie er jene einseitigen K.-G. unter der nämlichen Voraussetzung einzeln für sich charakterisierte. Und so hätte denn auch jeder mit der X-Achse geschlossene, also äußerlich „einfache" K.-G. bei völlig konstanten Bedingungen je eine Grenzabszisse mit einem einseitig ansteigenden K.-G. gemeinsam, E_u wäre mit einem r_u, E_o mit einem r_o identisch. Bei zufälligen Schwankungen der beiden Schwellen überschneiden sich freilich bisweilen die Unsicherheitsregionen der beiden äußeren K.-G., ja bei Urteilskurven der genannten Art ist dies sogar im allgemeinen der Fall, so daß für den mittleren K.-G. (also $F_u(x)$) kein Bezirk mit der vollen Höhe der rel. H. = 1 übrig bleibt. Auch in diesem Falle hat aber natürlich der mittlere K.-G. das gesamte Beobachtungsmaterial, aus dem dann bei diesen Schwankungen „Hauptwerte" der Schwellen (Grenzabszissen) zu berechnen sind, mit den beiden nach außen ansteigenden K.-G. gemeinsam, wie es in der soeben wiederholten Grundrelation [15] zwischen den rel. H. der verschiedenen Möglichkeiten:

$$F_k(x) + F_u(x) + F_g(x) = 1$$

zum Ausdrucke kommt. Um dessentwillen ist aber freilich auch aus den u-Urteilen hinsichtlich der K.-G. der Schwellen nichts Neues zu entnehmen, das nicht schon aus $F_k(x)$ und $F_g(x)$ zu berechnen wäre.

Zu einer klaren Analyse des Tatbestandes der Schwelle wird man also stets von der Betrachtung der einseitig zur rel. H. 1 ansteigenden K.-G. ausgehen, die im folgenden bisweilen einfach als beobachtete „Grenzkurven" bezeichnet sein werden. Bei der Bestimmung der sog. „absoluten" Schwellen, d. h. der minimalen Reize, die eben noch, und der maximalen, die eben nicht mehr eine bestimmte Empfindung auslösen, wird ja auch ohnedies eine untere bzw. eine obere Grenzkurve allein für sich abgeleitet.

4. Mit der Beobachtung des beiderseits begrenzten K.-G. ist aber natürlich jedenfalls im Vergleich zur Beschränkung auf die Betrachtung der einzelnen Grenzkurven ein neuer realer Gegenstand in die Betrachtung eingeführt, ähnlich wie wenn man die einseitig ansteigenden K.-G. über ihre Region mit der rel. H. 1 hinaus bis zu der jenseitigen, in unserer vorigen Überlegung ausdrücklich ausgeschalteten Grenze verfolgen würde. Während also bei der Einschränkung der Analyse auf eine einzelne Grenzkurve die Schwelle immer nur als Grenzabszisse angegeben werden kann, ist bei der Zurückführung eines gewöhnlichen mit der x-Achse geschlossenen K.-G. auf zwei derartige Grenzabszissen stets noch der absolute Wert der Distanz zwischen beiden Grenzen bestimmbar. Da hier die weitere Deutung

der jeweiligen Maximal- und Minimalbedingungen noch nicht in Frage kommt, die uns speziell bei den Urteilskurven im nächsten Abschnitte ausführlicher beschäftigen soll (s. § 32ff.), so soll auch diese absolute Distanz, die bei jenen psychophysischen Beispielen von einem bestimmten Gesichtspunkte aus als (doppelte) Unterschiedsschwelle im engeren Sinne aufzufassen ist, hier nur als rein formale Resultante der Kombination von mindestens drei K.-G. nach Gl. [15] bzw. [214] in Betracht gezogen werden. Sie ist jedenfalls an das Vorkommen mittlerer Hauptfälle gebunden und verschwindet, wenn innerhalb des kritischen Bereiches nur zweierlei Möglichkeiten bestehen. Denn da in diesem Falle, der auch empirisch bisweilen durch das völlige Fehlen von u-Urteilen neben den g- und k-Fällen realisiert ist, nur noch die Relation

$$F_g(x) + F_k(x) = 1 \tag{215}$$

übrig bleibt, so sind eben beide Kurven nur noch kontradiktorische Komplemente im Sinne der Gleichung [214], die keinen Abstand zwischen sich lassen.

Bei mindestens drei Hauptfällen würde nun diese Distanz unter völlig konstanten Bedingungen als der ganz bestimmte Abstand $r_o - r_u$ der Grenzabszissen bzw. der Extreme E_o und E_u des mittleren Falles aus den Beobachtungen unmittelbar zu entnehmen sein. Weil aber die drei Kurven infolge der zufälligen Schwankungen allmählich ansteigen, so ist auch dieser mit dem mittleren K.-G. gesetzte Abstand ein K.-G. und daher höchstens in Hauptwerten der Grenzabszissen im Sinne der K.-L. anzugeben. Seine Bestimmung wird somit erst durch diejenige dieser beiden Hauptwerte vermittelt werden, die einzeln für sich aus ihren K.-G., in unserem Falle also aus $F_g(x)$ und $F_k(x)$, zu berechnen sind. Obgleich also diese beiden Grenzkurven auf Grund der tatsächlichen Faktoren, die von dem Abstand der Hauptwerte r_o und r_u' so gut als möglich repräsentiert werden, realiter nicht voneinander unabhängig sein können, so ist doch diese Abhängigkeit innerhalb des Beobachtungsmateriales nicht anders enthalten, als in der nunmehr schon öfters genannten Gleichung [15] bzw. [214]. Diese läßt aber eben den beiden extremen Kurven, rein analytisch betrachtet, die volle beiderseitige Unabhängigkeit, die ihnen das Dazwischentreten des zufällig schwankenden Mittelfalles gewährleistet. In jedem Einzelversuche liefert eben ein einzelner Vergleichsreiz x immer nur einen einzigen Fall der Mannigfaltigkeit des ganzen komplexen K.-G. aus den drei Kurven. Man weiß also zwar im allgemeinen, daß bei einem g-Fall in dem nämlichen Augenblicke ein etwas kleinerer Reiz mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein u-Urteil und ein noch kleinerer ein k-Urteil herbeiführen würde, und Analoges gilt umgekehrt für den Augenblick der Ableitung eines k-Falles für die u- und g-Fälle. Es ist also keine Inversion der gleichzeitig gültigen Werte der beiden Grenzabszissen r_o und r_u möglich. Denn da r_o das Minimum für die g-Fälle, r_u aber das Maximum für die k-Fälle bedeutet, so müßte, falls im Laufe der zufälligen Variationen beider Schwellen auch einmal $r_o < r_u$ werden könnte, in dem Bereich zwischen r_u und r_o gleichzeitig ein (sicheres) Größer- und ein (sicheres) Kleinerurteil auftreten, was natürlich eine contradictio in adjecto wäre. Wieviel im

einzelnen indessen die Reize verschieden sein müßten, um in einem gegebenen Augenblicke g, u oder k herbeizuführen, darüber wird uns bei sukzessiver Beurteilung einzelner x gar nichts bekannt. Wenn also dem System der drei beobachteten Urteilskurven zwei hypothetische einfache K.-G. der Schwellen für die g- und k-Fälle zugrunde gelegt werden, so wird zwar jedem Einzelfalle des einen K.-G. de facto ein ganz bestimmter des anderen K.-G. als gleichzeitig zugeordnet sein. Diese ganz allgemeine Abhängigkeitsbeziehung läßt aber der Zuordnung im einzelnen noch so viel Freiheit, daß die Repräsentanten der K.-G. unabhängig voneinander zu berechnen sind. Wir können daher im folgenden die Ableitung des K.-G. für eine einzelne Grenzabszisse gesondert betrachten und haben dabei nur die beiden Hauptfälle der mit steigendem Abszissenwerte x steigenden und fallenden Grenzkurve (Beobachtungskurve) zu unterscheiden, die aber natürlich auch in der Beziehung zu den abgeleiteten hypothetischen K.-G. nur Unterschiede der Vorzeichen mit sich bringen werden.

5. Nun könnte man vielleicht von einem ganz allgemein hypothesenfeindlichen Standpunkte aus bezweifeln, ob zur Angabe allgemeingültiger Repräsentanten eines einseitig ansteigenden K.-G., also zur Bestimmung einer mittleren Grenzabszisse und ihres Streuungsmaßes, überhaupt erst ein besonderer K.-G. der Schwelle, auch nur in dem ganz abstrakten Sinne des Bedingungsextremes, hypostasiert zu werden brauche. Man könnte also etwa daran denken, den variablen Teil der Grenzkurve, d. h. den Bereich E′E des Anstieges von 0 bis 1 (s. S. 165), zu verselbständigen und für ihn unmittelbar Hauptwerte und Streuungsmaße wie für einen einfachen K.-G. mit den Ordinaten $z_0 = F(E')$, z_1, $z_2 \dots z_p = F(E)$ zu berechnen. Wenn man sich auf diese spezielle Kategorie von K.-G. beschränkt, dürfte einem solchen Verfahren wohl auch in der Tat ein gewisser Grad von Vergleichbarkeit zukommen. Indessen würden diese Werte doch im gesamten Begriffssystem der sonstigen K.-L. zusammenhangslos dastehen. Und doch weist die Zusammensetzung des ganzen Systemes der Urteilskurven aus Ordinaten, die für sich je eine Mannigfaltigkeit von n_x auf F(x) und seinen kontradiktorischen Gegensatz verteilten Einzelfällen repräsentieren, ganz von selbst auf eine Elementarkonstruktion aus einem einfachen K.-G. hin. Dieser besteht aber eben in der allen Ordinaten gemeinsamen Bedingung für das Auftreten des speziellen Hauptfalles (z. B. g oder k), wie sie oben in dem Begriff seiner „Schwelle" als eines Bedingungsextremes angedeutet und im folgenden weiter ausgeführt ist. Zur Allgemeingültigkeit der beobachteten Kurve F(x) ist dann freilich vorausgesetzt, daß die n_x Einwirkungen jeder Stufe x der Auslösungsursache (z. B. des Vergleichsreizes bei Urteilskurven) zahlreich genug sind, um alle Möglichkeiten dieses K.-G. bei jedem beobachteten Werte hinreichend erschöpfen zu können. Auch erscheint es zunächst wenigstens möglich, daß die spezielle Größe der n_x-mal einwirkenden Reizstufe x den K.-G. der im Schwellenbegriff zusammengefaßten Teilbedingungen unberührt läßt. Wir werden allerdings sehen, daß speziell diese letztere Voraussetzung von der Erfahrung wesentliche Einschränkungen erleidet, die dann eben die Zurückführung sämtlicher Ordinaten des beobachteten K.-G. auf einen konstanten K.-G. dieser Art überhaupt illusorisch machen. Dennoch handelt es sich dabei immer nur um sekundäre Fragen. Wird doch hierdurch

nicht etwa die Zurückführung der beobachteten K.-G. auf den K.-G. der Schwelle überhaupt sinnlos, sondern es erscheint nur die Angabe relativ einfacher Repräsentanten dieses hypothetischen K.-G. je nach dem Grade dieser Inkonstanz hierbei mehr oder weniger erschwert. Im übrigen hat der bekannteste Versuch, aus der Betrachtung der beobachteten K.-G. im ganzen ohne weitere Hypothesen unmittelbar Repräsentanten abzuleiten, der schon 1858 von A. W. Volkmann[1]) mit seiner Statuierung der Grenzabszisse bei $F(x) = 50\%$ unternommen wurde, sich nachträglich doch nur als Bestimmung eines geläufigen Hauptwertes des hypothetischen K.-G. der Grenzabszisse erwiesen, der zunächst nur der Beweis für ihre mehr gefühlsmäßig erfaßte Repräsentationsfähigkeit fehlte.

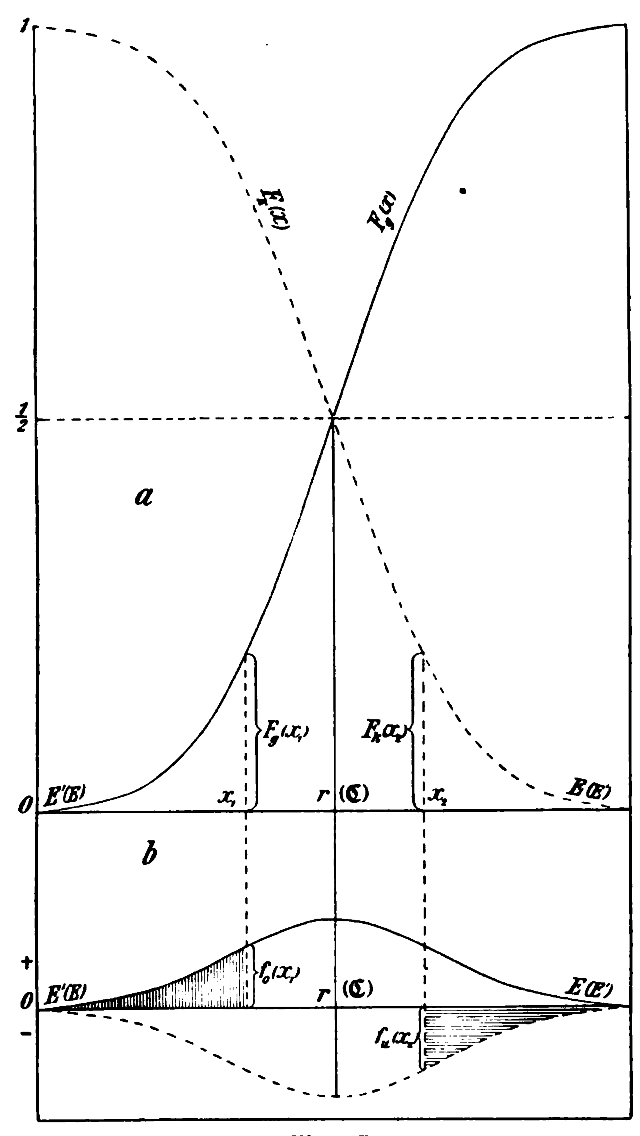
In neuester Zeit versuchte insbesondere F. M. Urban[2]) den hypothetischen Schwellenbegriff ausdrücklich durch den konkreten anschaulichen Tatbestand des Urteilswechsels von „gleich“ zu „größer“ oder „kleiner“ bzw. umgekehrt in geschlossenen Versuchsreihen zu ersetzen, in denen jede der benutzten Stufen x des Vergleichsreizes immer je einmal vorkommt. Die „Grenze des Unsicherheitsgebietes“ soll dann durch den Mittelwert aus den Lagen dieser Urteilswechsel in vielen Reihen repräsentiert werden. Hierauf wollen wir aber erst bei der sog. „Methode der Minimaländerungen“ im nächsten Hauptabschnitte etwas ausführlicher eingehen, aus der sich Urbans spezieller Versuch herausentwickelt hat. Hier sei einstweilen nur so viel hervorgehoben, daß von dem Augenblick an, wo wir eine zufällige Veränderung des Schwellenwertes von einem Versuch zum anderen zugeben müssen, die Urteilswechsel in solchen Reihen für uns nur noch scheinbare Lagen des gesuchten Bedingungsextremes bedeuten können. Zu dem K.-G. aller unter den gegebenen Versuchsbedingungen möglichen Lagen der wirklichen Bedingungsextreme aber stehen sie in einem sehr komplizierten Abhängigkeitsverhältnis. Obgleich man nämlich infolge der Möglichkeit einer fortwährenden Variation von r_o und r_u niemals deren augenblickliche wahre Lage im einzelnen anzugeben vermag, läßt sich, wie im folgenden ausführlich gezeigt ist, aus der gesamten Mannigfaltigkeit der beobachteten Urteile wenigstens der K.-G. aller möglichen Lagen nach ganz klaren Prinzipien erschließen, so daß seine Hauptwerte und Streuungsmaße aus den „Grenzkurven“ sehr bequem zu berechnen sind. Aus den konkreten Urteilswechseln in jenen Einzelreihen würden sich aber selbst besten Falles höchstens Annäherungen an diese Mittelwerte der wirklichen Lagen von r_o und r_u und auch diese nur mit einer unverhältnismäßig großen Zahl von Einzelversuchen berechnen lassen, da eben die Urbanschen Mittelwerte das gesamte Beobachtungsmaterial nur einseitig wiedergeben und mehr oder weniger Einzelversuche gar nicht berücksichtigen[3]).

---

1) A. W. Volkmann, Über den Einfluß der Übung auf das Erkennen räumlicher Distanzen. Ber. der K. Sächs. Ges. d. Wissensch. Math. Phys. Cl. Bd. X 1858, S. 38 (bes. S. 49).

2) Archiv f. d. ges. Psychologie XV, 1909, S. 318 und XX, 1911, Lit. S. 7.

3) Vgl. auch meine Abhandlung: „Zur erkenntnistheoretischen und mathematischen Begründung der Maßmethoden für die Unterschiedsschwelle“, Arch. f. d. ges. Psychologie XX, 1. 1911, S. 52ff.



Figur 7.
a) Schema der beobachteten rel. Häufigkeiten der extremen Fälle (g- und k-Urteile) in Abhängigkeit vom Vergleichsreiz. (u-Fälle fehlen.)
b) Die zugehörigen hypothetischen K.-G. der oberen und unteren Schwelle (Grenzabszisse).

b) Die analytische Grundrelation zwischen der beobachteten Grenzkurve und dem hypothetischen K.-G. der Schwelle.

1. Die Grundbeziehung zwischen der beobachteten von E′ bis E ansteigenden Funktion F(x) und der hypothetischen Funktion f(x) der „Grenzabszisse" ist nun im einzelnen direkt aus dem Wesen des Bedingungsextremes zu entnehmen. Die ausgezogene Kurve in Fig. 7a, die wegen

ihrer Ähnlichkeit mit den empirischen Kurven der g-Urteile in Abhängigkeit von dem Vergleichsreize x sogleich mit $F_g(x)$ bezeichnet werden soll, sei in einer Anzahl absoluter H. Z beobachtet und genau wie Fig. 4 stetig interpoliert. Die jeweilige obere Schwelle wird dann als „Grenzabszisse" des kleinsten x, das eben noch den Hauptfall g herbeiführt, in den nämlichen Abszissen auszudrücken sein (s. S. 165 A. 1). Die rel. H. oder Wahrscheinlichkeit aller einzelnen Möglichkeiten dieses hypothetischen K.-G. der oberen Schwelle (Grenzabszisse) befolge die (hypothetische) Verteilungsfunktion $f_0(x)$, die also jetzt aus $F_g(x)$ abgeleitet werden soll. Ihre Extreme mögen zunächst wieder, einstweilen noch unabhängig vom beobachteten $F_g(x)$, mit E_u und E_0 bezeichnet werden. Wenn nun in allen n_x Darbietungen jedes Abszissenwertes x wirklich immer alle Möglichkeiten des hypothetischen K.-G. $f_0(x)$ zwischen seinen Extremen E_u und E_0 erschöpft sein sollen, so läßt die Beobachtung der rel. H. $F_g(x_1)$ des Hauptfalles g bei der Abszisse x_1, die irgendwo zwischen den Extremen E' und E des ansteigenden Astes von $F_g(x)$ liegen soll, offenbar den Rückschluß zu, daß in relativ ebenso vielen Fällen jene Grenzabszisse kleiner als x_1 gewesen sein muß. Es ergibt sich also aus dem Wesen des Bedingungsminimums die einfache Grundrelation:

$$\frac{Z_1}{n_x} = F_g(x_1) = \int_{E_u}^{x_1} f_0(x)\,dx.$$

Dieser Ausdruck gilt aber auch ganz allgemein für jede beliebige Abszisse. d. h. es ist:

$$z = F_g(x) = \int_{E_u}^{x} f_0(x)\,dx. \qquad [216]$$

Der Rest aller möglichen Größen der Schwelle, der in den n_x Darbietungen außerdem noch zur Geltung kam, repräsentiert dagegen seinerseits sämtliche Fälle des kontradiktorischen Komplementes zum Hauptfalle g, d. h. es ist ganz analog auch

$$1 - F_g(x) = \int_{x}^{E_0} f_0(x)\,dx. \qquad [217]$$

Denn die Summe aller Möglichkeiten, die je einem der n_x Versuche entsprechen, ist nach [9] natürlich stets wieder

$$\frac{n_x}{n_x} = 1 = \int_{E_u}^{E_0} f_0(x)\,dx.$$

Das bestimmte Integral der Definitionsgleichung [216] ist nun von der Wahl einer Integrationskonstanten bei $\int f_0(x)\,dx$ unabhängig; denn wenn

$$\int f_0(x)\,dx = \mathfrak{F}(x) + C_0, \qquad [218]$$

so wird

$$F_g(x) = \mathfrak{F}(x) + C_o - \mathfrak{F}(E_u) - C_o = \mathfrak{F}(x) - \mathfrak{F}(E_u). \qquad [219]$$

Da ferner nach der Beobachtung $F_g(E') = 0$ ist, so muß auch

$$\int_{E_u}^{E'} f_o(x) = F_g(E') = 0 \qquad [220]$$

sein, d. h. das untere Extrem E_u des K.-G. der Schwelle fällt mit dem Beginn des Anstieges der beobachteten Kurve $F_g(x)$ zusammen. Andererseits muß dann auch $E_o = E$ sein, da in E umgekehrt das kontradiktorische Komplement verschwindet. Denn nach [217] gilt

$$\int_{E}^{E_o} f_o(x)\,dx = 1 - F_g(E) = 0 \qquad [221]$$

d. h. das obere Extrem E_o des hypothetischen K.-G. der Schwelle ist mit dem oberen Ende des Anstieges E der beobachteten Funktion identisch, bei dem $F_g(x) = 1$ ist.

Aus [219] ergibt sich dann endlich auch durch Umkehrung der Integration, also durch Differentiation, die zunächst gesuchte allgemeine Formel für den hypothetischen K.-G. $f_o(x)$, ausgedrückt in den Werten der Beobachtungsfunktion $F_g(x)$. Da $\mathfrak{F}(E_u) = \mathfrak{F}(E')$ eine Konstante ist, so wird

$$\frac{dF_g(x)}{dx} = \frac{d\mathfrak{F}(x)}{dx} + 0,$$

also nach [218]:

$$f_o(x) = \frac{dF_g(x)}{dx}. \qquad [222]$$

Die rel. Häufigkeiten $f_o(x)$ des Kollektivgegenstandes der Grenzabszisse der mit den Abszissenwerten ansteigenden Funktion $F_g(x)$ sind also einfach gleich den Differentialquotienten dieser Funktion nach x. In der Fig. 7b ist nun die Verteilungskurve dieses hypothetischen K.-G. der oberen Schwelle (Grenzabszisse) $f_o(x)$ unmittelbar unter die Kurve $F_g(x)$ der Fig. 7a gezeichnet, wobei sich die Abszissenwerte, also auch E_u und E', E_o und E lotrecht entsprechen. Die Ordinate $F_g(x_1)$ ist somit als bestimmtes Integral [216] gleich der in der Fig. 7b vertikal schraffierten Kurvenfläche zwischen der Verteilungskurve $f_o(x)$ und ihrer Abszissenachse. Da man aber nun bei jenem unbestimmten Integral [218] die beliebige Integrationskonstante C_o hinzuzudenken hat, so kann man schließlich die Grundrelation zwischen dem beobachteten und dem hypothetischen K.-G. auch einfach durch die Gleichung

$$F_g(x) = \int f_o(x)\,dx \qquad [223]$$

ausdrücken, falls man sich bei diesem Integral den Wert

$$C_o = -\mathfrak{F}(E_u), \qquad [223\,a]$$

der dem Integral $\int f_o(x)\,dx_{x=E_u}$ ohne Konstante entspricht, als Inte-

grationskonstante hinzudenkt. Betrachtet man dieses Integral als durch die Aufsummierung der rel. H. in $f_0(x)$ von unten her entstanden, so kann die beobachtete Funktion somit als die „Summenfunktion" (s. S. 49 u. 113) des hypothetischen K.-G. der Schwelle aufgefaßt werden.

2. Die ganz analoge Grundrelation zwischen einer mit fortschreitendem Abszissenwerte von (E) bis (E') abfallenden Beobachtungsfunktion einerseits und ihrer hypothetischen Schwellenfunktion andererseits läßt sich an dem nämlichen Beispiele demonstrieren, wenn man nunmehr das kontradiktorische Komplement $1 - F_g(x)$ ins Auge faßt, da eben sein Wert bei E' von 1 abzufallen beginnt und bei E verschwindet. Wegen dieser Ähnlichkeit mit der Abhängigkeit der Kleiner-Urteile vom Vergleichsreiz bezeichnen wir dieses in Fig. 5a in der gestrichelten Linie selbständig eingetragene Komplement mit $F_k(x) = 1 - F_g(x)$. (Als System von Urteilskurven würde Fig. 7a also dem bisweilen beobachteten Falle ohne jegliche Gleichheitsfälle (u) entsprechen.) Nach [217] wäre dann hier

$$F_k(x) = \int_x^{E_0} f_0(x)\,dx.$$

In der Tat entspricht dies auch dem Wesen der unteren Grenzabszisse, die das jeweilige Maximum des Wertes x bedeutet, der eben noch den Erfolg k herbeiführen kann. Da wir aber die Verteilungsfunktion der unteren Grenzabszisse, die hier diese Funktion speziell mit Bezug auf den kontradiktorischen Fall non-g ausübt, doch auch ganz unabhängig von der ansteigenden Kurve $F_g(x)$ betrachten wollen, von der sie ja auch beim Dazwischentreten eines mittleren Hauptfalles u nach [215] analytisch völlig unabhängig wird, so bezeichnen wir diese Verteilung der hypothetischen unteren Schwelle mit $f_u(x)$, so daß

$$F_k(x) = \int_x^{E_0} f_u(x)\,dx \qquad [224]$$

oder, wie bei [219]

$$F_k(x) = \mathfrak{F}(E_0) - \mathfrak{F}(x),$$

wobei nun

$$\mathfrak{F}(x) = \int f_u(x) + C_u. \qquad [225]$$

Durch Differentiation nach x findet man dann wieder die Beziehung der hypothetischen zur beobachteten Funktion. Da $\mathfrak{F}(E_0)$ wieder eine Konstante, so ist

$$\frac{dF_k(x)}{dx} = 0 - f_u(x).$$

Der jederzeit positive Wert der rel. H. der Größe x der unteren Grenzabszisse ist also

$$f_u(x) = -\frac{dF_k(x)}{dx}. \qquad [226]$$

Bei einer mit der Zunahme des x von 1 bis 0 abfallenden Beobachtungsfunktion ist also die Verteilungsfunktion der hypo-

thetischen (unteren) Grenzabszisse gleich dem negativen Wer des Differentialquotienten der beobachteten Funktion. In Fig. 7b ist auch die Kurve dieses Differentialquotienten der abfallenden Kurve F_k punktiert eingezeichnet und entspricht natürlich einfach einer Umklappung von $f_o(x)$ um die x-Achse. Die dem Integral [224] entsprechende Kurvenfläche ist hierbei durch horizontale Schraffierung herausgehoben.

Auch hier läßt sich die Beziehung wieder allgemein mit einem unbestimmten Integral ausdrücken, wenn man sich bei der Umkehrung von [226] in der Relation

$$\mathfrak{F}_k(x) = -\int f_u(x)\,dx \qquad [227]$$

die Integrationskonstante

$$C_u = +\,\mathfrak{F}(E_o) \qquad [227\,a]$$

hinzudenkt. Bei der Herstellung der Summenfunktion zur theoretischen Ableitung der beobachteten aus der hypothetischen Funktion ist also hier von dem oberen Extrem der letzteren aus aufzusummieren, wie es eben im Wesen der unteren Schwelle (Grenzabszisse) liegt.

c) Die analytische Beziehung des K.-G. der mittleren Fälle (bei drei Hauptfällen) zu der oberen und unteren Schwelle.

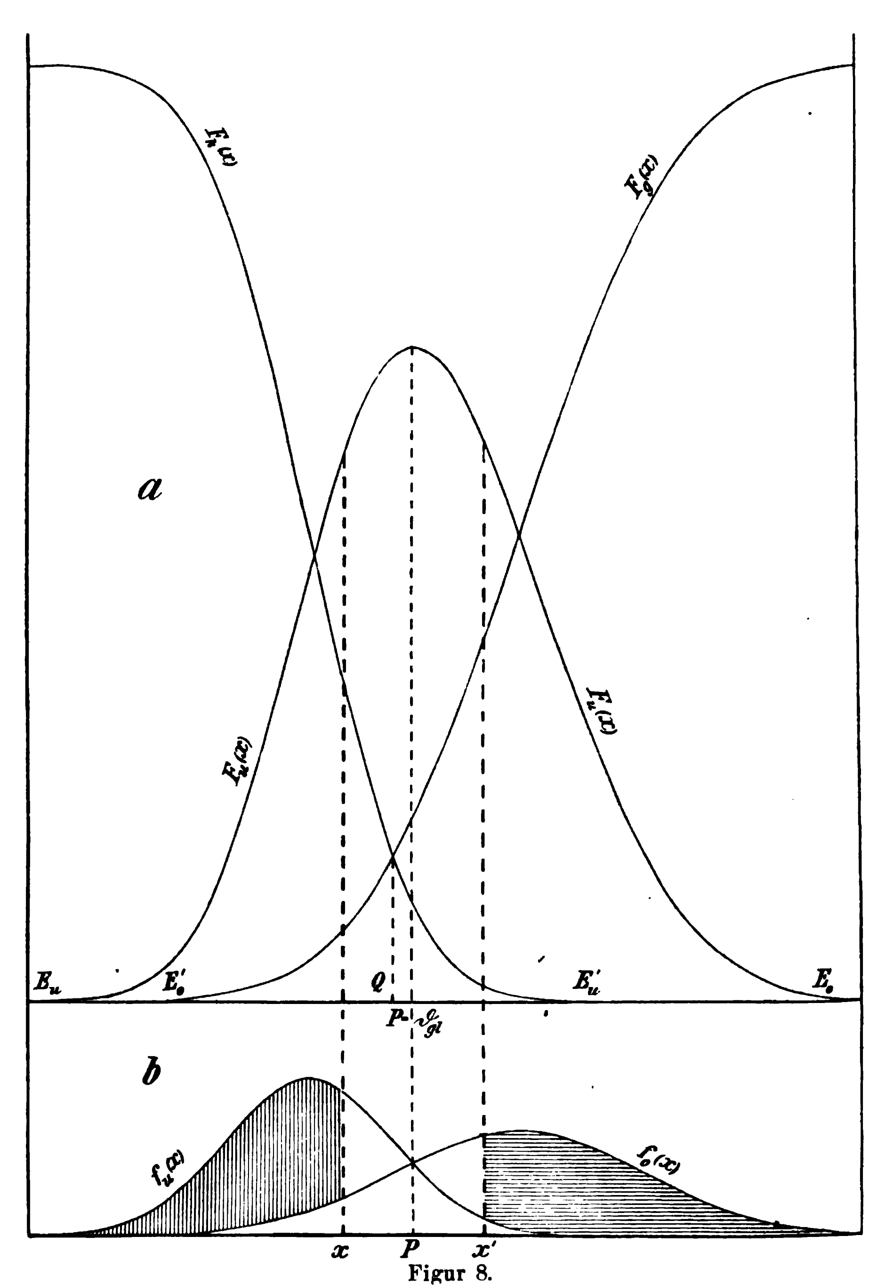
1. Wählt man, wie vorhin, die Funktion $1 - F_g(x)$ zur Veranschaulichung der dabei besonders deutlich hervortretenden Unterschiede zwischen der abfallenden und aufsteigenden Beobachtungsreihe, so fallen, wie gesagt, die K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$ vollständig zusammen, weshalb wir dort auch noch keine getrennten Bezeichnungen der Extreme einzuführen brauchten. Tritt aber nun noch $F_u(x)$ dazu, so daß nach [15] wieder

$$F_u(x) = 1 - F_k(x) - F_g(x),$$

so sind die $f_o(x)$ und $f_u(x)$ unabhängig voneinander aus den in [15] völlig selbständigen $F_g(x)$ und $F_k(x)$, jedoch nach den nämlichen Prinzipien wie bei Gl. [222] und [226], ableitbar. In einem solchen beobachteten System von drei Hauptfällen, wie es in Fig. 8a schematisch dargestellt ist[1]), werden wir künftig immer das untere Extrem der ganzen Unsicherheitsregion, also den Punkt, wo $F_k(x)$ von 1 abzufallen beginnt, mit E_u, und das obere Extrem, wo $F_g(x)$ den Wert 1 erreicht hat, mit E_o bezeichnen. Das innere Extrem jener abfallenden Kurve aber nennen wir E_u', dasjenige dieser ansteigenden E_o'. Dann hat nach dem Bisherigen natürlich auch wieder der aus $F_k(x)$ abgeleitete K.-G. $f_u(x)$ die Extreme E_u und E_u' und der zu $F_g(x)$ zugehörige K.-G. $f_o(x)$ die Extreme E_o' und E_o. In diesem System sind nun die Kollektivgegenstände der Grenzabszissen für die mittlere beobachtete Kurve $F_u(x)$ mit den K.-G. $f_u(x)$ und $f_o(x)$ der

1) Nur zur Erleichterung einer möglichst exakten Konstruktion des Kurvensystemes an der Hand von Tabellen wurde in Fig. 7a und b und 8a und b für $f(x)$ stets das einfache E.-G. zugrunde gelegt. Zur schematischen Darstellung der gegenseitigen Unabhängigkeit von $F_g(x)$ und $F_k(x)$, bzw. von $f_o(x)$ und $f_u(x)$ brauchten dann in Fig. 8 nur die Präzisionsmaße h_o und h_u verschieden angesetzt zu werden, und zwar ist in $f_o(x)$ $h_o = 0{,}2$ und in $f_u(x)$ $h_u = 0{,}3$ gewählt.





Figur 8.
a) Schema der Beobachtungsfunktionen bei drei Hauptfällen.
b) Die hypothetische K.-G. der oberen und unteren Schwelle.

beobachteten Grenzkurven ebenso identisch, wie nach dem S. 167 Gesagten bei völlig konstanten Bedingungen die (hierbei konstanten) Grenzabszissen r_o und r_u dem $F_u(x)$ und je einem extremen Fall gemeinsam wären. Der

mittlere Fall (u) wird nämlich bei allen n_x Einwirkungen des Abszissenwertes x offenbar so oft eintreten, als einerseits das Maximum für den unteren Fall (k) augenblicklich niedriger liegt als x (also kein k-Fall auftreten kann) und doch andererseits nicht etwa gleichzeitig eine der tieferen Lagen des Minimums für den oberen Fall g verwirklicht ist, die bei Einwirkung der Stufe x diesen letzteren Fall herbeiführen müßte. Denn sämtliche Möglichkeiten hinsichtlich der Schwelle für den einen extremen Fall müssen ja nach S. 168 mit je einer entsprechenden des anderen zeitlich zusammenfallen, wobei nur die ganz allgemeine, analytisch nicht weiter formulierbare Einschränkung hinzutritt, daß diese wechselseitig koordinierten Einzelfälle aus den Kurvenflächen von $f_o(x)$ und $f_u(x)$ womöglich einen gewissen Abstand einhalten und daß zum mindesten keine Inversion von oben und unten eintritt. Die Wahrscheinlichkeit der für u günstigen Lage des Bedingungsmaximums für k ist nun, nach [224] und [9] und mit Berücksichtigung der neuen Extreme,

$$1-\int_x^{E'_u} f_u(x)\,dx = \int_{E_u}^{x} f_u(x)\,dx.$$

Um die rel. H. $F_u(x)$ zu erlangen, ist also dann hiervon erst noch die Wahrscheinlichkeit

$$F_g(x) = \int_{E_o'}^{x} f_o(x)\,dx$$

des Auftretens eines g-Falles bei x wieder abzuziehen, so daß schließlich

$$F_u(x) = \int_{E_u}^{x} f_u(x)\,dx - \int_{E_o'}^{x} f_o(x)\,dx. \qquad [228]$$

Die diesem Wert entsprechende Kurvenfläche ist in Fig. 8b wieder senkrecht schraffiert. Oberhalb des Schnittpunktes der beiden Kurven $f_o(x)$ und $f_u(x)$ (P in Fig. 8b) ist jedoch dieser Ausdruck [228] nicht mehr unmittelbar geometrisch in dieser Weise zu veranschaulichen. Durch abermalige Anwendung von Gl. [9] erweist sich aber ja $F_u(x)$ auch als

$$F_u(x) = 1 - \int_x^{E_u'} f_u(x)\,dx - \left(1 - \int_x^{E_o} f_o(x)\,dx\right)$$

$$= \int_x^{E_o} f_o(x)\,dx - \int_x^{E_u'} f_u(x)\,dx, \qquad [229]$$

eine Form, die ganz analog in Worte zu kleiden wäre, wie die Ableitung von [228], wobei man nur von dem kontradiktorischen Komplement für g auszugehen, und dann die Bedingung für ein k noch auszuschließen hätte. Dieses letztere Äquivalent von $F_u(x)$ wird nun seinerseits oberhalb des Schnittpunktes P geometrisch eben so einfach aufzeigbar und ist dort in Fig. 8b für ein x' horizontal schraffiert.

Unterhalb E_o' verschwindet natürlich das zweite Glied des Ausdruckes [228], da ja dann $F_u(x)$ einfach kontradiktorisches Komplement zu $F_k(x)$ ist, bzw. bleibt in [229] das erste Glied bis dahin konstant der Einheit gleich. Oberhalb E_u' aber ist in [228] das erste Glied stets gleich 1 und es verschwindet dafür in Gl. [229] rechts das zweite Glied, so daß diese mit dem Ausdruck [217] für das kontradiktorische Komplement von $F_g(x)$ identisch wird.

2. Für den empirisch natürlich niemals genau verwirklichten Fall, daß $f_o(x)$ und $f_u(x)$ die nämliche Verlaufsform einhielten, so daß

$$f_u(x-(E_o'-E_u)) = f_o(x), \qquad [230]$$

würden sich die Ausdrücke [228] bzw. [229], beiläufig bemerkt, in je ein einziges Integral zusammenziehen lassen:

$$F_u(x) = \int_{x-(E_o'-E_u)}^{x} f_u(x)\,dx = \int_{x}^{x+(E_o'-E_u)} f_o(x)\,dx. \qquad [231]$$

3. Eine interessante ganz allgemeine Beziehung zwischen $F_u(x)$ und den beiden K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$, die bei der Konstruktion dieser beiden hypothetischen Kurven $f_o(x)$ und $f_u(x)$ eine Kontrolle bildet, ergibt sich endlich noch, wenn man [228] oder [229] nach x differenziert. Da $\int f(x)\,dx$ für alle Indizes bei $x = E$ eine Konstante bildet, deren Differentialquotient nach x verschwindet, so folgt aus der Differenzierung der bestimmten Integrale in [228] oder [229] unmittelbar die Gleichung

$$\frac{dF_u(x)}{dx} = f_u(x) - f_o(x), \qquad [232]$$

d. h. die Tangente an die Kurve des mittleren Hauptfalles ist unterhalb des Schnittpunktes P der beiden Kurven in Fig. 8b, also von E_u bis P, positiv, oberhalb desselben aber, d. h. von P bis E_o, negativ. Im Punkte P selbst aber ist der Differentialquotient von $F_u(x)$ nach x gleich Null, d. h. diese mittlere Beobachtungsfunktion hat ein Maximum bei demjenigen Werte x, den die untere Grenzabszisse (Schwelle) eben so oft erreicht wie die obere. In der Figur ist dieses Dichtigkeitsmittel des mittleren u-Falles mit Rücksicht darauf, daß in der Psychophysik dieser Fall der Gleichheitsfall ist, durch den Zusatz $P = \mathfrak{D}gl$ angedeutet[1]). Da nun gerade die mittlere Funktion $F_u(x)$ äußerlich vollständig die Form eines mit der x-Achse geschlossenen einfachen K.-G. darbietet, so scheint diese Feststellung für die hypothetische Zurückführung des Dichtigkeitsmittels $\mathfrak{D}$ aller K.-G. überhaupt von einiger Bedeutung zu sein, ohne daß wir hier dieser mehr theoretischen Frage weiter nachgehen könnten.

d) Die Reduktion mehrerer Hauptfälle auf das Schema der drei Hauptfälle.

1. Ähnliche, wenn auch etwas kompliziertere Beziehungen ließen sich natürlich auch aus dem Systeme von 5 Beobachtungskurven ableiten, wie sie in der Methode der 5 Hauptfälle (vgl. § 14,1 und S. 165) für **k**, k, u, g

1) ($\mathfrak{D}_u$ ist vermieden, da r_u ($\mathfrak{D}$) als Dichtigkeitsmittel der unteren Schwellenfunktion $f_u(x)$ vorkommt).

und **g** gewonnen werden. Indessen brauchen wir hier nur ganz kurz darauf einzugehen, da ein solches System, wenigstens was die Ableitung von Schwellenwerten anlangt, rein rechnerisch stets auf die zwei Systeme mit je 3 Hauptfällen: **g**, ($g + u + k$), **k** und (**g** + g), u, (k + **k**) zurückgeführt werden kann. Denn der Begriff der Schwelle bzw. der Grenzabszisse in dem oben erläuterten Sinne ist natürlich so allgemein, daß er auf beliebig viele Stufen eines quantitativ noch weiterhin differenzierbaren Effektes der Auslösungsursache x getrennt angewandt werden kann. Das gesamte Beobachtungsmaterial ist dann je nach dem Effekte höherer oder niedrigerer Ordnung, für welchen die Grenzabszisse abgeleitet werden soll, verschieden zusammenzufassen. Die **k**-Kurve sinke z. B. von $\mathbf{E_u}$ bis $\mathbf{E_u'}$ ab, die **g**-Kurve steige von $\mathbf{E_o'}$ bis $\mathbf{E_o}$ an, E_u und E_o seien die Extreme von $F_u(x)$, und endlich $\mathbf{E_u}$ und $\mathbf{E_u'}$, $\mathbf{E_o'}$ und $\mathbf{E_o}$ die Extreme der hierbei ebenfalls mit der X-Achse geschlossenen Kurven für k und g. Dann tritt bei dem ersten Reduktionsschema in den bisher abgeleiteten Formeln an die Stelle der früheren Extreme E_u, E_u', E_o' und E_o nunmehr einfach $\mathbf{E_u}$, $\mathbf{E_u'}$, $\mathbf{E_o'}$, $\mathbf{E_o}$, während bei der zweiten alles unverändert bleibt. Die reale Bedeutung der so gewonnenen Schwellen der Grenzabszissen erster und zweiter Ordnung ist aber natürlich bei besonderen Bedingungen für die Entstehung von 5 statt 3 Hauptfällen, wie sie z. B. bei der Urteilsabgabe jedenfalls vorliegen werden, mit der einfachen Schwelle bei der primären Beobachtung von nur 3 Hauptfällen nicht unmittelbar zu vergleichen.

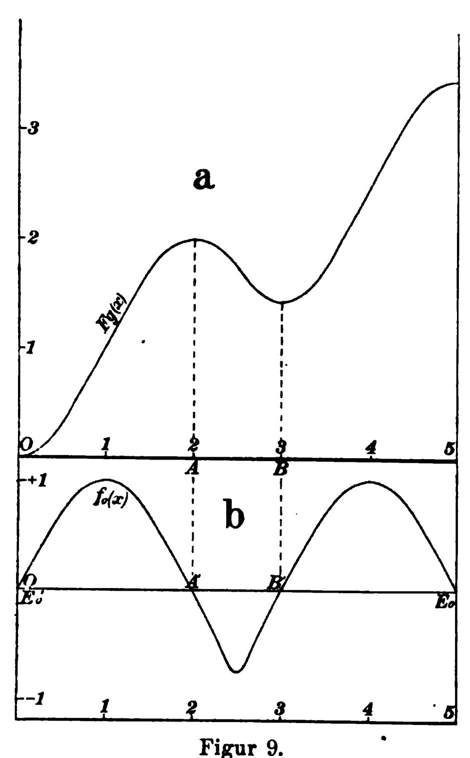
2. Da nun hier zu den einfachen K.-G. $F_u(x)$ des mittleren Falles auch noch zwei weitere mit der x-Achse geschlossene Kurven hinzutreten, so kann man, wie Ebbinghaus[1]) zum erstenmal betont hat, in diesem Falle Hauptwerte 𝔄, 𝔈, 𝔇 und Streuungsmaße auch für die Kurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ ebenso direkt wie für $F_u(x)$ ableiten. Diese sind aber natürlich als Mittelwerte des niederen Effektes, der hierbei durch den höheren begrenzt gedacht wird, von den Hauptwerten der Schwellen für die niederen und höheren Effekte in dem hier definierten Sinne wohl zu unterscheiden. Da sie als Repräsentanten einfacher K.-G. zu betrachten sind, so ist übrigens alles für ihre Ableitung Wissenswerte bereits früher gesagt worden.

e) Die Beobachtung sog. „Verkehrtheiten" erster und zweiter Ordnung in ihrer theoretischen und praktischen Bedeutung.

1. In allen bisherigen Ableitungen über die Beziehungen zwischen den F(x) und den f(x) ist aber nun zunächst eigentlich überall die Voraussetzung inbegriffen, daß die Kurven der extremen Fälle (k und g) von ihren inneren Grenzen E_u' und E_o' an nach außen hin auch wirklich ununterbrochen ansteigen oder wenigstens nicht wieder zurücksinken. Denn wenn alle Ordinaten von F(x) jeweils einfach aus der Summierung aller weiter innen gelegenen rel. H. des K.-G. f(x) entstanden sein sollen, so muß natürlich die weiter nach außen gelegene Ordinate von F(x) immer mindestens eben so groß sein wie die nächst benachbarte innere. Tatsächlich

1) Grundzüge der Psychologie, 1902, S. 493 f.

kommt aber doch in der Erfahrung, wie schon S. 169 zugestanden wurde, auch das Gegenteil vor. Ein solches Zurücksinken ist in Fig. 9a an unserem Schema $F_g(x)$ in möglichst großem Maßstab zwischen den Abszissen A und B dargestellt. Es wird von G. E. Müller[1]) als „Verkehrtheit erster Ordnung" bezeichnet, womit eben die Paradoxie gegenüber der Ableitung aus einem für alle Abszissen konstanten f(x) zum Ausdruck kommen soll. Solange aber ein solcher Verlauf, wie es bei stärkerer Ausgeprägtheit wohl stets der Fall ist, zunächst nur von der relativen Kleinheit der Versuchszahl n_x für die einzelnen Abszissen herrührt, steht er wenigstens mit dem Prinzip der Herleitung aller vollwertigen Beobachtungskurven F(x) aus einem einheitlichen f(x) insofern nicht in Widerspruch, als die gleichmäßige Erschöpfung sämtlicher in Betracht kommender Möglichkeiten eines zufällig schwankenden Faktors überhaupt immer nur von einer relativ größeren Zahl n_x zu erwarten ist. Man wird also in einem solchen Falle unter Umständen einfach noch mehr Versuche für jede Abszisse anzustellen haben, ja man darf sich vielleicht sogar auf die kritische Stelle selbst beschränken, wenn die Vermutung einer Ausnahme hinsichtlich der gleichmäßigen Abwicklung aller Möglichkeiten des f(x) bei ihr berechtigt ist, hat aber dann natürlich in diesem Falle weiterhin auch die verschiedenen Gewichte der einzelnen Ordinaten in Rechnung zu ziehen. Daneben steht aber immer auch die rein rechnerische Ausgleichung zur Verfügung. Diese kann sich an irgend eine Voraussetzung hinsichtlich der wahrscheinlichsten Form des K.-G. der Schwelle halten, die man hierbei bei genügender Versuchszahl für alle beobachteten Ordinaten F(x) als erfüllbar annimmt.



Figur 9.
a) Schema einer sog. „Verkehrtheit erster Ordnung" in der Beobachtungsfunktion.
b) Die Bedeutung dieser Erscheinung für den hypothetischen K.-G. der Schwelle.

2. Wenn es jedoch nicht auf den Verlauf der Kurve im einzelnen, sondern nur auf die konventionellen Repräsentanten derselben ankommt, wird man der Berechnung dieses Mittelwertes unter Umständen die Kurve sogar trotz der „Verkehrtheiten" genau so zugrunde legen können, wie man sie aus der Beobachtung interpoliert hat. Wenn der gesuchte Hauptwert der Grenzabszissen allerdings ausschließlich gerade dem kritischen

1) Die Gesichtspunkte usw. S. 37.

Bezirke von F(x) selbst zu entnehmen wäre, wie es nach dem Folgenden z. B. vor allem für das Dichtigkeitsmittel 𝔇, und bis zu einem gewissen Grade auch für den Zentralwert ℭ des hypothetischen K.-G. eintreten kann, so wären an dieser einflußreichsten Stelle von F(x) allzu spezielle Zufälligkeiten wohl zunächst zu korrigieren. Je mehr indessen der Mittelwert sämtliche Punkte gleichmäßig in Rechnung zieht, um so unmittelbarer kann man verfahren. Leitet ja doch auch der Anhänger des Gaußschen Gesetzes z. B. das arithmetische Mittel und den mittleren Fehler selbst bei relativ wenig Einzelversuchen, die die Verteilung im ganzen hinter der Idealform des E.-G. beliebig weit zurückbleiben lassen, ohne weiteres aus den beobachteten r. H. ab, in der Meinung, hiermit schon einen relativ sehr guten Repräsentanten zu erhalten. Die Forderung der Freiheit von „Verkehrtheiten" ist aber natürlich ebenfalls eine Art von Voraussetzung eines „Verteilungsgesetzes", und zwar von so allgemeiner Art, daß es schon aus der bloßen Annahme der Gültigkeit eines gleichartigen Schwankungsgesetzes der Schwelle für alle Beobachtungswerte F(x) allein ebenso deduziert werden kann wie das einfache E.-G. aus seinen früher erwähnten Voraussetzungen. So kann also vielleicht auch hier eine ganz analoge äußere Form der Berechnung von Repräsentanten des f(x) aus F(x) auch da noch ihren Wert behalten, wo das „Verteilungsgesetz" nicht genau erfüllt ist. Natürlich kann schließlich nur die Erfahrung selbst darüber entscheiden, ob diese Verallgemeinerung nach dem einfachen Stetigkeitsprinzip auch wirklich generell vergleichbare Werte gewinnen läßt.

Wenn man aber nun diese Formeln wirklich unabhängig von Verkehrtheiten allgemein anwendbar erklärt, hat man offenbar — was zunächst absurd erscheinen könnte — als eine rein analytische Konsequenz die Möglichkeit negativer Häufigkeitswerte des hypothetischen K.-G. mit in Kauf genommen. Dies ergibt sich unmittelbar aus unseren Grundrelationen [222] und [226], die ohne Rücksicht auf das Vorzeichen des Differentialquotienten der F(x), also sowohl für ein wieder abfallendes $F_g(x)$ als auch für ein wiederaufsteigendes $F_k(x)$, gültig bleiben. Sie lassen als Grenzfall der rel. H. von f(x) nicht etwa den Wert 0 finden, der dem Stillstand des Anstieges von F(x) zugeordnet ist, wobei man allenfalls noch mit dem nämlichen K.-G., allerdings in der ungewohnten Form einer mittleren Einsenkung, auskommen könnte. Vielmehr ist nach Gl. [222], wie Fig. 9b verdeutlicht, selbstverständlich auch der ganzen Verkehrtheit des $F_g(x)$ von A bis B ein negatives $f_0(x)$ eindeutig zugeordnet. An diesem Begriff einer negativen Häufigkeitsordinate wird man sich aber eben wenigstens bei der Ableitung von Mittelwerten nicht weiter stoßen, wenn man berücksichtigt, daß wegen der Ableitung des einfachen K.-G. $f_0(x)$ aus $F_g(x)$ dessen einzelne Ordinaten doch nicht etwa konkret für sich zu beobachten sind. Sie beteiligen sich also an der Fundierung von $F_g(x)$ nur als vertretbare Summanden, insofern ja jede von ihnen stets durch weiter innen liegende Häufigkeitswerte des nämlichen K.-G. in ihrem Effekt für $F_g(x)$ ersetzt werden könnte. Die Ansetzung eines negativen Wertes an einer Stelle gleicht also nur rein rechnerisch einen Überschuß an Möglichkeiten anderer beliebiger innerer Lagen der Grenzabszissen, die offenbar nicht für sämtliche Abszissen gleichmäßig zur Geltung gekommen sind, auf die einfachste Weise wieder aus. Ob

dann freilich ein solcher K.-G., den man bei der Imaginärheit einer direkten Beobachtung negativer Häufigkeiten in einem ganz speziellen Sinne als einen „komplexen" bezeichnen könnte, wirklich typische Verschiedenheiten der zufälligen Schwellenschwankungen je nach der Stufe x der Auslösungsursache zur Geltung bringt, kann, wie gesagt, erst durch die Erfahrung bei Wiederholungen der nämlichen Systeme unter ähnlichen Bedingungen festgestellt werden.

3. Übrigens werden wir zu dieser Inkaufnahme von Verkehrtheiten erster Ordnung bei der Ableitung der Schwellenrepräsentanten auch noch durch Zwischenstufen völlig stetig hinübergeleitet, die äußerlich dem Ideal der einheitlichen Fundiertheit des F(x) insofern nicht direkt widersprechen, als wenigstens keine Rückläufigkeiten im Anstieg von E′ nach E vorkommen. G. E. Müller hat hervorgehoben, daß schon die bloße Annäherung an das einfache E.-G., die wir für die psychophysische Schwelle wohl voraussetzen dürfen, der in F(x) beobachteten Summenfunktion doch auch noch eine etwas speziellere Verlaufsform vorschreibt, als daß sie überhaupt ansteigt: Sie hat am Anfang und am Ende langsamer, und nur in der Mitte mit einem Wendepunkt rascher zuzunehmen. Abweichungen des Differentialquotienten der Kurve von diesem Verlaufe, der in Fig. 7 und 8 genau (vgl. S. 175, A. 1) eingehalten ist, werden von ihm als „Verkehrtheiten zweiter Ordnung" bezeichnet. Natürlich ist aber hier bei der Beschränkung auf die gegebenen Beobachtungsreihen keine scharfe Grenze mehr zwischen zwei Möglichkeiten zu ziehen, wie man sich solche Komplikationen zweiter Ordnung des an sich hierbei ununterbrochenen Anstieges der Kurve F(x) erklären kann: diese können einerseits daher rühren, daß zwar bei allen Abszissen wirklich stets der nämliche K.-G. f(x) gleichmäßig zur Geltung kommt, aber eben überall mit einer vom einfachen E.-G. mehr oder weniger abweichenden Form. Andererseits kann aber in der Tat ein K.-G. von einfacher Form im Spiele sein, der vielleicht bei mehr Einzelversuchen genau realisierbar wäre und nur einstweilen noch nicht gleichmäßig genug bei allen Stufen der Auslösungsursache x mitgewirkt hat. Jene erste Möglichkeit besteht hier deshalb, weil der nach [222] bzw. [226] berechnete hypothetische K.-G. hier jedenfalls durchweg positiv ist, so daß er wie ein einheitlicher direkt beobachtbarer K.-G. betrachtet werden kann. Würde jedoch der zweite, hier nicht direkt kontrollierte, aber wahrscheinliche Fall vorliegen, so wären offenbar die nach unseren Formeln berechneten rel. H. des hypothetischen K.-G. aus den wahren Werten ebenfalls erst durch eine Vergrößerung der einen und eine kompensierende Verkleinerung der anderen entstanden zu denken, nur daß hier eben dieser Prozeß die modifizierten Werte von f(x) nirgends unter die Abszissenachse selbst herabdrückt. Solche „Verkehrtheiten zweiter Ordnung" bilden aber bei der im allgemeinen zu Gebote stehenden Versuchszahl keineswegs nur eine Anomalie, sondern müssen ähnlich wie die Asymmetrien von K.-G. überhaupt geradezu als der Normalfall betrachtet werden. Unten zeigen wir übrigens noch konkreter, wie die Repräsentanten der hypothetischen K.-G. der Grenzabszissen ohne Rücksicht auf die spezielle Form des Anstieges von F(x) aus den Formeln [216] und [224] bzw. ihren Umkehrungen [222] und [226] ableitbar zu denken sind.

30. Die Berechnung der Hauptwerte und Streuungsmaße der Schwellen im unmittelbaren Verfahren.

Ein Hauptvorteil des unmittelbaren Verfahrens, das die im 6. Kapitel gewonnenen Formeln für die Repräsentanten einer Verteilung $\mathfrak{V}(x)$ auf die hypothetischen K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ der Grenzabszisse r_0 und r_u anwendet, beruht offenbar darauf, daß immer die erste der Integrationen über $\mathfrak{V}(x)$, die in diesen Formeln vorkommt, nicht erst ausgerechnet zu werden braucht, sondern in den Ordinaten der Funktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ unmittelbar beobachtet wird.

a) Das Dichtigkeitsmittel.

Bei dem Dichtigkeitsmittel $\mathfrak{D}$ kann dieser Vorteil allerdings noch nicht zur Geltung kommen, weil dieses eben seinerseits überhaupt kein Durchschnitt der genannten Art ist, sondern eine individuelle Charakterisierung einer einzelnen Stelle der Verteilungskurve, so daß zu seiner Berechnung nicht integriert, sondern umgekehrt differenziert werden muß. Bei der Beobachtung der Integralkurve $F(x) = \int f(x)\,dx$ haben wir uns also von dem Kriterium $\frac{df(x)}{dx} = 0$ sogar um eine Stufe entfernt, und müssen daher zur Ableitung von $\mathfrak{D}$ für $f(x)$ erst wieder bis zum zweiten Differentialquotienten von $F(x)$ in der Gleichung

$$\frac{d^2F(x)}{dx^2} = \frac{df(x)}{dx} = 0 \tag{233}$$

zurückgehen, durch die in der beobachteten Funktion $F(x)$ offenbar ein Wendepunkt bestimmt ist. Über das Prinzip, nach welchem diese zweite Abgeleitete aus der Reihe diskreter Einzelwerte $F(x_1), \ldots F(x_p)$ für einen beliebigen Punkt interpolatorisch berechnet werden kann, wurde bereits in § 19,b S. 82 f. das Wesentlichste gesagt. Auch hier würde man aber wohl ähnlich wie bei der direkten Bestimmung von $\mathfrak{D}$ für einen beobachteten K.-G. am genauesten verfahren, wenn man nach einer vorläufigen Abgrenzung der Region, in der das $\mathfrak{D}$ liegen muß, zunächst erst wieder eine so enge Reihe neuer äquidistanter Punkte interpolierte, daß eine Kurve vierter Ordnung hindurchgelegt werden kann (wobei also die Funktionsdifferenzen fünfter Ordnung verschwinden müßten). Dies ergibt dann für die Abszisse, bei welcher der zweite Differentialquotient verschwindet, eine quadratische Gleichung. Da indessen, wie schon seinerzeit erwähnt, diese Lösung von der speziellen Interpolationsmethode abhängt, so ist einem so indirekt bestimmten Dichtigkeitsmittel im allgemeinen wohl keine besondere Bedeutung beizulegen, weshalb wir nicht weiter darauf eingehen, ebensowenig wie wir unten bei der Operation mit speziellen Verteilungsgesetzen auf die Bestimmung des theoretischen Dichtigkeitsmittels $\mathfrak{D}_p$ für das Fechnersche zweispaltige Gaußsche Gesetz zurückkommen wollen, obgleich dessen Ableitung hier wegen der Verwertbarkeit des Durchschnittes D nach Gl. [128] sich gegenüber seiner Bestimmung für einen direkt beobachteten K.-G. wenigstens um einen Grad vereinfachen würde.

b) Der Zentralwert.

Um so wirkungsvoller ist dagegen die längst geläufige Ausnützung des am Anfang dieses Paragraphen hervorgehobenen Vorteils bei der Bestimmung der Zentralwerte $\mathfrak{C}$ der Grenzabszissen $r_o(\mathfrak{C})$ und $r_u(\mathfrak{C})$. Da nach der Definitionsformel [20]

$$\int_{E'}^{r(\mathfrak{C})} f(x)\,dx = \int_{r(\mathfrak{C})}^{E} f(x)\,dx = \frac{1}{2}, \qquad [234]$$

so gilt also für $r_o(\mathfrak{C})$, bei dem $E' = E_o'$, $E = E_o$ und $f(x) = f_o(x)$ ist, mit Rücksicht auf Gl. [216] und [217] einfach:

$$F_g(r_o(\mathfrak{C})) = 1 - F_g(r_o(\mathfrak{C})) = \frac{1}{2}, \qquad [235]$$

und analog für den Zentralwert der Verteilung $f_u(x)$ mit den Extremen $E' = E_u$ und $E = E_u'$ nach [224]:

$$1 - F_k(r_u(\mathfrak{C})) = F_k(r_u(\mathfrak{C})) = \frac{1}{2}. \qquad [236]$$

Der Zentralwert des hypothetischen K.-G. der Grenzabszisse ist also diejenige Größe x, bei der die beobachtete Häufigkeitszahl des extremen Falles (g bzw. k) gerade die Hälfte aller n_x auf eine Abszisse entfallenden Versuche oder 50% erreicht. Er ist also mit dem zum ersten Male von A. W. Volkmann für diesen K.-G. gewählten Repräsentanten identisch (vgl. S. 170).

Da aber nun die rel. H. $\frac{1}{2}$ nicht immer gerade selbst beobachtet ist, so wird zur genaueren Ermittlung von $r(\mathfrak{C})$ im allgemeinen eine Interpolation des Abszissenwertes zur Ordinate $F(x) = \frac{1}{2}$ erforderlich, wie sie bereits § 17b, 2 nach der Lagrangeschen Methode angegeben wurde. Doch würde man zum mindesten bei der Beschränkung auf diesen Repräsentanten, also auch von Streuungsmaßen abgesehen, immerhin mit der Beobachtung von so wenig Ordinaten $F(x)$ auskommen können, als eben zu dieser Interpolation erforderlich sind. Unter der Voraussetzung eines ununterbrochenen Anstieges von $F(x)$ bei der gewählten Versuchszahl n_x und der gleichzeitigen annähernden Gültigkeit des einfachen E.-G. für $f(x)$, bei der die Kurve in der Nähe der rel. H. $\frac{1}{2}$ ziemlich linear ist, würde man sich insbesondere mit wenigen mittleren Abszissen begnügen können. Es wäre etwas Ähnliches, wie wenn man unter gleichen Voraussetzungen für einen direkt beobachteten einfachen K.-G., z. B. von $F_u(x)$, nur das Dichtigkeitsmittel $\mathfrak{D}$ verlangte, während man zur Abzählung seines Zentralwertes die ganze Verteilung ebenso beobachtet haben müßte wie zur Berechnung seines arithmetischen Mittels. Freilich ist dafür andererseits wiederum eine entsprechend größere Anzahl von Beobachtungen dieser wenigen Anhaltspunkte notwendig, um dem Resultate ein entsprechendes Gewicht zu verleihen. Man wird also bisweilen doch ein auf Interpolation gegründetes Ausgleichungsverfahren vorziehen, wie es z. B. in § 17,c im Anschluß an die

Lagrangesche Interpolation beschrieben wurde. Hierbei wäre dann freilich wieder eine umfassendere Reihe beobachteter Ordinaten $F(x)$ erforderlich, die aber eben zugleich die Grundlage zur gleichzeitigen Bestimmung anderer Durchschnittswerte von $f(x)$ an die Hand gibt. Schon bei der einfachen Interpolation mit einem etwas größeren Intervall i wird aber für $r(\mathfrak{C})$ stets ein gewisser Spielraum übrig bleiben, der sich natürlich noch vergrößert, wenn dann auch noch irgend eine Ausgleichung hinzutritt. Er übersteigt häufig denjenigen bei dem Zentralwert eines direkt beobachteten K.-G. (vgl. S. 157f.) und erinnert eher wieder an denjenigen eines Dichtigkeitsmittels. Dieser Mangel an Eindeutigkeit zeigt sich denn auch bei unserem Zahlenbeispiel einer beobachteten Funktion $F_k(x)$ nach Tab. 5, S. 57f. und Fig. 4, für das wir ja wenigstens eine Lösungsgruppe dieser speziellen Aufgabe bereits in § 17b, 2 als spezielles Interpolationsbeispiel behandelten. Dort wurde eben gerade die Abszisse zur rel. H. $\frac{1}{2}$ nach Lagrange interpoliert, die wir jetzt als $r(\mathfrak{C})$ kennen, und zwar zunächst linear und dann mittels einer einfachen Parabel. Der gesuchte Wert für $F_k(x)=\frac{1}{2}=25\cdot\frac{1}{50}$ lag zwischen x_4 mit $z_4=13\cdot\frac{1}{50}$ und x_5 mit $z_5=33\cdot\frac{1}{50}$ also näher an x_5. Schreiben wir

$$r(\mathfrak{C})=x_4+\alpha\cdot i=x_5-\beta i, \qquad [237]$$

so soll das positive Vorzeichen und ebenso die Numerierung der Indizes, wie es in unserem Beispiele schon früher geschah (vgl. Fig. 4 und Tab. 5), in derjenigen Richtung genommen sein, in der die relative H. des extremen Falles (g oder k) von 0 nach 1 hin ansteigt, d. h. von E' nach E. Dann können also in allen diesen Fällen die analogen Werte für $f_u(x)$ nach der nämlichen Formel abgeleitet werden wie für $f_o(x)$, wenn man sich nur die ganze Kurve $F_k(x)$ um die Y-Achse umgelegt denkt, so daß sie nun ebenfalls mit den Abszissenwerten ansteigt. Man braucht daher nur die Beobachtungsordinaten von $F_k(x)$ zu ihrer ursprünglichen Reihenfolge spiegelbildlich neu zu numerieren, wobei der Index 0 bei $F_k(x_0)=F_k(E_u')=0$ die Reihe eröffnet und ein zu p bei $F_g(x_p)$ analoges q in $F_k(x_q)=F(E_u)=1$ sie abschließt. Natürlich ist dann auch das Vorzeichen der gefundenen Koeffizienten α und β nachträglich wieder umzukehren. Zur Berücksichtigung dieses einfachen Verfahrens, das Vorzeichenfehler kaum möglich werden läßt und besondere Formeln für $F_k(x)$ neben denen für $F_g(x)$ erspart, haben wir denn auch sogleich eine Kurve von $F_k(x)$ gewählt. Es ist in dieser neuen Numerierung $x_4=52$, $x_5=49$, wobei $i=3$. Seinerzeit fanden wir nach der für $r(\mathfrak{C})$ bisher am meisten verwendeten rein linearen Verbindung der beiden benachbarten Ordinatengipfel z_4 und z_5

$$r_u(\mathfrak{C})=50{,}200$$

und bei der schon viel seltener benutzten Hindurchlegung einer Parabel (arithm. Mittel aus zwei symmetrisch gelagerten)

$$r_u(\mathfrak{C})'=50{,}149.$$

Wir wollen aber nunmehr auch die Methode der Funktionsdifferenzen in der Art und Weise anwenden, wie wir sie der numerischen Integration zugrunde legten und deshalb auch unten für r(𝔄), D und M^2 wieder benutzen werden, also nach der symmetrischen Formel [54] mit Zeilendifferenzen, die für unser Beispiel in dem Differenzenschema Tab. 7, S. 90 enthalten sind. Dabei ist von dem näher an dem gesuchten Wert vermuteten $x_5 = 49$ auszugehen, und $n = -\beta$ [in 237] zu bestimmen und nach Vertauschung des Vorzeichens als $+\beta$ zur Interpolation zu verwenden. Ferner soll n nur die Werte zwischen $\pm 0{,}5$ annehmen. Gehen wir in [54] nur bis $n \cdot \Delta_{5,1}$, so wird

$$25 = 33 + n \cdot 16$$
$$-n = \beta = 0{,}5$$
$$r(\mathfrak{C}) = 49 + 3 \cdot 0{,}5 = 50{,}5.$$

Berücksichtigt man dagegen noch $\frac{n^2}{2} \cdot \Delta_{5,2}$, so wird

$$25 = 33 + n \cdot 16 + \frac{n^2}{2} \cdot (-8)$$

$$-n = \beta = 0{,}45$$
$$r(\mathfrak{C})' = 49 + 3 \cdot 0{,}45 = 50{,}35.$$

Beide Werte weichen voneinander und vor allem von den früheren ab. Wieder andere Größen, und zwar etwas näher den ersten, erhielte man, wenn man, allerdings entgegen der soeben wiederholten Einschränkung für n, von x_4 ausgehen wollte. Hier folgt aus

$$25 = 13 + n \cdot 13$$
$$n = -\alpha = -0{,}922$$
$$r(\mathfrak{C})'' = 52 - 3 \cdot 0{,}922 = 49{,}23$$

und aus

$$25 = 13 + n \cdot 13 + \frac{n^2}{2} \cdot 14$$

$$n = -\alpha = -0{,}676$$
$$r(\mathfrak{C})''' = 52 - 3 \cdot 0{,}676 = 49{,}97.$$

c) Das arithmetische Mittel.

1. Immerhin war das Verfahren zur Berechnung des 𝔆 für den hypothetischen K.-G. f(x), insbesondere bei der gewöhnlichen Beschränkung auf den ersten, rein linearen Wert (im Beispiel 50,2) bereits eindeutig genug, um den Vorteil hinreichend würdigen zu lehren, einen vollwertigen Repräsentanten unseres K.-G. relativ einfach ermitteln zu können, ohne hierbei für ihn ein spezielles Verteilungsgesetz voraussetzen zu müssen, zumal man hierbei nicht einmal eine über den ganzen Anstieg von F(x) ausgedehnte Ordinatenreihe zu beobachten brauchte. Ja man hat diesen Zentralwert r(𝔆) (abgesehen von dem nur schwierig bestimmbaren Dichtigkeitsmittel 𝔇) noch bis vor kurzem geradezu für den einzigen Repräsentanten gehalten, der im sog. „unmittelbaren Verfahren" für die Grenzabszissen r_0 und r_u mit dem Anspruch auf wissenschaftliche Exaktheit zu gewinnen wäre. Wie aber

nun Ch. Spearman[1]) in jüngster Zeit gezeigt hat, läßt sich natürlich auch das arithmetische Mittel r(𝔄) für den hypothetischen K.-G. f(x) aufsuchen. Ja es gelang ihm, einen Satz zu finden, der die Berechnung von r(𝔄) aus den beobachteten Urteilskurven F(x) sogar zu der einfachsten und zugleich eindeutigsten überhaupt gestaltet. Dies ist um so wichtiger, als das arithmetische Mittel nun doch einmal der anerkannteste Repräsentant eines K.-G. ist, in welchem sämtliche Beobachtungen der ganzen Unsicherheitsregion von E′ bis E am gleichmäßigsten zur Geltung kommen können.

Wir werden nun diesen Satz über r(𝔄) sehr leicht und dabei sogleich wieder ganz allgemein für eine stetige Verteilung f(x) bzw. F(x) beweisen können, indem wir einfach die Formeln anwenden, nach denen im vorigen Kapitel die Repräsentanten für einen direkt beobachteten K.-G. 𝔙(x) bestimmt wurden.

Wir brauchen ja dabei nur für $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$, dem jetzt das Integral über die Verteilung f(x) des hypothetischen K.-G. entspricht, die in der Funktion F(x) bereits beobachtete Größe einzusetzen. Denn nach [145] ist

$$r_0(\mathfrak{A}) = \int_{E'_0}^{E_0} x \cdot f_0(x)\,dx = E_0 - \int_{E'_0}^{E_0}\!\!\int f_0(x)\,dx\,dx,$$

falls in dem ersten (inneren) Integral über $f_0(x)$ die Konstante

$$C_0 = -\int f_0(x)\,dx\Big|_{x=E_0'}$$

(ohne Konstante), also nach [218] $C_0 = -\mathfrak{F}_g(E_0')$ gewählt wurde. Diese Konstante ist aber nun in der Tat nach [223a] gerade dann vorausgesetzt, wenn wir nach [223] $F_g(x)$ allgemein als Integral $\int f_0(x)\,dx$ auffassen. Somit finden wir in der Tat aus [145], das nach Lage der Extreme direkt auf $r_0(\mathfrak{A})$ übertragen werden kann, unmittelbar den Satz:

$$r_0(\mathfrak{A}) = E_0 - \int_{E'_0}^{E_0} F_g(x)\,dx \qquad [238]$$

oder: Das arithm. Mittel der oberen Schwelle (Grenzabszisse) ist gleich dem äußeren Extrem E_0 der zugehörigen Beobachtungsfunktion $F_g(x)$ des oberen extremen Falles g, vermindert um das Integral über diese Funktion zwischen den Grenzen ihres Anstieges. Dies ist nun der auf eine stetige Verteilung übertragene Spearmansche Satz für die obere Schwelle, dem mutatis mutandis natürlich auch ein solcher für das arithm. Mittel der unteren Grenzabszisse $r_u(\mathfrak{A})$ entspricht. Denn wenn man nach [227] und [227a] $-F_k(x)$ für $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$ in [144] bis [145] einsetzt, so findet man

1) The method of right and wrong cases („constant stimuli") without Gauß' Formulae. British Journal of Psychology, Vol. II, 3. 1908, S. 227 ff.

$$r_u(\mathfrak{A}) = \int_{E_u}^{E'_u} x \cdot f_u(x)\, dx = E_u + \int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\, dx. \qquad [239]$$

$r_u(\mathfrak{A})$ muß natürlich größer sein als das äußere Extrem E_u, von dem an $F_k(x)$ abfällt, und die Grenzabszisse ist auch hier nach innen um das bestimmte Integral von der äußeren Grenze des Abfalles der Funktion entfernt. Somit lassen sich also auch beide Sätze für die Grenzabszissen in den einzigen allgemeinen zusammenziehen: Die arithmet. Mittel der Grenzabszissen entfernen sich von dem äußeren Extrem der Grenzkurve nach innen um das Integral über diese Funktion zwischen den Grenzen der Unsicherheitsregion. Da nun diese bestimmten Integrale bekanntlich der Fläche zwischen der Grenzkurve F(x) und der Abszissenachse äquivalent sind, so kann man sich die Entstehung der ganzen Verteilung bei zufälligen Schwankungen der Schwellenwerte aus denjenigen bei konstanten Verhältnissen in der Weise veranschaulichen, daß man zunächst die S. 165f. genannte Begrenzung bei dieser vollen Konstanz gewissermaßen als den „wahren" Wert der Grenzabszisse in die Abszisse des arithmetischen Mittels $r(\mathfrak{A})$ verlegt. Die Verwandlung des senkrechten Verlaufes der Kurve in einer einzigen Ordinate $F(r(\mathfrak{A}))$ in die beobachtete Grenzkurve F(x) bei Schwankungen der Schwelle wäre dann sozusagen dem Herabgleiten einer losen Masse nach Entfernung einer schützenden Mauer vergleichbar: Die Masse breitet sich hierbei über eine gewisse Region aus, und so rückt das Extrem E weiter in die Hauptmasse der g- bzw. k-Fälle hinein, das Extrem E' aber verschiebt sich in entgegengesetzter Richtung, während die Masse dabei konstant bleibt.

2. Zur Anwendung dieser Formeln ist allerdings nunmehr vorausgesetzt, daß wirklich eine über die ganze Unsicherheitsregion möglichst gleichmäßig verteilte Reihe von r. H. F(x) beobachtet ist. Eine solche wird von G. E. Müller als eine „vollständige" oder kurz „Vollreihe" bezeichnet. Dann sind aber die hier gesuchten Hauptwerte der f(x) aus den F(x) nach [238] und [239] vor allem auch sehr bequem numerisch zu berechnen. Denn man braucht nur für die Integrale, die der ganzen Fläche der Anstiegskurven äquivalent sind, wieder die bereits im 4. Kapitel, § 19 c gewonnenen Formeln einzuführen. Das bestimmte einfache Integral zwischen E und E' war sogar die leichteste Aufgabe jenes Abschnittes, über die § 19 c, 4, S. 87f. alles Notwendige für äquidistante und andere Beobachtungsreihen zu finden ist. Berechnet man also z. B. ein $r_o(\mathfrak{A})$ aus der äquidistanten Reihe

$$g_o = F_g(E_o') = 0,\ g_1,\ g_2, \ldots g_{p-1},\ g_p = F_g(E_o) = 1$$

mit dem Abszissenintervall i, wie es gewöhnlich bei solchen Aufgaben geschehen wird, so kommt man nach Gl. [72] vollständig mit der auch von Spearman benutzten Annäherung aus:

$$r_o(\mathfrak{A}) = E_o - i \cdot \Sigma g + \frac{i}{2}, \qquad [240]$$

wobei in Σg sämtliche Ordinaten einschließlich $g_p = F_g(E_o) = 1$ enthalten sind. Natürlich könnte man hier nach [72b] auch sogleich schreiben

$$r_o(\mathfrak{A}) = E_o - i \cdot \sum_{x=1 \text{ bis } p-1} g_x - \frac{i}{2}. \qquad [241]$$

Sind andererseits

$$k_0 = 0,\ k_1, \ldots k_{q-1},\ k_q = 1$$

die wiederum nach S. 185 spiegelbildlich zu $F_g(x)$ von innen nach außen numerierten Beobachtungsordinaten des unteren extremen Falles, so ist nach [72] und [239]

$$r_u(\mathfrak{A}) = E_u + i \Sigma k - \frac{i}{2}. \qquad [242]$$

Die letztere Formel können wir also sogleich wieder auf unser Zahlenbeispiel Tabelle 5, S. 83 f. und Fig. 4 anwenden, für das wir vorhin $r_u(\mathfrak{C})$ bestimmten, und für das wir in § 19 c, 4 das für $r_u(\mathfrak{A})$ erforderliche Integral in Gl. [75] und [76] sogar bereits fertig berechnet haben, und zwar sowohl mit dieser praktisch allein in Betracht kommenden Annäherung als auch mit verschwindend kleinen, von der speziellen Integrationsweise abhängenden Restgliedern. Dabei fanden wir S. 90

$$\int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\,dx = 7{,}62, \text{ bzw. } = 7{,}62 - 0{,}00625.$$

E_u ist hier $x_7 = 43$. Daher wird nach [239] bzw. [242]:

$$r_u(\mathfrak{A}) = 43 + 7{,}62 = 50{,}62,$$

ein Wert, der also dabei zugleich so eindeutig ist, daß er durch die genannte Verfeinerung höchstens um $-0{,}00625$ verändert würde.

d) Das sog. Idealgebiet der Gleichheitsfälle (mittleren Fälle) und seine Beziehung zur oberen und unteren Schwelle.

Diesen einfachen praktischen Konsequenzen der Spearmanschen Sätze für die Berechnung der oberen und unteren Unterschiedsschwellen im einzelnen steht nun in einem System aus g-, u- und k-Fällen noch die nicht minder wichtige und einfache Beziehung zur Seite, die sie zwischen diesen arithmetischen Mitteln $r_o(\mathfrak{A})$ und $r_u(\mathfrak{A})$ einerseits und dem bestimmten Integral über die gesamte Beobachtungsfunktion $F_u(x)$ des mittleren Falles andererseits vermitteln. Bildet man nämlich aus [238] und [239] den Ausdruck für den Abstand der arithm. Mittel beider Grenzabszissen voneinander, so findet man, daß dieser dem eben genannten Integral über die ganze Funktion $F_u(x)$ gleich ist. Es ist nämlich zunächst

$$r_o(\mathfrak{A}) - r_u(\mathfrak{A}) = E_o - E_u - \left(\int_{E'_o}^{E_o} F_g(x)\,dx + \int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\,dx \right).$$

Da aber außerdem aus [16] doch auch folgt, daß

$$(E_o - E_u) \cdot 1 = \int_{E'_o}^{E_o} F_k(x)\,dx + \int_{E_u}^{E_o} F_u(x)\,dx + \int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\,dx, \qquad [243]$$

so ist auch

$$r_o(\mathfrak{A}) - r_u(\mathfrak{A}) = \int_{E_u}^{E_o} F_u(x)\,dx, \text{ w. z. bew.} \qquad [244]$$

Berechnen wir nach [72] den numerischen Wert dieses Integrales über $F_u(x)$ aus den von Null verschiedenen Ordinaten der mittleren Fälle u_1, $u_2 \ldots u_s$, so wird schließlich einfach

$$r_o(\mathfrak{A}) - r_u(\mathfrak{A}) = i \cdot \Sigma u. \qquad [245]$$

Dieser zweite Spearmansche Satz enthält aber nun in $i \cdot \Sigma u$ eine Größe, deren repräsentative Bedeutung innerhalb eines solchen Systems von drei Hauptfällen bereits von G. E. Müller, allerdings noch ohne allgemeinen Beweis, prinzipiell hervorgehoben worden ist. Es ist sein sog. „Idealgebiet der Gleichheitsfälle" Iu, das er bereits in seinen „Gesichtspunkten"[1]) der Unterschiedsschwelle, d. h. also in der Tat der Differenz zwischen der oberen und unteren Grenzabszisse, proportional erachtete[2]). Freilich läßt die Kenntnis dieses „Idealgebietes" Iu allein noch nichts über die absolute Lage der Grenzabszissen, d. h. eben über r_o und r_u im einzelnen aussagen, die uns weiterhin noch besonders interessieren wird, und ebensowenig über die Streuungen bzw. über die Verteilungsfunktionen überhaupt, die in den K.-G. der beiden Grenzabszissen unabhängig voneinander und damit auch unabhängig von $F_u(x)$ beobachtet worden sind.

e) Der mittlere Fehler M der Schwellenbestimmung.

1. Die Einführung von $F_g(x)$ bzw. $-F_k(x)$ statt $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$ in [148] bis [157] und in [201] bis [212] läßt dann weiterhin auch die als Streuungsmaße M^2 und D anerkannten Durchschnitte über unsere hypothetischen K.-G. aus „Vollreihen" (s. S. 188) mit der nämlichen Genauigkeit, Eindeutigkeit und Leichtigkeit wie den Hauptwert $r(\mathfrak{A})$ selbst berechnen. Erst dadurch wird aber das sog. „unmittelbare" Verfahren wirklich wissenschaftlich vollwertig und demjenigen bei Voraussetzung spezieller Verteilungsgesetze mindestens äquivalent, das z. B. beim einfachen E.-G. in dem Parameter h des Präzisionsmaßes stets einen zu M oder D reziproken Wert an-

---

1) S. 148.

2) Je ähnlicher die beiden K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$ unter sich sind, und je weniger daher die Abstände zwischen den entsprechenden Hauptwerten $r_o(\mathfrak{C})$ und $r_u(\mathfrak{C})$ sowie $r_o(\mathfrak{D})$ und $r_u(\mathfrak{D})$, von dem Abstand der beiderseitigen Hauptwerte des arithmetischen Mittels $r_o(\mathfrak{A})$ und $r_u(\mathfrak{A})$ verschieden sind, um so allgemeiner wird die Gleichung [245]. Unter der Voraussetzung des völligen Parallelismus nach [230] würde also Gl. [245] z. B. für $r_o(\mathfrak{C}) - r_u(\mathfrak{C})$ genau in der nämlichen Weise gelten, wofür sie von G. E. Müller auch unter dieser speziellen Voraussetzung gesondert bewiesen worden ist (a. a. O. S. 151 f.). Auch hat G. F. Lipps bereits in seinem „Grundriß der Psychophysik" (1899) gefunden, daß eine unter ganz analogen, ebenfalls sehr speziellen Voraussetzungen mit Iu identische Größe dem Abstande zwischen beiden Grenzabszissen gleich ist, worauf wir im nächsten Hauptabschnitte bei der sog. Methode der „mittleren Fehler" zurückkommen werden.

gibt. Hat doch das Streuungsmaß insbesondere auch in psychophysischen Untersuchungen dieser Art eine von $r_o(\mathfrak{A})$ und $r_u(\mathfrak{A})$ unabhängige, selbständige psychologische Bedeutung. Dabei ergibt sich aber hier nunmehr auch für das anerkannteste Maß dieser Art, nämlich für die mittleren Fehler der beiden Grenzabszissen,

$$M_o^2 = \int_{E'_o}^{E_o} (r_{mo} - x)^2 f_o(x)\,dx \qquad [246]$$

$$M_u^2 = \int_{E_u}^{E'_u} (r_{mu} - x)^2 f_u(x)\,dx \qquad [247]$$

infolge der Einsparung einer Integrationsstufe eine sehr bequeme Endformel, die seine Berechnung für stetige $\mathfrak{V}(x)$ erst recht praktisch gestaltet. Denn sie ist vor allem auch in ihrer überaus einfachen ersten Annäherung für die psychophysische Praxis noch völlig ausreichend, ja sogar noch etwas präziser als die ungefähr gleich stark vereinfachte, aber dabei noch nicht einmal so bequeme Endformel für die mittlere Variation D unseres K.-G., die wir daher auch erst an zweiter Stelle nennen werden.

Was zunächst die Beziehung der Abweichungen auf einen beliebigen Mittelwert r_m der Grenzabszisse anlangt, so gestattet die Formel [156], ebenso wie [145] bei [238], infolge der speziellen Lage der Extreme wieder eine unmittelbare Anwendung auf M_o^2. Es wird also durch die genannte Substitution von $F_g(x)$

$$M_o^2 = (E_o - r_{mo})\,(E_o - r_{mo} - 2\int_{E'_o}^{E_o} F_g(x)\,dx) + 2\int_{E'_o}^{E_o}\int F_g(x)\,dx\,dx. \qquad [248]$$

Aus [247] aber wird durch eine analoge Entwicklung wie bei [239], bei der man in [148] bis [156] $-F_k(x)$ für $\int \mathfrak{V}(x)\,dx$, bzw. für $\int f_u(x)\,dx$ substituiert[1]):

$$M_u^2 = (r_{mu} - E_u)\,(r_{mu} - E_u - 2\int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\,dx) - 2\int_{E_u}^{E'_u}\int F_k(x)\,dx. \qquad [249]$$

Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß innerhalb des Doppelintegrales über F(x), das an die Stelle des dreifachen Integrales über f(x) tritt, die erste Integration in [248] bzw. [249] die Integrationskonstante

$$C_o^I = -\int F_g(E'_o)\,dE_o \qquad [250]$$

bzw. $$C_u^I = +\int F_k(E'_u)\,dE_u \qquad [251]$$

1) Ausführlich dargestellt in meiner S. 87 genannten Abhandlung die „Mathem. Grundlagen usw.“ in Wundts Psychol. Stud. VI, 3. u. 4. H. 1910. S. 252 ff.

enthält. Bei der numerischen Integration nach dem § 19 c, 6, S. 93f. entwickelten Prinzip ist jedoch die Frage dieser Konstanten durch [83] und [84] bereits wieder in diesem Sinne erledigt.

2. In der Praxis wird man übrigens M^2 meistens nur auf die Hauptwerte $r_o(\mathfrak{A})$ bzw. $r_u(\mathfrak{A})$ beziehen, mit denen ja dieses Streuungsmaß auch nach Fechner speziell „solidarisch" ist. Dadurch werden aber die Formeln nach [157] noch wesentlich einfacher. Es ergibt sich mit Rücksicht auf [238] und [239] aus [248] und [249] für $r_m = r(\mathfrak{A})$

$$[M_o(\mathfrak{A})]^2 = 2\int_{E'_o}^{E_o}\int F_g(x)\,dx\,dx - [\int_{E'_o}^{E_o} F_g(x)\,dx]^2 \qquad [252]$$

$$[M_u{}^2(\mathfrak{A})]^2 = -2\int_{E_u}^{E'_u}\int F_k(x)\,dx\,dx - [\int_{E_u}^{E'_u} F_k(x)\,dx]^2. \qquad [253]$$

Das erste Glied von [253] mit dem Doppelintegral wird mit Rücksicht auf die in seinem ersten (inneren) Integral wieder vorausgesetzte Konstante

$$C_u^I = +\int F_g(x)_{x=E_o'}dx$$

trotz des negativen Vorzeichens in der Tat positiv und größer als das stets negative zweite Glied, wie es natürlich bei dem stets positiven Streuungsmaß der Fall sein muß. Doch brauchen wir die Vorzeichen dieser Formel hier wieder nicht weiter zu diskutieren, da ja bei der numerischen Berechnung für $f_u(x)$ die k_x der Kurve $F_k(x)$ nach S. 185 wieder spiegelbildlich numeriert werden, worauf der Fall ganz analog behandelt wird wie $F_g(x)$. Denn auch die bestimmten Doppelintegrale über $F_g(x)$ und $F_k(x)$ sind unter Voraussetzung der Konstanten C_o^I und C_u^I Flächen von Kurven, die in der nämlichen Richtung ansteigen wie die Beobachtungsfunktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ selbst, so daß sie bei symmetrischem Verlaufe beider Kurven und gleichen Extremdistanzen $E - E'$ einander gleich sein müssen.

Nun haben wir in § 19 c, 6 auch für diese Doppelintegrale in [252] und [253] bereits die genauen und angenäherten Formeln zur numerischen Berechnung aus der g- bzw. der k-Reihe kennen gelernt, nach deren Ermittlung übrigens auch in den Formeln [248] und [249] für die Beziehung auf beliebige Ausgangswerte r_m nichts mehr unbekannt ist. Denn das zweite Glied war uns außerdem auch schon in der Formel für den Hauptwert $r(\mathfrak{A})$ selbst wieder begegnet. Nach [85a] und [72] wird also insbesondere die praktisch völlig ausreichende Annäherung für den auf $r(\mathfrak{A})$ bezogenen mittleren Fehler der Grenzabszisse, da $g_p = k_q = 1$,

$$\frac{1}{i^2}[M_o(\mathfrak{A})]^2 = 2\left[(p-1)g_1 + (p-2)g_2 + \ldots 1\cdot g_{p-1} + \frac{1}{8}\right] - \left(\Sigma g - \frac{1}{2}\right)^2, \qquad [254]$$

$$\frac{1}{i^2}[M_u(\mathfrak{A})]^2 = 2\left[(q-1)k_1 + (q-2)k_2 \ldots + 1\cdot k_{q-1} + \frac{1}{8}\right] - \left(\Sigma k - \frac{1}{2}\right)^2. \qquad [255]$$

3. Für unser Zahlenbeispiel aus Tabelle 5 und Fig. 4 berechneten wir nun bereits auf S. 95 mit der in [85a] gegebenen Annäherung das hier erst noch mit 2 zu multiplizierende Doppelintegral. Es beträgt 36,9450. Das ins Quadrat zu erhebende einfache Integral des zweiten Gliedes aber war nach [75], wie schon vorhin S. 189 wiederholt wurde, mit größter Annäherung 7,614. Daher wird im ganzen in genügender Annäherung:

$$[M_u(\mathfrak{A})]^2 = 73{,}890 - 57{,}973 = 15{,}917.$$

Nähme man noch die Restglieder aus [85] im Betrage von $+0{,}28545$ zum Doppelintegral hinzu, so würde der genauere Wert schließlich

$$[M_u'(\mathfrak{A})]^2 = 16{,}4879.$$

Dadurch wären also die mittleren Fehler selbst:

$$M_u(\mathfrak{A}) = 3{,}9896 \text{ und } M_u'(\mathfrak{A}) = 4{,}0605.$$

Beide Werte sind somit nur noch um 1,74% des genaueren Wertes voneinander verschieden, also eine bei einem Streuungsmaß wohl meistens zu vernachlässigende Differenz.

f) Die mittlere Variation D der Schwellenbestimmung.

1. Für die mittlere Variation D zu f(x) braucht man wieder nur ein einfaches Integral über die Beobachtungsfunktion F(x) auszuwerten, da [209] und [212] nur je ein Doppelintegral über die hier hypothetische Verteilung enthalten. Doch ist die Formel hierfür im allgemeinen etwas komplizierter als bei der ebenfalls auf ein einfaches Integral beschränkten Formel für $r(\mathfrak{A})$, weil die obere Grenze dieses Integrales nicht von einer beobachteten Ordinate F(x), sondern von der interpolierten des Ausgangswertes r_m gebildet wird. Setzt man für $\int \mathfrak{W}(x)\,dx$ wieder $F_g(x)$ bzw. $-F_k(x)$, so wird für einen beliebigen Ausgangswert r_{mo} die mittlere Variation der oberen Grenzabszisse nach Gleichung [209], die sich nach Lage der Extreme wieder direkt auf D_o übertragen läßt:

$$D_o = r_o(\mathfrak{A}) - r_{mo} + 2\int_{E'_o}^{r_{mo}} F_g(x)\,dx, \qquad [256]$$

und nach einer analogen Entwicklung wie in [201] bis [209] ist bei Beziehung der Abweichungen auf den beliebigen Ausgangswert r_{mu} der unteren Schwelle deren mittlere Variation

$$D_u = \int_{E_u}^{r_{mu}} (r_{mu} - x)\,f_u(x)\,dx + \int_{r_{mu}}^{E'_u} (x - r_{mu})\,f_u(x)\,dx$$

$$= r_{mu} - r_u(\mathfrak{A}) + 2\int_{r_{mu}}^{E'_u} F_k(x)\,dx. \qquad [257]$$

Da die mittlere Variation nach Fechner vor allem mit dem Zentralwert solidarisch ist, so wird man also in der Praxis für D gerade diese allgemeinere Formel brauchen können. Doch wird auch diese bei der Beziehung der Abweichungen auf das arithmetische Mittel $r_o(\mathfrak{A})$ bzw. $r_u(\mathfrak{A})$ noch einfacher, da ja dann die Differenz vor dem Integral verschwindet und nur noch übrigbleibt:

$$D_o(\mathfrak{A}) = 2\int_{E'_o}^{r_o(\mathfrak{A})} F_g(x)\,dx \qquad [258]$$

$$D_u(\mathfrak{A}) = 2\int_{r_u(\mathfrak{A})}^{E'_u} F_k(x)\,dx. \qquad [259]$$

Diese Formeln gestatten nun offenbar auch wieder eine sehr einfache geometrische Veranschaulichung: Die mittlere Variation der Grenzabszisse, bezogen auf deren arith. Mittel, ist der doppelten Kurvenfläche von $F_g(x)$ bzw. $F_k(x)$ von dem inneren Extrem bis zur Ordinate dieses Mittels äquivalent.

2. Die numerische Auswertung geschieht nach § 19, c, 5 (S. 91f.), wobei $F_k(x)$ wieder einfach symmetrisch zu $F_g(x)$ zu behandeln ist. Man braucht die dortigen Formeln ja nur mit 2 zu multiplizieren und bei einem beliebigen Ausgangswert den absoluten Wert der Differenz zwischen ihm und dem arithmetischen Mittel hinzuzuaddieren. Es ist also, wenn der beliebige Ausgangswert $r_{mo} = x_\varrho + i\mu_o$, nach [78] und [256] in genügender Annäherung:

$$D_o = r_o(\mathfrak{A}) - r_{mo} + 2i\left(\sum_{x=1 \text{ bis } \varrho-1} g_x + g_\varrho(0{,}5 + \mu_o) + \frac{\mu_o^2}{4}(g_{\varrho+1} - g_{\varrho-1})\right) \qquad [260]$$

und, wenn $r_{mu} = x_\pi\, i\mu_u$:

$$D_u = r_{mu} - r_u(\mathfrak{A}) + 2i\left(\sum_{x=1 \text{ bis } \pi-1} k_x + k_\pi(0{,}5 + \mu_u) + \frac{\mu_u^2}{4} k_{\pi+1} - k_{\pi-1})\right). \qquad [261]$$

Auch unser Zahlenbeispiel nach Tab. 5 und Fig. 4 ist somit in § 19c, 5 schon im wesentlichen erledigt, da dort in Voraussicht dieser speziellen Anwendung gerade die Ableitung des Integrales bis zu der Ordinate gewählt wurde, die vorhin S. 189 als arithmetisches Mittel $r_u(\mathfrak{A})$ ermittelt wurde. Der doppelte Wert dieses Integrals ist aber ja dann nach [259] ohne weiteres bereits das auf $r_u(\mathfrak{A})$ bezogene D. Nur waren dort zur Vereinfachung des Beispieles die Abszissen einstweilen von $x_o = E_u'$ aufsteigend gerechnet und $x_o = 0$ gesetzt, so daß an Stelle des vorhin gefundenen $r_u(\mathfrak{A}) = 50{,}62$ nur sein Abstand von $x_o = 64$ stand, also $64 - 50{,}62 = 13{,}38$. Der Wert des bestimmten Integrals bleibt aber natürlich von dieser einfachen Translation unberührt, so daß der nach [261] angenäherte Wert

$$D_u(\mathfrak{A}) = 2 \cdot 1{,}49135 = 2{,}9827$$

wird. Nimmt man auch die Restglieder aus [77] hinzu, deren Berechnung allerdings die Anlage des Differenzenschemas Tab. 7 erfordert, die bei lauter

ganzen Zahlen übrigens sehr einfach ist, so wird der Wert nach S. 92 noch um $2 \cdot 0{,}05046$ kleiner, so daß der **genaue** Wert $D_u'(\mathfrak{A}) = 2{,}8818$ ist. Die Abweichung der Annäherung beträgt daher hier immerhin $3{,}5\,\%$ des genaueren Wertes und ist doppelt so groß als bei der ungefähr gleich stark vereinfachten Darstellung von M, worin keinesfalls eine rein zufällige Eigenschaft unseres Beispieles zu sehen ist.

3. Hat man nun M oder D berechnet, so ist hierin zugleich die Reziproke eines „**Präzisionsmaßes**" gegeben, das man durch Bildung der Ausdrücke $\frac{1}{M\sqrt{2}}$ und $\frac{1}{D\sqrt{\pi}}$ speziell auch wieder an den Parameter h des einfachen Exponentialgesetzes angleichen kann. Aus dem anerkannteren Repräsentanten M würde sich also in unserem Zahlenbeispiele

$$h = \frac{1}{4{,}0605\sqrt{2}} = 0{,}17414$$

ergeben. Die Ableitung des beiderseitigen Verhältnisses $\frac{M(\mathfrak{A})}{D(\mathfrak{A})}$ kann ferner neben dem Abstand $r(\mathfrak{A}) - r(\mathfrak{C})$, der eine Art **Asymmetrie-Maß** darstellt, zugleich wiederum zu einer **einfachsten Prüfung der Annäherung von $f_o(x)$ bzw. $f_u(x)$ an das Gaußsche Gesetz benutzt werden.** In unserem Zahlenbeispiele ist das Verhältnis der genauen Werte

$$\frac{M_u'(\mathfrak{A})}{D_u'(\mathfrak{A})} = \frac{4{,}0605}{2{,}8818} = 1{,}409,$$

also von dem nach Gl. [118] für das einfache E.-G. geforderten Verhältnis 1,25331 immerhin bereits ziemlich verschieden, wenn auch $r_u(\mathfrak{A})$ und $r_u(\mathfrak{C})$ nicht sehr viel voneinander abweichen.

g) Die Anwendung der Formeln für das arithmetische Mittel und die Streuungsmaße M und D der Schwelle bei sog. Verkehrtheiten der Grenzkurven.

Ein vollständiger empirischer Überblick über die K.-G. der oberen und unteren Schwelle (Grenzabszisse) ist also überhaupt niemals anders zu gewinnen als durch Ableitung einer sog. „Vollreihe" für $F_g(x)$ und $F_k(x)$, **die in einem System von drei Hauptfällen** somit mindestens die Abszissen E_u und E_o einschließen muß, in denen die rel. H. der extremen Fälle (k und g) die Einheit vollständig erreicht oder der Sicherheit gleichkommt. Erst auf Grund dieser Beobachtungen kann ohne Voraussetzung einer speziellen Verteilungsfunktion etwas über die wichtigsten Repräsentanten jener hypothetischen K.-G., nämlich das arithmetische Mittel $r(\mathfrak{A})$ und die Streuungsmaße M und D, ausgesagt werden. Dagegen ist es dabei **keineswegs erforderlich, daß auf jede einzelne Beobachtungsabszisse eine sehr große Anzahl n_x von Einzelversuchen entfällt.** Man wird bei einigermaßen konstanten Bedingungen in der psychophysischen Praxis oft schon mit ca. 3 bis 5 Versuchen für jedes x brauchbare Werte ableiten können, wenn nur das Interval i nicht zu groß und die Reihe wirklich

bis zu den genannten Extremen ausgedehnt ist. Dies garantiert einerseits, daß nunmehr das ganze System wirklich unter konstanteren Bedingungen beobachtet wird, als es bei einer sehr langen Reihe der Fall ist. Andererseits läßt sich aber bei einer solchen Beschränkung auf eine kleinere Versuchszahl n_x für jede Abszisse die Beobachtung über um so mehr Stufen ausdehnen, ohne daß man an einen praktisch unmöglichen Gesamtumfang von Einzelversuchen herankommt. Gerade eine solche weitere Anlage der Abszissen ist aber häufig im voraus unerläßlich, wenn man über die Größe der Schwelle vorläufig noch nichts weiß, oder wenn man, wie es doch eine wissenschaftliche Analyse stets verlangt, größere Veränderungen dieser Schwellen durch eine systematische Variation der allgemeinen Beobachtungsbedingungen in verschiedenen Reihen untersuchen will. In § 29, e haben wir aber nun ferner auch schon gesehen, daß die Ableitung unserer Repräsentanten selbst dann in der nämlichen Weise geschehen kann, wenn eine etwas geringere Versuchszahl n_x für die einzelnen Ordinaten zu sog. „Verkehrtheiten" führt. Man brauchte hierbei noch gar nicht einmal an ein besonderes Ausgleichungsverfahren zu denken. Faßt man aber nun z. B. die wichtigsten und zugleich einfachsten Formeln [238] und [239] dieses Paragraphen für $r(\mathfrak{A})$ näher ins Auge, so erkennt man, daß ihre unveränderte Anwendung auf solche Funktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$, die „Verkehrtheiten" erster oder auch nur zweiter Ordnung in sich schließen, sogar einem besonders plausiblen Ausgleichungsverfahren im eigentlichen Sinne entsprechen würde. Denn da jene Formeln außer den äußeren Extremen E_o und E_u nur noch die Integrale enthalten, die dem Flächeninhalt des ganzen von 0 bis 1 ansteigenden Kurvenzweiges der Beobachtungsfunktionen äquivalent sind, so würde offenbar der Wert des arithmetischen Mittels der Grenzabszisse der nämliche bleiben, wenn man sich die Verkehrtheiten der Kurve durch eine Vermehrung oder Verbesserung der Versuche beseitigt denkt, bei welcher sowohl das äußere Extrem als auch der Flächeninhalt der Kurve erhalten bleibt. Die positiven und negativen Fehler der zunächst bei geringer Versuchszahl beobachteten Kurve $F(x)$ müßten sich also gerade gegenseitig aufheben. Hierbei ist nicht etwa den Extremen E_o und E_u eine ihnen nicht zukommende Bedeutung eingeräumt. Kleine Verschiebungen der Extreme E_u, E_o usw., die z. B. bei Vergleichsversuchen infolge vereinzelter Aufmerksamkeitsschwankungen bisweilen auch nach ihrer anscheinend schon ganz sicheren Ermittlung durch einen einzigen „Fehler" auf einmal wieder hinausgerückt werden, verändern ja den resultierenden Wert $r(\mathfrak{A})$ doch immer nur ganz wenig, wenn nur die nächstbenachbarten Werte g_{p-1}, $g_{p-2}\ldots$ bzw. k_{q-1}, $k_{q-2},\ldots$ der Einheit sehr nahe bleiben. Daß gerade diesen Werten nach dem Bernoulli-Laplaceschen Theorem (vgl. S. 147 f.) ein besonders hohes Gewicht zukommt, bürgt ja auch in der Tat dafür, daß sie de facto schon mit relativ weniger Versuchen ziemlich gut getroffen werden. Im Inneren der Kurve aber läßt ja das Ausgleichungsprinzip der Flächengleichheit der Grenzkurven noch Freiheit genug, um keiner plausiblen Gewichtsüberlegung direkt zu widersprechen. Selbst die spezielle Forderung, daß auch wenigstens die beiden Streuungsmaße M und D bei der Ausgleichung erhalten bleiben möchten, könnte mit dieser Bedingung der Flächenkonstanz im allgemeinen, insbesondere bei einer größeren Zahl von Beobachtungsordi-

naten, noch nicht in Widerspruch geraten. Dadurch würde also auch unseren Formeln für diese psychophysisch eben so wichtigen Größen vom Standpunkte eines Ausgleichungskalküls eine von „Verkehrtheiten“ unabhängige Verallgemeinerung zuerkannt werden können.

31. Die Annahme spezieller Verteilungsgesetze für den hypothetischen K.-G. der Schwelle.

a) Die Voraussetzung des einfachen Exponentialgesetzes.

1. Wenn auch die Statistik als solche bei quantitativen Angaben über Schwellen in ihren ersten Anfängen eigentlich schon auf E. H. Weber selbst zurückgeht[1]), und A. W. Volkmann, wie S. 170 und S. 184 erwähnt, hierbei sogar schon mit einem tatsächlich wertvollen Repräsentanten dieses K.-G. operierte, so hat doch erst Fechner zum ersten Male die beobachtete rel. H. kontradiktorischer Vergleichsurteile als Summenfunktion eines einfachen K.-G. aufgefaßt, als er in seinen „Elementen der Psychophysik“ [2]) 1860 die sog. „Methode der richtigen und falschen Fälle“ begründete. Dabei setzte er aber nun für den hypothetischen K.-G. sogleich das damals noch als allgemeingültig anerkannte einfache Gaußsche Gesetz voraus. Allerdings ließ er sich durch eine ungerechtfertigte Schematisierung des Beobachtungsmateriales der drei Hauptfälle, die er durch Halbierung der Zahl des mittleren Falles $F_u(x)$ auf nur zwei kontradiktorische nach Gl. [214] reduzierte, und außerdem auch noch durch eine gewisse Eigentümlichkeit seines Demonstrationsbeispieles zunächst zu einer keineswegs einwandfreien Darstellung der Abhängigkeitsbeziehung zwischen der Beobachtung und jenen hypothetischen K.-G. verleiten. Erst G. E. Müller gab dann auf Grund von Überlegungen, wie sie im wesentlichen bei den Definitionen in § 29 festgehalten sind, eine klare Ableitung der Hauptwerte und Streuungsmaße von r_o und r_u[3]) aus den beobachteten r. H. der drei Hauptfälle $F_g(x)$, $F_u(x)$ und $F_k(x)$ unter Voraussetzung des einfachen E.-G., an dessen Stelle er dann außerdem überall sogleich die Möglichkeit anderer ähnlicher Verteilungsgesetze in Betracht zog, und zwar vor allem eine besonders einfache Form des zweiseitigen Gaußschen Gesetzes, die S. 118 erwähnt wurde.

Setzt man nun für eine der beiden hypothetischen Verteilungen f(x) das einfache E.-G. voraus, so ist diese Funktion nach S. 111 bereits durch nur zwei Angaben völlig eindeutig bestimmt, nämlich durch die Abszisse r_o

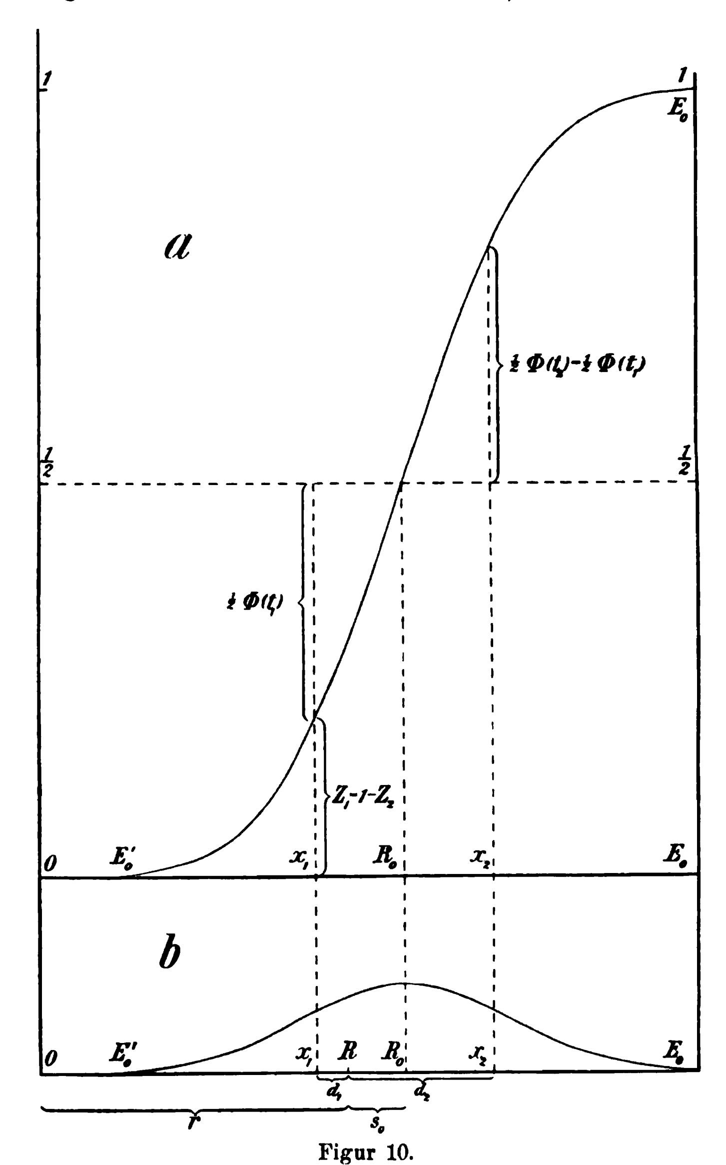
1) Schon in seiner „Lehre vom Tastsinn und Gemeingefühl“ ist S. 88 die quantitative Bestimmung der Unterschiedsschwelle durch Verhältniszahlen richtiger, bzw. falscher Urteile zu finden.

2) S. 94.

3) Nachdem schon in seinem Buche „Zur Grundlegung der Psychophysik“ 1878 die entscheidenden Korrekturen der Fechnerschen Ableitung gegeben waren, brachten dann seine schon oft erwähnten „Gesichtspunkte usw.“ 1904 die auch oben bevorzugte einfachste Ableitung der Variation des Totaleffektes, bei der man zwischen einem oberen und unteren K.-G. der beiden „Schwellen“ unterscheidet und die unabhängige Variable x der Auslösungsbedingung des Vergleichsurteiles für sämtliche n_x Einwirkungen einer Stufe als konstant ansieht. Vgl. unten Kap. 9, § 35, d.



des Symmetriepunktes, von dem aus die Abszissen von f(x) als Abweichungen $v = x - r_0$ zu rechnen sind, und durch den Para-



Figur 10.
Die beobachtete Verteilungsfunktion des oberen extremen Falles (der Größer-Urteile) und der hypothetische K.-G. der oberen Schwelle unter Voraussetzung des einfachen Exponentialgesetzes.

meter h des „Präzisionsmaßes". Da sich die Verhältnisse für $f_u(r_u - x)$ wieder völlig symmetrisch zu denen von $f_o(x - r_o)$ gestalten, so brauchen wir sie wieder nur für letzteres genauer zu analysieren, wie es in Fig. 10a und b auch graphisch erläutert ist. Hier sind einfach aus Fig. 7 (s. S. 171)

die dort ausgezogenen Kurven $F_g(x)$ und $f_0(x)$ herübergenommen, da ja dort $f(x)$ zur Vereinfachung auch bereits dem Gaußschen Gesetz entsprach. O sei der Anfangspunkt der ursprünglich gegebenen Maße der Abszissen (der Vergleichsreize) und R_0 der Symmetriepunkt von $f_0(x)$, so daß also in Fig. 10 die Strecke $\overline{OR_0} = r_0$ ist. Dann ist, wenn wir die Bezeichnung der Funktion beibehalten:

$$f_0(x - \overline{OR_0}) = \frac{h_0}{\sqrt{\pi}} e^{-h_0^2(x - \overline{OR_0})^2}, \quad [262]$$

wobei natürlich auch der Parameter h wegen der Unabhängigkeit des $f_0(x)$ von $f_u(x)$ einen Index erhält. Fassen wir um der üblichen Bezeichnungsweise willen sogleich das spezielle Beispiel der Unterschiedsschwelle ins Auge, so lassen sich die Abszissen auch zunächst in Abweichungen von einem „Normalreiz" $OR = r$ ausdrücken, also als

$$d_x = x - r, \quad [263]$$

und dann erst auf den Symmetriepunkt R_0 transformieren. Dadurch wird

$$x - r_0 = d_x + r - r_0, \quad [264]$$

und wenn man weiterhin die Abweichung der oberen Grenzabszisse r_0 selbst von r mit s_0 (obere Unterschiedsschwelle) bezeichnet, so daß

$$r_0 - r = s_0, \quad [265]$$

so folgt hieraus die in diesem Zusammenhang geläufigste Form der Abweichungen v_x

$$v_x = x - r_0 = d_x - (r_0 - r) = d_x - s_0, \quad [266]$$

deren Ableitung man in Fig. 10b auch mit einem Blicke übersehen kann. Somit schreibt sich [262] nunmehr als

$$f_0(x - r_0) = f_0(d_x - s_0) = \frac{h_0}{\sqrt{\pi}} e^{-h_0^2(d_x - s_0)^2}. \quad [267]$$

Die beobachtete Funktion $F_g(x - r_0)$ in Fig. 10a erscheint also jetzt nach [216] (vgl. S. 172) und [267] als

$$F_g(d_x - s_0) = \frac{h_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{d_x - s_0} e^{-h_0^2(d_x - s_0)^2} dx, \quad [268]$$

wobei das Integral wegen der linearen Beziehung [264] noch nach dx genommen werden darf. Da aber wegen der Symmetrie (vgl. S. 106f.)

$$\int_{-\infty}^{0} \varphi(v)\, dv = \frac{1}{2}$$

wird, so ist dies auch gleichbedeutend mit

$$F_g(d_x - s_0) = \frac{1}{2} + \frac{h_0}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{d_x - s_0} e^{-h_0^2(d_x - s_0)^2} dx. \quad [269]$$

Führt man nun im Integral noch die oft genannte Substitution

$$t_0 = h_0 (d_x - s_0) \qquad [270]$$

durch (s. S. 107 und S. 119), so erhält man schließlich als Ausgangspunkt der numerischen Berechnung von h_0 und s_0 aus den Beobachtungen $F_g(x)$ die Müllersche Endformel:

$$F_g(x - r_0) = F_g(d_x - s_0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h_0(d_x - s_0) = t_0} e^{-t_0^2} d t_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi(t_0). \qquad [271]$$

Hierin ist also $\Phi(t_0)$ wieder die bekannte Funktion, die am ausführlichsten in der Bruns-Kaempfeschen Tabelle dargestellt ist.

Genau genommen würden hiernach wie schon S. 106 erwähnt, weder der einfache K.-G. $f_0(x - r_0)$ noch $F_g(x)$ endliche Extreme E_0' und E_0 haben können. Indessen kommt ja $\pm \Phi(t)$ etwa schon bei $t = \pm 2{,}8$ bis auf einen in der Tabelle nicht mehr zu berücksichtigenden Abstand seinem Grenzwert ± 1 nahe, so daß also nach [271] auch $F_g(d_x - s_0)$ für diejenige Entfernung d_{E_0} vom Normalreiz, bei der

$$t_0 = h_0 (d_{E_0} - s_0) = + 2{,}8$$

ist, praktisch bereits seine größte Höhe 1 erreicht, während es andererseits bei einem d_{E_0}', wo

$$t_0 = h_0 (d_{E_0}' - s_0) = - 2{,}8,$$

empirisch bereits verschwinden darf.

Wenn ferner der Vergleichsreiz x gerade der mittleren Grenzabszisse r_0 selbst entspricht, so daß die Differenz zwischen Normal- und Vergleichsreiz gerade der Unterschiedsschwelle gleich, d. h. $d_x = s_0$ ist, so muß der Wert t_0 und mit ihm auch $\Phi(t_0)$ verschwinden. Dann nimmt aber die beobachtete Funktion $F_g(x)$ nach [271] gerade den Wert $\frac{1}{2}$ oder 50% an, wie es ja auch aus § 30, b folgt, da die Abzisse r_0 des Symmetriepunktes beim einfachen E.-G. eben zugleich der Zentralwert ($\mathfrak{C}$) des K.-G. $f_0(x)$ ist, bei dem $F_g(x) = \frac{1}{2}$ wird.

Nur wäre eben hier mit $r_0(\mathfrak{C})$ zugleich der einzige Hauptwert r_0 bzw. $r_0 - r = s_0$ schlechthin gefunden. Da aber im allgemeinen nicht gerade der Wert $\frac{1}{2}$ beobachtet wird, für die Berechnung von s_0 und h_0 unter Voraussetzung des einfachen E.-G. aber zwei beliebige als korrekt betrachtete Werte ausreichen werden, so hat diese Feststellung für sie keine speziellere Bedeutung, außer wenn es sich eben wieder um die Verbindung des unmittelbaren Verfahrens mit dieser Annahme eines spezielleren Verteilungsgesetzes handelt, um für die Berechnung der Konstanten des letzteren Annäherungswerte zu gewinnen, wie wir unten ausführlicher darzulegen haben.

Bei $d_x > s_0$, also $x > r_0$, wird dann, wie in Fig. 10 an d_2 zu ersehen ist, $t > 0$ und dadurch auch $\Phi > 0$, wodurch also nach [271] auch $F_g(x) > \frac{1}{2}$, während für $d_x < s_0$, also z. B. für d_1 in der Figur, wo $x < r_0$ ist, t und Φ negativ und $F_g(x) < \frac{1}{2}$ wird.

1a. Analog zu [271] läßt sich dann auch die andere Extremkurve als Abhängige von $v = (x - r_u)$ unter Voraussetzung des einfachen E.-G. darstellen, da nach [224] (vgl. S. 174)

$$F_k(x - r_u) = \int_{x-r_u}^{+\infty} f_u(x - r_u)\,dx = \frac{1}{2} + \int_{x-r_u}^{0} f_u(x - r_u)\,dx = \frac{1}{2} - \int_{0}^{(x-r_u)} f_u(x - r_u)\,dx =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\Phi(t'_u),$$

wenn $t'_u = h_u(x - r_u)$. Weil nun $\Phi(-t) = -\Phi(t)$, so wird auch

$$F_k(x - r_u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(t_u), \qquad [271\,a]$$

wobei $t_{u,x} = h_u(r_u - x)$ ist. Wenn man nun x wieder durch $r + d_x$ und r durch $r_u + s_u$ ersetzt, wobei s_u die untere Unterschiedsschwelle bedeutet, so wird schließlich

$$F_k(x - r_u) = F_k(s_u + d_x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(t_u). \qquad [272]$$

Dieser Wert ist also für Vergleichsreize $x > r_u$, bei denen $d_x > -s_u$ kleiner als $\frac{1}{2}$, für alle kleineren x aber größer als $\frac{1}{2}$. Das Extrem E_u' liegt da, wo $t_u = h_u(r_u - x) = -h_u(s_u + d_x)$ dem Wert $-2{,}8$ nahekommt, während E_u etwa bei $-h_u(s_u + d_x) = +2{,}8$ zu erwarten ist.

1b. Wie schon aus Fig. 8a zu ersehen ist, nähert sich die beobachtete Verteilungsfunktion des mittleren Falles $F_u(x)$ dem einfachen E.-G. selbst, wenn die beobachteten Grenzkurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ ihrerseits nach [271] und [271a] Summenfunktionen des einfachen E.-G. sind. In diesem Falle ist also die Form von $F_u(x)$ derjenigen der hypothetischen K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ verwandt. In der Tat haben wir auch bereits S. 111 eine solche Verteilung eines K.-G. $F_u(x)$ nach § 14,3, für die die Gl. [15] gilt, sogar als Zahlenbeispiel für die Annäherung eines empirischen K.-G. an das einfache E.-G. benutzt. Es war dies die in Fig. 3 dargestellte Verteilung der Gleichheitsurteile nach Tab. 1, S. 63[1]). Obgleich nun über den Grad dieser Annäherung bei derartigen empirischen K.-G. von Gl. [95] bzw. [114] von vorne herein gar nichts auszumachen ist, so daß er gelegentlich auch noch größer als in jenem Beispiele befunden werden könnte, soll hier nur noch kurz darauf hingewiesen werden, daß dieses Gesetz für $F_u(x)$ keinesfalls

1) In der Untersuchung H. Kellers, der dieses Beispiel entnommen ist (a. a. O.), wurden auch alle anderen Gleichheitskurven der nämlichen Kategorie auf ihre Verwandtschaft mit dem einfachen E.-G. hin geprüft.

ganz genau zutreffen könnte, falls es gleichzeitig für die beiden hypothetischen K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$ der Schwellen gültig wäre, zu denen $F_u(x)$ durch [271] und [271a] und durch die Gl. [15]:

$$F_u(x) = 1 - F_g(x) - F_k(x)$$

in Beziehung steht. Natürlich ist zur Symmetrie der Verteilung $F_u(x)$ außerdem auch noch vorauszusetzen, daß die Kurven $f_o(x)$ und $f_u(x)$ wie bei Gl. [231] völlig kongruent sind, was in Fig. 8b nicht angenommen ist. In diesem Falle wäre also $h_o = h_u = h$. Setzt man den Abstand zwischen den beiderseitigen Symmetriepunkten

$$r_o - r_u = 2s$$

und wählt den Mittelpunkt ihrer Verbindungsstrecke als Nullpunkt der Abszissen, so daß

$$x - \frac{r_o + r_u}{2} = x',$$

so wird

$$x - r_o = x' - s,$$
$$x - r_u = x' + s,$$

und die beiden hypothetischen K.-G. folgen den Formeln:

$$f_o(x') = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x'-s)^2}$$
$$f_u(x') = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x'+s)^2}.$$

Setzt man dann für $F_g(x')$ und $F_k(x')$ wieder die aus diesen $f(x')$ berechneten Integrale ein, so ergibt sich für die beobachtete Ordinate der u-Kurve aus Gl. [15] bzw. [232]:

$$F_u(x') = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{t=h(x'-s)}^{t=h(x'+s)} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}\Big(\Phi(x'+s) - \Phi(x'-s)\Big). \qquad [271b]$$

Diese Formel für $F_u(x')$ ist nun durch Einführung der Potenzreihe für Φ unter Anwendung der Gl. [90] für die vorkommenden Binomialausdrücke $(x'+s)^n$ zu entwickeln und mit der Potenzreihe für das einfache E.-G. selbst zu vergleichen[1]). Würde nun die Verteilung [271b] wirklich auf die Form [114] zu bringen sein, so müßte insbesondere für die beiden Streuungsmaße M und D dieses beobachteten K.-G. $F_u(x)$ die Relation [118] gelten. Wie aber

1) Setzt man $h = 1$, so erkennt man wenigstens so viel sehr leicht, daß die Einführung der Reihe für $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{x}{0!1} - \frac{x^3}{1!3} + \cdots\right)$ nach Abspaltung der 2s-fachen Reihe für $e^{-t^2} = \left(1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} \cdots\right)$ noch komplizierte Restglieder übrig läßt.

nun G.-F. Lipps durch die genannten Hilfsmittel abgeleitet hat[1]), gilt für das Verhältnis $\frac{D}{M}$ nur die Ungleichung:

$$1 < \frac{D\sqrt{\pi}}{M\sqrt{2}} < 1{,}085.$$

Dies sagt also nur so viel, daß die Abweichung von der beim einfachen E.-G. gültigen Einheit unter solchen Voraussetzungen niemals ein gewisses Maß überschreitet. Die volle Übereinstimmung mit Gl. [118], also die untere Grenze 1 der Ungleichung, entspricht jedoch dem Zusammenfallen von r_0 und r_u, wobei also $2s = r_0 - r_u = 0$ und nach S. 168 überhaupt kein u-Fall mehr zu beobachten wäre. Die größte Abweichung um 0,085 von der Einheit wird zwar selbst bei unendlich großem s nicht überschritten, dagegen schon bald annähernd erreicht. In unserem Beispiel S. 112 ist denn auch zufällig D im Verhältnis zu M wirklich zu groß, wie es bei der tatsächlichen Übereinstimmung der beiden anderen K.-G. $F_g(x)$ und $F_k(x)$ dieser Reihe mit Summenfunktionen kongruenter Schwellen-Verteilungen nach dem hier Gesagten zu erwarten wäre. Eine solche vollständige Kongruenz besitzt freilich nach den tatsächlichen Erfahrungen nur eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit, wodurch dann auch die theoretischen Beziehungen von $F_u(x)$ zum einfachen E.-G. noch mehr gelockert werden.

2. Bleiben wir nun im folgenden nur noch bei dem ersten Schema für $F_g(x)$, auf das wir ja unser Zahlenbeispiel $F_k(x)$ durch die spiegelbildliche Anordnung bereits reduziert haben (vgl. S. 185), und operieren nur noch mit $z = F_g(x)$, s, h und t ohne Index, so reichen zur eindeutigen Berechnung der beiden Konstanten h und s der Verteilungsfunktion des hypothetischen K.-G. offenbar bereits zwei als fehlerfrei betrachtete Beobachtungen z_1 und z_2 hin. Hierzu ist die von Fechner angegebene „Fundamentaltabelle“ besonders bequem, in welcher zu dem beobachteten

$$z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(t) \tag{271}$$

das zugehörige $t = h(d_x - s)$ unmittelbar abzulesen ist. Wegen der schon vorhin genannten Beziehung

$$\frac{1}{2}\,\Phi(t) = -\frac{1}{2}\,\Phi(-t)$$

genügte die Tabellierung von $\frac{1}{2}$ bis 1, in der dann, wie auch aus Figur 10 wegen $\overline{R_0 X_1} = \overline{R_0 X_2}$ und $z_1 = 1 - z_2$ ohne weiteres zu ersehen ist, für jedes $z < \frac{1}{2}$ das zugehörige negative t bei $z' = 1 - z$ zu finden ist. Auch ist die Tabelle für unsere Praxis in Prozentwerten genügend fein abgestuft.

---

1) Grundriß der Psychophysik 1899 und Psychische Maßmethoden 1906, S. 65f.

Tabelle 8.

Fundamental-Tabelle der Methode der richtigen und falschen Fälle[1]).

z	t = hv	Diff.	z	t = hv	Diff.	z	t = hv	Diff.
0,50	0,0000	177	0,71	0,3913	208	0,91	0,9481	455
0,51	0,0177	178	0,72	0,4121	212	0,92	0,9936	500
0,52	0,0355	177	0,73	0,4333	216	0,93	1,0436	558
0,53	0,0532	178	0,74	0,4549	220	0,94	1,0994	637
0,54	0,0710	180	0,75	0,4769	225	0,95	1,1631	748
0,55	0,0890	178	0,76	0,4994	230	0,96	1,2379	918
0,56	0,1068	179	0,77	0,5224	236	0,97	1,3297	1223
0,57	0,1247	181	0,78	0,5460	242	0,98	1,4520	1928
0 58	0,1428	181	0,79	0,5702	249	0,99	1,6450	∞
0,59	0,1609	182	0,80	0,5951	257	1,00	∞	
0,60	0,1791	185	0,81	0,6208	265			
0,61	0,1976	185	0,82	0,6473	274			
0,62	0,2160	187	0,83	0,6747	285			
0,63	0,2347	188	0,84	0,7032	297			
0,64	0,2535	190	0,85	0,7329	310			
0,65	0,2725	192	0,86	0,7639	326			
0,66	0,2917	194	0,87	0,7965	343			
0,67	0,3111	196	0,88	0,8308	365			
0,68	0,3307	199	0,89	0,8673	389			
0,69	0,3506	202	0,90	0,9062	419			
0,70	0,3708	205						

Zwei bei d_1 und d_2 beobachtete r. H. z_1 und z_2 lassen also dann mittels dieser Fundamentaltabelle ohne weiteres auch zwei Gleichungen von der Form

$$t_1 = h(d_1 - s)$$
$$t_2 = h(d_2 - s) \quad [273]$$

ansetzen, aus denen die beiden Unbekannten h und s eindeutig zu berechnen sind.

3. Da aber nun die einzelnen Beobachtungen mit „Fehlern“ behaftet sind, so werden die aus diesem h und s für beliebige d_x berechneten z' mit den dort beobachteten nicht genau übereinstimmen, oder es werden die aus zwei anderen z berechneten h und s von jenen ersteren verschieden sein, so daß also diese Konstanten erst durch Ausgleichung genauer zu ermitteln sind. Nun sind allerdings wenigstens die Gleichungen [273] in den Unbekannten h und $k = sh$ linear, so daß auf eine gegebene Reihe derselben anscheinend ohne weiteres die Methode der kleinsten Quadrate

1) Fechner, Elemente der Psychophysik, Bd. I, S. 108. Revision, S. 66 und Wundt, Physiol. Psychologie I[5], S. 484. (I[6], S. 605). Die Werte t für $\frac{r}{n} = 0,61$, 0,98 und 0,99 sind nach der neuen Tabelle von Kämpfe (vgl. S. 103, Am. 1) verbessert.

anwendbar wäre. Indessen würde man hiermit keineswegs, wie es der Zweck dieser Methode ist, das mittlere Quadrat der in den unmittelbar beobachteten z enthaltenen „Fehler“ zu einem Minimum machen, sondern dasjenige der Abweichungen der nicht unmittelbar beobachteten t. Diese sind aber zu jenen „wahren“ Fehlern keineswegs proportional, sondern stehen eben erst nach [271] durch die transzendente Funktion $\Phi(t)$ zu ihnen in Beziehung. Die wirklichen Beobachtungsgleichungen für den gewöhnlichen Ansatz dieser Ausgleichungsmethode wären also vielmehr die Gleichungen von der Form [271] selbst, also das System:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(h(d_1 - s)) \\ &\vdots \\ z_p &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\Phi(h(d_p - s)). \end{aligned} \qquad [274]$$

Da diese Gleichungen aber nun nicht linear sind, so sind sie, falls man nicht speziellere Beziehungen auffindet, nach dem viel komplizierteren allgemeinen Schema § 26, b, S. 136ff zu behandeln. Nach Einführung von Näherungswerten h' und s' sind also erst mittels der Taylorschen Reihe die Beobachtungsgleichungen [175] mit den Koeffizienten nach [176] zu gewinnen, die in den noch erforderlichen Verbesserungen $\xi = h - h'$ und $\eta = s - s'$ linear sind. Freilich müssen die Näherungswerte hierbei schon hinreichend genau sein, damit die höheren Potenzen von ξ und η der Taylorschen Reihe wirklich außer Betracht bleiben dürfen. Fechner hat nun gezeigt[1]), daß ein System von p Gleichungen von der Form [273] immerhin wenigstens zu einer sehr bequemen Berechnung brauchbarer Annäherungen h' und s' verwendet werden kann, die er als Summationsverfahren bezeichnet. Er teilt das System [273] nach der Größe von t in zwei Gruppen (bei einem ungeraden p wird die mittlere Gleichung einfach weggelassen) und summiert die $\frac{p}{2}$ bzw. $\frac{p-1}{2}$ Gleichungen jeder Gruppe, woraus sich zwei neue, alle Beobachtungen äußerlich gleichmäßig berücksichtigende Gleichungen für h' und s' ergeben. Dabei kommt es nun bereits darauf an, ob man nur einen analytisch möglichst genauen Ausdruck für sämtliche Beobachtungen z sucht, oder den unter den tatsächlichen Verhältnissen wahrscheinlichsten Wert von s und h ermitteln will. Im letzteren Falle könnten dann natürlich auch hier den einzelnen Gleichungen bereits Gewichtsfaktoren hinzugefügt werden (vgl. S. 145f.). Da aber doch noch nicht genaue Werte, sondern nur Annäherungen und zwar auf möglichst einfache Weise gewonnen werden sollen, sehen wir in unserem Beispiele von dieser letzteren Operation noch völlig ab.

In unserem Zahlenbeispiele aus Tab. 5, Fig. 4 sind zunächst alle z auf Prozente zu bringen, weshalb wir die absoluten Häufigkeiten in je $n_x = 50$

1) Über die Methoden der richtigen und falschen Fälle in Anwendung auf die Maßbestimmungen der Feinheit oder extensiven Empfindlichkeit des Raumsinnes. Abh. der math.-phys. Kl. der K. sächs. Ges. d. Wiss. Bd. XIII. 1884. S. 213 ff.

Versuchen mit $\frac{2}{100}$ multiplizieren. Die d_x der Gleichung [273] sind von dem Normalreiz der Kellerschen Beobachtungsreihe $r = x_3 = 55$ aus zu rechnen, wobei wir zur Vereinfachung innerhalb der Klammer $(d_x - s)$ mit dem Intervall $i = 3$ dividieren, also 3 zu h hinzunehmen, das infolgedessen dafür in allen folgenden Berechnungen verdreifacht erscheint. Zum Vergleich mit dem unmittelbaren Verfahren ist also das neue $s' = r_0 - 55$ immer erst mit 3 zu multiplizieren, das neue h dagegen mit 3 zu dividieren. Wir benützen nur die 6 Beobachtungen z_{p-1}, $z_{p-2}, \ldots z_1$, d. h., wir schließen die rel. H. 1 und 0 aus, die ja ohnehin nie ganz genau mit dem einfachen E.-G. in Einklang zu bringen und in einem weiteren Verfahren (§ 31, a, 5) überhaupt nicht verwendbar sind. Setzt man wieder

$$h's' = k', \quad [275]$$

so haben wir dann nach Tabelle 5, S. 83 zwei Gruppen zu je 3 Gleichungen [273] für $d_x = 3$, 2 und 1 und für $d_x = 0$, -1 und -2, für die wir der „Fundamentaltabelle" (Tab. 8, S. 204) unmittelbar die „beobachteten" t entnehmen:

Beobachtetes z:	t:
0,90	$0{,}9062 = 3h' - k'$
0,66	$0{,}2917 = 2h' - k'$
$0{,}26 = 1 - 0{,}74$	$-0{,}4549 = h' - k'$
Summe I:	$0{,}7430 = 6h' - 3k'$ oder:
	$0{,}2477 = 2h' - k'$.
$0{,}14 = 1 - 0{,}86$	$-0{,}7639 = \quad - k'$
$0{,}06 = 1 - 0{,}94$	$-1{,}0994 = -h' - k'$
$0{,}02 = 1 - 0{,}98$	$-1{,}4520 = -2h' - k'$
Summe II:	$-3{,}3153 = -3h' - 3k'$ oder
	$-1{,}1051 = -h' - k'$

Die Subtraktion der Summe II von I ergibt:

$$3h' = 1{,}3528$$
$$\mathbf{h' = 0{,}4509},$$

das in Summe II eingesetzt, zunächst

$$k' = 0{,}6542 \quad \text{und nach [275] endlich auch}$$
$$\mathbf{s' = 1{,}450}$$

finden läßt.

Man kann nunmehr auch prüfen, wie weit die tatsächlich beobachteten Extreme $z_7 = 1$ und $z_0 = 0$ mit den aus diesen Annäherungen rückläufig berechneten z'_7 und z'_0 übereinstimmen.

Für $d_7 = 4$ wäre $t_7 = 4h' - k' = 1{,}1494$
und für $d_0 = -3$ $t_0 = -3h' - k' = -2{,}0069$.

Die zugehörigen z'-Werte ließen sich annähernd ebenfalls aus der Fundamentaltabelle unter Benutzung der beigefügten Differenzen erster Ordnung unmittelbar interpolieren. Doch ist die Bestimmung des zu t gehörigen $\Phi(t)$ in der Nähe der Extreme, wo zu $1-z_0$ und z_p ein der Einheit sehr nahes $\Phi(t)$ zugehört, nach der Bruns-Kämpfeschen Tabelle viel genauer. Diese ergibt $\Phi(t_7)=0{,}895\underline{9}$ und $\Phi(t_0)=-0{,}995\underline{5}$, woraus dann $z'_7=F(E)=0{,}5+0{,}448\underline{0}=\mathbf{0{,}9980}$ und $1-z'_0=1-F(E')=0{,}5+0{,}4977=0{,}9977$, also $z_0=F(E')=\mathbf{0{,}0023}$ berechnet werden. Beide Werte stimmen daher bis auf entgegengesetzt gleiche Fehler von einem in der Tat praktisch zu vernachlässigenden Betrage von nur $\pm\,0{,}002$ mit der Beobachtung 1 und 0 überein.

Vergleicht man nun diese Annäherungswerte aus dem Summationsverfahren mit unseren Bestimmungen des $s(\mathfrak{A})=3\cdot 1{,}46$ und des aus $M(\mathfrak{A})$ gefundenen $h=\frac{1}{3}\cdot 0{,}522$ nach dem unmittelbaren Verfahren in § 30, so kommt man durch die beim Hauptwerte besonders gute Übereinstimmung zu der Überzeugung, daß vor allem auch schon jenes natürlich noch weit einfachere „unmittelbare Verfahren“, insbesondere die Berechnung des arithmetischen Mittels, im allgemeinen ebenfalls gute Annäherungen für ein Ausgleichungsverfahren nach dem Schema § 26, b unter Voraussetzung des einfachen E.-G. abgeben kann.

4. Nach Ableitung guter Annäherungen h' und s' werden nun die neuen Beobachtungsgleichungen nach jenem Schema [175] und [176], das zum ersten Male von G. E. Müller[1]) als sog. „Verfahren I“ auf unser Problem angewandt und von Fechner später als „Korrektionsverfahren“ bezeichnet wurde[2]), aus dem ursprünglichen System [274] hergestellt. Setzt man h' für x_0 und s' für y_0, $h-h'=\xi$ und $s-s'=\eta$, $t_i'=h'(d_i-s')$, so werden die neuen Koeffizienten der Normalgleichungen nach [176]

$$l_i'=z_i-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\,\Phi_1\,(h'(d_i-s'))$$

$$a_i'=\frac{\delta\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\,\Phi(t_i')\right]}{\delta h'}=\frac{1}{2}\,\frac{d\,\Phi(t')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta h'}=\frac{1}{2}\,\Phi_1\,(t_i')(d_i-s')$$

$$b_i'=\frac{\delta\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\,\Phi(t_i')\right]}{\delta s'}=\frac{1}{2}\cdot\frac{d\,\Phi(t_i')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta s'}=-\frac{1}{2}\,\Phi_1\,(t_i')\cdot h'. \quad [276]$$

Dabei kommt also die Bruns-Kämpfesche Tabelle für die Abgeleiteten der Φ-Funktion nunmehr als bedeutende Erleichterung dieses Ansatzes in Betracht. Auch können sämtliche Beobachtungsgleichungen natürlich auch noch mit 2 multipliziert werden, damit die Brunssche Tabelle ohne weiteres anwendbar ist. Sie haben daher schließlich die einfache Gestalt:

$$\{2z_i-\Phi\,(t_i')\}=\Phi_1\,(t_i')\,(d_i-s')\,\xi-\Phi_1\,(t_i')\,h'\cdot\eta. \qquad [277]$$

1) Pflügers Archiv, Bd. 19, 1879, S. 197 ff.
2) a. S. 205, Am. a. O.

Endlich kann noch $h' \cdot \eta$ sogleich als neue Unbekannte ζ eingeführt werden. Jedenfalls wird durch dieses Verfahren außer $h = h' + \xi$ auch $s = s' + \eta$ direkt gefunden und nicht in der Kombination $k = h \cdot s$, was für die theoretische Korrektheit dieses Ausgleichungsmodus ebenfalls vorteilhaft in Betracht kommt.

Ein besonderes Zahlenbeispiel erübrigt sich wohl, zumal wir die Methode der kleinsten Quadrate im Folgenden noch einige Male unter komplizierteren Bedingungen (bis zu 3 Unbekannten) anwenden wollen, diese Berechnungen aber natürlich nach dem nämlichen Schema auszuführen sind.

4a. Fechner empfahl seinerseits a. a. O. als „Korrektionsverfahren" eine Variante dieses Schemas, die wir jedoch in einer etwas anschaulicheren und zugleich wieder auf die Anwendung der Brunsschen Tabelle für Φ_1 berechneten Form ableiten wollen. Man kann sich nämlich die wahre Funktion

$$F(h' + \xi, s' + \eta) = F(t_i' + \tau_i),$$

nicht nur mittels ihrer Abgeleiteten nach h' und s' in Potenzen von ξ und η, sondern zunächst auch schon einfach mittels der Abgeleiteten nach t in Potenzen von τ entwickelt denken. So erlangt man bei Beschränkung auf die erste Potenz, wenn wieder $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(x)$ ist,

$$2F(h' + \xi, s' + \eta) - 2F(h', s') = 2\tau_i \cdot \frac{dF(t')}{dt} = \tau_i \Phi_1(t_i'). \qquad [278]$$

Da also die rechte Seite dieser Gleichung ebenfalls ein Äquivalent des Fehlers ist, der zwischen dem tatsächlich beobachteten z und dem mittels der Annäherungen h_0 und s_0 berechneten z' übrig bleibt und der vorhin nach Potenzen der Korrektionen ξ und η entwickelt wurde, so kann man die beiden rechten Seiten von [277] und [278] einander gleich setzen, und hat dann

$$\tau_i \Phi_1(t_i') = \Phi_1(t_i')(d_i - s')\xi - \Phi_1(t_i')\zeta, \qquad [279]$$

worin wieder $\zeta = h'\eta$. Hierbei ist also τ_i die Differenz zwischen dem „wahren" t_i, das dem beobachteten z nach Gleichung [271] zugeordnet ist, und dem aus den Annäherungen h' und s' berechneten t_i'. $\Phi_1(t_i')$ aber hat als ein allen Gliedern gemeinsamer Faktor offenbar analytisch vollständig die S. 144 erläuterte Bedeutung eines Gewichtsfaktors p_i. Bei Fechner selbst tritt freilich die Eigentümlichkeit dieses Verfahrens nicht recht hervor, daß es die ersten Glieder zweier Entwicklungen nach der Taylorschen Reihe, also zwei durch Weglassen der höheren Potenzen entstandene Annäherungen einander gleich setzt, nicht aber, wie [277], den vollen Wert und eine Annäherung.

Fechner selbst trennt aber ferner auch vor allem nicht s und h voneinander ab, wie es hier im Anschluß an das konsequentere Verfahren I bei Müller sogleich geschah, sondern benutzt wieder h' und k' [1]), also statt Gleichung [277] einfach

1) Dabei sucht Fechner, was keine weitere Bedeutung mehr hat, das Vorzeichen $+k$ statt $-k$ zu verteidigen.



$$2F(h'+\xi, k'+\varkappa) - 2F(h',k') = 2\frac{dF(h',k')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta h'} + 2\frac{dF(h',k')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta k'}$$
$$= \Phi_1(t_l')\, d_l - \Phi_1(t_l'). \qquad [280]$$

Somit tritt an die Stelle von [279] einfach[1])

$$\tau_l\cdot\Phi_1(t_l') = \Phi_1(t_l')\, d_l\xi - \Phi_1(t_l')\cdot\varkappa. \qquad [281]$$

Fechners eigenes Rechenbeispiel nach dieser Methode lieferte jedenfalls eine ganz brauchbare Ausgleichung. Bei dem Ansatz zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werte hätten dann freilich auch hier erst noch die spezielleren Gewichtsfaktoren $\frac{1}{z_l(1-z_l)}$ zu den einzelnen Gleichungen hinzuzutreten.

5. In der zuletzt genannten Fechnerschen Form [281] stimmt nun der Ansatz nach dem „Korrektionsverfahren" zur Berechnung der Verbesserungen ξ und $\varkappa$ äußerlich bis auf den Gewichtsfaktor $\Phi_1(t_l')$ statt $\Phi_1(t_l')^2$ und die berechnete Abweichung τ_l statt des „beobachteten" t mit dem „Gewichtsverfahren" zur direkten Berechnung von h und k selbst überein, das G. E. Müller in der schon genannten Abhandlung 1879 angab, um einerseits die Bequemlichkeit eines direkten Ansatzes linearer Beobachtungsgleichungen aus der Fundamentaltabelle wie bei [273] zu retten und doch andererseits den ebenfalls auf S. 205 genannten Fehler zu vermeiden, daß die Fehler der t, nicht aber der z selbst nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen würden. Die entscheidende Korrektur des Systemes [273] fand nun Müller mittels der schon erwähnten Entwicklung des übrig bleibenden Fehlers der z nach Potenzen des entsprechenden Fehlers der t, auf deren Vorteil wohl auch Fechner erst durch dieses auch von ihm geschätzte „Gewichtsverfahren" Müllers aufmerksam geworden sein dürfte. Nur ist eben bei Müller nicht erst die Kenntnis von Annäherungswerten h' und k' vorausgesetzt, sondern es handelt sich für ihn sogleich um die Fehler τ, welche von den erst zu bestimmenden plausibelsten Konstanten h und k übrig gelassen werden. Die einfache Anwendung des Systemes [273] würde diese Konstanten so bestimmen, daß das mittlere Quadrat jener τ statt dasjenige der $(z-z')$ zu einem Minimum wird. Daher kann diese Inkorrektheit nach S. 154 offenbar einfach durch Gewichtsfaktoren p ausgeglichen werden, welche dem System [273] beizufügen sind und die τ^2 zu den $(z-z')^2$ selbst ergänzen, so daß $\tau^2 p = (z-z')^2$ wird. Da nun nach [271] das aus den (gesuchten) Werten h und k berechnete

$$z' = F(h,k) = F_g(t-\tau) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{t'=hd_l-k} e^{-t^2}dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(t-\tau)$$

und das beobachtete

$$z = F(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(t),$$

1) Bei der Fechnerschen Formel (a. a. O. S. 226) ging man ferner durch Division mit $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ der Möglichkeit verlustig, die Tabelle für Φ_1 direkt anzuwenden.

so ist

$$(z' - z) = F(t - \tau) - F(t) = -\frac{1}{2}\tau \cdot \Phi_1(t). \qquad [282]$$

Die Quadrate $(z' - z)^2$, die eigentlich ein minimales Mittel ergeben sollten, können also durch $\frac{1}{4}[\Phi_1(t)]^2\tau^2$ mit einer nur durch den Wegfall der höheren Glieder der Taylorschen Reihe begrenzten[1]) Genauigkeit ersetzt werden. $\frac{1}{4}[\Phi_1(t)]^2 = \frac{1}{\pi} e^{-2t^2}$ bzw. e^{-2t^2} allein sind also die von Müller gesuchten Gewichte p_i, die zum System [273] hinzutreten müssen. Da bei der unmittelbaren Verwendung der Tabelle für Φ_1 erst die Quadrierung hinzutreten müßte, gebe ich beifolgend Müllers eigene Tabelle, in der e^{-2t^2} sogleich den beobachteten z-Werten zugeordnet ist. Da die Zuordnung nach Gleichung [271] durch $\Phi(t)$ vermittelt ist, so ist auch hier wie bei der Fundamentaltabelle die Tabelle von 0,5 bis 1 ausreichend. Für $z < \frac{1}{2}$ ist also das zugehörige e^{-2t^2} bei $1 - z$ zu finden[2]).

5a. Das Müllersche Gewichtsverfahren ist nun von Urban mit seiner § 27, b (S. 147 ff.) ausführlich diskutierten Gewichtskorrektur $\frac{1}{4z(1-z)}$ auf Grund des Bernoulli-Laplaceschen Theorems kombiniert worden, wie es auch stets erforderlich ist, wenn die Methode der kleinsten Quadrate nicht einfach dazu angewendet werden soll, alle beobachteten Ordinaten z durch die gefundenen Größen rein analytisch nach einem konventionellen Modus möglichst gleichmäßig zu treffen, sondern die realiter plausibelsten

1) Diese Einschränkung käme natürlich um so mehr in Betracht, je größere übrig bleibende Fehler zu erwarten sind, je weniger also die Beobachtungsreihe als solche dem einfachen E.-G. entspricht.

2) Nachdem man einmal weiß, daß bei der direkten Verwendung des Systemes [273] zu Beobachtungsgleichungen ein Gewichtsunterschied von e^{+2t^2} eingeführt wäre, der eben durch e^{-2t^2} ausgeglichen wird, erscheint übrigens jenes frühere, rechnerisch einfachste Verfahren nach [273] doch nicht mehr völlig sinnlos. Denn wie oben (vgl. Fig. 6a) dargelegt wurde, müßte dann, wenn die Schwankungen der z_i von einer Versuchsgruppe zur anderen ausschließlich in solchen Variationen bestünden, daß sich nur die Kurve F(x) im ganzen parallel zur x-Achse hin- und herbewegte der mittlere Fehler M_i der z_i zu $\frac{dF(x)}{dx}$ proportional sein (vgl. S. 153). Für

$$F(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^t e^{-t^2}dt$$

wäre daher

$$M^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-2t^2},$$

und die zugehörige Gewichtskorrektur wäre also in der Tat:

$$\frac{\sqrt{\pi}}{M_i^2} = e^{2t_i^2}.$$

Doch bleibt natürlich die Annahme einer solchen Variation mit vollständiger Konstanz des Präzisionsmaßes h immerhin einseitig.

Konstanten aufzufinden. Doch erlaubt eben das ursprüngliche Müllersche Verfahren zunächst einmal diese Aufgabe allein für sich in besonders bequemer Form zu lösen, die um so reiner heraustritt, je genauer die einzelnen z-Werte bereits beobachtet sind, und die außerdem ganz unabhängig von der Anerkennung des speziellen Präzisionsmaßes der z gestellt werden kann. Deshalb gebe ich doch nicht nur die Urbanschen Werte, sondern stelle beide Gewichtssysteme in einer gemeinsamen Tabelle nebeneinander.

Tabelle 9.

Gewichte der Beobachtungsgleichungen nach dem G. E. Müllerschen[1]) und dem Müller- F. M. Urbanschen Verfahren[2]).

Z	Gewicht		Z	Gewicht	
	nach Müller	nach Müller-Urban		nach Müller	nach Müller-Urban
0,50	1,000	1,000	0,76	0,606	0,832
0,51	0,999	1,000	0,77	0,578	0,818
0,52	0,997	0,999	0,78	0,550	0,803
0,53	0,994	0,998	0,79	0,521	0,787
0,54	0,990	0,996	0,80	0,492	0,770
0,55	0,984	0,995	0,81	0,463	0,752
0,56	0,977	0,992	0,82	0,433	0,733
0,57	0,969	0,989	0,83	0,403	0,713
0,58	0,960	0,985	0,84	0,373	0,694
0,59	0,950	0,981	0,85	0,342	0,670
0,60	0,938	0,977	0,86	0,311	0,646
0,61	0,925	0,972	0,87	0,281	0,621
0,62	0,911	0,967	0,88	0,251	0,595
0,63	0,896	0,960	0,89	0,222	0,567
0,64	0,880	0,954	0,90	0,193	0,538
0,65	0,862	0,947	0,91	0,166	0,506
0,66	0,843	0,940	0,92	0,139	0,472
0,67	0,824	0,932	0,93	0,114	0,435
0,68	0,803	0,923	0,94	0,089	0,396
0,69	0,782	0,914	0,95	0,067	0,352
0,70	0,760	0,904	0,96	0,0463	0,304
0,71	0,737	0,894	0,97	0,029	0,246
0,72	0,712	0,883	0,98	0,0147	0,187
0,73	0,687	0,871	0,99	0,004	0,112
0,74	0,661	0,859	100	0,000	0,000
0,75	0,634	0,846			

Wie man sieht, bleibt in der Müller-Urbanschen Tabelle für

$$\frac{e^{-2t^2}}{4z(1-z)},$$

1) Pflügers Archiv f. d. ges. Physiologie. XIX. 1879, S. 204.
2) Archiv f. d. ges. Psychologie. XVI. 1. u. 2. H, 1909, S. 183.

trotz der entgegengesetzten Gewichtsverteilung auf Grund des Nenners, die größere Bedeutung der nahe an 0,5 gelegenen z-Beobachtungen für die Ausgleichung bestehen, wie sie, allerdings noch bedeutend verstärkt und viel rascher abfallend, in der Müllerschen Tabelle bereits vorhanden war. Bei den Gewichtsfaktoren nach Fechners Korrektionsverfahren [281] würde dagegen die Urbansche Korrektur dieses Verhältnis schon wesentlich anders gestalten. Bei einer Einführung des Faktors $\frac{1}{z(1-z)}$ in die Ausgleichung nach der Summationsmethode oder nach Verfahren I von Müller aber würden umgekehrt sogar die den Extremen näherliegenden Werte weitaus bevorzugt sein (vgl. S. 153). Ein prinzipieller Unterschied der Gewichtskorrektur nach Urban, also auch der ausschließlichen Verwendung von $\frac{1}{z(1-z)}$, von der gleichmäßigen Berücksichtigung der Beobachtungen (oder von einer eventuellen anderen, empirischen Korrektur statt nach dem Bernoullischen Theorem) besteht endlich darin, daß die Beobachtungen der Extreme $F_g(E')$ und $F_g(E)$ nicht in Rechnung gestellt werden können, während dies bei dem einfachen Summations- und Korrektionsverfahren sehr wohl möglich ist. An dieser Stelle macht sich eben die störende Konsequenz der Voraussetzung des einfachen E.-G. bezüglich der Extreme in potenziertem Maße fühlbar.

Um den Ansatz nach dem Müller-Urbanschen Gewichtsverfahren zu erlangen, brauchen wir also nur zu dem Ansatz des Summationsverfahrens S. 206 die Gewichte Γ_i aus der zweiten Kolumne der Tab. 9 hinzuzufügen. So erlangen wir folgende Äquivalente der Beobachtungsgleichungen:

$$\Gamma_i t_i = d_i \Gamma_i h - \Gamma_i k; \qquad [283]$$

die Γ_i sind also die Gewichte p_i bzw. $\frac{1}{M^2}$ in [181] und [185]. In die Auflösung der Normalgleichungen [167] eingeführt, ergibt dies, wenn wieder $h = \frac{A}{N}$ und $k = \frac{B}{N}$ gesetzt wird:

$$\begin{aligned} A &= [\Gamma td][\Gamma] - [\Gamma d][\Gamma t] \\ B &= -[\Gamma t][\Gamma d^2] + [\Gamma d][\Gamma td] \\ N &= [\Gamma d^2][\Gamma] - [\Gamma d]^2. \end{aligned}$$

Wie man sieht, ist die Auflösung der Normalgleichungen dadurch erleichtert, daß in [283] die Koeffizienten b_i von $y = k$ durchweg -1 sind, und daß bei äquidistanten Reihen nach Division der d mit i auch die a_i nur kleine ganze Zahlen einschließlich der 0 sind, mit denen man, ebenso wie mit ihren Quadraten, $d_i \cdot \Gamma_i$, $d_i^2 \cdot \Gamma_i$ und $d \cdot \Gamma t$ leicht direkt ausmultipliziert. Man braucht also die Logarithmen oder Rechentafeln wohl nur zur Berechnung der $\Gamma_i t_i$ sowie zu den Schlußrechnungen nach Bildung der Summen $[\Gamma td]$ usw. Wer nur einzelne Beobachtungsreihen über Unterschiedsschwellen auszuwerten hat, wird dabei, falls er nicht berufsmäßiger Rechner ist, vorläufig wohl meistens noch mit Logarithmen rechnen; daher gebe ich folgendes einfache Schema, das sehr sicher zu rechnen gestattet. Auch kann es einen

mit dem sonstigen Zweck der Untersuchung nicht vertrauten Hilfsarbeiter wenigstens über das Wesen der Rechenaufgabe leicht orientientieren, gleichgültig, welche Hilfsmittel der Rechnung ihm dann im einzelnen am bequemsten sind.

Rechen-Schema zur Anwendung des Müller-Urbanschen Gewichtsverfahrens.

Beob. z	Gewicht Γ nach Müller-Urban	Unkorrigierte Gl. [273] $t_i = d_i h - k$	Γd	Γd^2
0,90	0,538	$0{,}9062 = 3h - k$	1,614	4,842
0,66	0,940	$0{,}2917 = 2h - k$	1,880	3,760
$0{,}26 = 1 - 0{,}74$	0,859	$-0{,}4549 = h - k$	0,859	0,859
$0{,}14 = 1 - 0{,}86$	0,646	$-0{,}7639 = - k$	0	0
$0{,}06 = 1 - 0{,}94$	0,396	$-1{,}0994 = - h - k$	$-0{,}396$	0,396
$0{,}02 = 1 - 0{,}98$	0,187	$-1{,}4520 = - 2h - k$	$-0{,}374$	0,748
	$[\Gamma]$ 3,566 log: 0,55218		$[\Gamma d]$ 3,583 log: 0,55425	$[\Gamma d^2]$ 10,605 log: 1,02551

	log	Γt	d	Γtd
Γ_6	$0{,}73078 - 1$			
t_6	$0{,}95722 - 1$			
n. l.	$0{,}68800 - 1 =$	0,4876	$+3$	1,4628
Γ_5	$0{,}97313 - 1$			
t_5	$0{,}46494 - 1$			
n. l.	$0{,}43807 - 1 =$	0,2742	$+2$	0,5484
Γ_4	$0{,}93399 - 1$			
$t_4 (-)$	$0{,}65792 - 1$			
n. l.	$0{,}59191 - 1 =$	$-0{,}3908$	$+1$	$-0{,}3908$
Γ_3	$0{,}81023 - 1$			
$t_3 (-)$	$0{,}88304 - 1$			
n. l.	$0{,}69327 - 1 =$	$-0{,}4935$	0	0
Γ_2	$0{,}59770 - 1$			
$t_2 (-)$	$0{,}04100$			
n. l.	$0{,}63870 - 1 =$	$-0{,}4352$	-1	0,4352
Γ_1	$0{,}27184 - 1$			
$t_1 (-)$	$0{,}16197$			
n. l.	$0{,}43381 - 1 =$	$-0{,}2715$	-2	0,5430
		$[\Gamma t] = -0{,}8292$		$[\Gamma td] = 2{,}5986$
		$\log = 0{,}91866 - 1$		$\log = 0{,}41474$

A:

$$\begin{array}{ll} \log[\Gamma td]\ 0{,}41474 & \log\ [\Gamma d]\ \ 0{,}55425 \\ \log\ [\Gamma]\ \ \underline{0{,}55218} & \log[\Gamma t]\ (-)\underline{0{,}91866-1} \\ \text{n. l.}\ \overline{0{,}96692} = 9{,}2666 & \text{n. l.}\ \overline{0{,}47291} \quad = -2{,}971 \end{array}$$

$$A = 9{,}2666 + 2{,}971 = 12{,}2376$$
$$\log A = 1{,}08769$$

B:

$$\begin{array}{ll} \log[\Gamma t]\ (-)\ 0{,}91866-1 & \log\ [\Gamma d]\ \ 0{,}55425 \\ \log\ [\Gamma d^2]\ \ \underline{1{,}02551} & \log[\Gamma td]\ \underline{0{,}41474} \\ \text{n. l.}\ \overline{0{,}94417} \quad = -8{,}7936 & \text{n. l.}\ \overline{0{,}96899} = 9{,}3108 \end{array}$$

$$B = -(-8{,}7936) + 9{,}3108 = 18{,}1044$$
$$\log B = \quad 1{,}25778$$

N:

$$\begin{array}{ll} \log[\Gamma d^2]\ 1{,}02551 & \log[\Gamma d^2] = 1{,}10850 \\ \log\ [\Gamma]\ \ \underline{0{,}55218} & \\ \text{n. l.}\ 1{,}57769 = 37{,}818 & \text{n. l.} = 12{,}838 \end{array}$$

$$N = 37{,}818 - 12{,}838 = 24{,}98$$
$$\log\ N = 1{,}39759$$

$$\begin{array}{ll} \log\ A = 1{,}08769 & \log\ B = 1{,}25778 \\ \log\ N = 1{,}39759 & \log\ N = \underline{1{,}39759} \\ \log\ \ h = 0{,}69010-1 & \log\ \ h = 0{,}86019-1 \\ \quad h = \underline{0{,}4899} & \log\ \ h = \underline{0{,}69010-1} \\ & \log\ \ s = 0{,}17009 \\ & \quad s = \underline{1{,}4794} \end{array}$$

Hieraus ergeben sich also schließlich die wahren Werte für $i = 3$ durch Division, bzw. Multiplikation mit 3 (vgl. S. 206) als

$$\mathbf{h = 0{,}1633}$$
$$\mathbf{s = 4{,}4382.}$$

Mit Recht empfiehlt Urban[1]) dem Geübten an Stelle der logarithmischen Berechnung Crelles Rechentafeln[2]). Die Müllerschen und Urbanschen Gewichte sind nur in 3 Dezimalen angegeben, während t in der Fundamentaltabelle und bei Bruns-Kämpfe vierstellig ist. Bei dieser Tafel läßt

1) Archiv f. d. ges. Psychologie, Bd. XVI, 1. u. 2. H., 1909, S. 187. Urban hat übrigens inzwischen eine Bearbeitung des gesamten Kellerschen Materiales nach diesem Gewichtsverfahren veröffentlicht, bei der er sich der Unterstützung von Herrn Schönfeld, Rechner des k. preuß. geodätischen Instituts und des Zentralbureaus der internationalen geodätischen Vereinigung zu erfreuen hatte*). Hierbei erforderte jede der Aufgaben der hier erläuterten Art, die hinsichtlich ihrer Schwierigkeit mit dieser ziemlich übereinstimmen, im Durchschnitt einschließlich der Kontrollen etwa $1\frac{1}{2}$ Stunden. Sehr viel mehr als 2 Stunden wird auch das obige Schema nicht verlangen, das bei einiger Achtsamkeit grobe Fehler kaum aufkommen läßt. Urban fand für h bei dieser Kurve, 0,1639 und für $s = 55 - 50{,}6 = 4{,}4$, womit also unser eigenes Resultat wohl genügend übereinstimmt.

2) Crelles Rechentafeln, Neue Ausgabe von O. Seeliger 1907. (Mit Quadrat- und Kubiktafeln.)

*) Archiv f. d. ges. Psychologie XVIII, 3 u. 4. H, 1910, S. 400ff.

sich aber wenigstens die Multiplikation einer 3- mit einer 4-stelligen Zahl mit einmaligem Aufschlagen der Tabelle erledigen. Würde man jedoch bei dem oben genannten Fechnerschen Korrektionsverfahren die 4-stellige Größe Φ_1 aus der Brunsschen Tabelle benützen, so käme schon der Vorteil der Petersschen Tafeln[1]) zur Geltung, bei denen man zwei vierstellige Zahlen mit einmaligem Aufschlagen multiplizieren kann. — Es darf wohl noch besonders darauf hingewiesen werden, wie gut auch der hier gewonnene Wert für s mit $s(\mathfrak{A}) = 4{,}38$ nach dem unmittelbaren Verfahren (und nach der Summationsmethode) übereinstimmt. Aber auch das Präzisionsmaß $h = 1{,}633$ ist von dem analogen Wert $\frac{1}{M'\sqrt{2}}$ nach § 30 nur um $-0{,}011$ verschieden.

Zur Vollständigkeit des Ausgleichungsverfahrens wären nun schließlich noch die nach irgendeiner dieser Varianten 2 bis 5a gewonnenen Werte für h und s mit den verschiedenen d_i zur Ableitung einer neuen Reihe t_i' nach Gl. [273] zu kombinieren, aus der unter Hinzunahme der Bruns-Kämpfeschen Tabelle für Φ nach [271] neue z' zu berechnen sind. Das Mittel der eventuell wiederum mit den Gewichten $\frac{1}{z(1-z)}$ multiplizierten Quadrate der Abweichungen dieser berechneten z' von den beobachteten z, also

$$M^2 = \frac{1}{n} \Sigma p_i (z_i - z'_i)^2$$

oder auch nach S. 134, A. 1

$$M'^2 = \frac{1}{n-2} \Sigma p_i (z_i - z_i')^2$$

repräsentiert dann das vergleichbare Maß der Übereinstimmung der tatsächlichen Beobachtungen mit dem unter Voraussetzung des einfachen E.-G. berechneten Schwellen- und Präzisionsmaße. Bei der Bildung der Quadrate bedient man sich natürlich womöglich einer Quadrattafel, wie sie für die Zahlen von 1 bis 1000 z. B. den Tafeln von A. Greve, den Crelleschen Tafeln u. a. beigefügt ist.

b) Die Darstellung der beobachteten Summenfunktion mittels der Brunsschen Reihe.

1. Wie schon bei der Beschreibung der Brunsschen Reihe als Abbildung eines einfachen K.-G. in § 24, S. 118ff. ausdrücklich betont wurde, steht diese dem Ansatze von Beobachtungsgleichungen mittels einer unmittelbar beobachteten Summenfunktion deshalb besonders nahe, weil sie nach [131] und [132] geradezu als eine Fortsetzung des Ansatzes [278] betrachtet werden kann, welche den „Fehler" der Beobachtung, der unter Voraussetzung bestimmter Werte h und s und der Funktion [271] übrigbleiben würde, durch Hinzufügung weiterer, mit geeigneten Koeffizienten verbundener Abgeleiteter von Φ nach t zu verringern sucht. Eben deshalb wird man

1) Neue Rechentafeln, herausgeg. von I. Peters. (Im nämlichen Verlage von G. Reimer, Berlin.)

aber auch nach der **Beobachtung** der Summenfunktion die Koeffizienten nicht etwa, wie es an sich wohl möglich wäre, auf dem Umwege bestimmen, daß man erst einzelne Ordinaten des einfachen K.-G. f(x), auf den sich ja r(𝔄) und h beziehen sollen, an der Hand der Relation [222] und [226] mittels der numerischen Differentiation (vgl. § 19) rekonstruiert und dann nach [133] bis [135] operiert. Da die endliche Reihe mit wenigen Gliedern doch immer nur eine angenäherte Darstellung des K.-G. bieten kann, so setzt man nach Bruns[1]) in einem solchen Falle vielmehr lieber zunächst mittels eines angenäherten Wertes der Grenzabszisse (bzw. s) und h eine bestimmte Reihe von Abgeleiteten (und zwar höchstens bis zur sechsten Ordnung) fest und ermittelt dann unmittelbar durch Ausgleichung diejenigen Koeffizienten, die mit ihnen zusammen möglichst kleine und gleichmäßig verteilte Fehler ergeben. Sollten diese Koeffizienten noch nicht genügend konvergieren, so kann man **entweder jeweils noch eine weitere Ordnung** der Abgeleiteten hinzunehmen und dann von neuem ausgleichen, **oder** man kann durch ein Korrektionsverfahren wie S. 207 **neue Konstante** s und h, bzw. t — (dh — k) berechnen, die bei Beschränkung auf die nämliche Ordnung der Abgeleiteten noch kleinere und besser verteilte Fehler übrig lassen.

2. Hat man nun keinerlei Anhaltspunkt dafür, wie sich die zunächst gewählten Werte s und h zu dem arithmetischen Mittel s(𝔄) und dem aus dem „mittleren Fehler" M(𝔄) als $\frac{1}{M\sqrt{2}}$ berechneten Präzisionsmaße verhalten, so wird man dem System der p Beobachtungsgleichungen die Reihe in ihrer einfachen allgemeinen Form [133] zugrunde legen, in der die Abgeleiteten der Reihe nach von der ersten an vorkommen. **Unser unmittelbares Verfahren nach § 30 gibt aber ja in Gl.** [240] **und** [254] **einschl.** [72] **und** [85] **sichere und bequeme Mittel an die Hand,** um **unter Voraussetzung der stetigen Verteilung, wie sie durch** die **Brunssche Reihe doch zunächst repräsentiert wird, die Werte** $r_0(\mathfrak{A})$, bzw. $s_0(\mathfrak{A}) = r_0(\mathfrak{A}) - r$, und $M_0(\mathfrak{A})$ **sowie die analogen Repräsentanten** $r_\alpha(\mathfrak{A})$ **von** $f_\alpha(x)$ **ohne weiteres mit beliebiger Genauigkeit zu berechnen. Setzen wir aber diese Größen** s(𝔄) **und** $h = \frac{1}{M(\mathfrak{A})\sqrt{2}}$ **als bekannt voraus, so muß die Brunssche Reihe mit ihren** aus **der nämlichen stetigen Verteilung berechneten Koeffizienten** in **ihrer Normalform** [141] **erscheinen, in der die erste und** zweite **Abgeleitete fehlt und nach** Φ **sogleich** Φ_3, Φ_4 **usw. folgt.** Es ist also zur praktischen Zweckmäßigkeit dieses Verfahrens, dessen Ansatz bis auf die minimalen Schwankungen von s und h je nach der Auswahl der Interpolationsmethode völlig eindeutig aus den Beobachtungen selbst abzuleiten ist, nur noch erforderlich, daß die hypothetische Funktion f(x) dem einfachen E.-G. wenigstens so nahe steht, daß die Koeffizienten etwa von demjenigen der 5. oder höchstens der 6. Abgeleiteten an vernachlässigt werden dürfen. An und für sich muß ja die Reihe bei einer unbegrenzten Gliederzahl für jede beliebige Verteilung zum Ziele führen, und die praktische Einschränkung

---

1) Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. (s. S. 33, A. 1), S. 284ff. Vgl. auch Bruns Darstellung in Wundt, Phil. Stud. XIV, 1898, S. 339ff. und Mosch, a. S. 134, A. 2 a. 0.

rührt deshalb ausschließlich von der Schwierigkeit der Verwertung eines Beobachtungssystemes her, das gleichzeitig so viele Koeffizienten in einheitlicher Weise nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen läßt. (Vgl. übrigens S. 135, A 2.) Bis zu drei Koeffizienten reichen aber bereits unsere Vorbereitungen in Kap. 26 aus, so daß wir also bei der Möglichkeit der Verwertung der „Normalreihe“ [141] sehr leicht D_3 und D_4 und eventuell auch D_3, D_4 und D_5 bestimmen können. Somit wird durch unsere Einsparung der ausgleichenden Berechnung zweier Koeffizienten, die bei diesem Ansatz ohne weiteres mit dem ganz bestimmten Wert Null für den Aufbau der Reihe zur Geltung kommen, die Brunssche Reihe sogleich besonders vollständig ausgenützt. Unser praktisches Beispiel wird uns auch zeigen, daß wir hiermit in der Tat eine gut konvergierende Darstellung der Beobachtungsfunktion erlangen, und so gewinnen wir hiermit einen schönen naturgemäßen Abschluß unserer gesamten Betrachtungen über die Methoden der Kollektivmaßlehre auf dem Gebiete der Psychophysik, in dem gewissermaßen noch einmal die entscheidenden Ergebnisse einheitlich zusammengefaßt sind: Unsere neuen Werte, die auch schon ohne Voraussetzung eines speziellen Verteilungsgesetzes einen K.-G. in anerkannten Hauptwerten und Streuungsmaßen, besonders durch $\mathfrak{A}$ und M, nach allgemeinsten Voraussetzungen für die Interpolation zu repräsentieren geeignet waren und dabei nach Beobachtung der Summenfunktion des hypothetischen K.-G. der Schwelle mit besonders einfachen Formeln berechnet werden konnten, vermitteln schließlich auch den günstigsten Ansatz zur Konkretisierung derjenigen Funktion, die unter den tatsächlichen Verhältnissen als endgültige analytische Darstellung eines jeden K.-G. betrachtet werden darf.

3. Da die Brunssche Reihe die Aufgabe zu erfüllen hat, einer beliebigen Verteilungsfunktion, die bei dem einfachen Ansatz der Beobachtungsgleichungen [274] durchweg zu große Fehler übrig ließ, möglichst genau gerecht zu werden, so würde die Einführung so großer Gewichtsunterschiede, wie sie aus dem Bernoulli-Laplaceschen Theorem nach § 27, b, 2 abzuleiten wären, die rein analytische Hauptleistung einer ausgleichenden Bestimmung der Koeffizienten D_q dieser Funktion gar nicht zur Geltung kommen lassen. Die Anwendung eines so feinen Apparates ist also wohl immer erst bei einer relativ großen und gleichmäßigen Präzision der einzelnen z-Beobachtungen angebracht, deren mittlerer Fehler hinter dem bei [274] übrig bleibenden mittleren Fehlerquadrat zurücksteht. Obgleich dies nun von psychophysischen Resultaten wenigstens unter den bisherigen Voraussetzungen kaum behauptet werden kann, wollen wir doch auch in der Aufstellung der „Normalreihe“ für unser bisheriges Zahlenbeispiel nach Tab. 5, Fig. 4 keine besonderen Gewichtsfaktoren nach § 27 einführen, sondern die gegebene Reihe einfach wieder als die „wahre“ betrachten und daher, wie es bisher in diesem Zusammenhange stets geschah, allen 6 Beobachtungen z_1 bis z_6 einen gleichmäßigen Einfluß auf die Koeffizienten einräumen.

Da nach § 30, c) und e, bzw. S. 207

$$s(\mathfrak{A}) = 4{,}38 = 3 \cdot 1{,}46 \quad \text{und} \quad h = \frac{1}{M' \sqrt{2}} = 0{,}1741 = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5223$$

war, so haben wir also zum Ansatz der neuen Beobachtungsgleichungen (B.-Gl.) zunächst die sechs t-Werte zu den 6 Abszissen $3d_1$ bis $3d_6$, also

$$t_i = 0{,}5223\,(d_i - 1{,}46)_{i=1 \text{ bis } 6}$$

zu berechnen. Hierzu sind in den Brunsschen Tabellen im Anhange seiner „Wahrscheinlichkeitsrechnung usw." die Größen

$$\Phi(t_i),\ \frac{1}{4}\Phi_3(t_i) \text{ und } \frac{1}{8}\Phi_4(t_i), \text{ eventuell auch sogleich } \frac{1}{16}\Phi_5(t_i)$$

aufzuschlagen. Der Ansatz der B.-Gl. in Form der „Normalreihe" lautet dann bis einschließlich Φ_5:

$$2z_i = 1 + \Phi(t_i) + x\cdot\frac{\Phi_3(t_i)}{4} + y\,\frac{\Phi_4(t_i)}{8} + w\,\frac{\Phi_5(t_i)}{16}, \qquad [284]$$

wobei

$$x = 4D_3$$
$$y = 8D_4$$
$$w = 16D_5. \qquad [285]$$

Um das Schema der Normalgleichungen [166] unmittelbar anwenden zu können, faßt man nunmehr noch das Gros der durchweg bekannten Glieder als l_i zusammen, während $\frac{\Phi_3}{4}$ dem a_i, $\frac{\Phi_4}{8}$ dem b_i und $\frac{\Phi_5}{16}$ dem c_i entspricht[1]:

$$2z - 1 - \Phi = \frac{\Phi_3}{4}x + \frac{\Phi_4}{8}y + \frac{\Phi_5}{16}w. \qquad [286]$$

Im folgenden Rechenschema, das wiederum einer häufigeren Anwendung dieser Darstellung psychophysischer Resultate durch eine auch für den ungeübten Rechner geläufige und sichere Form vorarbeiten möchte und von Geübten wieder beliebig durch Operationen mit der Rechentafel zu ersetzen ist (s. S. 214f.), sind zunächst sämtliche Operationen zur ausschließlichen Berechnung von nur zwei Koeffizienten D_3 und D_4 nach [167] durchgeführt. Wenn man von unserem unmittelbaren Verfahren für die Ableitung von s(𝔄) und M^2 ausgeht, dürfte man auch im allgemeinen mit dieser Ausdehnung der Normalreihe auskommen. Dann erfordert die Aufstellung der Brunsschen Reihe auch keine wesentlich größere Rechenarbeit als die Durchführung des oben beschriebenen Korrektions- oder Gewichtsverfahrens unter Voraussetzung des einfachen E.-G. Der Ansatz ist sub 1) sogleich für alle 3 Koeffizienten erledigt, da ja hierzu nur noch $\frac{1}{16}\Phi_5$ hinzutritt.

Die berechneten Werte fallen aber natürlich bei der einheitlichen Ausgleichung mit 3 Unbekannten auch für die ersten beiden etwas anders aus, weshalb die 3 Unbekannten in der „Ergänzung" auch mit x', y', w bezeichnet sind. Bei dieser Berechnung von 3 Koeffizienten ist nur die Kombination

1) Das z der Gleichung [166] ist wegen der in l enthaltenen r. H. z durch w ersetzt.

der Summen [168] bis [170] zur endgültigen Bestimmung von x', y' und w von Absatz 5) an völlig neu durchzuführen, während die Summen selbst nur, soweit sie c enthalten, sub 4) neu zu bilden sind, also [ac], [bc], [cc], [lc]. Der ganze Ansatz 1) sowie die Berechnung von [aa], [ab], [bb], [al] und [bl] sub 2) gehört also auch zu dieser zweiten, bis D_5 ausgedehnten Ausgleichung.

Auch bei diesen Operationen habe ich nur die jedermann geläufige logarithmische Berechnung der Produkte und Quotienten mit einer völlig ausreichenden 5-stelligen Tafel durchgeführt. Doch bieten dem Geübten natürlich auch hier die schon genannten Crelleschen Tafeln manche Erleichterung.

Berechnung der Koeffizienten D_q zur Brunsschen Normalreihe bis Φ_5.

1. Der Ansatz der Beobachtungsgleichungen[1]).

$h = 0{,}5223 \quad s = 1{,}46 \quad t_l = h(d_l - s)$.

$2z_l$	$2z_l-1$	t_l	$\Phi(t_l)$	$2z_l-1-\Phi(t_l) = l_l$	$a_l = \frac{1}{4}\Phi_3(t_l)$	$b_l = \frac{1}{8}\Phi_4(t_l)$	$c_l = \frac{1}{16}\Phi_5(t_l)$
0,90	0,80	0,8043	0,7447	+ 0,0553	+ 0,0867	+ 0,4054	− 0,4562
0,66	0,32	0,2820	0,3100	+ 0,0100	− 0,4382	+ 0,4174	+ 0,5395
0,26	− 0,48	− 0,2403	− 0,2660	− 0,2140	− 0,4711	− 0,3692	+ 0,6179
0,14	− 0,72	− 0,7626	− 0,7192	− 0,0008	+ 0,0513	− 0,4419	− 0,4139
0,06	− 0,88	− 1,2849	− 0,9307	+ 0,0507	+ 0,2491	+ 0,0420	− 0,3198
0,02	− 0,96	− 1,8072	− 0,9894	+ 0,0294	+ 0,1191	+ 0,1374	+ 0,0697
					$x = 4D_3$	$y = 8D_4$	$w = 16D_5$

2. Die Summen [aa], [bb] usw. der Normalgleichungen [166] für x und y.

(Mit logarithmischer Berechnung der einzelnen $a_l a_l$, $b_l b_l$ usw.)

log $a_l a_l$	$a_l a_l$		log $b_l b_l$	$b_l b_l$		log $a_l b_l$	$a_l b_l$
0,93802 − 2		b_1	0,60788 − 1		a_1	0,93802 − 2	
0,87604 − 3	+ 0,00752	b^2_1	0,21576 − 1	+ 0,16435	b_1	0,60788 − 1	
					$a_1 b_1$	0,54590 − 2	+ 0,03515
0,64167 − 1		b_2	0,62055 − 1		a_2	0,64167 − 1	
0,28334 − 1	+ 0,19201	b^2_2	0,24110 − 1	+ 0,17422	b_2	0,62055 − 1	
					$a_2 b_2$	0,26222 − 1	− 0,18290
0,67311 − 1		b_3	0,56726 − 1		a_3	0,67311 − 1	
0,34622 − 1	+ 0,22193	b_3^2	0,13452 − 1	+ 0,13631	b_3	0,56726 − 1	
					$a_3 b_3$	0,24037 − 1	+ 0,17393

1) Aus der Formel S. 120, A. 1 für die Abgeleiteten verschiedener Ordnung $\Phi(t)$ und den zugehörigen $\mathfrak{R}$-Werten (ebenda) ist zu ersehen, daß die ungeraden Ordnungen $p+1$ gerade Funktionen von t sind und die geraden Ordnungen ungerade Funktionen. Bei negativem t ist also $\Phi_1(-t) = \Phi_1(t)$, $\Phi_3(-t) = \Phi_3(t)$ usw., dagegen $\Phi_2(-t) = -\Phi_2(t)$ usw.

a_4	0,71012 — 2		b_4	0,64532 — 1		a_4	0,71012 — 2	
$a_4{}^2$	0,42024 — 3	+ 0,00263	$b_4{}^2$	0,29064 — 1	+ 0,19527	b_4	0,64532 — 1	
						a_3b_4	0,35544 — 2	— 0,02267
a_5	0,39637 — 1		b_5	0,62325 — 2		a_5	0,39637 — 1	
$a_5{}^2$	0,79274 — 2	+ 0,06205	$b_5{}^2$	0,24650 — 3	+ 0,00176	b_5	0,62325 — 2	
						a_5b_5	0,01962 — 2	+ 0,01046
a_6	0,07591 — 1		b_6	0,13799 — 1		a_6	0,07591 — 1	
$a_6{}^2$	0,15182 — 2	+ 0,01418	$b_6{}^2$	0,27598 — 2	+ 0,01888	b_6	0,13799 — 1	
						a_6b_6	0,21390 — 2	+ 0,01636
	[aa] =	+ 0,50032		[bb] =	+ 0,69079		[ab] =	+ 0,03032
	log [aa] =	0,69925 — 1		log [bb] =	0,83934 — 1		log [ab] =	0,48173 — 2

	log $a_i l_i$	$a_i l_i$		log $b_i l_i$	$b_i l_i$
a_1	0,93802 — 2		b_1	0,60788 — 1	
l_1	0,74273 — 2		l_1	0,74273 — 2	
	0,68075 — 3	+ 0,004795		0,35061 — 2	+ 0,022418
a_2	0,64167 — 1		b_2	0,62055 — 1	
l_2	0,00000 — 2		l_2	0,00000 — 2	
	0,64167 — 3	— 0,004382		0,62055 — 3	+ 0,004174
a_3	0,67311 — 1		b_3	0,56726 — 1	
l_3	0,33041 — 1		l_3	0,33041 — 1	
	0.00352 — 1	+ 0,100814		0,89767 — 2	+ 0,079010
a_4	0,71012 — 2		b_4	0,64532 — 1	
l_4	0,90309 — 4		l_4	0,90309 — 4	
	0,61321 — 5	— 0,000041		0,54841 — 4	+ 0,000353
a_5	0,39637 — 1		b_5	0,62325 — 2	
l_5	0,70501 — 2		l_5	0,70501 — 2	
	0,10138 — 2	+ 0,012629		0,32826 — 3	+ 0,002129
a_6	0,07591 — 1		b_6	0,13799 — 1	
l_6	0,46835 — 2		l_6	0,46835 — 2	
	0,54426 — 3	+ 0,003501		0,60634 — 3	+ 0,004039
	[al] =	+ 0,11732		[bl] =	+ 0,11212
	log [al] =	0,06937 — 1		log [bl] =	0,04969 — 1

3. **Berechnung der Koeffizienten D_3 und D_4 ohne Hinzunahme von $D_5 \cdot \Phi_5$** t

A [167]

log [al] 0,06937 — 1 log [bl] 0,04969 — 1
log [bb] 0,83934 — 1 log [ab] 0,48173 — 2
n. l. [al] [bb] 0,90871 — 2 = + 0,081042 n. l. [bl] [ab] 0,53142 — 3 = + 0,003
A = 0,081042 — 0,003400 = + 0,077642
log A = 0,89009 — 2

B [167] bis [169]

log [bl] 0,04969 — 1 log [al] 0,06937 — 1
log [aa] 0,69925 — 1 log [ab] 0,48173 — 2
n. l. [bl] [aa] 0,74894 — 2 = + 0,056097 n. l. [al] [ab] 0,55110 — 3 = + 0,0035
B = 0,056097 — 0,003557 = + 0,05254
log B = 0,72049 — 2

$$\begin{array}{ll} \log [aa] & 0{,}69925-1 \\ \log [bb] & 0{,}83934-1 \\ \hline \text{n. l. } [aa][bb] & 0{,}53859-1 = +0{,}34561 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \log [ab]^2\, 0{,}96346-4 \\ \text{n. l. } [ab]^2 = 0{,}000919 \end{array}$$

$$N = 0{,}34561 - 0{,}00092 = +0{,}34469$$

$$\log N = 0{,}53743 - 1$$

$$\begin{array}{ll} \log A & 0{,}89009-2 \\ \log N & 0{,}53743-1 \\ \hline \log x & 0{,}25266-1 \\ \log 4 & 0{,}60206 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \log B & 0{,}72049-2 \\ \log N & 0{,}53743-1 \\ \hline \log y & 0{,}18306-1 \\ \log 8 & 0{,}90309 \end{array}$$

$$\log \frac{x}{4} = \log D_3 = 0{,}65060 - 2 \qquad \log \frac{y}{8} = \log D_4 = 0{,}27997 - 2$$

$$D_3 = +0{,}04473 \qquad D_4 = +0{,}01905$$

4. Ergänzung der Summen durch [ac], [bc] usw. zur gleichzeitigen Berechnung der Koeffizienten von Φ_3 bis Φ_5.

	$\log a_i c_i$	$a_i c_i$		$\log b_i c_i$	$b_i c$
a_1	0,93802 — 2		b_1	0,60788 — 1	
c_1	0,65916 — 1		c_1	0,65916 — 1	
n. l.	0,59718 — 2	= — 0,039553	n. l.	0,26704 — 1	= — 0,18494
a_2	0,64167 — 1		b_2	0,62055 — 1	
c_2	0,73199 — 1		c_2	0,73199 — 1	
n. l.	0,37366 — 1	= — 0,23640	n. l.	0,35254 — 1	= + 0,22518
a_3	0,67311 — 1		b_3	0,56726 — 1	
c_3	0,79092 — 1		c_3	0,79092 — 1	
n. l.	0,46403 — 1	= — 0,29110	n. l.	0,35818 — 1	= — 0,22813
a_4	0,71012 — 2		b_4	0,64532 — 1	
c_4	0,61690 — 1		c_4	0,61690 — 1	
n. l.	0,32702 — 2	= — 0,02123	n. l.	0,26222 — 1	= 0,18290
a_5	0,39637 — 1		b_5	0,62325 — 2	
c_5	0,50488 — 1		c_5	0,50488 — 1	
n. l.	0,90125 — 2	= — 0,079662	n. l.	0,12813 — 2	= — 0,01343
a_6	0,07591 — 1		b_6	0,13799 — 1	
c_6	0,84323 — 2		c_6	0,84323 — 2	
n. l.	0,91914 — 3	= + 0,00830	n. l.	0,98122 — 3	= + 0,00958
	[ac] =	— 0,65964		[bc] =	0,00884
	log [ac] =	0,81931 — 1		log [bc] =	0,94645 — 3

$\log c_i c_i$	$c_i c_i$
n. l. c_1^2 0,31832 — 1	= 0,20812
n. l. c_2^2 0,46398 — 1	= 0,29106
n. l. c_3^2 0,58184 — 1	= 0,38180

	$\log c_i l_i$	$c_i l_i$
l_1	0,74273 — 2	
c_1	0,65916 — 1	
n. l.	0,40189 — 2	= — 0,025228
l_2	0,00000 — 2	
c_2	0,73199 — 1	
n. l.	0,73199 — 3	= 0,005395

n. l. c_4^2 0,23380 — 1 = 0,17131

n. l. c_5^2 0,00976 — 1 = 0,10227

n. l. c_6^2 0,68646 — 3 = 0,00486
[cc] = 1,15942
log [cc] = 0,06424

l_3 0,33041 — 1
c_3 0,79092 — 1
n. l. 0,12133 — 1 = — 0,132230

l_4 0,90309 — 4
c_4 0,61690 — 1
n. l. 0,51999 — 4 = + 0,000331

l_5 0,70501 — 2
c_5 0,50488 — 1
n. l. 0,20989 — 2 = — 0,016214

l_6 0,46835 — 2
c_6 0,84323 — 2
n. l. 0,31158 — 3 = + 0,002049
[cl] = 0,12623
log [cl] = 0,21985 — 1

5. **Berechnung der Koeffizienten D'_3, D'_4 und D_5.**

C [168]
log [aa] 0,69925 — 1 log [al] 0,06937 — 1
log [cl] 0,21985 — 1 log [ac] 0,81931 — 1
n. l. [aa] [cl] 0,91910 — 2 = — 0,083004 n. l. [al] [ac] 0,88868 — 2 = — 0,077390
C = — 0,083004 + 0,077390 = — 0,005614
log C = 0,74927 — 3

D [168] u. [169]
log [aa] 0,69925 — 1 log [ab] 0,48173 — 2
log [bc] 0,94645 — 3 log [ac] 0,81931 — 1
n. l. [aa] [bc] 0,64570 — 3 = — 0,004422 n. l. [ab] [bc] 0,30104 — 2 = — 0,02000
D = — 0,004422 + 0,020000 = + 0,015578
log D = 0,19257 — 2

E [168]
log [aa] 0,69925 — 1 log $[ac]^2$ = 0,63862 — 1
log [cc] 0,06424 $[ac]^2$ = 0,43513
n. l. [aa] [cc] 0,76349 — 1 = 0,58009
E = 0,580090 — 0,43513 = + 0,14496
log E = 0,16125 — 1

log N 0,53743 — 1 log B 0,72049 — 2
log C 0,74927 — 3 log D 0,19257 — 2
n. l. NC 0,28670 — 3 = — 0,001935 n. l. BD 0,91306 — 4 = + 0,0008186

log N 0,53743 — 1
log E 0,16125 — 1
n. l. NE 0,69868 — 2 = + 0,04996

$NC - BD = -0{,}002754$

$\log \text{Zähler}[168] = \log(NC - BD) = 0{,}43996 - 3$

$NE - D^2 = 0{,}04972$

$\log \text{Nenner}[168] = \log(NE - D^2) = 0{,}69653 - 2$

$\log w = 0{,}74343 - 2$

$\log 16 = 1{,}20412$

$\log \frac{w}{16} = \log D_5 = 0{,}53931 - 3$

$D_5 = -0{,}003462$

$\log D^2 = 0{,}38514 - 4$

$D^2 = 0{,}000243$

$\log w = 0{,}74343 - 2$

$\log D = 0{,}19257 - 2$

$\text{n.l. } wD = 0{,}93600 - 4 = -0{,}000863$

$\text{Zähler}[169] = B - wD = 0{,}05340$

$\log(B - wD) = 0{,}72754 - 2$

$\log \text{Nenner}[169] = \log N = 0{,}53743 - 1$

$\log y' = 0{,}19011 - 1$

$\log 8 = 0{,}90309$

$\log \frac{y'}{8} = \log D'_4 = 0{,}28702 - 2$

$D'_4 = +0{,}019352$

$\log w = 0{,}74343 - 2$

$\log [ac] = 0{,}81931 - 1$

$\text{n.l. } w[ac] \quad 0{,}56274 - 2 = +0{,}03653$

$\log y' = 0{,}19911 - 1$

$\log [ab] = 0{,}48173 - 2$

$\text{n.l. } y' \cdot [ab] \quad 0{,}67184 - 3 = +0{,}004697$

$\text{Zähler}[170] = [al] - [ab]y' - [ac]w = +0{,}07609$

$\log \text{Zähler}[170] = 0{,}88133 - 2$

$\log \text{Nenner}[170] = \log [aa] = 0{,}69925 - 1$

$\log x' \quad 0{,}18208 - 1$

$\log 4 \quad 0{,}60206$

$\log \frac{x'}{4} = \log D_3' = 0{,}58002 - 2$

$D_3' = 0{,}03802$

Setzt man x und y bzw. x', y' und w in die einzelnen Beobachtungsgleichungen von der Form [286] ein, so erhält man die neuen übrigbleibenden Fehler v_i und v_i', die man unter sich und mit dem Zweifachen der ursprünglichen Werte $2z_i - 1 - \Phi(t_i) = l_i$, die bei ausschließlicher Annahme des einfachen E.-G. und den nämlichen s und h übrigbleiben würden, bezüglich ihrer Größe und Verteilung im einzelnen, sowie ihres mittleren Quadrats M^2 und M'^2 vergleichen kann:

$l_i = 2\left(z_i - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\Phi(t_i)\right)$	l_i^2	v_i	v_i^2	v'_i	v'^2_i
+ 0,0553	0,0030	− 0,022	0,000484	− 0,046	0,002116
+ 0,0100	0,0001	+ 0,025	0,000625	+ 0,042	0,001764
− 0,2140	0,0457	− 0,073	0,005329	− 0,051	0,002601
− 0,0008	0,0000	+ 0,057	0,003249	+ 0,037	0,001369
+ 0,0507	0,0025	− 0,000	0,000000	− 0,011	0,000121
+ 0,0294	0,0009	− 0,013	0,000169	− 0,006	0,000000
	$\Sigma l_i^2 = 0{,}0522$		$\Sigma v_i^2 = 0{,}0098$		$\Sigma v_i'^2 = 0{,}0080$

Die mittleren Fehler von z selbst, also

$$M_l = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Sigma l^2}{6}} = \pm 0{,}046$$

$$M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{6}} = \pm 0{,}020$$

$$M' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Sigma v'^2}{6}} = \pm 0{,}018$$

können schließlich noch als allgemein vergleichbares Maß dafür bestimmt werden, wie sich unsere spezielle Beobachtungsreihe bei dieser Ableitungsweise an die Brunssche „Normalreihe“ anpassen läßt.

Wie man innerhalb der nämlichen Reihe natürlich schon aus Σl^2 usw., also nicht erst aus den M, ersieht, ist die Anpassung in der Tat wesentlich besser als bei dem einfachen E.-G., sowohl bezüglich der absoluten Größe der übrigbleibenden Fehler, als auch deren Verteilung (Zerlegung des großen Fehlers l_3) und besonders auch der Vorzeichenwechsel (viermalig statt zweimalig). Vor allem zeigt sich aber nun auch der sofortige Ansatz der Normalreihe vom unmittelbaren Verfahren aus dadurch als berechtigt, daß die Reihe besonders bei ihrer erweiterten Ableitung bis D_5, aber auch schon in der ersten, praktisch wohl meist allein in Frage kommenden Annäherung bis D_4 gut konvergiert.

Sie lautet entweder

$$2z = 1 + \Phi(t) + 0{,}047\, \Phi_3(t) + 0{,}0190\, \Phi_4(t)$$

oder

$$2z' = 1 + \Phi(t) + 0{,}0380\, \Phi_3(t) + 0{,}0193\, \Phi_4(t) - 0{,}00346\, \Phi_5(t).$$

Man kann also annehmen, daß die im unmittelbaren Verfahren gewonnenen Repräsentanten der Beobachtungsreihe den entsprechenden Größen, wie sie bei der bestmöglichen Anpassung der Brunsschen Normalreihe an die gegebenen Beobachtungswerte z_1 bis z_l in deren t's enthalten sind, zum mindesten sehr nahe kommen. Eine merkliche Verbesserung des mittleren Fehlerquadrates durch die Hinzunahme des dritten Koeffizienten D_5 ist allerdings hier nicht mehr zu konstatieren.

4. Bruns hat für diese Bestimmung der Koeffizienten durch Ausgleichung auch noch die sekundäre Korrektion der ursprünglich in den t_i angesetzten Annäherungswerte s und h empfohlen, die von E. Mosch dann auch bei seinen psychophysischen Beispielen durchgeführt wurde[1]. Das Prinzip dieser sekundären Verbesserung der erstmals eingeführten Werte, die wir als bloße Annäherungen weiterhin wieder mit s' und h' bezeichnen wollen, stimmt mit dem Verfahren, wie es schon bei dem einfachen E.-G. § 31, a ausführlich dargelegt wurde, vollständig überein. Nur tritt eben jetzt an die Stelle der dortigen einfachen Funktion

$$2z' = 1 + \Phi(h'(d - s')) = F(h', s') \qquad [274]$$

1) a. S. 134, A. 2 a. O.

die Brunssche Reihe, bzw. „Normalreihe" [286]

$$2z' = 1 + \Phi(h'(d-s')) + D_3\,\Phi_3(h'(d-s'))\ \text{usw.} = \Psi(h', s'). \qquad [287]$$

Die Taylorsche Reihe, die bis zur ersten Potenz der Verbesserungen $\xi = h - h'$ und $\eta = s - s'$ anzusetzen ist, lautet also jetzt, wenn wir wieder nicht erst den von Mosch benutzten Umweg über $k = hs$ nehmen,

$$\Psi(h' + \xi, s' + \eta) - \Psi(h', s') = \frac{d\,\Psi(h', s')}{d\ t}\frac{\delta t}{\delta h'}\,\xi + \frac{d\,\Psi(h', s')}{dt}\frac{\delta t}{\delta s'}\,\eta. \qquad [288]$$

Dabei sind die gesuchten Verbesserungen ξ und η die neuen Unbekannten. atürlich sind die

$$\Psi(h, s,) = \Psi(h' + \xi, s' + \eta) = \Psi(t) = z_i, \qquad [289]$$

also wiederum die beobachteten z-Werte selbst. Dagegen bedeuten die $\Psi(h', s') = \Psi(t')$ die unter Einsetzung der zunächst gewonnenen Koeffizienten bis D_4, bzw. bis D_5 berechneten Werte, d. h. es ist die linke Seite der Gl. [288] unter Einführung der S. 223 berechneten Werte v_i bezw. v_i'

$$\Psi(t) - \Psi(t') = v_i\ \text{bzw.} = v_i'.$$

Die übrigbleibenden Fehler der erstmaligen Ausgleichung sind also wiederum die l_i der neuen Beobachtungsgleichungen nach dem Schema [175] und [176]. Die neuen Koeffizienten der Normalgleichungen findet man nun durch Differenzierung von [287] nach h und s. Es ist

$$a_i = \frac{d\,\Psi(t')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta h'} = \Big\{\,\Phi_1(t') + x'\,\frac{\Phi_4}{4}(t') + $$
$$+ y'\,\frac{\Phi_5}{8}\,(t') + w\,\frac{\Phi_6}{16}\,(t')\,\Big\}(d_i - s') \qquad [290]$$

$$b_i = \frac{d\,\Psi(t')}{dt}\cdot\frac{\delta t}{\delta s'} = -\Big\{\,\Phi_1(t') + x'\,\frac{\Phi_4}{4}(t')\cdots\Big\}\,h'. \qquad [291]$$

Wir führen dabei für die Klammer $\{\}$ eine neue Hilfsgröße α_i ein und fügen wegen der Koeffizienten der Abgeleiteten in der Tabelle noch geeignete Faktoren zu den Konstanten der Reihe hinzu, wobei wir für die letzteren am einfachsten die soeben berechneten x, y, w verwenden. Wir setzen also

$$\alpha_i = \Phi_1(t') + 2x\,\frac{\Phi_4(t')}{8} + 2y\,\frac{\Phi_5(t')}{16}. \qquad [292]$$

Dies entspricht also der Berechnung der Korrektionen für die „Normalreihe" bis D_4. Dagegen bedeutet α'_i den genaueren Wert

$$\alpha_i' = \Phi_1(t') + 2x'\,\frac{\Phi_4}{8}(t') + 2y'\,\frac{\Phi_5}{16}(t') + 2w\,\frac{\Phi_6}{16}(t'). \qquad [292a]$$

Ferner nehmen wir den in allen B.-Gl. wiederkehrenden Faktor h' in [291] wieder in die neue Unbekannte

$$\zeta = h'\eta \qquad [293]$$

mit hinein. Dann lauten diese neuen Beobachtungsgleichungen zur Berechnung der Verbesserungen ξ und $\frac{\zeta}{h'}$, die an h' und s' vorzunehmen sind, entweder einfach

$$v_i = \alpha_i (d_i - s')\xi - \alpha_i \zeta, \qquad [294]$$

wenn wir [292] mit dem Gliede $2y\frac{\Phi_5}{16}(t')$ abschließen lassen, oder, bei Einbeziehung von D_5,

$$v_i' = \alpha_i'(d_i' - s')\xi - \alpha_i'\zeta. \qquad [294a]$$

Bei psychophysischen Anwendungen würde man sich aber wohl meistens mit dem Anschluß dieses Verfahrens an die Berechnung zweier Koeffizienten begnügen, was man dann auch als eine Art von Ersatz der Berechnung eines dritten Koeffizienten betrachten kann. Allerdings ist die Bildung der α_i und der Ansatz der neuen Summen [aa] usw. viel komplizierter als die bloße Ergänzung zur Berechnung von D_5, doch dafür wohl bisweilen lohnender, was die weitere Verminderung des mittleren Quadrates der übrig bleibenden Fehler anbetrifft. Die Berechnung der α_i hat nun einfach mit elementaren Hilfsmitteln nach Gl. [292] zu geschehen, wobei die Multiplikationen der zwei mindestens vierstelligen Größen x und Φ_4, v und Φ_5, w und Φ_6 wiederum vor allem durch Einübung auf die S. 215 genannten Petersschen Tafeln sehr erleichtert werden kann. Die Behandlung von [294] aber hat wieder nach dem nunmehr schon zweimal durchgeführten Rechenschema für die Normalgleichungen mit nur zwei Unbekannten zu erfolgen, und so erübrigt sich wohl die zahlenmäßige Durchführung unseres Beispieles nach dieser Seite hin. Natürlich könnte eine solche Modifikation unserer Ausgangswerte s' und h', bzw. $\frac{1}{h'\sqrt{2}} = M'$ bei der Begrenztheit der angesetzten Normalreihe keineswegs etwa als eine Korrektur betrachtet werden, die uns den wahren repräsentativen Einzelgrößen s und M der als stetig betrachteten Verteilung f(x) näher führte, als wir es zunächst im unmittelbaren Verfahren mittels einer ganz bestimmten, wenn auch sehr allgemeinen Form der Interpolation erreichten. Diese Korrektur würde vielmehr zunächst eben nur eine Verbesserung der einheitlichen Darstellung aller Beobachtungen durch eine bestimmte Verteilungsfunktion bedeuten.

Hiermit schließen wir die Betrachtungen aus dem Gebiet der Kollektivmaßlehre, die in ihrem letzten Teile schon eine sehr konkrete Gestalt angenommen und dadurch ihren Anwendungen auf psychophysische Probleme ausführlich vorgearbeitet haben. Noch manche andere Gesichtspunkte sind aus ihr für psychologische Probleme beigezogen worden, in neuester Zeit vor allem auch die ganz allgemeine quantitative Diskussion des Grades, in

welchem zwei Ereignisse überhaupt voneinander abhängig erscheinen, oder die Berechnung der sog. „Korrelation“. Diese an sich sehr interessanten Betrachtungsweisen sind jedoch noch zu sehr im Flusse, als daß sie schon jetzt in den Zusammenhang der doch in allen wichtigen Punkten allgemein anerkannten physiologischen Methodik eingefügt werden könnten. Auch würden sie zu einer klaren Darstellung wiederum neue, ausführliche mathematische Erörterungen notwendig machen und dadurch die Methodik der konkreten Analyse schließlich doch zu weit hinausschieben.

III. Die Reproduktionsmethoden.

Kapitel 8.

Die subjektiven Äquivalente und die Unterschiedsschwellen bei der Vergleichung.

32. Die elementare Bedeutung der sogenannten Vergleichsmethode.

a) Die Definition der Reproduktionsmethoden.

1. Gehen wir nun zu den psychologischen Experimentalmethoden im einzelnen über, so knüpfen wir zunächst wieder an Wundts Unterscheidung von Reiz- und Reaktionsmethoden an, die uns bereits in § 7 bei der Betrachtung des Gemeinsamen in allen psychologischen Experimenten entgegengetreten war. Sie ist aus der speziellen Gegenüberstellung von „Eindrucks-" und „Ausdrucksmethoden" bei der Analyse der Gefühle verallgemeinert, weshalb auch wenigstens die Bezeichnung „Eindrucksmethode" von Wundt noch mit „Reizmethode" synonym angewendet wird. Die experimentelle Beeinflussung des Bewußtseins durch eine bestimmte äußere Reizlage, um derentwillen offenbar der neue Name „Reizmethode" gewählt wurde, bildet aber freilich auch einen integrierenden Bestandteil der Reaktionsmethoden, und außerdem tritt bei diesen letzteren natürlich im allgemeinen auch eine Aussage der Versuchsperson über das Erlebte hinzu, mit der die Experimente der anderen Hauptgruppe ihrerseits abgeschlossen sind. Daher betrachtet Wundt die Reaktionsmethoden als eine bloße Ergänzung[1]) der Reiz- oder Eindrucksmethoden, die ihrem Wesen nach bei jeder psychologischen Untersuchung hinzutreten kann. Diese tatsächliche Verbindung der Methoden in der Praxis, die infolge entsprechender sachlicher Zusammenhänge zu einer möglichst vollständigen Analyse eines Gegenstandes erforderlich werden kann, braucht nun an sich mit der Präzision einer Klassifikation von Methoden noch nicht im Widerspruch zu stehen. Nur darf dann eben wenigstens nicht die Möglichkeit ausgeschlossen sein, daß die bei der Koordination der verschiedenen Hauptarten entscheidenden Momente gelegentlich auch getrennt zur Anwendung gelangen. Wollte man jedoch wirklich die Beeinflussung des Bewußtseins durch den äußeren Reiz als das Wesen der „Reizmethoden" betrachten, so könnte man ihnen nicht die das nämliche Hilfs-

1) a. S. 16 a. O.

mittel anwendenden Reaktionsmethoden im ganzen, sondern höchstens die Untersuchung der motorischen Äußerungen als solcher koordinieren, die aber eben nur eine einzige, allerdings unerläßliche Seite an den Reaktionsmethoden ausmachen. Denn diese Äußerungen sind nur dann psychologisch zu deuten, die ganze Methode hat also überhaupt nur dann einen psychologischen Sinn, wenn von Anfang an durch die ganze Anlage des Versuches die Beziehung der objektiven Symptome auf experimentell ausgelöste Bewußtseinsinhalte ins Auge gefaßt wurde. Deshalb scheint denn auch Wundt bei der anderen Hauptgruppe noch nach einem weiteren, in dieser Hinsicht weniger mißverständlichen Namen gesucht zu haben, wobei freilich der von der Reizlage zunächst abhängige „Eindruck", bezw. allgemeiner ein bestimmter Bewußtseinszustand überhaupt, ebenfalls noch keine genügende Handhabe bieten dürfte. Denn er ist ja auch bei den Reaktionsversuchen aus den soeben genannten Gründen gerade dasjenige, was hier womöglich ebenso eindeutig wie bei irgendeinem anderen psychologischen Experimente objektiv beherrscht werden soll. Was also die erste einfachere Hauptgruppe, die den Reaktionsmethoden koordiniert werden soll, allein zu einem wirklich in sich abgeschlossenen Verfahren der psychologischen Analyse werden läßt, und was andererseits bei Reaktionsversuchen (im weiteren Sinne), z. B. aus den in § 8 angegebenen Gründen, gelegentlich in der Tat in Wegfall kommen könnte, ohne deren psychologische Bedeutung bei klaren objektiven Reiz- und Einstellungsbedingungen aufzuheben, das ist offenbar nur die Wiedergabe des Erlebten seitens der Versuchsperson, sofern es ausschließlich auf deren Sinn, auf die begriffliche Rekonstruktion des Erlebten in irgendeiner Hinsicht ankommt, nicht aber etwa zugleich auf die sprachliche „Reaktion" als solche, die schon in § 7 hiervon ausdrücklich unterschieden wurde. Man kann diese Wiedergabe, die bei einer großen Klasse psychologischer Versuche einen in sich vollkommenen Abschluß herbeiführt, ziemlich unmißverständlich als „Reproduktion" im allgemeinsten Sinne bezeichnen, während für das entscheidende Moment der zweiten Hauptgruppe der Wundtsche Begriff der „Reaktion" im weiteren Sinne bereits hinreichend charakteristisch ist. Wir wollen also die beiden hier gemeinten Hauptgruppen relativ selbständig anwendbarer Methoden im folgenden kurz als „Reproduktions- und Reaktionsmethoden" einander gegenüberstellen. Bei jeder von beiden entnimmt man dem experimentell regulierten Verlaufe des Bewußtseins mehr oder weniger mittelbar objektive Äußerungen, aus denen er sich wissenschaftlich teilweise rekonstruieren läßt. Dabei ist der Kausalzusammenhang dieser Äußerungen mit dem rekonstruierten Bewußtseinsbestande sogar gerade bei der Reproduktionsmethode ein besonders komplizierter, da hier Urteile der V.-P. über außenweltliche Tatsachen oder ihr eigenes Bewußtsein zustande kommen müssen, die den hochentwickelten Mechanismus der „verständlichen" sprachlichen Symbolik auslösen können. Dafür darf aber eben diese Methode das Studium dieses psychophysischen Mechanismus im allgemeinen auch völlig umgehen, soweit er seine für das Wesen dieser Methode entscheidende Funktion der Mitteilung des Urteils wirklich ausgeübt hat, durch die das Bewußtsein für jeden der Sprache Kundigen in gewissem Sinne doch auch zugleich so „unmittelbar" als möglich, d. h. durch eine besonders sicher und eindeutig wirkende

Vermittelung dargestellt ist. Die **Reaktionsmethoden** betrachten dagegen irgendeine registrierbare Äußerung des Bewußtseins als solche, um die Abhängigkeit ihrer Einzelheiten, wie Qualität, Intensität, Zeitverlauf und Koordination, von bestimmten Bewußtseinszuständen zunächst überhaupt erst einmal kennen zu lernen. Die Reproduktionsmethode würde also gewissermaßen in ihrem Wesen bestehen bleiben, wenn man sein eigenes Bewußtsein ohne sprachliche Äußerung durch rein sachliche Begriffsbildungen bzw. eine rein individuelle oder unartikulierte Symbolik zu analysieren vermöchte. Die Reaktionsmethoden entnehmen dagegen der zentrifugalen Seite des psychophysischen Zusammenhanges eine erste wesentliche Aufgabe, wenn auch wegen der großen technischen Bedeutung des zentripetalen Zusammenhanges für deren experimentelle Lösung nach dem früher Gesagten hieraus kein Gegensatz der „Reiz- und Reaktionsmethoden" werden kann. Während also die Reproduktionsmethoden die sprachlichen Äußerungen, wie gesagt, zunächst nur als Symbole verwerten, die nicht als solche im einzelnen psychologisch eindeutig zurückgeführt, sondern nur eindeutig „verstanden" werden sollen, hierzu aber natürlich auch bereits verständlich sein müssen, besteht das erste Problem der anderen Gruppe darin, daß die registrierten Veränderungen als Symptome, d. h. als Vorgänge, die vom Bewußtseinsverlauf im einzelnen eindeutig abhängen, erst neu verständlich zu machen sind.

2. Allerdings ist auch der Begriff der Reproduktion in dieser Einteilung ebenso, wie es früher schon mit demjenigen der Reaktion geschah (vgl. S. 15 f.), erst noch gegen geläufige speziellere Terminologieen abzugrenzen, wozu er aber auch sachlich wohl befähigt erscheint. Seinerzeit habe ich z. B. selbst die „unmittelbare Wiedergabe" der „Vergleichsmethode" gegenübergestellt[1]), im Anschluß an Wundts Versuch, die Bestimmung des sogenannten „Apperzeptionsumfanges" oder des Umfanges der Neuauffassung eines kurzdauernd dargebotenen Komplexes durch unmittelbare „Wiedergabe" von der Messung des sogenannten „Bewußtseinsumfanges" durch die Vergleichung mit einem besonders dargebotenen Vergleichsobjekte zu unterscheiden. Hierauf werden wir erst im zwölften Kapitel im einzelnen einzugehen haben. Für die Definition der methodischen Hauptgruppen ist jedoch schon hier wenigstens so viel hervorzuheben, daß von dem hier genannten allgemeinen Gesichtspunkte aus natürlich auch der seinerzeit gemachte Unterschied zwischen der direkten Mitteilung eines einzelnen Wahrnehmungsinhaltes einerseits und der indirekten Erschließung desselben aus dem Ausfall eines Vergleichsurteils beim Vergleich mit einem zweiten Objekte andererseits nur ein relativer sein kann. Denn auch bei der Vergleichsmethode ist natürlich höchstens das Dasein eines inhaltlichen Elementes, welches das Urteil fundiert, aus dem Relationsurteil „gleich", „ähnlich", „verschieden" indirekt erschlossen. Dagegen wird die inhaltliche Relation bei diesen Versuchen ebenfalls unmittelbar „wiedergegeben", wie bei der anderen Methode die neu aufgefaßten gegenständlichen Elemente, also z. B. die Zahlen, Buchstaben, selbst. Im Anschluß an diese Überlegungen hat denn auch A. A. Grünbaum[2]) der einfachen Methode der „unmittelbaren Reproduk-

1) Zur Theorie des Bewußtseinsumfanges und seiner Messung. Wundt, Phil. Stud. 20. 1902 (Festschrift) S. 502.

2) Über die Abstraktion der Gleichheit. Archiv f. d. ges. Psychologie XII, 1908, S. 356.

tion" die „Methode der Reproduktion und Wiedererkennung" gegenübergestellt, zu der jene durch die Mithilfe von Vergleichsobjekten ergänzt werde. In diesem allgemeinsten Sinne nehmen wir also hier nunmehr die „Reproduktionsmethoden" schlechthin, wenn wir sie von den Reaktionsmethoden als einer zweiten Hauptgruppe unterscheiden.

In gewissem Sinne enthält freilich auch die unmittelbare Wiedergabe eines wahrgenommenen oder gedachten Elementes oder einer Relation eine „Angleichung" an entsprechende frühere Erlebnisse, von denen die bei der Wiedergabe benützten Begriffe herstammen, insofern eben auch hier stets Wiedererkennungen beteiligt sind. Diese gehören also zu dem ganzen Vorgange der Wiedergabe in jener Allgemeinheit bereits als notwendiger Bestandteil hinzu. Dagegen würden sie noch nicht dazu berechtigen, die gesamten Reproduktionsmethoden etwa von vornherein unter die „Vergleichsmethoden" zu subsummieren. Denn unter „Vergleichen" versteht man immer nur eine Vergegenwärtigung von mindestens zwei relativ selbständig wahrgenommenen oder gedachten Gegenständen, die wir vergleichen und an denen wir dann eine Relation der Gleichheit oder Verschiedenheit usw. ähnlich erkennen bzw. wiedererkennen, wie einzelne Elemente oder Merkmale. Dagegen läßt sich von der einfachen Wiedererkennung von Objekten, wie sie uns schon früher begegnet sind, z. B. von der als „Lesen" bezeichneten unmittelbaren Wiedergabe neu aufgefaßter Buchstabenkombinationen u. ä., wenigstens im allgemeinen nicht sagen, daß bei ihr der neuen Wahrnehmung Erinnerungen an frühere Buchstabenbilder von gleicher Art als selbständige Vergleichsinhalte an die Seite treten würden. Und wenn man auch nach Analogie zu anderen Prozessen annehmen darf, daß auch hier die Bekanntheitsqualität mit irgendwelchen bewußten Repräsentanten der früheren Kenntnis von gleichartigen Objekten zusammenhängt, so darf sich doch die Schilderung von Methoden nicht von vornherein von Hypothesen über die Struktur des dunkleren Bewußtseins leiten lassen, die durch ihre Ergebnisse nahegelegt werden. Aber auch die Bezeichnung aller Reproduktionsmethoden als „Wiedererkennungsmethoden" wäre natürlich noch zu speziell, insofern doch die bekannten Symbole bei der Wiedergabe seitens der V.-P. so und so oft nur zur Reproduktion an sich neuer Tatbestände verwendet werden. Dagegen werden allerdings die experimentellen Hilfsmittel bei den Reproduktionsmethoden überhaupt in ihren exakteren Anwendungen stets das nämliche objektive Reizschema einhalten, wie die exakte Analyse der eigentlichen Vergleichsprozesse. Denn auch die bloße Wiedererkennung geläufiger Qualitäten und Formen auf Grund bestimmter Begriffe läßt sich um so genauer analysieren, je besser die wiederzuerkennenden Gegenstände und Vorgänge mit ähnlicher Eindeutigkeit experimentell abgestuft werden können, wie es bei gleichzeitig oder sukzessiv erfaßten Vergleichsobjekten beiderseits möglich ist und zur Ableitung von Fehlern und Schwellen in der hier ausführlich behandelten Weise führt.

Weiterhin ist aber wohl auch klar, daß keine „Reiz- oder Eindrucksmethode" denkbar ist, bei welcher der durch den Reiz ausgelöste Bewußtseinsvorgang noch unmittelbarer als durch den hier als „Reproduktion" bezeichneten Akt der wissenschaftlichen Analyse zugänglich werden könnte. Denn selbst wenn sich diese Bearbeitung direkt an die eigene Selbst-

beobachtung anschließen kann, weil der Untersuchende zugleich selbst Versuchsperson ist, muß zunächst einmal das unmittelbar Erlebte irgendwie gedanklich erfaßt werden, um auch noch nachträglich gegenwärtig zu bleiben. Immerhin soll aber unser Begriff der Reproduktion vor allem einen elementareren Akt bedeuten als die sogenannte „Reflexion", die bereits mehrere Einzelinhalte der Reproduktion begrifflich zu verarbeiten sucht und die gerade durch die Trennung der Funktionen der V.-P. und des Untersuchenden aus der bloßen Reproduktion möglichst ausgeschaltet werden sollte, falls der letztere in ihrer Sonderung noch nicht hinreichend geübt sein sollte.

Selbstverständlich sind von der Reproduktion in dieser allgemeinen Bedeutung auch die speziellen Anwendungen dieser Bezeichnung auf Erinnerungen und Phantasievorstellungen zu unterscheiden. Manchmal denkt man bei der Reproduktion in diesem engeren Sinne sogar noch die weitere Einschränkung hinzu, daß zwischen dem primären Erlebnis und dem Akte der Erinnerung ein Stadium liege, in welchem man sich den betreffenden Gegenstand überhaupt nicht vergegenwärtigte. Doch werden wir selbst unter einer „reproduktiven Vorstellung" in diesem engeren Sinne im folgenden einfach die nachträgliche Vergegenwärtigung direkt wahrgenommener Objekte oder unmittelbarer Erlebnisse überhaupt verstehen, die sich von den direkten Sinneswahrnehmungen auch meistens durch ihre geringere Lebhaftigkeit und Frische abgrenzen läßt, was allerdings erst nach Einschiebung unbewußter Stadien deutlicher hervortritt. Dagegen soll bei dem Worte „Reproduktion" als Namen unserer ersten Hauptgruppe der Methoden, ähnlich wie bei seiner Bedeutung als „Abbildung" überhaupt, mit der Vorsilbe Re-, ebenso wie mit dem „Wieder" in dem gleichbedeutenden Worte „Wiedergabe", nur die symbolische Beziehung des Denk- und Darstellungsaktes auf ein unmittelbar Wahrgenommenes oder Erlebtes überhaupt ausgedrückt werden. Dies entspricht also auch der nämlichen Vorsilbe in dem Namen der anderen Hauptgruppe, bei der wenigstens die Reaktionsversuche im engeren Sinne des 18. Kapitels eine gedankliche Zuordnung der Handlung zum verabredeten Reaktionsmotiv einschließen.

Wie aber diese speziellen Versuche ihre besondere Exaktheit vor allem der klaren Beziehung der motorischen Äußerungen zum äußeren Reize ververdanken, so sind auch die „Reproduktionsmethoden" wissenschaftlich um so wertvoller, je weniger sie auf rein reproduktive Vorstellungen in jenem engeren Sinne angewiesen sind, wenn auch freilich die Mehrleistung der begrifflichen Erfassung, bzw. deren sprachlicher Formulierung, die jedem derartigen Versuche erst seinen eigentlichen Abschluß verleiht, mit der zunehmenden Schwierigkeit der Aufgabe erst in immer späteren Stadien des Erlebnisses fertig vorliegt. Die Eindeutigkeit der experimentellen Analyse nach der Reproduktionsmethode wird also um so sicherer garantiert sein, je mehr von allen an dem Resultat beteiligten Bewußtseinsinhalten relativ einfache unmittelbare Sinneswahrnehmungen sind, die direkt von äußeren Reizen ausgelöst sind. Wo es nur irgend möglich ist, wird man daher von einer Form der zu untersuchenden Prozesse auszugehen haben, bei der sie sich möglichst enge an Sinneswahrnehmungen

anschließen. Wenn aber auch solche Aufgaben stets die dankbarsten bleiben werden, was exakte quantitative Resultate anlangt, so erscheinen sie innerhalb der großen Gruppe der Probleme, die mit Reproduktionsmethoden überhaupt in Angriff genommen werden können, doch nur graduell von der Analyse der wirklich nachträglichen Vergegenwärtigungen und der von äußeren Reizen höchstens indirekt beeinflußten Gefühle und Willensakte verschieden [1]).

In dieser Allgemeinheit ist also die Reproduktion geradezu das Korrelat der „Apperzeption“ in dem schon § 3 (S. 7 ff.) eingeführten Sinne, die beim Hinzutreten symbolischer Hilfsmittel zu der hier gemeinten Wiedergabe führen kann und die hierzu andererseits auch wiederum unerläßlich ist. Da wir aber a. a. O. auch bereits ausführlich erörtert haben, daß diese Apperzeption im psychologischen Experimente stets auch von wichtigen und großenteils willkürlichen Tätigkeitsmomenten oder Impulsen getragen sein muß, so stehen die Reproduktionsmethoden natürlich auch den Reaktionsmethoden nicht etwa wie die Passivität der Aktivität gegenüber, sondern erinnern höchstens an die mit dem Gegensatz der Apperzeption und der äußeren Willenshandlung identische Gegenüberstellung einer „inneren“ und „äußeren“ Willenstätigkeit (vgl. S. 99). Würde man also die vorwiegend motorische Äußerung dieser letzteren als „Aktion“ schlechthin bezeichnen, so könnte unsere Haupteinteilung der Methoden auch als eine solche in „Apperzeptions- und Aktionsmethoden“ erscheinen. Die Intensität und Aktualität der Leistung nach diesen beiden Richtungen, ihr Umfang und ihre Dauer, werden dagegen natürlich nur als beiderseits ganz gleichmäßig durchführbare Gesichtspunkte der Untereinteilung betrachtet werden können. Die isolierte Betrachtung einzelner Prozesse als solcher und die begriffliche Verbindung zahlreicher Beobachtungen zur Ableitung eines umfassenderen Bildes der psychologischen Zusammenhänge, die dann auch zu bestimmten Dispositionsbegriffen führt, endlich vor allem die Analyse zusammenhängender Leistungen, die als „Arbeit“ im engeren Sinne bezeichnet werden können, werden daher bei den verschiedenen Reproduktions- und Reaktionsmethoden in ganz analoger Weise wiederkehren.

b) Die Stellung der Vergleichsmethode innerhalb der Reproduktionsmethoden.

Innerhalb der Reproduktionsmethoden, mit denen sich dieser dritte Hauptabschnitt weiterhin allein beschäftigt, könnte nun zunächst die unmittelbare Beschreibung einzelner Reize oder Reizkomplexe (bei bekannten Einzelobjekten also deren Benennung, bzw. bei Buchstaben, Worten oder Zahlen deren „Ablesung“) den einfachsten Fall darzustellen scheinen. Ab-

1) Innerhalb der Gefühlsanalyse, u. z. besonders auch nach Reaktionsmethoden, bezeichnet man es ferner, wie schon § 4, b, S. 10 erwähnt wurde, kurz als „Reproduktionsmethode“ in einem engeren Sinne, wenn man einen Gemütszustand dadurch künstlich herbeizuführen sucht, daß sich die V.-P. in der Phantasie in eine besonders gefühlsbetonte Situation willkürlich hineinversetzt. Derartig spezielle Bedeutungen sind aber wohl meistens schon durch den Zusammenhang gegen Verwechslungen mit unserer Haupteinteilung gesichert.



gesehen von der rein qualitativen Analyse einfacher Sinneseindrücke oder deren räumlichen Beziehungen, die hier bei der Sinnesphysiologie behandelt sind, würde also dieses äußerlich einfachste Schema eines psychologischen Experimentes etwa bei den schon S. 11 u. 230 genannten Versuchen über die Neuauffassung oder über die Merkfähigkeit für einfache oder komplexe Reizqualitäten und für sinnvolle Zeichen vorliegen, die hierbei der direkten Sinneswahrnehmung ein oder mehrmals dargeboten werden und sofort darnach oder nach bestimmten Zwischenzeiten wiederzugeben sind. Der Einfachheit der äußeren Reizlage des Experimentes in allen diesen Versuchen entspricht aber hierbei natürlich keineswegs ein gleich einfacher psychischer Prozeß bis zur Aussage der V.-P. Die Auffassung des Sinnes der äußeren Erscheinungsform des bekannten Objektes oder Symbolkomplexes bildet vielmehr einen unter Umständen sogar ziemlich komplizierten Akt. Die Einfachheit der äußeren Versuchsumstände wird hier somit nur dadurch möglich, daß die hierbei entscheidenden Bedeutungsvorstellungen (wenigstens bei einem so einfachen Versuchsschema ohne experimentelle Vorbereitungen von bestimmter Art) nicht auch ihrerseits selbst unter experimentellen, kontrollierbaren Bedingungen entstanden, sondern wesentlich reproduktiver Natur (in jenem engeren Sinne von S. 232) sind. Sie bleiben aber daher eben auch vollständig dem zunächst mehr oder weniger zufälligen Entwicklungsgang der V.-P. überlassen, die aus ihrem alltäglichen Leben ein fertiges System psychischer Dispositionen für die Wiedererkennung jenes speziellen Auffassungsmateriales mitbringt, so daß ihm gegenüber die experimentellen Reize nur noch eine mehr auslösende Funktion zu erfüllen haben. Solche Versuche sind also hinsichtlich eines großen Teiles der bei ihnen entscheidenden Faktoren noch gar nicht experimentell, sondern eine einfache Beobachtung eines fertig Gegebenen. Wenn man dagegen durch eine entsprechende experimentelle Vorbereitung auch die Entstehung der hierbei aktualisierten Dispositionen selbst kontrollierbar beeinflussen wollte, so würde eben auch der äußere Anschein der größtmöglichen Einfachheit solcher Versuche sofort verschwunden sein.

Nun entwickelt sich aber das ganze System unserer Begriffe von den sachlichen Qualitäten der Gegenstände als solcher und ihren Bedeutungen aus fortwährenden Urteilen über die qualitativen (einschließlich der quantitativen) Beziehungen zwischen den einzelnen Sinneswahrnehmungen, die im Bewußtsein ihrer Gleichheit oder Verschiedenheit hinsichtlich bestimmter Merkmale bestehen. Vergleichsurteile können also als elementare Faktoren aller intellektuellen Leistungen betrachtet werden, wobei die entscheidenden Merkmale teilweise schon vorher geläufig sind, teilweise aber auch durch eine Übereinstimmung bei sonstiger Verschiedenheit begrifflich neu abstrahiert werden. So bestehen denn auch die einfachsten Grundversuche der Reproduktionsmethode offenbar darin, daß man mindestens zwei exakt abstufbare Reize oder Reizkomplexe unter möglichst genau kontrollierbaren Bedingungen zur Vergleichung in einer mit der V.-P. (als bekannt) verabredeten Richtung darbietet und dem zunächst einfach aus dem alltäglichen Leben zu übernehmenden Begriffssystem der V.-P. keine andere Leistung anheimgibt als die Fällung

eines einzelnen Vergleichsurteiles nach den geläufigsten Kategorien „gleich“ und „verschieden“, bzw. „in dieser oder jener (geläufigen) Richtung verschieden“.

33. Allgemeine methodische Gesichtspunkte bei der Untersuchung der subjektiven Äquivalente bzw. des Totalfehlers.

a) Die Zugehörigkeit des Totalfehlers zu der Relation im ganzen.

Durch die Vergleichsmethode läßt sich nun quantitativ bestimmen, wie weit die Sinneswahrnehmungen und vergleichbaren Erinnerungen die Reize „richtig“ repräsentieren, bezw. in welcher Weise sie unter bestimmten psychophysischen Bedingungen von dem Ideal einer völlig korrekten Abbildung abweichen. Da die Wahrnehmungen und reproduktiven Vorstellungen nicht mit den Dingen identisch, sondern nur auf Grund sehr komplizierter Schaltprozesse von ihnen abhängig sind, so wird natürlich die Abbildung sogar im allgemeinen mehr oder weniger abgelenkt sein, und die tatsächliche Kongruenz bildet nur einen relativ seltenen Grenzfall. Jede Beobachtung schließt also gewisse „Fehler“ in sich, die es zu ermitteln gilt und die gelegentlich auch einmal verschwindend klein sein können. Solche Fehler treten rein empirisch schon in einzelnen Urteilen in der Weise zutage, daß z. B. zwei objektiv gleiche Reize verschieden erscheinen, oder zwei subjektiv gleiche objektiv verschieden sind. So weit die (übermerklichen) Unterschiede der Bewußtseinsinhalte selbst quantitativ abzuschätzen sind (vgl. § 10), läßt sich außerdem bisweilen auch unmittelbar erkennen, daß die subjektiven Relationen zwischen zwei oder mehreren Empfindungsqualitäten von den objektiven Reizverhältnissen abweichen. In solchen Einzelbeobachtungen sind aber eben die Fehler zunächst entweder nur subjektiv zu schätzen, wie auch bei jenem ersten Falle der objektiven Gleichheit, oder es werden höchstens, wie im zweiten Falle, mögliche Einzelwerte derselben bezeichnet, von denen aber die augenblicklich tatsächlich vorhandenen mehr oder weniger abweichen können. Ein exakteres quantitatives Maß derselben kann daher erst dadurch erlangt werden, daß man den einen von beiden Reizen, der speziell als „Vergleichsreiz“ V bezeichnet wird, hinsichtlich des zu beurteilenden Merkmales abstuft und den Bereich seiner subjektiven Gleichheit und Verschiedenheit mit dem anderen, hierbei konstant bleibenden Reiz, dem sog. Normal- oder Hauptreiz N (oder H) im einzelnen genauer feststellt.

Bei einer solchen ausschließlichen Vergleichung zweier Reize kann aber natürlich überhaupt niemals die Auffassung des einen von beiden für schlechthin oder auch nur vorwiegend „falsch“ erklärt werden, wenn z. B. die subjektive Gleichheit nicht mit der objektiven zusammentrifft. Da vielmehr die einzelnen Bewußtseinsinhalte als solche nicht selbst vergleichbare Maßstäbe der von ihnen repräsentierten Reize, sondern ihnen nur gesetzmäßig zugeordnet sind, so können höchstens ihre allgemeinsten wechselseitigen Beziehungen, die sie mit allen quantitativ abstufbaren Denkgegenständen überhaupt, also insbesondere auch mit den Reizen gemein haben, mit solchen analogen Beziehungen der Reize unter sich verglichen werden. Solche allgemeinste Beziehungen sind dabei, wie nunmehr schon öfters betont

wurde, nicht nur die Gleichheit oder Verschiedenheit überhaupt, sondern auch die speziellen Grade der Verschiedenheit zweier oder mehrerer quantitativ abstufbarer Wahrnehmungsinhalte. So kann z. B. bei einer Reihe von Extensionen oder Intensitäten die Proportion, in der die entsprechenden Bewußtseinsinhalte der Wahrnehmungen als solcher zu einander stehen, unmittelbar mit derjenigen der äußeren Reize verglichen werden. Aber hieraus kann sich noch keine eindeutige logische Wertung der einen oder anderen Reihe im ganzen als „richtig" oder „falsch" ergeben, da nicht nur eine einzige Reihe möglich ist, deren innere Verhältnisse mit den objektiven widerspruchslos zusammenstimmen. Es sind vielmehr die verschiedensten Systeme der subjektiven Auffassungen jedes einzelnen Reihengliedes A, B, C; A′, B′, C′ usw. denkbar, die sämtlich den ihnen „zugrunde liegenden" Reizen „richtig" proportional sein können, trotzdem die einzelnen A, A′, A″ usw., die dem gleichen Reizquantum zugeordnet sind, unter sich beliebig differieren. Solange man sich auf zwei einzelne Vergleichsreize beschränkt, könnten also auch jene sog. „Fehler", d. h. die objektiven Reizdifferenzen bei subjektiver Gleichheit, zunächst immer widerspruchslos so gedeutet werden, daß eine Auffassung A aus dem einen Abbildungssystem auf diejenige A′ aus einem anderen System bezogen wird.

In diesem Falle kann also der „Fehler" zunächst immer nur dem Ganzen der Beziehung zwischen diesen Sinneswahrnehmungen zugeschrieben werden, die den beiden unter sich verschiedenen Auffassungsweisen des nämlichen Quantums irgendeiner abstufbaren Reizqualität entstammen, und diese Beziehung muß natürlich notwendig immer absolut „falsch" werden, falls ihre Fundamente aus verschiedenen, wenn auch in sich widerspruchslosen Abbildungssystemen entnommen sind. Dieser Fehler, der hiermit noch in in keiner Weise analysiert, d. h. weder in Komponenten zerlegt noch unter die beiden Vergleichsinhalte aufgeteilt wird, soll im folgenden der „Totalfehler"[1]) einer Vergleichung heißen.

b) Die Unabhängigkeit des Totalfehlers von der Vertauschung der Lage des Haupt- und Vergleichsreizes.

Der Totalfehler einer Vergleichsrelation kann nun offenbar von jedem der beiden subjektiv äquivalenten Inhalte wie von einer rein relativen Norm aus betrachtet werden, wobei er dann beide Male mit verschiedenem Vorzeichen anzusetzen ist; d. h. der Totalfehler erscheint jederzeit genau umkehrbar, sofern man ihn zunächst wirklich nur auf die beiden subjektiven Äquivalente bezogen denkt, an denen er durch eine Abstufung des einen der beiden Vergleichsreize festgestellt werden soll. Es seien a und b zwei solche Äquivalente, z. B. zwei bei fixierendem Blick subjektiv gleiche Raumstrecken, von denen etwa die eine auf der Stelle des deutlichsten

1) Dieser rein induktive Begriff ist mit dem des „Gesamtfehlers" nach G. E. Müller (Gesichtspunkte usw. S. 65) nicht völlig identisch, da er zunächst ausdrücklich ohne jede Beziehung zu bestimmten Komponenten gebraucht wird, wobei Müller seinerseits einfach vom „Fehler" spricht. Den Terminus des „Gesamtfehlers" verwendet er dagegen a. a. O. speziell für die vier Kombinationen des Raum- und Zeitfehlers nach Fechner in einer bereits mehr deduktiven Betrachtung.



Sehens und die andere auf der Peripherie der Netzhaut abgebildet ist. Außerdem mögen die Reihen A und B

$$\begin{aligned} &A: \quad a_{-m},\ a_{-(m-1)}, \ldots a_{-1},\ a\ \ a_{+1} \ldots a_{+n} \\ &B: \quad b_{-m}, \ldots\ldots\ldots b_{-1},\ b\ \ b_{+1} \ldots b_{+n} \end{aligned}$$

irgendwelche in der nämlichen Richtung fortschreitende Abstufungen der direkt und der indirekt gesehenen Strecke darstellen, deren sämtliche Kombinationsmöglichkeiten A, B in beliebiger konkreter Reihenfolge realisierbar sein sollen, gleichgültig, wieviel dieser $(m + n + 1)^2$ Paare A, B in der Praxis wirklich zur Beurteilung ihrer Relation dargeboten werden müssen, um die Äquivalente a, b herauszufinden. Mag sich nun der Experimentator in der nachträglichen Betrachtung den Reiz unter den als „Lage“ bezeichneten Wahrnehmungsbedingungen des a oder unter denen in der „Lage“ des b als variablen „Vergleichsreiz“ V denken, je nachdem er zu b oder zu a (als „Normalreiz“ N) die äquivalente Stufe herausfinden will, so gilt doch jene Umkehrbarkeit strikte nur dann, wenn im Bewußtsein der V.-P. bei den Versuchen selbst dieser Unterschied der Betrachtungsweise des Experimentators nicht als eine besondere Charakterisierung der Lage A oder B zur Geltung kommt, die für die mögliche Beurteilung der $(m + n + 1)^2$ Kombinationsmöglichkeiten A, B von Bedeutung ist. In der Praxis wird sich dies natürlich stets am einfachsten durch völlige Unwissentlichkeit hinsichtlich der für V und N auszuwählenden Lage erreichen lassen. Die als sogenannte „Umkehrung der Lage“ (scilicet des V bzw. des N) bezeichnete Änderung der Betrachtungsweise, die in der Praxis bisher allerdings meistens mit der ausschließlichen Ableitung der Kombinationen $\underset{x=-m \text{ bis } +n}{a_x N_b}$ und $\underset{x=-m \text{ bis } +n}{N_a b_x}$ verbunden war[1]), ist also hier als eine rein theoretische Auswahl aus einer einheitlichen Mannigfaltigkeit gedacht, die von diesem Gegensatz sachlich völlig unabhängig sein soll. Unter dieser Voraussetzung müssen aber dann die zu sämtlichen Kombinationsmöglichkeiten gehörigen Relationsurteile und somit auch insbesondere die zur Kombination der Äquivalente a, b zugehörige subjektive Gleichheit in der Tat unverändert wieder aufgefunden werden können, wenn man sie bei wirklich konstanten Versuchsbedingungen zweimal nacheinander ableitet, zuerst, um aus der Reihe $a_x b$ das a als Äquivalent von b herauszufinden, und das zweite Mal, um aus der Reihe $a b_x$ umgekehrt das b dem a zuzuordnen[2]). Der „Fehler“ erscheint also, relativ betrachtet, im ersten Falle als

$$f = +(a - b) \tag{295}$$

und im zweiten als

$$+(b - a) = -(a - b) = -f. \tag{295a}$$

1) Da man bei der Umkehrung der Lage nicht gerade von dem subjektiven Äquivalent als neuem Normalreiz ausging, war also im allgemeinen hierbei

$$N_b \gtrless N_a.$$

2) Ob in den beiden „Umkehrungen“ der Lage von N und V zur Erreichung dieser Konstanz der Auffassungsbedingungen für A und B sämtliche $(m + n + 1)^2$ Einzelkombinationen zur Beurteilung darzubieten sind, falls beide Male $(m + n + 1)$ Reizstufen zur Ableitung in Betracht kommen, ist eine Spezialfrage, die in diesen allgemeinen Vorüberlegungen noch nicht zu beantworten ist.

c) Die Unterscheidung der Umkehrbarkeit des Äquivalentes zum Hauptreiz von spezielleren Annahmen auf diesem Gebiete.

Die bisherige, noch ganz allgemein gehaltene Vorüberlegung[1]) über die Unabhängigkeit der Äquivalenzbeziehung von der Lage des N und V, bei der wir noch vollständig von der Tatsache der Unterschiedsschwelle und der zufälligen Schwankungen von einem Versuch zum anderen abstrahieren, pflegt in den Darstellungen der psychophysischen Fehlertheorie völlig zu fehlen, vielleicht weil sie als eine bloße Tautologie erscheinen könnte. G. E. Müller[2]) nimmt z. B. sogleich wenigstens die Ausdehnung des Totalfehlers auf die Nachbarstufen der Äquivalente a und b als eine mindestens annähernd gültige Tatsache hinzu, was wir hier einstweilen nur dem Sinne nach wiedergeben, weil die spezielle Formulierung Müllers a. a. O. bereits die relativen Häufigkeiten der Urteile bei allen diesen zu a, b benachbarten Stufen in Betracht zieht, die wegen der Schwellen und ihrer Schwankungen bei der empirischen Bestimmung des Äquivalents zu berücksichtigen sein werden. Doch kommen die Schwankungen, falls wirklich die unkontrollierbaren Mannigfaltigkeiten konstant bleiben, für diese Fragen ebenfalls nur dadurch zur Geltung, daß sie einen noch größeren Stufenbereich einzubeziehen nötigen. Müller nimmt also an, daß beim tatsächlichen Wegfall des Einflusses einer Kenntnis der Lage des N bezw. V nach der Umkehrung der Lage und Beibehaltung der nämlichen Stufe des Normalreizes N die relativen Häuf. g, u und k bei denjenigen Reizstufen des neuen V unverändert wieder aufgefunden werden, die von den alten um eine konstante kleine Differenz 2 f verschieden sind, wie es auch Fechner allgemein voraussetzte. Das bedeutet aber offenbar, daß auch alle Stufen in der Lage A oder B, die sich von den Äquivalenten a und b um gleiche und dabei relativ nur kleine Schritte $\pm d$ entfernen, unter sich äquivalent bleiben, wobei also auch

$$(a \pm d) - (b \pm d) = f.$$

Auch für A. Lehmann[3]) kommt es sogleich auf die „Elimination“ des umkehrbaren Gesamtfehlers an, die bei der Gültigkeit dieser soeben genannten neuen Voraussetzung möglich wäre und mit der hier noch zurückgestellten Erklärung der Fehler durch eine Analyse zusammenhängt. Lehmann denkt sich hierzu außer dem Falle a, b die eben genannte allgemeine Müllersche Voraussetzung nur noch für das B-Äquivalent zu dem Normalreiz b in der Lage des A realisiert, der somit wie bei Müller wieder objektiv konstant bleibt. In dieser zweiten Lage soll also dann der von

1) Hierbei sage ich ausdrücklich nicht „rein logische“ Vorüberlegung, da natürlich in der Psychologie, wie in jeder Wissenschaft, auch die speziellsten Überlegungen an der Hand des konkreten Versuchsmaterials „logisch“ sein müssen. Es ist für einen exakten Gedankengang in jenen Spezialuntersuchungen nicht vorteilhaft, wenn man den Begriff des „Logischen“ auf die allgemeineren Überlegungen einschränken will, die ihrerseits, falls sie wissenschaftlich wertvoll bleiben sollen, ja ebenfalls aus Eigenschaften des konkreten Versuchsmaterials abstrahiert sein müssen und daher mit diesem im engsten gegenständlichen Zusammenhange stehen.

2) Gesichtspunkte usw. S. 66.

3) Lehrbuch der psychologischen Methodik, S. 9.

a um f verschiedene Reiz a—f = b mit dem auch von b um f, von a also um 2f entfernten Reiz a—2f äquivalent befunden werden. Lehmann betrachtet nun die hieraus rein analytisch folgende Notwendigkeit, daß die Gleichung

$$\frac{a + (a-2f)}{2} = b$$

wieder auf den in beiden Lagen gleichen Normalreiz b = N = a—f zurückführt, als „Elimination" des Fehlers durch die Bildung des arithmetischen Mittels aus den äquivalenten Vergleichsreizen V_a und V_b in den beiden entgegengesetzten Versuchslagen, die nach [295] und [295a] einzeln für sich mit dem Fehler +f und —f behaftet wären. Doch erachtet Lehmann die genannte Voraussetzung nur bei dem sog. „Raumfehler" (Fechner) erfüllt, der etwa in unserem obigen Beispiel allein vorhanden wäre, wenn die direkt und die indirekt gesehene Strecke nur in verschiedener „Raumlage", aber gleichzeitig zum Vergleich dargeboten würden. Die Herkunft des „Totalfehlers" ist jedoch eine andere, wenn zu der Verschiedenheit der Raumlage noch eine solche der „Zeitlage" hinzutritt, zwei Fehlerquellen, mit denen Fechner bei der passiven Beurteilung fertig dargebotener Reizstufen die Elementarkonstruktion des Totalfehlers für erschöpft ansah. Sie vereinigen sich, wenn z. B. die foveal gesehene Strecke zuerst und die peripher abgebildete darnach allein für sich dargeboten wird, also ein Sukzessivvergleich vorliegt. Zunächst kann aber natürlich auch nur ein reiner „Zeitfehler" ohne gleichzeitigen „Raumfehler" zustande kommen, wenn die beiden Vergleichsstrecken A und B sukzessiv in der nämlichen Lage auftreten. Allerdings wird auch bei der simultanen Darbietung und der Vorschrift zu simultaner Auffassung zweier Strecken die psychologische Stellung der beiden Bewußtseinsinhalte bei der geistigen Verarbeitung bis zur Reproduktion des Urteils nicht immer gleichzeitig die nämliche sein. Aber diese „Zeitlagen" der für das Resultat entscheidenden Zuständlichkeiten jedes der beiden Bewußtseinsfundamente der Relation sind hierbei unter Umständen nicht weiter kontrollierbar und können dann nicht wie sog. „systematische" Fehler in Betracht gezogen werden. Auch bringt die Simultanwahrnehmung keineswegs etwa immer einen geringeren Fehler mit sich, da die Sukzession ihrerseits doch auch wiederum manche gegenseitige Störungen bei gleichzeitigen direkten Sinneswahrnehmungen beseitigt. Die von Fechner hierbei sogleich in Erwägung gezogene Frage nach der Kombination der einzelnen Komponenten kommt aber hier bei dem Begriff des Totalfehlers und seiner Umkehrbarkeit noch nicht in Betracht, bei der sowohl die Lage A als auch die Lage B immer eine ganz bestimmte Verbindung aller gleichzeitig wirksamen Fehlerquellen bedeutet. An jener „Umkehrbarkeit" der Lage des N und V ohne Verschiebung des absoluten Fehlerbetrages für das äquivalente Reizpaar a, b kann also auch durch die Einführung des „Zeitfehlers" gar nichts geändert werden.

Müller faßt jedoch auch seinen Satz so allgemein, da er bei kleinem d die Verschiedenheit der Nachwirkung vernachlässigen zu können glaubt. Doch erkennt auch er bereits die besonderen Schwierigkeiten der

genannten Verallgemeinerung für die Umkehrung der Zeitlage wohl an, z. B. bezüglich der Ermüdungseinflüsse. Für unseren Satz kommt aber eben auch bezüglich des Wechsels der Zeitlage vorläufig nur die äquivalente Stufe selbst in Betracht, die wir auch in der zweiten Lage als neuen Normalreiz gewählt denken. Diese aber muß erhalten bleiben, wenn sich die ganze Mannigfaltigkeit der Reizpaare beim zweiten Male auch ungefähr in der nämlichen Reihenfolge abwickelt, so daß nicht nur die von Müller und Lehmann hier vor allem berücksichtigten Nachwirkungen innerhalb der einzelnen Paare, sondern sogar diejenigen innerhalb der ganzen Untersuchung überhaupt unverändert bleiben. Dadurch, daß man seit Fechner bei der Umkehrung den Normalreiz objektiv konstant läßt, wird natürlich eine noch größere Spannweite der von uns hier zunächst ausgeschalteten Erweiterung erforderlich. Bei großen Fehlern f, bei denen der Normalreiz aus dem Unsicherheitsbereich überhaupt vollständig herausfällt, wird aber freilich auch Müller genötigt, zu einer anderen, dem Äquivalenzwerte näher liegenden Stufe bezw. zu diesem selbst als neuem Normalreiz zu greifen, falls die Umkehrung überhaupt noch die Unsicherheitsregion in sich enthalten soll. Auch hierbei kommt es Müller aber eben nicht etwa auf die begriffliche Sonderstellung des Äquivalenzwertes als solchen an, da ja ein ihm nur näher als N liegender Wert die nämlichen Dienste täte, sondern er operiert hier sinngemäß wiederum mit der ganzen Erweiterung auf alle ihm benachbarten Stufen.

Hat nun unser erster allgemeinster Satz, wonach man bei einer exakten Umkehrung der „Lage" des V das Äquivalent des früheren N der nämlichen Reizstufe wieder äquivalent finden müsse, mit einer Variation der Fehlerquellen und der Herstellung neuer Totalfehler gar nichts zu tun, so hat dagegen Fechner diesen Effekt der vollständigen Umkehrung der Lage des V sogleich mit demjenigen der einseitigen Umkehrung der Raumlage oder der Zeitlage in eine viel zu einfache Gesetzmäßigkeit zusammenfassen wollen, indem er eine Raumfehler- und eine Zeitfehlerkomponente $\pm q$ und $\pm p$, deren Vorzeichen der einseitig variierbaren Lage entsprechen, rein additiv kombinierbar dachte. Hieraus ergaben sich also vier Kombinationsmöglichkeiten $+q+p$, $+q-p$, $-q+p$ und $-q-p$.

Wie aber bereits G. E. Müller a. a. O. deutlich gezeigt hat, bilden zunächst je zwei von diesen vier Fällen einfach eine vollständige Umkehrung in dem soeben von uns gesondert behandelten Sinne. Hier ist deshalb in der Tat der Totalfehler, der hierbei als ein aus p und q zusammengesetzter „Gesamtfehler" erscheint, in beiden Lagen entgegengesetzt gleich. Setzt man also z. B. bei jenen Vergleichungen einer direkt und einer indirekt gesehenen Strecke zunächst für

$$\text{V direkt, zuerst: } f = +q+p,$$

so ist nach [295a] für

$$\text{V indirekt, darnach: } -f = -(q+p).$$

Eine analoge Umkehrung gilt aber dann auch für V indirekt, zuerst und V direkt, darnach. Indessen involviert die hierbei konstante Darbietung

der indirekt gesehenen Strecke an erster Stelle (als Wahrnehmungsbedingung A) natürlich auch einen ganz anderen Vergleichsprozeß, bei dem auch das Resultat bezüglich der Äquivalenz im allgemeinen anders ausfallen wird, wie man z. B. eine direkt gesehene Strecke auch noch in einem späteren Zeitpunkte, als er hier beim Vergleich mit einer sogleich darauffolgenden Strecke in Frage kommt, anders im Gedächtnis behält wie eine indirekt gesehene. Dem veränderten Prozesse entspricht also hier auch ein anderer Totalfehler $\pm f'$, der dann auch bei jener hypothetischen Zurückführung mit einer Raum- und Zeitkomponente anzusetzen ist, die nicht nur hinsichtlich des absoluten Wertes sondern auch hinsichtlich des Vorzeichens von den Komponenten q und p der beiden anderen Hauptfälle unabhängig ist. Nur so viel läßt sich nach [295a] unter den früher genannten Voraussetzungen mit Sicherheit behaupten, daß, wenn für

$$V \text{ indirekt, zuerst: } f' = + q' + p'$$

gesetzt worden ist, auch für

$$V \text{ direkt, darnach: } - f' = - q' - p'$$

genau gelten muß. Mit einer gewissen Annäherung aber gilt dann auch hier wiederum die S. 238 genannte Müllersche Erweiterung der neu gefundenen Äquivalenzbeziehung zwischen a und $b' = (a - f')$, wonach auch $(a \pm d)$, $(b' \pm d)$ für relativ kleine d äquivalent bleiben.

Der Vorteil unserer Voranstellung jener strengen Umkehrbarkeit des Totalfehlers, deren Selbstverständlichkeit immerhin von Voraussetzungen abhängig ist, die bisher noch niemals genau erfüllt waren, besteht also zunächst einmal darin, daß sie das Falsche an der eben genannten Fechnerschen Auffassung des gegenseitigen Verhältnisses der sog. „vier Hauptfälle“ noch klarer überschauen läßt. Außerdem wird aber vor allem speziell dadurch, daß wir diese Umkehrbarkeit der Äquivalente zunächst auch von der Tatsache der Unterschiedsschwelle und der zufälligen Schwankungen abtrennen, einer scharfen Problemstellung bezüglich des Fehlermaßes nach Einbeziehung dieser beiden Komplikationen vorgearbeitet. Denn wenn es sich später nur noch darum handeln kann, einen „Hauptwert“ des Äquivalents im Sinne der Kollektivmaßlehre aus dem Schwellenbereiche herauszuheben, so wird uns die Forderung, daß eine vollständige Umkehrung die nämlichen Äquivalente zu Tage fördern muß, eine exakte empirsche Kontrolle der apriorischen Voraussetzungen für die Berechnung des Äquivalenzwertes aus den Verteilungskurven der Urteile an die Hand geben können, die von allen weiteren Hypothesen unabhängig ist. Auch können wir drittens durch die Abtrennung der höchstens annähernd gültigen Müllerschen Erweiterung jenes „Äquivalenzsatzes“ die Forderung, daß unser Postulat trotz Schwellen und Schwankungen wenigstens in geeigneten Hauptwerten erfüllt sei, von der Erwartung unabhängig machen, daß wir auch die speziellen Verteilungsfunktionen $F_g(x)$ usw. der Urteile

in Abhängigkeit von den Stufen A bzw. B im einzelnen bei der Umkehrung genau wieder so auffinden.

d) Die Prinzipien der experimentellen Analyse des Totalfehlers.

Wenn aber nun hiermit auch die Analyse des Totalfehlers noch weiter zurückgestellt ist als seine Berechnung aus dem Unsicherheitsbereiche, so wird doch diese Analyse dann auch um so exakter erledigt werden können. Nur darf man sich natürlich zur Lösung dieser neuen Fragen nicht auf die Aufsuchung eines bestimmten einzelnen Äquivalenzpaares, bezw. auf den unmittelbar hinzugehörigen Abstufungsbereich (a_{-m} bis a_{+n}) beschränken, ja man darf sich auch nicht mit einem einzigen Gegensatze der Lage der über den ganzen Quantitätsbereich verteilten Hauptstufen begnügen, wie er oben mit A und B gekennzeichnet sein sollte. Vielmehr sind die für A und B charakteristischen Merkmale, wie auch A. Lehmann a. a. O. hervorhebt, nach möglichst vielen Richtungen zu variiren, (bei jenem Unterschiede der Streckenschätzung wäre also z. B. die Lage auf der Netzhaut u. ä. mehrfach abzuändern), wobei man natürlich einfache und mehrfache Variationen empirisch sorgfältig zu trennen hat, wenn man die tatsächliche Abhängigkeit des komplizierter bedingten Totalfehlers von den Totalfehlern bei einfacheren Unterschieden zwischen A und B herausfinden und sich nicht in falschen Verallgemeinerungen ergehen will. Der Fortschritt vom Einfacheren zum Komplizierteren wird aber natürlich auch hier die meiste Aussicht auf eine deduktive Elementarkonstruktion des Totalfehlers aus den beiderseitigen Wahrnehmungsinhalten eröffnen. Freilich darf man niemals auf eine einfache Superposition der elementaren inhaltlichen Einflüsse rechnen. Nach dem allgemeinsten Prinzipe der sog. „Resultanten" birgt vielmehr die spezielle Form eines Komplexes wieder besondere Bedingungen für den Betrag eines Fehlers in sich. Doch wird natürlich auch dieser Einfluß in dem Maße einer quantitativen Analyse zugänglich, als man auch die strukturellen Merkmale der Komplexe einer systematischen Variation in paarweise verglichenen Objekten zu unterwerfen vermag.

Die speziellste Erklärung des Totalfehlers, nämlich die bei der Beschränkung auf ein einziges Äquivalenzpaar nach S. 236 stets mögliche Annahme, daß beide Vergleichsobjekte nur in verschiedene, in sich widerspruchslose Abbildungssysteme hineingehören, wird jedoch von hier aus nur noch als ein kaum jemals erreichter Grenzfall erscheinen. Am nächsten kommen ihm vielleicht noch die Empfindungsunterschiede, die von einer Verschiedenheit der Erregbarkeit der mit einander verglichenen Stellen des nämlichen Sinnesorganes herrühren, wie sie z. B. durch die Einwirkung verschiedener Lichtintensitäten auf benachbarte Sehfeldstellen entsteht. Denn der Begriff der Erregbarkeit entspricht in der Tat einem Faktor, mit dem man sämtliche Reizintensitäten multiplizieren muß, um ihre physiologische Wirkung bei dem jeweiligen Zustande des betreffenden Organ-Elementes vergleichbar auszudrücken. Zu einer idealen Anwendbarkeit dieses einfachen Schemas müßte aber eben für einen gegebenen Unterschied der Erregbar-

keiten jene ideale Proportionalität[1]) zu einer ganzen Reihe von Äquivalenzen führen, indem sich in den Lagen A und B

$$\begin{matrix} a & 2a & 3a & \ldots\ldots & na \\ b & 2b & 3b\ldots & & nb \end{matrix}$$

durch eine n-malige vollständige Untersuchung der oben genannten Art als paarweise äquivalent erweisen müßten. Wie man sieht, widerspräche ein solcher Tatbestand, der auf optischem Gebiete mit einer gewissen Annäherung in den sog. „negativen Nachbildern" zur Erscheinung kommt, genau genommen, jener Müllerschen Erweiterung der Umkehrbarkeit des Totalfehlers, selbst wenn diese Ursache bei der Umkehrung genau in der nämlichen Weise wirksam wäre, da hierbei nicht absolut, sondern relativ gleich weit von a, b entfernte Reizstufen äquivalent wären. Dagegen entspräche z. B. das sog. „positive Nachbild" nach Helmholtz' Auffassung dem Müllerschen Satze sogar genau, da eben diese Nachwirkung hiernach, von sonstigen Fehlerquellen abgesehen, in verschiedenen „reagierenden" Intensitätsstufen die Äquivalenzreihe

$$\begin{matrix} a & 2a & \ldots\ldots & na \\ a \pm d & 2a \pm d & \ldots & na \pm d \end{matrix}$$

herbeiführen müßte. In Wirklichkeit sind aber alle Fehler viel komplizierter zu erklären, da meistens in allen Zonen des psychophysischen Zusammenhanges, wenn dieser auch in der Peripherie mit einer zum Reiz proportionalen Aufnahme einsetzen sollte, allerlei Modifikationen hinzutreten, welche die endgültigen Fundamente der bewußten Relation von dem Ideal einer proportionalen Abbildung schließlich ziemlich regellos abweichen lassen, wobei infolge des Verlaufes der aktuellen Erregung vor allem auch die absoluten Reizzeiten als sehr wesentlich in Betracht kommen. Insbesondere werden die einzelnen Zonen auch je nach der Vergleichsaufgabe und der Einstellung der V.-P. zu ihrer Lösung in ganz verschiedenem Maße beteiligt sein. Eine spezielle Methodik der Fehleranalyse müßte daher sogleich fast sämtliche Probleme der experimentellen Psychologie überhaupt unter diesen Gesichtspunkt stellen, so daß hierfür an dieser Stelle nur auf die zusammenhängenden Darstellungen der psychologischen Tatsachen verwiesen werden kann. Dagegen muß zunächst noch ausführlicher erörtert werden, wie für eine ganz bestimmte Reizkombination N, V_x der Tatbestand des Fehlers so exakt als möglich festgestellt werden kann, da ja nur dadurch jene Aufteilungsversuche mit hinreichend festen Werten zu operieren vermögen, eine Bestimmung, die nur im engsten Zusammenhange mit derjenigen der Schwellen und ihrer Streuungsmaße geschehen kann.

1) Mit der Gültigkeit der oben genannten Äquivalenzreihe ist aber natürlich noch nichts darüber entschieden, ob nun die paarweise äquivalenten Empfindungen in den in verschiedenen Stufen als Bewußtseinsquantitäten im Sinne des § 10 zu den äußeren Reizen proportional sind, was nur durch die besondere Vergleichung der „übermerklichen" Unterschiede der Empfindungen zu a/2a, 2a/3a, denen dann natürlich diejenigen zu b/2b usw. entsprechen müßten, empirisch zu prüfen wäre. Vgl. unten § 41.

34. Die konkrete Bestimmung eines Hauptwertes des Äquivalentes bzw. des Fehlers aus den beobachteten Vergleichsurteilen.

a) Die korrekte Anlage sogenannter vollständiger Reihen (Vollreihen).

Die quantitative Bestimmung eines „Totalfehlers" wäre nun freilich einfacher, als es tatsächlich der Fall ist, wenn man bereits mit einigen wenigen Abstufungen V_x eine eindeutige subjektive Gleichung zwischen dem Normalreiz und einer bestimmten Stufe des Vergleichsreizes gewinnen könnte. Indessen haben wir eben einerseits mit der teilweise bereits erörterten Tatsache der Schwelle zu rechnen, die selbst bei völlig konstanten Beobachtungsbedingungen stets einen ganzen Bereich möglicher Werte des V dem N subjektiv gleich erscheinen läßt, bis der Unterschied in einer von beiden Richtungen der Abstufung das Bedingungsextrem für ein Verschiedenheitsurteil erreicht. Andererseits treten aber ja auch noch die zufälligen Schwankungen aller beteiligten Faktoren hinzu, die uns nötigen, statt einzelner Schwellenwerte zunächst wiederum ganze „Grenzkurven" zu registrieren. Hiermit münden also unsere Betrachtungen wieder in das Hauptschema des empirischen Befundes der Schwellen aus dem vorigen Kapitel ein, das wir jetzt nur noch psychologisch etwas weiter zu konkretisieren haben. Denn auch dort haben wir die allgemeinen Gesichtspunkte bereits überall an der Beurteilung der Stufen x eines variablen Reizes V im Vergleich zu einem konstanten Normalreiz N erläutert (S. 164 ff.). Bezeichnen wir im folgenden den Grad der Eigenschaft, hinsichtlich deren man die beiden Reize vergleichen läßt, selbst mit V und N, so kann man die Ausdrücke „N bzw. V kleiner" und „größer" nicht nur bei der Beurteilung von Quantitäten, sondern auch ganz allgemein bei Qualitäten anwenden. Bei der Messung von Fehlern und Schwellen haben wir uns natürlich allein an den gegenständlichen Sinn der fertigen Urteile zu halten, der davon unberührt bleibt, ob die V.-P. z. B. V als „größer" oder N als „kleiner" erklärt, wenn auch ihre Entstehung von der Gedankenrichtung der V.-P. bei der primären Auffassung der Relation und bei der Reproduktion beeinflußt worden sein mag. Wir haben also bei der Ableitung der Verteilungsfunktionen $F_g(x)$ usw., welche die nächste Grundlage der Berechnungen bilden, von der sog. „Urteilsrichtung" zunächst ebenso zu abstrahieren, wie etwa von der Reihenfolge der Einzelversuche uud ähnlichen speziellen methodischen Gesichtspunkten bei der konkreten Ableitung des Rohmateriales. Nur muß natürlich innerhalb sämtlicher Vollreihen, die auf irgend einen Einfluß hin, also z. B. auch seitens der primären Urteilsrichtung, mit einander verglichen werden sollen, eine und die nämliche Urteilsrichtung der Darstellung eindeutig festgehalten bleiben. Dabei erscheint es wohl als das Natürlichste, das Urteil überall auf den Vergleichsreiz V zu beziehen[1]), der dem Leser stets als das variable Moment vorschwebt. Auch stimmt diese Auffassung mit der allgemein anerkannten Bedeutung des „oben" und „unten" bei den Grenzreizen (Schwellen) r_o und r_u (vgl. S. 165 f.) ohne weiteres überein. Wie aber schon bei der Ableitung

1) G. E. Müller bezieht dagegen das Urteil in der Darstellung der rel. H. g usw. stets auf den Haupt- oder Normalreiz N, so daß g und k bei ihm gerade den entgegengesetzten Sinn haben als hier.



der Konstanz des Fehlermaßes bei einer vollständigen Umkehrung der „Lage“ des V klar geworden sein dürfte, bedeuten für uns V und N nicht Reize, die während der Versuche objektiv oder gar subjektiv als der variable oder konstante schlechthin ausgezeichnet gewesen zu sein brauchten, sondern die V_x sind nur eben eine Stufenreihe von Reizen, die durch die Übereinstimmung aller Merkmale außer der Abszissengröße x, also z. B. Qualität, Raumlage, zeitliches Verhältnis zu dem hiermit verglichenen Reiz usw., und durch die tatsächliche Angleichung an einen und den nämlichen Reiz begrifflich zusammengehören; diesen letzteren, für diesen Zusammenschluß entscheidenden Reiz aber bezeichnen wir mit N, gleichgültig, ob er während der Reihe selbst konstant blieb, oder durch die gleichzeitige Ableitung des Rohmaterials für verschiedene Vollreihen zu N_1, N_2, ... N_r ebenfalls variiert wurde. Schon durch die bloße Einschiebung einzelner Elemente aus anderen Reihen kann die als N ausersehene, d. h. in einer ganz bestimmten Stufe an ein V-System angeglichene Qualität, auch in ebensoviel verschiedenen Stufen wie diese V vorgebracht werden. Es hängt ganz von dem speziellen Zwecke der Untersuchung ab, ob der Experimentator die Versuche zu einer einzelnen Vollreihe für sich allein absolvieren darf, wobei dann wenigstens die ungefähre Stufenlage des N der V.-P. kaum verborgen bleiben kann, oder ob er zur ausdrücklichen Vermeidung dieses Nebeneinflusses einer solchen Halbwissentlichkeit, der gegenüber die vollständige Wissentlichkeit unter Umständen sogar die einfachere, konstantere Versuchsbedingung bilden kann, eine systematische Untermischung der Vollreihe mit anderen Systemen für notwendig erachten muß. Die Wiederauffindung der nämlichen Äquivalenzwerte bei der Umkehrung der Lage, die nach dem Bisherigen als Kontrolle der Fehlermessung entscheidend sein wird, dürfte diese Unwissentlichkeit unbedingt erfordern, während sie bei manchen Fragen bezüglich der Unterschiedsschwelle weniger erforderlich sein mag.

Auch eine andere Fehlerquelle kann durch eine geeignete Kombination von Vollreihen mit entsprechender Unwissentlichkeit so vollständig als möglich beseitigt werden, nämlich die Schätzung der Stufen des V aneinander, welche die Schwelle zu fein erscheinen lassen kann. Sobald immer nur ein N und eine Serie von Vs vorkommt, kann man in allen Gebieten, in denen ein sog. absolutes Gedächtnis bereits besteht oder durch Übung sich neu ausbilden läßt, die extremeren Stufen des V einfach voneinander unterscheiden, wobei dann diese Urteile, ähnlich wie andere, unten genannte Schätzungsweisen, sich an Stelle des eigentlich gewollten Ergebnisses der Vergleichung mit N eindrängen.[1]) Diese Fehlerquelle kommt bei der genannten Mischung der Reihen für eine weite mittlere Region in Wegfall.

Auch besteht natürlich keine eindeutige Beziehung der von der V.-P. tatsächlich erlebten oder ihr vorgeschriebenen Urteilsrichtung zu N oder V, wenn auch individuell oder dispositionell schwankende Tendenzen vorliegen können, das Urteil auf N oder V zu beziehen, falls deren Bedeutung für die zukünftigen Konstruktionen der F(x) der V.-P. schon während der

---

1) Der Versuch, solche Wechselwirkungen durch eine größere Pause zwischen den einzelnen Versuchen zu schwächen, findet natürlich praktisch sehr bald eine Grenze. Vgl. Müller, Gesichtspunkte § 7 S. 24.

Versuche bekannt ist. Da übrigens die Urteilsrichtung, wie schon gesagt, zu den wirksamen Momenten jedes der beiden Vergleichsobjekte hinzugehört, so müßte sie zur Umkehrbarkeit des Totalfeldes in beiden Lagen von N und V konstant bleiben, was freilich nur durch eine andererseits auch oft wieder ungünstig beengende Vorschrift erreichbar ist.

b) Ein Korrespondenzsatz zur Kontrolle der Berechnung des Äquivalentes aus den Verteilungen der Urteile.

Bei jenen allgemeinen Erörterungen des 7. Kapitels ist nun der Begriff des „Fehlers" neben demjenigen der Schwelle überhaupt noch nicht in Betracht gezogen worden, da ja die Ableitung einer „Schwelle" im allgemeinsten Sinne, d. h. eines Bedingungsextremes für irgend welchen Effekt der Abstufung eines x überhaupt, noch nicht die spezielle innere Beziehung dieses Effektes auf eine konstante Norm N einzuschließen braucht, die bei der vergleichenden Beurteilung des x eingeführt wird. Suchen wir also an der Hand des Schemas der Verteilungsfunktionen $F_k(x)$, $F_u(x)$ und $F_g(x)$ der drei Hauptfälle (s. Fig. 8a, S. 176) nunmehr zunächst dem „Totalfehler" seinen konkreten Wert beizulegen, so scheint sich als natürlichster, unmittelbarster Anhaltspunkt hierzu vorerst die Zuordnung des K.-G. der Gleichheitsurteile zu den Stufen des Vergleichsreizes darzubieten. Die Verteilungskurve $F_u(x)$ markiert ja auf der X-Achse gewissermaßen wie der variable Schieber eines Maßstabes den objektiven Unterschied bei subjektiver Gleichheit, der eben die objektive Äußerung des Totalfehlers in der bewußten Relation zwischen N und V ist. Dabei denken wir hier vor allem an die reinen, glatten Gleichheitsurteile, die allein gestatten den Fehler durch die Beziehung eines eindeutigen Relationserlebnisses auf einen exakt meßbaren physikalischen Tatbestand psychophysisch klar zu definieren. Auch dürfte die geläufige Hypothese sehr plausibel erscheinen, daß die Ergänzung dieses K.-G. durch die Fälle der Unentschiedenheit zwischen den extremen Urteilen, die der subjektiven Gleichheit in der Reihenfolge der Effekte bei Abstufung des V beiderseits am nächsten stehen, keine wesentliche Verschiebung der Fehlermessung herbeiführen würde. Doch nimmt man diese Zusammenfassung zu der von G. E. Müller mit u bezeichneten Mittelgruppe nur vor, um bei der Reduktion auf drei Hauptfälle, deren Extreme sichere Verschiedenheitsurteile sein sollen, keine Versuche unberücksichtigt zu lassen, zumal die reinen Gleichheitsfälle bei dieser Methode bisher meistens nur spärlich verteten waren.

Wenn nun in jedem einzelnen Augenblicke wirklich nur eine einzige Stufe dem N gleich erscheinen könnte, so daß sie als das zufällig wechselnde „Exemplar" eines einfachen K.-G. zu den in § 20 erläuterten Varianten eines bestimmten Einzelwertes in Analogie zu bringen wäre, so dürfte man auch ohne weiteres nach den dort erläuterten Prinzipien ein mittleres subjektives Äquivalent r_{gl} berechnen, das die Fehler in der Auffassung der Relation zwischen N und V als $r_{gl}—N$ ansetzen ließe. Wenn wir aber auch als Rechenbeispiele für solche psychophysische K.-G. $F_u(x)$ früher in der Tat die gewöhnlichen Hauptwerte r_{gl} ($\mathfrak{D}$), r_{gl} ($\mathfrak{A}$) usw. bestimmt haben, weil sie in der

Literatur gegenwärtig noch in Betracht kommen[1]) und bei dem Stande der Probleme als mögliche Ausgangspunkte einer erfolgreichen empirischen Fehleranalyse wenigsten noch nicht ausgeschlossen werden dürfen, so waren doch gemäß unseres allgemeineren Begriffes des K.-G. auch die Formulierungen über die repräsentative Funktion in § 15, S. 44 bereits so allgemein gehalten, daß unter Umständen noch ganz andere sachliche Gesichtspunkte für die Wahl der Hauptwerte in Betracht kommen sollten, falls das Wesen des in jedem Augenblick verwirklichten „Exemplares" des K.-G. es erforderlich machen würde. Dieses suchten wir uns nun bereits in den Vorüberlegungen S. 167 ff rein theoretisch an der Annahme völlig konstanter Bedingungen klar zu machen, die das Äquivalent in einer Form zur Geltung kommen lassen, in der es dann auch in einem gegebenen Augenblicke der Schwankungen wirksam sein wird. Hierbei erschien uns aber eben dieses Äquivalent gerade nicht als punktuell, sondern als ein ganzes Urteilsgebiet, das von der einen hierbei als konstant betrachteten Grenzabszisse r_o bis zur anderen r_u reicht, so daß die Verteilungsfunktion dieses K.-G. F_a (x), falls man bei jener absoluten Konstanz noch von einem solchen sprechen darf, ein Rechteck zwischen diesen beiden Ordinaten r_o und r_u darstellen würde. Dabei ist also zunächst noch vorausgesetzt, daß die Urteile innerhalb dieses ganzen Gebietes unter sich wirklich so homogen sind, daß sie durch die Reproduktionsmethode nicht noch weiter in exakter Weise differenziert werden könnten, d. h. es soll entweder der Unterschied zwischen jenen glatten Gleichheitsurteilen und den sonstigen u-Fällen als ein rein zufälliger angesehen oder überhaupt nur noch der K.-G. der reinen Gleichheitsfälle in Betracht gezogen werden. Vielleicht könnte sich nun jemand vom Standpunkte der reinen experimentellen Bewußtseinsanalyse aus damit begnügen wollen, dieses Urteilsgebiet einfach festzustellen, das dann höchstens noch, wegen der tatsächlichen zufälligen Schwankungen, durch die Differenz bloßer Hauptwerte der Schwellen, z. B. $r_o(\mathfrak{A}) - r_u(\mathfrak{A})$ auszudrücken wäre. Man würde also dann auch die Fehler nur innerhalb gewisser Grenzen x und $x + (r_o - r_u)$ anzugeben haben.

Nach den obigen Forderungen S. 241 soll aber ja die Vergleichsmethode viel mehr leisten und ein Verfahren an die Hand geben, das aus den Daten einer Vollreihe einen Äquivalenzwert A zu einem Normalreiz N berechnen läßt, der jene vollständige Umkehrbarkeit des aus ihm berechneten Fehlers A—N auch trotz der Unsicherheitsregion empirisch realisierbar macht. Dieses Äquivalent muß aber dann natürlich ebenso wie die Abszisse des Normalreizes N ein punktueller Wert sein, weil eben der Nachweis jener Umkehrbarkeit darin besteht, daß der Äquivalenzwert der einen Versuchslage A_1, als Normalreiz der anderen Versuchslage N_2 eingeführt, ein mit N_1 übereinstimmendes A_2 liefert. Somit kann die Erfüllung der Relation

$$A_1 = N_2 \qquad A_2 = N_1, \qquad [296]$$

die ich als „Korrespondenz der Äquivalente bei Umkehrung der

1) Vgl. A. Lehmann, Beiträge zur Psychodynamik der Gewichtempfindungen, Arch. f. d. ges. Psychologie, VI, 1906, S. 484 ff.

Versuchslage" bezeichnen möchte, eine rein objektive Kontrolle für die Brauchbarkeit des gewählten Repräsentanten A abgeben.

Dieser Korrespondenz-Satz [296] wird nun tatsächlich eine Handhabe bieten, um zunächst rein empirisch die auf verschiedene Weise berechneten Werte des A auf die genannte Umkehrbarkeit hin zu prüfen und dadurch ohne alle weiteren konkreteren Überlegungen über die psychologische Stellung des Äquivalentes innerhalb des Unsicherheitsbereiches zum Ziele zu kommen. Die Empfindlichkeit dieser Kontrolle der jeweiligen Auswahl ist keine geringe, da ein Verstoß gegen das Prinzip hierbei immer sogleich verdoppelt zur Geltung kommt, wie aus den einfachen Schema Fig. 11 deutlich werden kann:

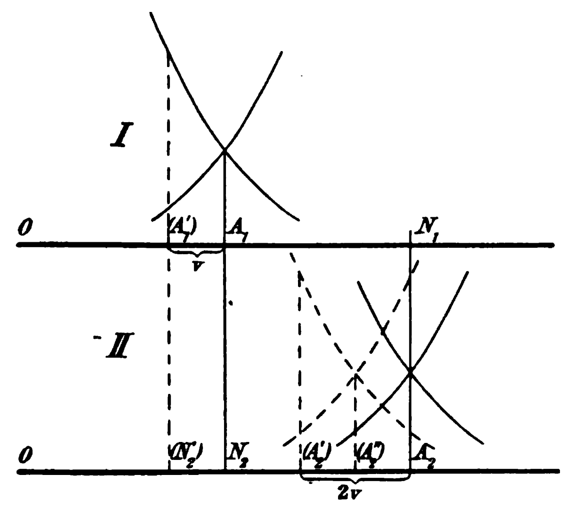


Fig. 11.
Schema zur Erläuterung des Korrespondenzsatzes [296] für die vollständige Umkehrung der Reizlage des V und N als Kontrolle der Berechnung des Äquivalenz-Hauptwertes A (I erste, II zweite Reizlage).

Es seien in Schema I und II für die beiden entgegengesetzten Lagen von N und V nur je ein Stück der beiden Verteilungskurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ durch krumme Linien angedeutet. Nach unserem Beispiel S. 236 sei also etwa in I ON_1 das Maß der indirekt gesehenen, in II ON_2 das der direkt gesehenen Normal-Strecke, wenn O der Nullpunkt der Abszissen ist. Betrachtet man nun die Abszisse irgend eines charakteristischen Punktes des Systemes I dieser Urteilskurven, z. B. den Schnittpunkt A_1 der beiden, auf den wir unten noch zurückkommen werden, als Maß des richtig berechneten Äquivalenzwertes OA_1 der ersten Raumlage, wonach

$$OA_1 - ON_1 = f_1$$

erscheint, so müßte nach dem Korrespondenzsatze [296] in Schema II, wenn der Normalreiz $ON_2 = OA_1$ d. h. gleich dem soeben gefundenen Äquivalenzwert gewählt wird, der Schnittpunkt A_2 der neuen Urteilskurven genau

auf N_1 treffen. Denn OA_1 entspricht dem direkt und dabei nach obiger Annahme relativ zu groß gesehenen V_1, OA_2 dem indirekt gesehenen, um ebensoviel unterschätzten V_2.

Dabei bleibt es aber von unserem Korrespondenzsatze aus, wie gesagt, noch ganz unentschieden, wie sich die Verteilungskurven der beiden Lagen im einzelnen zu einander verhalten. Denn die Argumente der beiden K.-G. I und II haben ja eine ganz verschiedene psychologische Bedeutung, und man muß eben erst die spezielle Müllersche Erweiterung der Äquivalenz S. 238 hinzunehmen, um darauf zu kommen, daß die Kurven in II durch eine bloße Parallelverschiebung gegen die X-Achse um $2(OA_1 - ON_1) = 2f$ aus denen in I abzuleiten sind. Damit die Kurven F(x) II zu F(x) I vollständig kongruent werden, wäre diese Erweiterung der Äquivalenz für Stufen, die von den Hauptäquivalenten absolut gleich weit abstehen, einerseits sogar bis auf E_u (I) und andererseits bis E_o (II) auszudehnen. Noch unwahrscheinlicher aber wird diese Kongruenz natürlich bei der gewöhnlichen Art der Umkehrung mit konstantem Normalreiz, die Müller wegen der tatsächlichen Anlage seiner Versuche auch noch bei der speziellen Diskussion der Frage a. a. O. S. 113ff beibehalten hat, wie weit die Umkehrbarkeit durch die Schätzung nach dem sog. „absoluten Eindruck“ beeinflußt worden sei (vgl. S. 261). Für uns kommt es dagegen nur noch darauf an, daß die genannte Beziehung für einen „Hauptwert“ des Systems im Sinne der K.-L. zutrifft. Auch der exakte Nachweis irgend einer Störung der genauen Umkehrbarkeit bestünde dann natürlich ebenfalls vor allem darin, daß die nämliche Berechnungsweise eines Hauptwertes A_1 unter diesen gestörten Bedingungen des Lage-Wechsels, z. B. bei Wissentlichkeit der Lage des V u. ä., von $N_2 = A_1$ aus nicht mehr zu $A_2 = N_1$ zurückführt.

In dem Schema der Fig. 11 haben wir die Kongruenz zwischen den Kurven in I und II nur deshalb beibehalten, weil sie die im allgemeinen nur der Dimension nach zutreffende Verdoppelung eines bei der Berechnung von A'_1 begangenen Fehlers v in der schließlichen Differenz $ON_1 - OA'_2$ am einfachsten an einer genauen Verdoppelung veranschaulicht, die nur bei jener Kongruenz der Kurven von I und II möglich würde. Wäre A_1 z. B. um den Fehler v nach links, d. h. nach A'_1 gerückt, so würde die Verwendung dieser Stufe als Normalreiz N in der zweiten Lage zunächst das Kurvensystem im ganzen ebenfalls um v zu weit nach links verschieben, wie in Fig. 11 am neuen Schnittpunkt A_2'' zutage tritt. Berechnet man aber nun A'_2 ebenfalls nach der falschen Formel, so begeht man (unter der eben genannten Voraussetzung kongruenter Häufigkeitskurven bei der neuen Lage der V) den nämlichen Fehler v nochmals in der gleichen Richtung, so daß schließlich die bei richtiger Berechnung verschwindende Differenz $ON_1 - OA'_2 = 2v$ wird. Genau genommen, enthält natürlich die von der Lage in I ausgehende Kontrolle noch eine Einseitigkeit in sich, die nur dadurch ausgeglichen werden kann, daß mehrere Vollreihen mit verschiedenen Stufen N_1 und N_2, die als A_1 bzw. A_2 in Frage kommen können und deren Intervalle eine leichte Interpolation gestatten, gleichzeitig abgeleitet werden. Eine solche Untermischung wird ja auch das Postulat der Unwissentlichkeit bezüglich der Lage des N noch leichter erfüllen lassen.

Würde man nun noch gar keinen Anhaltspunkt dafür haben, welcher Wert als Äquivalent in Frage kommen kann, so würde die erstmalige Ermittelung der Berechnungsweise des A natürlich ziemlich umständlich sein, da ja so viele „Umkehrungen" mit je einem neuen N_2 abzuleiten wären, als Möglichkeiten des A_1 in Betracht kommen. Praktisch liegt es also wohl vorläufig näher, den Korrespondenzsatz [296] nur zur Kontrolle ganz bestimmter Möglichkeiten zu benützen, die bereits aus dem sonstigen psychophysischen Charakter des Äquivalenzwertes plausibel erscheinen.

c) Die wichtigsten Kriterien für eine vorläufige Auswahl der Berechnungsweise des Äquivalentes.

1. Der Äquivalenzwert als Grenze zwischen den wahren (inneren) Unterschiedsschwellen S_o und S_u und die formale Beziehung zwischen dem Fehlerhauptwerte (dem sog. konstanten Fehler) und den Schwellen.

Die methodische Bedeutung des Korrespondenzsatzes besteht nach dem Gesagten vor allem darin, daß er an der Hand eines genügenden Beobachtungsmaterials eine besondere Art der Berechnung des Äquivalenzwertes empfehlen und somit schließlich dahin führen kann, daß man die Totalfehler ohne weitere Umkehrung der Lage aus einer einzigen Vollreihe berechnen kann, so daß man eine Umkehrung der Lage mit einem beliebigen N_2 des Unsicherheitsbereiches höchstens noch zur weiteren Ausgleichung von Zufälligkeiten vornehmen wird.

Als Kriterium für die Auswahl des Äquivalenzwertes kommt nun zunächst in Betracht, daß er, wie vorhin erwähnt, ein Optimum der Gleichheitsrelation sein muß, gleichgültig ob man ihm nur rein begriffliche, dispositionell hypothetische Bedeutung im psychophysischen Zusammenhange zuschreiben will, oder ob man auch dem ihm jeweils entsprechenden Gleichheitsurteile irgendwelche Auszeichnung zuerkennt. Da das allgemeine Stetigkeitsprinzip in seiner Weise auch für die Bewußtseinserscheinungen zutrifft, so liegt wohl die Annahme nahe, daß innerhalb des Urteilsgebietes der u-Fälle nach den Grenzen zu in der Tat dunkler bewußte Unterschiede vorhanden sind, die durch geeignete Methoden auch wenigstens qualitativ nachzuweisen wären. Dieses rein hypothetische oder dunkel bewußte Optimum der Gleichheitsrelation, das mit dem Maximum der rel. H. der u-Fälle nicht zu verwechseln ist, zerlegt nun das gesamte „Idealgebiet der u-Fälle" (vgl. S. 190) zwischen den Hauptwerten r_o und r_u offenbar in zwei Strecken, die in einem besonderen Sinne als „obere" und „untere" Unterschiedsschwelle bezeichnet werden können. Wir meinen aber hiermit weder die absoluten Unterschiedsschwellen (Grenzabszissen) r_o und r_u in dem S. 165, A. 1 definierten Sinne, noch die von G. E. Müller so genannten und schon oben S. 199 u. Fig. 10 eingeführten Abstände s_o und s_u zwischen diesen Grenzen und dem Normalreiz N, die keine neue Unbekannte einführen und die wir, zur Unterscheidung von der neuen Einteilung, als „physikalische obere und untere U.-S." bezeichnen wollen. Da die Unter-

schiede des Äquivalenzwertes, dessen Lage wir in der Skizze des gegenseitigen Verhältnisses dieser Begriffe in Fig. 12 wieder mit A andeuten, von den jeweiligen Grenzreizen das Maß der jeweiligen Bedingungsminima für die Unterscheidung darstellen, so können wir die beiden Teilstrecken $r_0 - A$ und $A - r_u$ auch als „wahre“ oder „innere Schwellen“ bezeichnen und durch große Buchstaben S_0 und S_u ausdrücken. In Fig. 12 ist dann auch die einfache lineare Beziehung zwischen den S und s leicht zu übersehen, die durch das gesuchte Fehlermaß f vermittelt wird. Solange wir der Fehlerbestimmung nicht einfach einen gewöhnlichen Hauptwert r_{gl} der empirischen Verteilung $F_u(x)$ zugrunde legen wollen, was immer nur einen mittleren Wert dieser Art definieren ließe, sondern eben das eigentliche Äquivalent A zu N

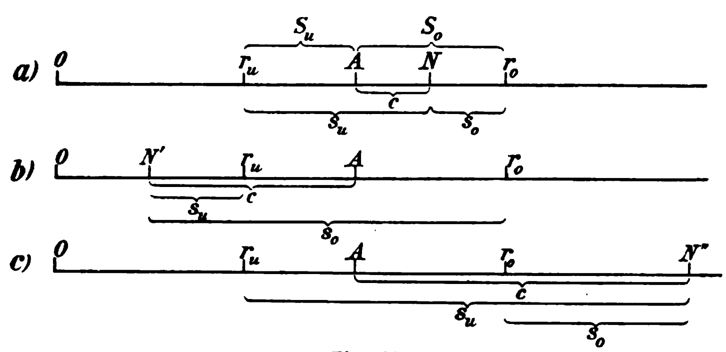


Fig. 12.
Die formalen Beziehungen zwischen verschiedenen Schwellenbegriffen u. dem sog. konstanten Fehler.

innerhalb der V-Reihe, das für jeden beliebigen Zustand im Verlauf der Schwankungen realiter einen konkreten Wert bedeutet, hat auch der Fehler

$$f = A - N \qquad [297]$$

zunächst bei jedem dieser Zustände einen bestimmten Wert f, der aber nun von einem Versuch zum andern seine eigenen Schwankungen durchmachen wird. Dieses f ist zugleich die Differenz zwischen den physikalischen und den wahren Schwellen. Denn da (vgl. auch S. 198, Fig. 10b)

$$s_0 = r_0 - N \qquad s_u = N - r_u \qquad [265]$$

und nach der obigen Definition

$$S_0 = r_0 - A \qquad S_u = A - r_u, \qquad [298]$$

so ist, wie in Fig. 12 wieder leicht mit einem Blicke zu übersehen ist, auch

$$S_0 - s_0 = \pm f = s_u - S_u, \qquad [299]$$

je nachdem $N \gtrless A$. Da es indessen schließlich doch nur auf die Repräsentanten der mittleren Verhältnisse ankommen kann, für ihre Berechnung aus den Vollreihen aber nur zwei voneinander unabhängige Verteilungen (diejenige der beiden Grenzreize r_0 und r_u) als unmittelbare Anhaltspunkte gegeben

sind, so besteht das nächste Problem, wie schon gesagt, darin, aus diesen Kurven, bezw. eventuell einfach aus r_o (𝔄) und r_u (𝔄) usw. auf den mittleren Wert des A bezw. auf das gewöhnlich mit + c bezeichnete Mittel der jeweiligen Fehler f zu schließen [1]).

Das Symbol c für den Hauptwert der jeweiligen Fehler f rührt daher, daß man diese Größe nach Fechner, der hiermit vor allem einen Begriff der unten betrachteten „Herstellungsmethode“ verallgemeinerte, nunmehr allgemein als „konstanten Fehler“ bezeichnet. So sehr sich aber auch dieser Terminus inzwischen für unseren Grundbegriff der statistischen Vergleichsanalyse eingebürgert hat, ist er doch noch immer Mißverständnissen ausgesetzt. Begegnete mir doch gelegentlich sogar die Auffassung, man dürfe auf gewisse Probleme der experimentellen Psychologie überhaupt keine exakten psychophysischen Maßmethoden in der gewohnten Weise anwenden, da diese ja bei der Ableitung des „konstanten“ Fehler eine Stabilität der Versuchsbedingungen voraussetzten, die höchstens in der Physik oder bei niederen sinnesphysiologischen Prozessen, keineswegs aber bei höheren psychischen Vorgängen zu finden sei [2]). Und doch soll die Anwendung dieser statistischen Methoden, wie schon in § 12 (S. 28) deutlich geworden sein wird, gerade dieser Variabilität so viel als möglich gerecht werden, und der sog. „konstante“ Fehler c ist eben nur der Repräsentant der Einzeläquivalente, weshalb er stets mit einem Streuungsmaß M oder dergl. als $\pm c \pm M$ usw. zusammen zu denken ist, das natürlich bei höheren psychischen Vorgängen besonders groß sein kann [3]). In Analogie zu dem allgemeinen Fechnerschen Terminus für diese repräsentative Funktion (vgl. § 15, S. 44) könnte man daher die Größe c wohl auch als „Fehlerhauptwert“ [4]) bezeichnen, da der Name des „mittleren Fehlers“ schon für das Streuungsmaß M festgelegt ist.

1) Die Abstraktheit des Begriffs der „physikalischen“ Schwelle s ersieht man auch daraus, daß sie bei größeren konstanten Fehlern auch in ihren Mittelwerten negative Werte annehmen kann, wie s_u in Fig. 12 b oder s_o in Fig. 12 c. Bei den „wahren“ Schwellen ist dies höchstens für einzelne (extreme) zufällige Werte möglich und auch hier nur durch die Beziehung auf den mittleren Äquivalenzwert A, nicht aber auf das jeweilige zufällige (hypothetische) Einzeläquivalent, das seinem Wesen nach stets zwischen den zufälligen Einzelwerten des r_o und r_u bleiben muß.

2) Vgl. Wundt, Grundz. der Physiol. Psychol. III[6], 1911, S. 77.

3) In einer ganz ähnlichen Richtung wie das oben erwähnte Mißverständnis liegt der Versuch A. Lehmanns, den „zufälligen Fehlern“ außer den „konstanten“ noch „variable Fehler“ gegenüberzustellen (Lehrbuch der psychologischen Methodik, S. 6 und 28ff.). Seine Gruppe der „konstanten“ oder „fast konstanten“ Fehler kann von den „gesetzmäßig“ variablen Fehlern methodisch auf keinen Fall getrennt werden. und wenn Lehmann außerdem auch noch von seiten seiner Auffassung der zufälligen Fehler, wonach diese ebenso leicht positiv wie negativ sollen ausfallen können, ein weiteres Motiv gewinnt, um auch ihnen die „variablen Fehler“ als besonders regellos schwankende in einer speziellen Gruppe gegenüberzustellen, so ist eben auch sein Begriff der „zufälligen Fehler“ zu enge gefaßt. Der einzige Hauptgegensatz muß immer derjenige der zufällig schwankenden Einzelwerte und des Hauptwertes bleiben, unter den dann nach S. 32f natürlich auch alle möglichen Bewegungen des Hauptwertes in der Zeit subsummierbar bleiben.

4) Dagegen ist der Name „Hauptfehler“ von Fechner bereits für eine bloße Komponente des „konstanten“ Totalfehlers verwendet, die er bei der Herstellungsmethode abgesehen von dem sog. „Raum- und Zeitfehler“ vorfindet und auf die wir S. 274 zurückkommen. Vgl. G. E. Müller, Gesichtspunkte, S. 194f.

Nach der Zurückführung der beobachteten Verteilungskurve auf die hypothetischen K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$ der Grenzreize ist aus ihnen bezüglich der Schwellenhauptwerte jedenfalls nur die ganze Strecke $r_o - r_u$ zu entnehmen, die ihrer Dimension nach im Verhältnis zu s_o, s_u und S_o, S_u als Doppelschwelle erscheint. Die mittlere Schwelle, für die der Gegensatz der physikalischen und inneren ja ohnehin verschwinden würde, gleichgültig, ob diesem Wert auch eine repräsentative Bedeutung zuerkannt werden kann, wäre also

$$s = \frac{s_o + s_u}{2} = S = \frac{S_o + S_u}{2} = \frac{r_o - r_u}{2}. \qquad [300]$$

2. Das Maximum der Gleichheitsfälle als bloßer Effekt der zufälligen Schwankungen der beiden Grenzabszissen r_o und r_u.

Hieraus ist aber nun für die Einteilung dieser Doppelschwelle in die wahren Schwellen S_o und S_u im einzelnen ohne neue Voraussetzungen gar nichts weiter zu entnehmen. Es besteht also insbesondere auch zwischen ihnen und dem aus den Urteilsdaten, d. h. aus $F_u(x)$, berechneten Hauptwert r_{gl} der Gleichheitsfälle keinerlei analytischer Zusammenhang. Auch wäre die Differenzierung, die jedenfalls wenigstens durch die zufälligen Schwankungen von r_o und r_u in das beobachtete Gebiet der Gleichheitsfälle hineinkommt und im Maximum $r_{gl}(\mathfrak{D})$ ihrer Kurve am meisten in die Augen fällt, eben deshalb für die Bestimmung jenes oben genannten „Optimums", das auch bei der Abstraktion von den Schwankungen im Gebiete zwischen den Grenzreizen anzunehmen ist, praktisch nur dann zu gebrauchen, wenn das Verhältnis zwischen den wahren Schwellen und dasjenige zwischen den beiden Schwankungsformen von $f_o(x)$ und $f_u(x)$ durch eine bekannte Beziehung verbunden wären, die außerdem auch jene aus diesen leicht genug abzuleiten gestattete. Denn r_{gl} sagt nichts Neues aus, sobald die Distanz $r_o - r_u$ (in beliebigen Hauptwerten) und die $f(x)$ gegeben sind. Nun haben wir schon S. 178 Gl. [232] gesehen, daß $r_{gl}(\mathfrak{D})$ stets analytisch notwendig mit dem Schnittpunkt von $f_o(x)$ und $f_u(x)$ zusammenfällt. Bei Symmetrie der beiden letzteren ist sogar, wie übrigens auch ohne jenen Satz klar ist, jeder Hauptwert $r_{gl} = \frac{r_o + r_u}{2}$. Im allgemeinen weichen diese Werte r_{gl} von dem a. Mittel der r_o und r_u auch in der Tat nur wenig ab, wie man vor allem bei Ableitung der Werte M_o und M_u, bzw. h_o und h_u nach § 30 oder § 31a erkennt. Auch könnte, bei gegebener Doppelschwelle, $f_o(x)$ zu $f_u(x)$ sich natürlich jederzeit so verhalten, daß r_{gl} dem gesuchten A selbst nahe bleibt, gleichgültig, wie sich dieses zu $\frac{r_o + r_u}{2}$ verhält. Indessen haben wir vorläufig kaum einen Anhaltspunkt für eine Annahme, aus der so etwas abzuleiten wäre, so daß man also auch mit jener Kontrolle nach dem Korrespondenzsatz [296] bei $r_{gl}(\mathfrak{D})$ oder $r_{gl}(\mathfrak{A})$ usw. zum mindesten nicht den Anfang machen wird.

3. Die konkrete Bedeutung der ausschließlichen Abgabe von Urteilen „größer“ und „kleiner“ für die Bestimmung des Äquivalentes.

Obgleich wir nun bei dem Versuch einer möglichst einfachen Definition eines Maßes für den Fehler und die wahren Schwellen S_o und S_u zunächst von dem hierfür entscheidenden Begriffe des subjektiven Äquivalentes A auf das Gleichheitsurteil geführt wurden, wäre doch die punktuelle Bestimmung dieses A dann am einfachsten und bei völlig konstanten Verteilungsgesetzen mit jener von Schwellen und Schwankungen noch völlig abstrahierenden Vorüberlegung S. 237 geradezu identisch, wenn überhaupt keine u-Fälle, sondern nur extreme Unterschiedsurteile vorkämen. (Nachdem dieses mittlere Urteilsgebiet überhaupt einmal ein K.-G. ist, würde die hier nicht weiter berücksichtigte empirische Einschränkung desselben auf ein einziges Abszissenintervall höchstens als eine für die allgemeine Methodik belanglose Zufälligkeit anzusehen sein.) Mit dieser Vereinfachung unseres Schemas meinen wir aber natürlich nicht etwa die willkürliche künstliche Aufteilung der u-Fälle nach Fechner, die schon S. 197 erwähnt wurde und zu einer Brauchbarkeit für die Fehlermessung doch wiederum die Lösung unseres Problemes voraussetzt, so daß sie dieses nur hinausschiebt. Es handelt sich vielmehr nur um die durch Jastrow, Kraepelin[1]) u. a. empirisch nachgewiesene Möglichkeit, daß viele V.-P. durch eine besondere Instruktion und Einübung dazu gebracht werden können, sich in jedem auch im übrigen vollwertigen Einzelversuch der Vollreihe für eines der beiden Verschiedenheitsurteile zu entscheiden, so daß bereits das natürliche Schema der Urteilskurven in die beiden kontradiktorischen Komplemente $F_g(x)$ und $F_k(x)$ zerfällt, das S. 171 ff. (Fig. 7) zuerst analysiert wurde. Durch diese besondere Einstellung wird also wahrscheinlich eine zunächst unklare Verschiedenheit des Auffassungszustandes der einzelnen Stufen des mittleren Urteilsgebietes vollends geklärt, falls diese schon S. 250 genannte Bewußtseinshypothese im Rechte ist, oder die jedenfalls vorhandene dispositionelle Differenzierung durch besondere Auffassungsbedingungen zu dem nämlichen Endeffekte neu aktualisiert. Die Bewußtseinsvorgänge, die bei der Auffassung und Wiedergabe der entscheidenden Relation beteiligt sind, enthalten eben vor allem bei den geringeren Unterschieden zwischen N und V, die bei normaler Aufmerksamkeitsspannung für die Unsicherheitsregion allein in Frage kommen, selbst bei den einfachsten Vergleichswahrnehmungen ein sehr kompliziertes Ineinander übereinstimmender und differierender Momente. Ihre völlig gleichmäßige Apperzeption würde wohl vor allem nur ein ziemlich indifferentes Ähnlichkeitsbewußtsein herbeiführen, das der Unentschiedenheit zwischen g und k verwandt ist und daher das u-Gebiet sogar noch bedeutend über das gewöhnlich bereits ziemlich beschränkte Maß der tatsächlich beobachteten u-Fälle hinaus erweiterte. Sowohl das ausgesprochene Gleichheits- als auch das als g oder k bestimmte Verschiedenheits-Bewußtsein setzt dann besondere Apperzeptionsprozesse voraus, bei denen die subjektive Tendenz zur Vergegenwärtigung einer genau bestimmten Relation offenbar auch dispositionelle Momente, die

1) Vgl. G. E. Müller, Gesichtspunkte S. 14 u. 84.



bei indifferenterer Einstellung zur sicheren Vergegenwärtigung der einen oder anderen Relation noch nicht ausreichen, zu einem solchen Effekte zu ergänzen vermag. Auch sind doch schon bei den allgemein als normal anerkannten Versuchen neben dieser Wirkung der Konzentration auf die spezielle Aufgabe überhaupt stets wenigstens noch die besonderen hierher gehörigen Verschiebungen der Relationsauffassung im Spiele, die durch die Einübung im allgemeinen sowie durch die spezielle Adaptation an eine bestimmte Feinheit der Abstufung herbeigeführt werden. Natürlich ist der logische Prozeß bei dieser Tendenz, niemals bei einem unentschiedenen Urteil stehen zu bleiben, ein sehr komplizierter. Von einer ganz allgemeinen Forderung aus, nur Urteile ohne solche spezielle Beeinflussung und mit dem Sicherheitsgrad, der bei der Zulassung von drei Hauptfällen für g und k im allgemeinen erreicht wird, in der Psychophysik zuzulassen, hat man sich daher prinzipiell gegen die Brauchbarkeit eines solchen Verfahrens ausgesprochen. Indessen reicht eben hier die Unwissentlichkeit hinsichtlich der Richtung der Verschiedenheit schon allein dazu aus, um aus der immerhin mit einem gewissen Minimum der Sicherheit gefällten Unterscheidung von g und k theoretisch mit Sicherheit auf unklare Relationsmomente oder wenigstens psychische Dispositionen dieser Art zurückzuschließen, die für die Angabe des subjektiven Äquivalentes von Bedeutung sein können und durch eine andere Methode, die nur mit höheren Sicherheitsgraden und ohne jene spezielle Pointierung der Verschiedenheitsapperzeption arbeitet, überhaupt nicht zu fassen wären. Denn der gewöhnliche Effekt einer solchen Instruktion ist ja nicht der, daß das u-Gebiet einseitig der g- oder k-Seite zufiele, sondern es findet wirklich eine Aufteilung statt, bei der allerdings zufällige Momente im Spiele sind, die aber im wesentlichen doch aus solchen psychischen Dispositionen bestehen dürften, wie sie auch schon oben bei der Annahme, daß der Äquivalenzwert A ein Optimum der Gleichheitsrelation darstelle, in Betracht gezogen wurden. Solche Versuche sind aber auch natürlich an sich von hohem psychologischen Interesse, und es erscheint kaum zweifelhaft, daß man durch eine andersartige Einstellung, die derjenigen bei der Methode der Herstellung (s. unten) verwandt sein dürfte, umgekehrt auch einmal die Geichheitsauffassung apperzeptiv begünstigen könnte, die bei den gewöhnlichen Versuchen vielleicht schon durch den Gedanken an die Unterschiedsempfindlichkeit, der bereits eine der eben behandelten Instruktion verwandte Einseitigkeit enthält, gegenüber den g- und k-Fällen benachteiligt sein wird. Für die Praxis der Fehlermessung wäre dies nach dem Gesagten allerdings von ganz sekundärer Bedeutung, könnte aber vielleicht durch die Vergrößerung der Schwellen manche später zu nennende Einflüsse auf die Schwelle deutlicher herausarbeiten lassen. Bei einer speziellen Untersuchung aller dieser Einflüsse der Relationsapperzeption überhaupt durch die Vergleichsmethode, bei der natürlich noch mehrere Möglichkeiten systematisch zu variieren wären, würde aber freilich die Ableitung der Verteilungsfunktion bei möglichst freier und indifferenter Einstellung den natürlichsten Ausgangspunkt bilden.

Bei zwei kontradiktorisch komplementären Verteilungen $F_g(x)$ und $F_k(x) = 1 - F_g(x)$ ist nun $r_o - r_u = 0$, d. h. es verschwinden die Schwellen vollständig, und das Urteilsgebiet zwischen den Hauptwerten r_o und r_u, das

von dem punktuellen Äquivalenzwert A geteilt werden sollte, wird selbst die punktuelle mittlere Grenzscheide zwischen den g- und k-Urteilen, d. h. es ist

$$r_o = r_u = r_{gl} = A. \quad [301]$$

Je nach der Wahl des Hauptwertes werden also hierbei direkt A(𝔄), A(ℭ) oder A(𝔇) gefunden, die dem einzigen hypothetischen K.-G. $f_o(x) = f_u(x) = f(x)$ zugehören, der hierbei aus der Beobachtung abzuleiten ist, und die bei dessen Symmetrie zusammenfallen. Der Zentralwert A(ℭ) ist zugleich nach dem früher Gesagten mit dem Schnittpunkte der beiden Urteilskurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$, dessen Ordinate $z = \frac{1}{2}$ ist, identisch. Derartige Versuchsresultate ohne u-Fälle stellen aber nun offenbar bezüglich der Umkehrbarkeit nach dem Korrespondenzsatze eine besonders interessante Frage. Denn wenn die Bedingungen bei einer Untersuchung, die nach S. 249 eine hinreichende Anzahl von Vollreihen enthält, um das wahre Äquivalent A als neues N mit zu umfassen, die Umkehrbarkeit des so berechneten Wertes ermöglichten, würde natürlich auch die ganze Instruktion eine größere psychologische Bedeutung erlangen, als ihr z. B. von G. E. Müller zugestanden wird.

4. Der Schnittpunkt der Verteilungskurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ als Äquivalenzwert.

Ähnlich wie aber nun die Reizstufe mit der rel. H. $\frac{1}{2}$ der Unterschiedsurteile schon Volkmann für die Schwelle unmittelbar als repräsentativ erschien, ist in letzter Zeit F. M. Urban für den schon S. 248 und soeben zuletzt wieder genannten Schnittpunkt der g- und k-Kurve als Hauptwert der Äquivalenz ganz allgemein, also auch für den gewöhnlichen Fall eingetreten, daß nicht nur extreme Urteile, sondern alle drei Hauptfälle vorkommen.[1]) Er suchte freilich diese Auswahl der Reizstufe, für welche die Wahrscheinlichkeit eines g-Urteiles gleich der eines k-Urteiles ist, seinerseits a. a. O. durch den empirischen Nachweis zu begründen, daß dieser Schnittpunkt in Wirklichkeit dem arithmetischen Mittel der Zentralwerte der Grenzreize, also dem Werte

$$\frac{r_o(\mathfrak{C}) + r_u(\mathfrak{C})}{2}$$

sehr nahe komme. Wollte man aber den letzteren als den idealen Äquivalenzwert A betrachtet, so wäre dies mit der Voraussetzung identisch, daß die obere und untere Schwelle S_o und S_u einander gleich wären, was im allgemeinen wenigstens nicht genau zutrifft. Trotzdem dürfte aber wohl dem Urbanschen Schnittpunkts-Äquivalent eine besondere Wichtigkeit zukommen. Denn zunächst erscheint es nach der vorigen Analyse der Relationsauffassung ganz plausibel, daß die Abszisse x zu $F_g(x) = F_k(x)$

1) Archiv f. d. ges. Psychologie, Bd. 15, S. 353.

bei jener ausdrücklichen Differenzierung aller u-Fälle von dem analogen Werte bei der normalen Einstellung mit drei Hauptfällen nicht abweichen wird. Denn die Disposition zur Assimilation der mittleren Fälle nach beiden Seiten dürfte bei jeder Reizstufe im wesentlichen der Wahrscheinlichkeit der sicheren Verschiedenheitsurteile dieser Stufe proportional sein, wodurch also der Schnittpunkt der Kurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ erhalten bleiben muß. Das gesuchte Optimum selbst erscheint hiernach im Punkte des Gleichgewichtes dieser beiderseitigen Attraktion, d. h. eben im Schnittpunkt der k- und g-Kurve mit seiner gleichen Wahrscheinlichkeit für beide Unterschiedsurteile gelegen. Dieser Schnittpunkt, für den wir im folgenden das einfache Symbol $r(\asymp)$ einführen wollen, ist ohne spezielle Voraussetzung von demjenigen der hypothetischen K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$, also z. B. von $r_{gl}(\mathfrak{D})$, wie überhaupt von jedem anerkannten Hauptwerte analytisch völlig unabhängig, was somit auch für das von ihm abhängige Teilungsverhältnis $S_o : S_u$ gelten würde. Macht man aber nun die spezielle Voraussetzung der Gültigkeit der Φ-Funktion für die Urteilskurven nach § 31a, so gilt für $r(\asymp)$ eine überaus einfache Gesetzmäßigkeit die schon F. M. Urban später selbst hervorhebt[1]), aber neben seiner oben genannten rein empirischen Beziehung zu $\frac{r_o(\mathfrak{C}) + r_u(\mathfrak{C})}{2}$ noch nicht weiter als Begründung der Repräsentationsfähigkeit von $r(\asymp)$ verwertet, wahrscheinlich, weil sie jener Beziehung im allgemeinen, genau genommen, widerspricht und daher gerade für die Abweichung des $r(\asymp)$ von dem einfachen arithmetischen Mittel der Schwellen-Zentralwerte $r_o(\mathfrak{C})$ und $r_u(\mathfrak{C})$ in Betracht kommt. Es ist nämlich dann[2])

$$(r_o - r(\asymp)) : (r(\asymp) - r_u) = h_u : h_o. \qquad [302]$$

Die aus $r(\asymp)$ berechneten wahren Schwellen, die wir analog durch $S(\asymp)$ kennzeichnen wollen, sind also einfach der Präzision ihrer Bestimmung indirekt proportional, oder es gilt

$$S_o(\asymp) : S_u(\asymp) = h_u : h_o \qquad [302a]$$

Hiermit ist der vorgeschlagene Äquivalenzwert $r(\asymp)$ allerdings zunächst wieder nur ebenso, wie es oben auch für r_{gl} unter Voraussetzung spezieller Verteilungsgesetze für möglich erklärt wurde, zu der Streuungsform der Verteilungsfunktion der hypothetischen K.-G. $f_o(x)$ und $f_u(x)$, noch nicht aber zu einem bereits bekannten Verhältnisse der Hauptwerte der wahren Schwellen selbst in Beziehung gesetzt. Schon Fechner hat aber seinerzeit den Satz, daß die Unterschiedsempfindlichkeit dem Präzisionsmaße des einzigen K.-G. f(x), der bei seiner S. 197 genannten Aufteilung noch übrig blieb, umgekehrt proportional sei, sogar zur einzigen Grundlage der Schwellen-

1) a. a. O. XVI, S. 202.

2) Dieser Satz folgt unmittelbar aus Gl. [271] und [272] S. 200f., da unter Voraussetzung der Φ-Funktion für $F_g(x)$ und $F_k(x)$ hiernach für $x = r(\asymp)$ einfach

$$\Phi\, h_0(x - r_0) = -\Phi\,(h_u(x - r_u)) = \Phi\,(h_u(r_u - x))$$
$$h_0(x - r_0) = h_u(r_u - x)$$
$$(x - r_0) : (r_u - x) = h_u : h_0.$$

bestimmung überhaupt machen wollen (s. auch unten S. 273 f.), und G. E. Müller hat trotz seiner Polemik gegen diese künstliche Beseitigung der eigentlichen Schwelle $r_o - r_u$ bereits in seiner Grundlegung wenigstens die ungefähre empirische Gültigkeit der indirekten Proportionalität der richtig berechneten Schwellen zum Präzisionsmaße anerkannt. Hiermit steht aber gerade die Auffassung des Urbanschen Wertes $r(><)$ als Teilungspunkt A des Gebietes $r_o - r_u$ unter Voraussetzung des einfachen E.-G. für die Schwellenschwankungen im besten Einklang. Daß dann Urban gleichzeitig auch eine gute Übereinstimmung seines Wertes mit

$$\frac{r_o(\mathfrak{C}) + r_u(\mathfrak{C})}{2}$$

fand, beruhte nur auf der zufälligen mittleren Gleichheit der von ihm für seine sieben V.-P. abgeleiteten oberen und unteren Präzisionsmaße bei Gewichtsversuchen (vgl. S. 145). Es war nämlich (a. a. O. XVI, S. 192) zufällig das Mittel von $h_o = 0{,}121$ und von $h_u = 0{,}120$.[1]) Er hat sich aber später auch noch aus dem gesamten hier schon öfters zitierten Kellerschen Material über Vergleichungen von Schallintensitäten nach der Methode der mehrfachen (fünf) Fälle für die zwei S. 179 genannten Reduktionen die beiden Präzisionsmaße nach der Φ-Hypothese berechnen lassen.[2]) Hier wurde das Mittel aus vier Beobachtern und drei verschiedenen Reizstufen bei der ersten Reduktionsform

$$h_o = 0{,}131 \text{ und } h_u = 0{,}142$$

und bei der zweiten Form

$$h_o = 0{,}143 \text{ und } h_u = 0{,}156,$$

woraus sich an der Hand des Urbanschen Äquivalenzwertes $r(><)$ einerseits eine geradezu überraschend gute Übereinstimmung der beiderseitigen Verhältnisse der von Müller als „Überschwellen" bezeichneten Werte für g und k und derjenigen für die einfachen Schwellen für g und k ergibt, nämlich

$$\mathfrak{S}_o(><) : \mathfrak{S}_u(><) = 1{,}084 : 1$$
$$S_o(><) : S_u(><) = 1{,}09 \ : 1,$$

andererseits aber nunmehr in der Tat auch eine kleine Abweichung der $r(><)$ von $\frac{r_o + r_u}{2}$ im Sinne des Weberschen Gesetzes. Da der Schnittpunkt zweier Kurven von Zufälligkeiten in verstärktem Maße abhängig ist, wird für den Urbanschen Äquivalenzwert $r(><)$ noch mehr wie für die anderen Hauptwerte der Vorteil der Ausgleichung nach einem speziellen Verteilungsgesetze zur Geltung kommen. Doch kann man auch für ihn, falls die empirischen Kurven bereits regelmäßig genug aussehen, das unmittel-

1) Über die Berechnung von h_o und h_u nach dem Müller-Urbanschen Verfahren vgl. S. 210 ff.

2) Archiv f. d. ges. Psychologie, XVII, 1910, S. 383.



bare Interpolationsverfahren nach S. 58 anwenden. Die allgemeine theoretische Bedeutung der Sätze, die aus der Φ-Hypothese bei gegenseitiger Unabhängigkeit von h_0 und h_u abzuleiten sind, läßt dabei den Wert r (><) auch nach dem unmittelbaren Verfahren noch wichtig genug erscheinen. Bei der schon S. 215 angedeuteten häufigen Übereinstimmung der Präzisionsmaße $h(\mathfrak{A}) = \frac{1}{M(\mathfrak{A})\sqrt{2}}$ nach dem unmittelbaren Verfahren mit dem h nach dem Müller-Urbanschen Verfahren läßt sich schließlich auch noch der sehr bequeme Mittelweg empfehlen, unter Einbeziehung von [240], [242], [254] und [255] aus der Gleichung

$$(r_0(\mathfrak{A}) - r'(\times)) : (r'(\times) - r_u(\mathfrak{A})) = M_0(\mathfrak{A}) : M_u(\mathfrak{A})$$

den leicht dem Gedächtnis einzuprägenden Wert

$$r'(\times) = \frac{r_0(\mathfrak{A}) \cdot M_u(\mathfrak{A}) + r_u(\mathfrak{A}) \cdot M_0(\mathfrak{A})}{M_0(\mathfrak{A}) + M_u(\mathfrak{A})} \qquad [303]$$

zu berechnen, der nur bei Gleichheit der beiden mittleren Fehler zu $\frac{r_0(\mathfrak{A}) + r_u(\mathfrak{A})}{2}$ wird. Es werden also einfach die beiden nach dem Prinzip des a. Mittels bestimmten Grenzreize mit Gewichten gemischt, die dem Streuungsmaße der Gegenseite gleich sind.

5. Die Verwertung der Abhängigkeitsbeziehung zwischen Schwelle und Reizstufe (des Weberschen Gesetzes u. ä.) zur Bestimmung des Äquivalentes und die korrekte Ableitung solcher Beziehungen.

Manchmal nahm man auch ohne weiteres an, daß auf Gebieten, auf denen man das Webersche Gesetz für die Abhängigkeit der Unterschiedsschwelle s von der Reizstufe voraussetzen könne, auch stets das geometrische Mittel der Grenzreize $\sqrt{r_0 \cdot r_u}$ als der gesuchte Äquivalenzwert (Schätzungswert) anzusehen sei. Wo dagegen die absolute Konstanz der Unterschiedsschwelle gelte, da sei auch das einfache arithmetische Mittel $\frac{r_0 + r_u}{2}$ der gegebene Schätzungswert. Obgleich aber diese Berechnung der neuen Unbekannten A, bzw. S_0 und S_u mit Recht direkt auf Gesetzmäßigkeiten über die Schwellen selbst, nicht nur über die Streuungsform ihrer K.-G. zu fußen bestrebt ist, wäre eine so einfache Übertragung von Beobachtungen über Abhängigkeiten, bei der man sehr spezielle, entscheidende Nebenumstände der Ableitung nicht mit in Betracht zieht, unter Umständen weniger richtig als jene indirekten Bestimmungen des Äquivalenzwertes an der Hand einer Gesetzmäßigkeit, der wirklich eine große Allgemeingültigkeit zuzuschreiben ist. Das Webersche Gesetz gilt aber längst nicht mehr als eine Formel, nach der man bei gegebenen Intensitäten und Extensionen aus den physikalischen Reizmaßen die Unterschiedsschwellen sicher berechnen könnte. Es ist vielmehr ein hypothetisches Prinzip, das aus häufig sehr unregelmäßigen Steigerungen der Schwelle beim Anwachsen der beurteilten

Reizquantitäten immer nur dadurch herausgelesen werden kann, daß man die überall zugleich beobachteten Störungen der einfachen Proportionalität der Schwelle zur Reizstufe auf allerlei Nebenumstände zurückführt, von denen hier nur die Abweichungen der Maßverhältnisse der Sinneswahrnehmung von den objektiven Reizmaßen, die Einflüsse der Aufmerksamkeit und Merkfähigkeit und vor allem die Eigentümlichkeit der speziellen Messungsmethode hervorgehoben seien. Insbesondere ist eine irgendwie einfachere Abhängigkeit der Schwellen von der Reizstufe, sei es nun nach dem Weberschen oder irgend einem anderen Gesetze, immer nur dann zu erwarten, wenn die zu einer empirischen Abhängigkeitsfunktion geordneten Schwellen wirklich unter genau den nämlichen subjektiven Bedingungen abgeleitet wurden. Dies ist aber gerade dann immer nur sehr bedingt zuzugeben, wenn die Schwelle der einen Stufe eine „obere", diejenige der anderen eine „untere" in dem Sinne ist, daß sie in verschiedenen Regionen einer auf den nämlichen Normalreiz N bezogenen Vollreihe vorkam. S_0 und S_u sind in dieser Hinsicht nämlich nur dann wirklich vergleichbar, wenn durch entsprechende Variation des Normalreizes N die hier stets als Ideal vorausgesetzte Unwissentlichkeit bezüglich der Reizstufe erreicht war, welche bei der Ableitung von $F_g(x)$ und $F_k(x)$ als Normalreiz festgehalten werden soll. Bei den bisher üblichen Vollreihen aber, bei denen der Normalreiz meistens innerhalb der ganzen Reihe konstant gehalten wurde oder der V.-P. sogar ausdrücklich bekannt gegeben war, ist einerseits das Sinnesorgan an diese mittlere Reizstufe N besonders angepaßt, und außerdem schleicht sich allmählich eine „absolute" Schätzung des V gemäß einer Vorstellung vom Normalreize N ein, die von allen früheren Wahrnehmungen herstammt und zugleich durch allerlei Assoziationen und dergl. modifiziert ist. Das Resultat dieser Schätzung wird also von der jeweiligen Neu-Auffassung der unmittelbar vorhergehenden Reizstufe teilweise unabhängig. Am stärksten ist diese eigenartige perzeptive und apperzeptive Adaptation wohl bei der Ableitung oberer und unterer Veränderungsschwellen ausgeprägt, bei denen der Normalreiz die konstante Erregung ist, die dann einfach vorübergehend vermehrt oder vermindert wird. Gerade hier läßt sich aber bei Intensitäten und Extensionen im allgemeinen feststellen, daß die Vermehrung leichter auffällt als die Verminderung.

Die spezielle Prüfung des Weberschen Gesetzes geschah aber ja auch mit Recht in der Weise, daß der Normalreiz selbst in verschiedenen Reihen variiert wurde, wobei die Schwelle stets nach dem nämlichen Schema abgeleitet wurde. Am unmittelbarsten und frei von allen Hypothesen über die Lage des Äquivalenzwertes A erkennt man also diese Abhängigkeit aus der ganzen Doppelschwelle $s_0 + s_u = S_0 + S_u = r_0 - r_u$ für verschiedene Normalreize N_I, N_{II} .... N_r. Hat man aber dann die Versuche hiezu in der oben genannten Weise so kombiniert, daß diejenigen, die in dem nachträglichen Schema der Verteilungsfunktionen für den Normalreiz N_I zur Kurve der g-Urteile $F_g(x)_I$ hinzugehören, in einem anderen Schema für einen entsprechend größeren Normalreiz N_{II} dagegen bei der Verteilungsfunktion des k-Urteile $F_k(x)_{II}$ in Betracht kommen, so kann in solchen Schematen bezüglich des Verhältnisses zwischen S_0 und S_u kein Widerspruch zu der allgemeinen Gesetzmäßigkeit über die Ab-

hängigkeit der Schwelle von der Reizstufe mehr enthalten sein. Bei geringer Ausdehnung des gesamten Unsicherheitsbereiches $E_0 - E_u$ wäre allerdings selbst bei der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes keine große Differenz zwischen S_0 und S_u zu erwarten. Bisher waren indessen auch auf Gebieten, auf denen S_0 unter sonst gleichen Bedingungen S_u in der Tat überwiegen müßte, beim Wegfall besonderer Fehler s_0 und s_u oft nur deshalb annähernd gleich, weil die Differenz durch die apperzeptive Anpassung an den Normalreiz kompensiert wurde. In der genannten Weise wäre aber dann eben nicht nur diese spezielle Abhängigkeit der Schwelle von der Reizstufe, sondern jede sonstige funktionelle Beziehung der Schwellen zu anderen Größen, also z. B. auch zu den oben genannten Präzisionsmaßen, erst noch genauer zu prüfen, als dies bisher geschehen war. Dabei ist die relativ geringe Zahl von Einzelversuchen, die insbesondere bei der Verwertung der arithmetischen Mittel r_0 (𝔄) usw. fernerhin für jede Vergleichsbedingung genügen wird, eine wesentliche Voraussetzung dazu, daß die bedeutend größere Zahl verschiedenartiger Einzelversuche, die zu diesen systematisch bedingten Variationen in den verschiedenen Richtungen notwendig werden, immerhin wenigstens schneller und daher auch unter konstanteren Bedingungen erledigt werden können, als wenn man auch noch jede Vergleichsbedingung sehr oft wiederholen müßte. Daneben wirkt aber doch auch oft der Umstand vereinfachend, daß viele psychologische Einflüsse, z. B. im Gebiete der sog. optischen Täuschungen, so kräftige sind, daß der resultierende Totalfehler c den Unsicherheitsbereich weit überschreitet[1]) und die Frage nach dessen Untereinteilung durch den Äquivalenzwert nur noch eine sekundäre Bedeutung besitzt. Die Einflüsse von Variationen, die zur Analyse der Komponenten so deutlicher Wirkungen vorgenommen werden, können dann mittelst der Annahme des einfachen a. Mittels $\frac{r_0 + r_u}{2}$ als Äquivalenzwert wohl hinreichend genau verfolgt werden.

d) Die Berücksichtigung der Schätzung nach dem absoluten Eindruck.

Durch die Voraussetzung, daß die Stellung einer Reizstufe als Haupt- oder als Vergleichsreiz bei ihrer Einbeziehung in eine Vollreihe an den mit der „Lage“ gesetzten Auffassungsbedingungen eigentlich gar nichts in kontrollierbarer Weise ändern darf, wollte diese Theorie der Fehlermessung insbesondere auch einen ganz speziellen Einfluß ausschalten, der Müller zum ersten Male bei seiner mit Martin angestellten Untersuchung über Hebung von Gewichten aufgefallen war, und von ihm als eine Verschiedenheit der sog. „Schätzung nach dem absoluten Eindrucke“ bei dem jeweiligen N und V gedeutet wurde[2]). Es ist bekannt, daß wir Dinge als

1) Wie aus Fig. 12, S. 251 und Gl. [265] und [296] zu ersehen ist, wird, je nachdem der Fehler A — N' oder A — N'' positiv oder negativ ist, die eine der beiden Schwellen s_u oder s_0, bzw. S_u oder S_0 negativ.

2) Martin und Müller, Zur Analyse der Unterschiedsempfindlichkeit, 1899, und Müller, Gesichtspunkte usw. S. 113ff. Vgl. auch meine Dissertation „Vorstellungs- und Gefühlskontrast“, Zeitschr. für Psych. u. Physiol. d. Sinnesorg., Bd. 18, 1898, S. 59ff. und Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene 1908, S. 164.

schwer oder leicht, groß oder klein schlechthin bezeichnen, offenbar auf Grund von Erwartungen, die von unseren Erfahrungen an ähnlichen oder aus irgend welchen Gründen für uns gerade „maßgebenden" Gegenständen der gleichen Dimension überhaupt herstammen. Bei Vergleichung einer gegebenen Größe mit einer ganz bestimmten anderen, mit der wir sie „eigentlich" vergleichen wollen, mischt sich nun diese Angleichung an jene schwer kontrollierbaren Maßstäbe des absoluten Eindruckes jederzeit in die Beurteilung der beiderseitigen Relation mit ein, oder diese wird gewissermaßen durch die Komponenten des absoluten Eindruckes mitbestimmt. Geschähe nun die Angleichung von N und V an den fremden Maßstab als sekundären „Normalreiz" beiderseits völlig gleichmäßig, so könnte das Endresultat offenbar keine wesentliche Verschiebung des Fehlers ergeben. G. E. Müller hat denn auch bei einer willkürlichen Einstellung in dieser Richtung wirklich keine deutlichere Störung der (nach S. 238 erweiterten) Umkehrbarkeit des Lagefehlers finden können. Im allgemeinen ist aber vor allem dann, wenn N und V als solche bekannt sind, eine unwillkürliche Bevorzugung dieses absoluten Eindruckes des Vergleichsreizes V vorhanden, besonders bei den größeren Differenzen zwischen N und V. Müller geht bei seiner Formulierung dieser Tatsachen wieder von der speziellen Voraussetzung der Kongruenz der Verteilungskurven bei idealer Umkehrbarkeit des Fehlers aus (vgl. S. 249), die er eben durch die besondere Vergleichsweise gestört fand. Dabei zeigte sich die sog. „generelle Urteilstendenz", bei gleicher wirksamer Differenz mehr richtige Fälle zu ergeben, wenn V an zweiter Stelle kam, als wenn es vorausging. Hieraus kann man allerdings zunächst bezüglich des Fehlerhauptwertes noch keine notwendige Veränderung beim Wechsel der Lage von N und V ableiten, sondern nur eine Veränderung der Doppelschwelle $r_0 - r_u$ und des mittleren Präzisionsmaßes.

Erst bei den einseitigen „positiven" oder „negativen" Typen der Urteilstendenz, bei denen auch die Richtung der Verschiedenheit für diese Bevorzugung der absoluten Schätzung des V maßgebend wird, verschiebt sich mit dem Lagewechsel notwendig auch das Verhältnis der physikalischen Schwellen s_0 und s_u, woraus sich eine Änderung des konstanten Fehlers c (vgl. S. 251f.) und des Verhältnisses von h_0 und h_u ergibt. Offenbar gehören aber diese Einzelheiten, welche durch die von Whipple[1]) bereits begonnene Variation des N in größerem Umfange in der S. 245 genannten Weise noch allgemeiner zu untersuchen wären, nicht mehr zu den allgemeinen methodischen Erörterungen, die sich mit dem Hinweis auf diesen wichtigen Faktor und die empirisch nachgewiesene Hauptrichtung seines Einflusses begnügen müssen.

1) An analytic study of the memory image und the process of judgment in the discrimination of clangs and tones. Am. Journ. of Psych. XII, 1900, S. 409 m. XIII, 1901, S. 219.

Kapitel 9.

Die historischen Hauptmethoden der Schwellen- und Fehlermessung.

35. Die Herstellungsmethode.

a) Die Notwendigkeit der Ersetzung der verschiedenen früheren Methoden durch ein einziges vollkommeneres Verfahren.

Nimmt man die früheren Ausführungen des siebenten Kapitels zum letzten Paragraphen hinzu, so sind darin nunmehr alle wesentlichen methodischen Gesichtspunkte entwickelt, die zur exakten Bestimmung von Schwellen und Fehlern notwendig werden. Man kann hiernach offenbar, genau genommen, nur von einer exakten Methode hierfür sprechen. Sie besteht eben in der Ableitung von „vollständigen Reihen" (Vollreihen) der schon S. 188 und 244 beschriebenen Art, deren Abstufungen sich möglichst von E_u bis E_0 des Schemas Fig. 8a zu erstrecken haben. Will man nur die Doppelschwelle $r_0 - r_u = s_0 + s_u = S_0 + S_u$ kennen, so ist alles Erforderliche schon im 7. Kapitel zu finden. Auch wenn es aber nur auf die Schwelle, nicht auch auf den Fehler (Totalfehler) ankommt, ist es am besten, wenn man die Vollreihe nach den S. 245 angegebenen Gesichtspunkten, insbesondere durch eine geeignete Anzahl von Zusatzversuchen, so ableitet, daß der V.-P. hierbei die Lage des N und V unbekannt bleibt. Denn dann ist sie auch dem Totalfehler, mit dem sie bisweilen in psychologischer Beziehung steht, richtig zuzuordnen, der seinerseits nur unter dieser Bedingung allgemeingültig genug abzuleiten ist, vorausgesetzt, daß die zuletzt diskutierte Frage nach dem Fehlerhauptwerte entschieden ist. Die Notwendigkeit einer empirischen Kontrole seiner Berechnungsweise an der Hand des Korrespondenzsatzes [296] dürfte vorläufig allerdings noch eine größere Anzahl von Vollreihen erforderlich machen. Dabei wird es dann auch wieder von besonderem Vorteil sein, daß unser unmittelbares Verfahren durch Einbeziehung des arithmetischen Mittels die Vollreihen bezüglich der erforderlichen Zahl von Einzelversuchen wesentlich entlastet.

Falls daher diese Methodik nur den zukünftigen Untersuchungen von Fehlern und Schwellen als solchen dienen sollte, könnte man auf eine spezielle Darstellung der historischen „Maßmethoden" Verzicht leisten, da keine derselben allen bisher für richtig erkannten Gesichtspunkten Rechnung trägt. Sonst würden sie ja nach dem Gesagten vor allem auch keine Mehrzahl bilden, die nur dadurch möglich wurde, daß sie immer nur einzelne Hauptmomente der einen genauen Methode für sich herausgriffen und mitunter auch mit neuen eigenartigen Faktoren verbanden, die für den Ausfall des Resultates irrelevant oder bisweilen sogar nachteilig sind. Da sie aber trotzdem wenigstens vielfach brauchbare Näherungswerte ergaben und dadurch einen vorläufigen Überblick über wichtige Gesetzmäßigkeiten ermöglichten,

so sollen sie im folgendem zunächst zur Orientierung über die Literatur in den wesentlichsten Punkten skizziert und zu der einen vollkommenen Methode ins Verhältnis gesetzt werden. Aus dieser Angleichung entspringen aber dann doch auch wiederum Gesichtspunkte, deren Verfolgung die Resultate dieser historischen Methoden als Effekte bestimmter Einstellungen und Wahrnehmungsbedingungen psychologisch verständlich machen kann. Ja vielleicht gewinnen manche derselben dadurch sekundär sogar noch einmal eine neue aktuelle Bedeutung auf rein empirischer Grundlage.

b) Das Wesen der Herstellungsmethode.

Am ehesten könnte man noch dem von G. E. Müller als „Herstellungsmethode" bezeichneten Verfahren einen selbständigen Wert zuerkennen, bei dem das ganz neue Moment hinzukommt, daß die V.-P. selbst ein variables Vergleichsobjekt in den einzelnen Versuchen immer wieder von neuem so einstellt, daß es zu einem gegebenen Normalreiz in einer vorgeschriebenen Relation steht. An und für sich wäre diese Aufgabe also zunächst allgemein genug, um z. B. die Herstellung eines beliebig verschiedenen Reizes unter sich zu befassen. Doch gewinnt sie natürlich erst dadurch eine bestimmtere Gestalt, daß die inhaltliche Grundlage der vorgeschriebenen Beziehung eine enger begrenzte ist. Im Gebiete der Verschiedenheitsrelationen aber gilt dies höchstens für den Grenzzustand der sog. „ebenmerklichen Verschiedenheit", deren Bewußtsein schon E. H. Weber für eindeutig genug erachtete, um eine Untersuchung der Abhängigkeit der hierzu erforderlichen Reizdifferenz von der Quantität der Vergleichsreize mit der Ableitung der nach ihm benannten Gesetzmäßigkeit zu identifizieren. Sobald nun eine solche auf bestimmte Stufen des V beschränkte Relation als Ziel der Einstellung vorgeschrieben ist, bilden die Endergebnisse der einzelnen Versuche einen einfachen K.-G., wie es schon S. 34 an einem derartigen Beispiele erläutert wurde. Die Verteilungskurve eines solchen K.-G. ist dann auch den mit der X-Achse geschlossenen Kurven der Methode der Vollreihen verwandt. So steht z. B. der K.-G. der eben genannten Einstellung auf ebenmerkliche Verschiedenheit zu den S. 165 und 179 genannten Häufigkeitskurven der passiven Beurteilung gegebener Reizstufen als „ebenmerklich größer" bzw. „ebenm. kleiner" bei fünf Hauptfällen **g**, $_g$, u, $_k$, **k** in Beziehung, die ebenfalls mit der X-Achse geschlossen sind.

Die natürlichste Anwendung dieser Methode besteht aber wohl in der wiederholten Einstellung auf subjektive Gleichheit, die von Wundt einfach als „Methode der Gleicheinstellung"[1]) bezeichnet wird, und an die auch in jenem Beispiel S. 34 zunächst allein gedacht war. Sie wurde vor allem in der physikalischen Photometrie angewandt, wobei sie als das einfachste Hilfsmittel erschien, um trotz der Unterschiedsschwelle, deren Bedeutung gerade auf diesem Gebiete von Bouguer[2]) und Lambert[3]) zuerst erkannt wurde, bzw. trotz der Unsicherheit jedes einzelnen Angleichungs-

1) Grundzüge der Physiol. Psychologie I[6], S. 595.
2) Traité d'optique sur la gradation de la lumière. 1760.
3) Photometrie, deutsch von Anding, Ostwalds Klassiker der ex. Wiss. Nr. 31 bis 33.

versuches überhaupt, in dem Mittelwerte der oft wiederholten Einstellung ein brauchbares Äquivalent des Normalreizes zu liefern. Steinheil[1]) erkannte aber auch bereits eine zweifellose Beziehung des Streuungsbereiches der zufällig wechselnden Endstellungen der Einzelversuche, ausgedrückt durch den wahrsch. Fehler P (s. S. 109), zu der Unterschiedsschwelle s, die freilich zunächst im wesentlichen nur indirekt in der beiderseitigen Proportionalität zur Intensität des Normalreizes gefunden wurde. Jedenfalls nahm dann Fechner um dessentwillen dieses Verfahren ganz allgemein unter die psychophysischen Maßmethoden zur Bestimmung der Unterschiedsempfindlichkeit auf, der er den seit Gauß als genauestes Streuungsmaß anerkannten „mittleren Fehler“ M des K.-G. der Gleicheinstellungen reziprok setzte. Deshalb bezeichnete er dann auch diese ganze Methode überhaupt als diejenige des „mittleren Fehlers“. Doch verwendete er selbst und viele Psychophysiker nach ihm neben dem Werte M vielfach die bequemere „mittlere Variation“ D. Denn diese bleibt ja bei genauer Gültigkeit des einfachen E.-G. für diesen K.-G. ohnehin zu M proportional, und es kam eben zunächst nur auf diese Proportionalität an, da man sich lange Zeit mit der U.-S. fast nur zur Kontrolle des Weberschen Gesetzes befaßte. Außerdem scheint aber der Hauptwert der Endstellungen selbst wieder den nächstliegenden Äquivalenzwert A in dem S. 250 definierten Sinne und die Differenz dieses Mittels vom Normalreize dementsprechend wieder ein besonders bequemes Maß des Fehlerhauptwertes abgeben zu können, soweit überhaupt der Vergleichsgegenstand eine derartige Selbsteinstellung ermöglicht. Dabei bezeichnet Fechner die Abweichungen der einzelnen Einstellungen $a_1, a_2 \ldots a_n$ von dem Hauptwerte (arithm. Mittel) als „(rohe) variable Fehler“ und den Abstand des Mittels A von N demgegenüber als „konstanten Fehler“, so daß sich diese nach S. 252 nicht unmißverständliche Terminologie für den Fehlerhauptwert wohl speziell von hier aus in Fechners erstmaliger systematischer Statistik der Psychophysik überhaupt eingebürgert hat.

c) Die Einwände gegen die Vergleichbarkeit des K.-G. der Herstellungsmethode mit dem K.-G. $F_u(x)$ der Gleichheitsfälle aus Vollreihen.

G. E. Müller hat nun die Bestimmung der Unterschiedsschwelle und des Totalfehlers nach dieser Methode der „mittleren Fehler“ einer einschneidenden Kritik unterzogen, bei der vor allem ihre Schwäche bezüglich der Schwellenmessung deutlich hervortrat. Nachdem einmal das Wesen der Schwelle als ein oberes und unteres Bedingungsextrem definiert ist, kann offenbar kein Verfahren als Messung einer solchen Schwelle anerkannt werden, das nicht zu dem in § 29 dargelegten Grundschema der in diesem Begriffe zusammengefaßten Erfahrungen in eine klare Beziehung gebracht ist. Denn der induktive Beweis dafür, daß ein auf irgend eine Art abgeleiteter Wert zu einem aus jenem Schema bereits genügend verständlichen Maße der Unterschiedsschwelle s proportional und somit als rein empirisches Schwellen-

1) Elemente der Helligkeitsmessungen am Sternhimmel. 1837. (Vgl. auch G. F. Lipps, Psychische Maßmethoden 1906, S. 42.)

maß verwendbar sei, könnte der Herstellungsmethode bei der methodischen Unvollkommenheit der früheren direkten Bestimmungen noch keinesfalls eine sichere Stütze verleihen. Nun erlebt aber doch die V.-P. bei dieser selbsttätigen Angleichung des V an N fürs erste schon eine ganz andere Einstellung, als sie in § 29 bei jener Ableitung der rel. Häuf. passiver Beurteilungen fertig gegebener Reizstufen zunächst vorausgesetzt worden war. Ebbinghaus hat diesen Gegensatz ebenso kurz als anschaulich in der Weise charakterisiert, daß er die Methode der Selbsteinstellung als „Reizfindung", jene bisher von uns allein betrachtete aber als solche der „Urteilsfindung" bezeichnete. Abgesehen davon, daß die eigene Einstellungstätigkeit den Beobachter bei der „Reizfindung" noch besonders belastet, selbst wenn diese bei stetig und leicht zu verändernden Gegenständen noch so einfach ist, übt die Vorschrift, zu einer bestimmten Relation die passende Reizstufe zu finden, offenbar auch auf die Apperzeption der Relationen, auf deren Variabilität schon S. 254f. hingewiesen wurde, einen einseitigen Einfluß aus. Immerhin stellen diese Momente nur Nebenbedingungen dar, über deren Einfluß leicht eine Untersuchung nach der Urteilsfindung parallel gehen könnte[1]). Störender kann dagegen nach S. 245 schon die weitere Einseitigkeit werden, daß die V.-P. über die Reizlage, die in dem K.-G. als Normal- und Vergleichslage funktioniert, hier naturgemäß niemals im ungewissen bleiben kann, wenngleich dies vor allem nur für das Verhältnis der oberen zur unteren „wahren" Schwelle $S_0 : S_u$ oder den Fehlerhauptwert von Bedeutung ist. In dieser Beziehung hat man ferner mit Recht auch noch von der Einstellungstätigkeit als solcher eine einseitige Ablenkung befürchtet, da zunächst einmal schon ihre eigenen Empfindungs- und Impulselemente Anhaltspunkte für Assoziationen abgeben, die vom Urteilseffekt unabhänig rein gewohnheitsmäßige Einstellungstendenzen herbeiführen können[2]). Der prinzipiellste von Müller erhobene Einwand aber gründet sich darauf, daß bei diesem K.-G. der Selbsteinstellungen nur die rel. Häufigkeiten z der Gleicheinstellungen im Verhältnis zur Summe aller Einstellungen auf irgend eine Stufe, d. h. also im Verhältnis zur Anzahl aller Einzelversuche überhaupt, gewonnen werden, nicht aber die rel. H., wie oft jeder einzelne Abszissenwert im Verhältnis zu allen seinen Darbietungen für gleich geschätzt wurde.

1) Auch bei jener Methode kann z. B. die bloße Unterscheidung zwischen „gleich" und „verschieden" ohne nähere Angabe vorkommen, welcher von beiden Reizen „größer" und welcher „kleiner" ist. Im Gegensatz zu der anderen S. 254 genannten Reduktion auf ebenfalls nur zwei kontradiktorische Komplemente g und k, bei der die Unterscheidungsleistung besonders groß ausfallen soll, bildete eine solche Form umgekehrt eine Art Vorstufe der Methode der drei Hauptfälle. Man kann sie vor allem beobachten, wenn man musikalisch Ungeübte Tonhöhen, z. B. von Stimmgabeln, vergleichen läßt. Bei kleinen Differenzen der Schwingungszahlen kann von ihnen nur angegeben werden, daß die eine Gabel überhaupt gegen die andere verstimmt, nicht aber zugleich, ob sie höher oder tiefer ist.

2) In einer jüngst erschienenen Untersuchung von W. Brown, The judgment of difference with special reference to the doctrine of the threshold, in the case of lifted weights (University of California publications in Psychology I, 1, 1910, S. 1 ff.) zeigt sich z. B. auch schon bei der andern Methode mit Beurteilung bestimmter Stufen das Verhältnis zwischen g und k verschieden, je nachdem der Beobachter sein Urteil mündlich mitteilte oder durch eine bestimmte Behandlung der Gewichte kundgab.



Gerade diese zuletzt genannte rel. H. aber, welche zuerst in § 14,3 erläutert wurde, ist der Beobachtungswert F(x) jener Verteilungsfunktionen bei der Urteilsfindung, insbesondere also auch bei $F_u(x)$, der allein zu den Bedingungsextremen der Schwelle in § 29 in eine feste Beziehung gebracht werden konnte. Während bei der Methode der Vollreihen jede einzelne Stufe womöglich gleich oft, jedenfalls aber in einer bekannten Zahl von Wiederholungen und womöglich auch während einer bekannten Expositionszeit zur Beurteilung dargeboten ist, fehlt bei der Herstellungsmethode bisher jede Kenntnis davon, wie oft und wie lange jede einzelne Reizstufe als g oder k beurteilt wird, bevor man von ihr aus zu einer dem Normalreiz N ähnlicher erscheinenden Stufe weiter schreitet. Man konnte nun bisher allerdings auch nichts Entscheidendes gegen die vor allem von G. F. Lipps vertretene Annahme einwenden, daß, wenigstens bei vielen Versuchen, auf jede Stufe ungefähr gleich viel Urteilsakte entfallen. Denn wenn auch die V.-P. bei ihrer Absicht zur Gleicheinstellung möglichst schnell in den jeweiligen Schwellenbereich $r_0 - r_u$ zu gelangen sucht, um dann hier langsamer fortzuschreiten oder vielleicht sogar noch etwas hin- und herzugehen, so könnte sich diese Bevorzugung wegen der relativen Größe der Schwankungen des jeweiligen wahren Bereiches $r_0 - r_u$ doch wenigstens innerhalb des Hauptgebietes der Unsicherheit wieder einigermaßen ausgleichen. Indessen ist diese Frage dazu angetan, rein empirisch durch eine objektive Registrierung der gesamten Einstellungsbewegung beantwortet zu werden, wie ja die Herstellungsmethode überhaupt in der manuellen Tätigkeit des Beobachters auch für die Reaktionsmethoden ein interessantes Problem abgibt. Da freilich bei einer stetigen Einstellungsbewegung den einzelnen Reizstufen nicht leicht bestimmte Urteilsakte zuzuordnen sind, so kann es sich wohl nur um den Nachweis handeln, daß keines der als Abszisseneinheit gewählten Intervalle zwischen den Extremen E_0 und E_u weder hinsichtlich der Gesamtdauer seiner Einstellung noch durch eine besondere, auf eine andere zeitliche Gliederung der Urteilsakte hindeutende Bewegungsform bevorzugt ist. Wegen der Kontrollierbarkeit der Konzentration auf die Aufgabe dürfte das Resultat wohl auch von der mit dem Übergang zu den Reaktionsmethoden zusammenhängenden Nebenwirkung wenig beeinflußt werden, die von dem auch hier kaum vermeidlichen Wissen der V.-P. ausgeht, daß ihre Einstellungsbewegung in allen ihren Einzelheiten gleichzeitig registriert wird. Die Resultate, die mit einem von mir angegebenen einfachen Apparate zur Registrierung der Einstellungsbewegung bei Augenmaßversuchen dieser Art von Stephanowitsch bisher gewonnen wurden, sprechen nun durchaus für die Müllersche Auffassung über den Verlauf der Einstellungsbewegung, wonach auch im Mittel aus sehr vielen Versuchen eine prinzipielle weitgehende Verschiedenheit bezüglich der Beschäftigung mit den einzelnen Reizstufen übrig bleibt.[1])

1) Ob die Differenzen zwischen den einzelnen Reizstufen in dieser Hinsicht irgend eine Gesetzmäßigkeit enthalten, die wenigstens bei einer entsprechenden Gewichtskorrektur eine Angleichung an die Methode der Vollreihen ermöglichte, ist bisher noch nicht zu entscheiden.

Selbst wenn man es aber einstweilen noch als zugestanden betrachten wollte, daß während der Einstellung die Ablehnung jeder Stufe, die dem g oder k der Vollreihen entspricht, im Mittel gleich häufig erfolgt, so wäre dadurch immer noch keine konkrete Angleichung an einen K.-G. der mittleren Urteile $F_u(x)$ nach der Methode der drei Hauptfälle möglich, da man ja die absolute Häufigkeit der von der Endstellung jedes Versuches repräsentierten u-Fälle nicht in der nämlichen Einheit ausdrücken kann, wie die als g- und k-Fälle betrachteten Bewegungsstadien. Auch ließe sich nicht etwa gar umgekehrt aus den (objektiv registrierten) g- und k-Stadien allein Kapital schlagen, da sie wegen der tatsächlich vorhandenen u-Fälle doch auch wiederum keine kontradiktorische Komplemente sind (s. S. 254f.). Ohne jede Kenntnis der Gesamtzahl aller Beurteilungen der einzelnen Stufe, zu der die Häufigkeit ihrer endgültigen Anerkennung als „gleich“ ins Verhältnis zu setzen wäre, ist aber nicht einmal der allgemeinste Satz [245] S. 190 aus der Methode der Vollreihen für eine Schwellenbestimmung nach der Herstellungsmethode nutzbar zu machen. Denn hiernach entspricht die Doppelschwelle $r_0(\mathfrak{A}) - r_u(\mathfrak{A})$ dem sog. Idealgebiet der u-Fälle $i \cdot \Sigma u$, d. h. ihrer mit dem Abszissenintervall i multiplizierten absoluten Summe, dividiert durch die hier gerade unbekannte Zahl m der sämtlichen Beurteilungen jeder Stufe. Die Konstanz der Anzahl n aller u-Fälle überhaupt bei allen unter sich zu vergleichenden Anwendungen der Herstellungsmethode ist für diese Bestimmung völlig irrelevant, da sie nach dem Gesagten keinen neuen Anhaltspunkt dafür hinzufügt, wieviele Versuche im ganzen unter sonst gleichen Umständen nach der Methode der Vollreihen bei gleichem Extrembereiche $E_0 - E_u$ jedesmal zu diesen n u-Fällen hinzugehören würden, d. h. wie groß $\frac{m}{i}(E_0 - E_u)$ wäre.

d) Die Versuche einer Schwellenbestimmung bei bloßer Kenntnis der Verteilung der Gleichheitsfälle durch Hinzunahme spezieller Hypothesen.

Nach Anerkennung dieser Unkontrollierbarkeit des Verhältnisses zwischen den g, u und k erscheint aber nunmehr wohl auch der tatsächlich unternommene Versuch ziemlich wertlos, durch Einführung neuer, ganz spezieller und unwahrscheinlich einfacher Voraussetzungen über die Verteilungsfunktionen der zufälligen Schwankungen der oberen und unteren Schwelle doch noch eine Art Rekonstruktion eines zu dem K.-G. $F_u(x)$ hinzugehörigen Systemes $F_g(x)$ und $F_k(x)$ zu ermöglichen. Ich erwähne diesen Versuch von G. F. Lipps[1]) hier auch nur deshalb, weil er uns noch Gelegenheit gibt, auf eine besonders einfache Annahme bezüglich der aus den beobachteten Urteilsfunktionen F(x) abgeleiteten hypothetischen K.-G. f(x) kurz hinzuweisen, die von G. E. Müller seinerzeit in der „Grundlegung“ zuerst vertreten wurde, in seinen „Gesichtspunkten“ aber ausdrücklich zugunsten der in § 29 nur noch allein berücksichtigten Auffassung aufgegeben ist. Diese Vereinfachung der Theorie der Methode der drei Hauptfälle, welche die Behandlung des K.-G. der Herstellungsmethode nach G. F. Lipps vermittelte, läßt

1) a. S. 203, A. 1 a. O.

sich aus der Definition der beiden hypothetischen K.-G. der oberen und unteren Schwelle $f_0(x)$ und $f_u(x)$ dadurch ableiten, daß man beide Verteilungsfunktionen genau kongruent setzt, wie es schon § 29, c, 2 (S. 178) bei der Behandlung der beobachteten Verteilung des mittleren Falles $F_u(x)$ erwähnt wurde. Diese Hypothese widerspricht also ganz direkt der Unabhängigkeit, die nach Gl. [15] zwischen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ besteht, und wäre nach Gl. [216] und [224] nur erfüllbar, wenn beide extreme Urteilskurven durch eine Verschiebung parallel zur X-Achse (um $E_0 - E'_u = E'_0 - E_u = r_0 - r_u$) in kontradiktorische Komplemente (nach Gl. [215], S. 168) übergeführt werden könnten, wie sie in § 29, b und Fig. 7a und b (S. 171) in der Tat aus zwei kongruenten Schwellenverteilungen abgeleitet wurden[1]). Nachdem man aber nun einmal die Unabhängigkeit der beiden K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ von einander aufgegeben hat, läßt sich natürlich auch das ganze System der Beobachtungskurven trotz des Hinzutretens der mittleren Fälle überhaupt auf einen einzigen K.-G. f(x) wie in Fig. 7b zurückführen. Man braucht sich hierzu nur die beiden unter sich kongruenten K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ der Grenzreize r_0 und r_u durch einen einzigen, zwischen ihnen angesetzten K.-G. mit einer ebenfalls hierzu kongruenten Verteilungsfunktion

$$f(x) = \frac{F_g(x + S_0)}{dx} = -\frac{F_k(x - S_u)}{dx} \qquad [304]$$

ersetzt zu denken, der die Schwankungen des jeweiligen subjektiven Äquivalentes A zum Normalreiz N (s. S. 250), bzw. des jeweiligen Totalfehlers $f = A - N$ zur Darstellung bringt. Die jeweilige Lage des oberen und unteren „Grenzreizes" ist dann hieraus völlig eindeutig in der schon aus Gl. [304] ersichtlichen Form abzuleiten, daß man sie von dem jeweiligen Äquivalenzwert[2]) um die nunmehr konstant erachtete wahre obere bzw. untere Schwelle S_0 und S_u entfernt annimmt (s. S. 251). Die S. 168 f. betrachtete Unmöglichkeit, über den jeweiligen Einzelwert der Doppelschwelle $r_0 - r_u$ genauere Angaben zu machen, ist also zugleich mit der Annahme einer genauen Kongruenz der beiden hypothetischen K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ sinngemäß in Wegfall gekommen[3]).

---

1) Damit die Kurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ einen symmetrischen Verlauf zeigen, wie es im allgemeinen noch eher als jene Ableitung aus der Form [215] zu beobachten sein dürfte, wäre nicht nur erforderlich, daß die Verteilungen $f_0(x)$ und $f_u(x)$ unter sich kongruent, sondern auch in sich selbst symmetrisch sind.

2) Dieser, bzw. der Totalfehler f, sind also hier als zufällig variable Einzelwerte und nicht als Hauptwerte gedacht.

3) Doch ist hiermit natürlich über die jeweilige Lage des Äquivalenzwertes selbst und somit auch über dessen Hauptwert A noch gar nichts präjudiziert, da ja die Größe der beiden Abschnitte S_0 und S_u der Doppelschwelle dahingestellt bleibt. Nur ihre Summe $S_0 + S_u$ ist zunächst als der Abstand $r_0 - r_u$ homogener Stücken der beiden kongruenten K.-G. $f_0(x)$ und $f_u(x)$ gegeben, die ihrerseits durch die Beobachtungen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ festgelegt sind, so daß wir auch bei der Ableitung des einzigen hypothetischen K.-G. f(x) hiervon auszugehen haben. Nach einer Entscheidung über die Berechnung des Äquivalenzhauptwertes läßt sich dann natürlich auch die Lage des mittleren K.-G. f(x) und daher auch jeder der beiden Schwellenabschnitte S_0 und S_u im einzelnen ganz angeben.

Diese Zurückführung der Beobachtungen bei der Methode der Urteils- oder der Reizfindung auf das Zusammenwirken konstanter Unterschiedsschwellen mit einem hypothetischen K.-G. der Äquivalente von N läßt sich nun nach G. E. Müllers inzwischen aufgegebener Anwendung auf die Urteilsfindung so veranschaulichen, daß man nur die Wahrnehmung des Normalreizes in jedem Augenblicke von einem zufälligen (Total-)Fehler f abgelenkt werden läßt, dessen Verteilungsfunktion eben die von f (x) ist. An und für sich wird man natürlich nach S. 235 ff. derartige Modifikationen nicht auf eine der beiden Vergleichswahrnehmungen allein beschränkt denken. Vielmehr werden die Wahrnehmungen beider Reize N und V stets gleichzeitig mit je einem zufälligen „Fehler" $\pm\delta_N$ und $\pm\delta_V$ behaftet sein, wobei die Verteilungen $\mathfrak{V}_N$ und $\mathfrak{V}_V$ voneinander nicht in kontrollierbarer Weise abhängig sind. Wenn aber, wie hier, nur das „größer" oder „kleiner" überhaupt herausgefunden und durch Selbsteinstellung beseitigt werden soll, ohne daß das spezielle Größenverhältnis $\frac{N \pm \delta_N}{V \pm \delta_V}$ in Frage kommt, läßt sich ja der nämliche Effekt dieser gleichzeitigen Schwankungen ohnehin auch aus der einfacheren Annahme ableiten, daß der eine von beiden Wahrnehmungsinhalten, also z. B. V, ungestört bleibe und der andere Vergleichsinhalt N mit dem Totalfehler

$$\pm\delta_R = \pm\delta_N \mp \delta_V \qquad [305]$$

belastet sei. Da nun aus den beobachteten Urteilen sogar der resultierende Totalfehler δ_R selbst nur hypothetisch erschlossen ist, so wäre natürlich die Zurückführung seines K.-G. mit der Verteilung $\mathfrak{V}_R$ auf die Verteilungen $\mathfrak{V}_N$ und $\mathfrak{V}_R$ der beiden Elementarfehler gewissermaßen erst eine Hypothese zweiter Ordnung, die ohne Voraussetzung spezieller Verteilungsgesetze eine ganz willkürliche Sache bleiben müßte. Nimmt man aber z. B. an, daß für die beiden elementaren $\mathfrak{V}$ (x) das einfache E.-G. mit den Präzisionsmaßen h_N und h_V zutreffe, so müßte dies jedenfalls auch für die Verteilung $\mathfrak{V}_R$ gelten, da die Schwankungen der δ_N und δ_V voneinander unabhängig erfolgen sollen und δ_R nach [305] eine lineare Funktion von ihnen darstellt, und zwar die denkbar einfachste. Dabei ist dann das resultierende Präzisionsmaß h_R mit den beiden elementaren durch die Formel

$$h_R = \frac{h_N \cdot h_V}{\sqrt{h_N^2 + h_V^2}} \qquad [306]$$

verbunden[1]). Wäre also $h_N = h_V = h$, was bei sehr ähnlichen Reizen N

---

1) Es ist dies der einfachste Grenzfall der Formel für die resultierende Präzision einer linearen Funktion R von n unabhängigen, nach dem einfachen E.-G. schwankenden Beobachtungsgrößen X_ν ($\nu = 1$ bis n)

$$R = k + \alpha_1 X_I + \alpha_2 X_{II} + \cdots \alpha_n X_n, \qquad [308]$$

worin k und α_ν Konstante bedeuten. Der resultierende Fehler

$$\delta_R = \alpha_1 \delta_I + \alpha_2 d_{II} + \cdots \alpha_n \delta_n \qquad [309]$$

befolgt dann ebenfalls das einfache E.-G. mit der Präzision h_R, wobei

$$\frac{1}{h_R^2} = \sum \frac{\alpha_\nu^2}{h_\nu^2}. \qquad [310]$$

und V plausibel erscheinen kann, so wäre einfach

$$h_R = \frac{h}{\sqrt{2}}. \quad [307]$$

Der beobachtete K.-G. F_u (x) der Gleichheitsfälle ist dann aus diesem hypothetischen K.-G. f (x) des jeweiligen subjektiven N-Wertes nach dem Schema Fig. 13 abzuleiten, das jedoch auf den K.-G. der Herstellungsmethode wieder nur bei der oben als unzulässig erkannten Annahme einer Konstanz der Darbietungszahl m für alle Stufen von E_u bis E_o anzuwenden wäre. Ist x die variable Stufe des Vergleichsreizes V, und S_o die obere, bzw. S_u die untere Schwelle[1]) in dem bisher (S. 244) gebrauchten Sinn des oben und

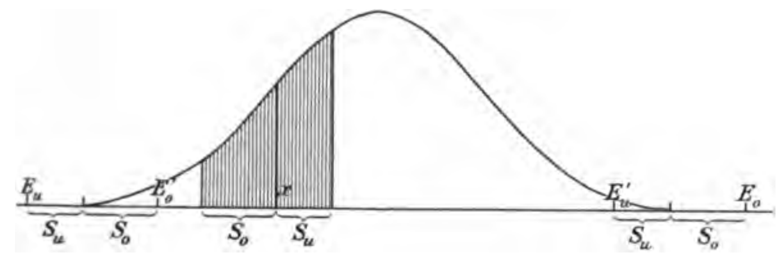


Fig. 13.
Die Ableitung des beobachteten K.-G. F_u (x) der Gleichheitsfälle aus einem einzigen hypothetischen K.-G. f(x) der Beobachtungsfehler und einer konstanten Doppelschwelle $S_o + S_u = 2s$.

unten, je nach der Lage des V = x zu dem scheinbaren N, so ist nach einer ganz analogen Überlegung wie S. 176 ff.

$$F_u(x) = \int_{x - S_o}^{x + S_u} f(x)\, dx. \quad [311]$$

Der Beweis wird durch den bekannten allgemeinen Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung vermittelt, wonach das gleichzeitige Eintreten der r Fälle $\delta_1, \ldots \delta_n$ mit den rel. H. $\mathfrak{W}_1, \ldots \mathfrak{W}_n$ die Wahrscheinlichkeit

$$\mathfrak{W}_R = \mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_2 \ldots \mathfrak{W}_r$$

besitzt, ein Satz, nach dem auch die Genauigkeit von linearen Funktionen einzeln beobachteter Werte aus deren Einzelpräzisionen berechnet wird. Da indessen die weitere Umformung unter der Voraussetzung

$$\mathfrak{W}_\nu = \frac{h_\nu}{\sqrt{\pi}} e^{-h_\nu^2 \delta_\nu^2}$$

einigermaßen kompliziert ist, so haben wir diese Ableitung oben nicht weiter erwähnt. Vgl. im übrigen Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung etc. S. 132 ff., Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung I, 2. Aufl. S. 260 ff. (1. Aufl. S. 219 ff.). Diese Überlegung wurde für die Psychophysik zum ersten Male von G. E. Müller, Grundlegung, S. 13 ff. durchgeführt.

1) In diesem älteren Müllerschen Schema wäre also in der Tat seine auch jetzt noch beibehaltene entgegengesetzte Verwendung des „oben“ und „unten“ für die Schwellen die natürlichere, wie auch aus dem schraffierten Stück der Figur 13 direkt zu ersehen ist.

Das untere Extrem der u-Fälle E_u liegt dabei offenbar um die untere Schwelle S_u unterhalb des unteren Extrems des hypothetischen K.-G. der möglichen subjektiven Werte des Normalreizes N, da $V = x$ bei noch tieferen Lagen stets kleiner erscheint. Das obere Extrem E_u' der k-Fälle liegt dann ebensoviel unterhalb des oberen Extrems der hypothetischen K.-G. Andererseits ist das obere Extrem E_o der u-Fälle um S_o größer als dasjenige von f (x), während das untere Extrem E_o' der g-Fälle um ebensoviel höher liegt als das untere Extrem von f (x).

Die rel. H. der Einstellung des x bei der Herstellungsmethode im Verhältnis zu allen Einstellungen überhaupt erhielte man natürlich erst durch Division des Wertes $F_u(x)$ durch sämtliche Möglichkeiten, wie oft ein x dem N unter Voraussetzungen dieses Fehler-K.-G. f(x) nach Fig. 13 gleich erscheinen kann. Nun ergibt sich hier sehr leicht auf direktem Wege der Wert, den diese Summe aller Gleichheitsfälle bei der Methode der Vollreihen nach Gl. (245) ganz allgemein besitzt, nämlich $r_o - r_u = S_o + S_u = 2\,s$. Denn der Ausdruck [311], über das ganze Unsicherheitsgebiet von E_o bis E_u integriert, wird nach bekannten Regeln für Doppelintegrale ebenfalls, unter Bezugnahme auf Gl. [9],

$$\int_{E_u}^{E_o}\int_{x-S_o}^{x+S_u} f(x)\,dx\,dx = \int_{x-S_o}^{x+S_u}\int_{E_u}^{E_o} f(x)\,dx\,dx = \int_{x-S_o}^{x+S_u} 1\cdot dx = S_u + S_o = 2\,s. \quad [312]$$

So hatte denn auch schon G. F. Lipps die Gültigkeit des Satzes [245] wenigstens unter dieser speziellen Voraussetzung der Kongruenz von f_o (x) und f_u (x) erkannt, als er den mit $\frac{1}{2\,s}$ dividierten Ausdruck [311] der rel. H. z des einfachen K.-G. der Herstellungsmethode (unter seiner Voraussetzung der Möglichkeit einer Analogie zu der Urteilsfunktion F_u (x) der Vollreihen) gleich setzte.

Obgleich aber bei der genannten Kongruenz der beiden K.-G. der Schwellen eine solche Zurückführung der beobachteten rel. H. der Urteile auf einen einzigen K.-G. der variablen Beobachtungsfehler bei der Auffassung des N möglich ist, — ein Schema, dessen sich G. F. Lipps in diesem Zusammenhange stets bedient — ist die Umkehrung, d. h. die nunmehr ermöglichte Rekonstruktion von Verteilungen F_g (x) und F_k (x) bzw. f (x) aus dem in der Herstellungsmethode ja allein gegebenen F_u (x) nach der anderen Auffassungsweise des § 29 bzw. Fig. 8a und b mit dem Ansatz zweier hypothetischer K.-G. f_o (x) und f_u (x) (s. S. 176) wohl noch anschaulicher: Nach Gl. [228] und [229] ist das beobachtete F_u (x) bzw. F_u (x) dem in der Figur 8b senkrecht bzw. horizontal schraffierten Flächenstück gleich. Dieses ist aber zwischen E_u und E_o' bzw. E_u' und E_o offenbar bereits eindeutig aus F_u (x) allein rekonstruierbar und bestimmt hiermit auch wiederum eindeutig ein gleich breites, nach innen benachbartes Stück des hier als kongruent vorausgesetzten K.-G. der anderen Schwelle, aus dem dann unter Hinzunahme des zugehörigen Stückes von F_u (x) selbst, auch ein zweiter gleich breiter Streifen des hypothetischen K.-G. f_o(x) zu berechnen ist usw. Setzt man aber bei diesem Verfahren, das von beiden Seiten her

symmetrisch durchführbar ist, mit dem richtigen Abstand

$$E_o' - E_u = E_o - E_u'$$

ein, so muß man von beiden Seiten her das nämliche System der kongruenten f (x) erlangen. Jener Abstand $E_o' - E_u$ wäre wegen der Kongruenz der Verteilungsfunktionen der Schwellen nach S. 190, A. 2 gleich der Differenz aller entsprechenden Hauptwerte, d. h. also gleich der Doppelschwelle $r_o - r_u = S_o + S_u$. Eine derartige Berechnung läuft aber freilich auf ein sehr umständliches Probieren mit allen möglichen Distanzen $E_o' - E_u$ bzw. $E_o - E_u'$ hinaus, auf dessen nähere Ausführung im einzelnen wir hier bei der rein theoretischen Bedeutung dieser Frage wohl verzichten dürfen. Je weniger man hierbei alle Einzelheiten der beobachteten Kurve F_u (x) festzuhalten bestrebt ist, um so leichter, aber freilich auch um so weniger eindeutig wird natürlich das ganze Verfahren.[1]) Jedenfalls beruht es aber vollständig auf einer festen Annahme über das beiderseitige Verhältnis der K.-G. f_o (x) und f_u (x) bzw. der zugehörigen Beobachtungsfunktionen F_g (x) und F_k (x), nach deren Wegfall eine solche Rekonstruktion völlig unbestimmt wird.

Setzt man jedoch für die beiden unter sich kongruenten K.-G. auch noch speziell das Gaußsche einfache E.-G. voraus, so läßt sich, wie G. F. Lipps bei seinen erstmaligen Versuchen in dieser Richtung gezeigt hat, zwischen $(r_o - r_u) = (S_o + S_u) = 2s$ und dem Präzisionsmaß $h_o = h_u$ des zugehörigen hypothetischen K.-G. f (x) einerseits und den Mittelwertpotenzen M und D des beobachteten K.-G. F_u (x) andererseits eine Beziehung ableiten, die schon in § 31, a, 1b (S. 201) bei der Angleichung des beobachteten K.-G. F_u (x) selbst an das einfache E.-G. erwähnt wurde. Müller hat darauf hingewiesen, daß die hierbei gewonnene Formel[2]) für die mittlere Variation D des K.-G. F_u (x) nach der Methode der Vollreihen

$$D_{gl} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} + \frac{2S}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{hS}{3\cdot 2\cdot 1} - \frac{h^3 S^3}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 1!} + \ldots\ldots\right) \qquad [313]$$

wenigstens bei Konstanz der Größe hS zu S direkt und zu deren Präzisionsmaß h indirekt proportional sei. Dies ist aber die nämliche Voraussetzung, auf die wir schon bei der Diskussion des Schnittpunktes von F_g (x) und F_k (x) als eines möglichen Äquivalenzwertes r (><) (nach F. M. Urban) geführt wurden. Die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme dürfte mindestens

1) Diese Schwierigkeiten der Rekonstruktion kongruenter K.-G. f (x) aus dem allein für sich betrachteten K.-G. F_u (x) treten auch bei G. F. Lipps' eigenem neuerem Versuch in dieser Richtung, den er ebenfalls ohne Voraussetzung einer speziellen Verteilungsfunktion unternimmt, deutlich hervor. Dabei muß er wegen seiner Darstellung der hypothetischen Verteilungen durch ihre Mittelwertpotenzen sogar erst noch mehrere K.-G. F_u (x) unter etwas verschiedenen Bedingungen beobachten und dabei die noch weniger plausible Hypothese einführen, daß die hypothetischen K.-G. dieser verschiedenen Reihen sämtlich von der nämlichen Form seien. Vgl. Psychische Maßmethoden, 1906, S. 133f.

2) Über deren Ableitung durch Reihenentwicklung vgl. G. F. Lipps a. S. 203, A. 1. a. O. und Müller, Gesichtspunkte S. 216f.

nicht viel geringer sein, als die Voraussetzung des einfachen E.-G. für f(x) und die Gleichheit des oberen und unteren Präzisionsmaßes. Obgleich aber nun die letztere nach S. 260 gerade bei der Herstellungsmethode trotz einer eventuellen Gültigkeit des Weberschen Gesetzes für das spezielle Beobachtungsmaterial als solches dadurch begünstigt wäre, daß hier der Normalreiz für die V.-P. stets als solcher charakterisiert sein muß, ist die genannte Proportionalität für die Mittelwertpotenzen D und M eines K.-G. der Herstellungsmethode hiermit noch keineswegs erklärt, da eben bei ihr die oft genannte Hauptvoraussetzung für die Übertragung des für Vollreihen abgeleiteten Satzes [313] nicht erfüllt ist.

Die Unkontrollierbarkeit der Urteilsvorgänge, denen der K.-G. der Herstellungsmethode eigentlich entspricht, beeinträchtigt natürlich auch die theoretische Bedeutung seines Hauptwertes als eines mittleren Äquivalentes A zu N. Immerhin dürfte es hiermit zum mindesten nicht schlechter bestellt sein, wie mit der Verwendung des D_{gl} als Schwellenmaß, zumal die spezielle Tendenz, stets die bestmögliche subjektive Gleichheit herzustellen, den Hauptwert des K.-G. dem Optimum, als das wir den Äquivalenzwert auf S. 250 einführten, besonders nahe bringen könnte. Die Einseitigkeit der Einstellung des V auf N, der nur durch mehr oder weniger künstliche Modifikationen der Methode abzuhelfen wäre, hielt allerdings auch schon Fechner für die Ursache einer besonderen Fehlerkomponente, des sog. „Hauptfehlers", die hier noch außer dem Fehler der Raum- und Zeitlage hinzukomme. Fechners Annahme ihrer Konstanz in den vier verschiedenen Hauptlagen (vgl. S. 240) konnte jedoch Müller wieder leicht widerlegen.[1])

Im übrigen bildet auch hier der Korrespondenzsatz Gl. [296] ein sicheres Hilfsmittel, um, bei hinreichend konstanten Bedingungen der Gleicheinstellung im allgemeinen, die Brauchbarkeit irgend eines Hauptwertes des K.-G. als Äquivalent rein empirisch zu kontrollieren. Wo aber der Fehler den Unsicherheitsbereich weit überwiegt, wird die Herstellungsmethode auch jetzt schon zu einer ersten Orientierung besonders zu empfehlen sein, falls nur die Reize leicht und stetig genug abgestuft werden können.

Erst nach Entscheidung dieser Frage bezüglich des Hauptwertes wären dann auch die Punkte der ebenmerklichen Verschiedenheit nach oben und unten (oder auch der von oben oder unten her eben erreichten Gleichheit) nach der Herstellungsmethode zu bestimmen, deren Abstände vom Normalreiz N bzw. von einem eventuell durch die Gleicheinstellungsmethode bestimmten Äquivalente A ebenfalls als obere und untere Schwelle bezeichnet werden können. Dabei würde auch jede von beiden mit einem besonderen Präzisionsmaße $h_o = \frac{1}{M_o \sqrt{2}}$ und $h_u = \frac{1}{M_u \sqrt{2}}$ versehen. Die so ermittelten Grenzreize entsprächen, wie schon erwähnt, den Hauptwerten der Kurve $F_g(x)$ und $F_k(x)$ bei der Methode „der mehrfachen Fälle" (fünf Hauptfälle) nach S. 179, die somit immerhin noch relativ die klarste Beziehung zur Herstellungsmethode ermöglicht.

1) Gesichtspunkte, S. 194 ff.

36. Die Methode der konstanten Reize oder die Konstanzmethode.

(Fechners Methode „der richtigen und falschen Fälle“).

So umfangreich die Darstellung der Herstellungsmethode ausgefallen ist, da sie gegenüber der Methode der Vollreihen wirklich neue Momente einführte, so kurz können wir uns bezüglich der sog. „Konstanzmethode“ nach Müller fassen. Da nämlich das Grundprinzip der einen, allgemeinen Methode, für bestimmte, dem Beobachter wiederholt konstant dargebotene Reizstufen die rel. Häufigkeit der Urteile zu ermitteln, um hieraus den hypothetischen K.-G. der Schwelle zu berechnen, für die Müllersche Definition der „Konstanzmethode“ entscheidend ist, so ist die Methode der Vollreihen selbst unter sie zu subsumieren. Mit Recht hat Müller die Fechnersche Benennung als „Methode der richtigen und falschen Fälle“ aufgegeben; denn falsche Urteile treten bei einer Reizstufe zwar häufig, aber keineswegs notwendig auf, insofern ja z. B. auch nur objektiv richtige und mittlere (u-)Fälle vorkommen können. Daher weist jener Name nur auf Fechners längst aufgegebene künstliche Aufteilung dieser mittleren Fälle in die beiden extremen Fälle hin, die schon S. 197 und 254 erwähnt wurde. Obgleich aber nun die „Konstanzmethode“ die „Methode der Vollreihen“ gewissermaßen als einen Spezialfall mit unter sich begreift, so wurde sie keineswegs immer in dieser vollkommenen Form angewendet. Wie bereits aus § 31 zu ersehen ist, wurden hier die statistischen Methoden vielmehr zunächst unter der Voraussetzung der Gültigkeit des einfachen E.-G. für die hypothetischen K.-G. f(x) weiter ausgebildet, woraus eine besondere Häufung von Wiederholungen einiger weniger Reizstufen entsprang, aus denen die Schwelle S und das Präzisionsmaß h eben berechnet werden konnten. Auch werden diese in § 31 dargelegten Berechnungen, insbesondere das relativ bequeme Müller-Urbansche Gewichtsverfahren, auch in Zukunft ihre Bedeutung behalten, sobald man nur einige wenige Stufen des Vergleichsreizes V verwendet hat, die bei der Inter- und Extrapolation stetiger Verteilungen mittelst algebraischer Funktionen von den wahrscheinlichsten Werten unter Umständen weiter ablenken würden als die Behandlung mittelst der Φ-Funktion. Erst die Kritik solcher spezieller Voraussetzungen und vor allem das sog. „unmittelbare Verfahren“ nach § 30 ließen dann auch aus rein rechnerischen Gründen eine größere Anzahl womöglich äquidistanter Reizstufen beiziehen, worauf man nach § 37 auch schon von einer anderen Seite her unmittelbar hingeführt worden war. Dabei ging man dann auch bald dazu über, die Häufigkeitszahlen g, u und k für die einzelnen Stufen des Vergleichsreizes dadurch unter sich immer vergleichbarer zu machen, daß man die erforderlichen Wiederholungen nicht bei einer und der nämlichen Stufe in geschlossener Reihenfolge ganz oder teilweise absolvierte, bevor man zu einer anderen Stufe weiterging, sondern die Reizstufen in möglichst zufälliger Reihenfolge von Versuch zu Versuch abwechseln ließ. Denn abgesehen von der geringeren Vergleichbarkeit der unkontrollierbaren Bedingungen ohne diese Mischung der verschiedenen Reizstufen, hätte man bei zu langer Beschäftigung mit einer und der nämlichen Reizdifferenz auch jeweils besondere systematische Fehler zu gewärtigen, vor allem, wenn diese Konstanz noch dazu bekannt ist. Eine

häufigere Darbietung der großen Differenzen läßt z. B. die Aufmerksamkeit weniger anspannen, während die zu seltene Erkennung des Unterschiedes trotz großer Anstrengung bei sehr kleinen Stufen schließlich abstumpfend wirkt. Auch mit der wechselseitigen Untermischung mehrerer Vollreihen, auf deren Bedeutung oben mehrfach hingewiesen wurde, hat man bereits den Anfang gemacht.

37. Die Methode der Minimaländerungen.

(Methode der ebenmerklichen Unterschiede (Fechner, Müller, F. M. Urban) oder Grenzmethode (Kraepelin, Müller).)

a) Die Entwicklung bis zur Methode der Minimaländerungen mit unregelmäßiger Variation der Reizstufen.

Während fast alle bisher geschilderten Methoden die Schwelle nur mehr oder weniger indirekt zu erschließen gestatten, versuchte man sie von Anfang an doch auch möglichst direkt zu bestimmen, d. h. man wollte das Bedingungsextrem für die Erkennung des Unterschiedes beim Durchlaufen einer geschlossenen Reihe von Abstufungen unmittelbar als eine entsprechend ausgezeichnete Stelle herausfinden. Fechner hat in seiner Darstellung der Maßmethoden bei der Behandlung dieses Verfahrens, das er als „Methode der ebenmerklichen Unterschiede" bezeichnete, vor allem die Versuche E. H. Webers in dieser Richtung vor Augen, während seine spezielle Auffassung von ihr durch eigene: „nicht sehr ausgedehnte Versuche im Felde der intensiven Lichtempfindung, des Augenmaßes und des Temperaturmaßes" begründet war.[1]) Hierbei war der „Grenzreiz" r_o, bzw. r_u so definiert gedacht, daß er selbst in der Auffassung der V.-P. durch eine besondere Qualität der „Ebenmerklichkeit" seiner Verschiedenheit (das „Gefühl eines kleinen, doch noch sicher genug empfundenen Unterschiedes") ausgezeichnet sei, wie sie etwa die Vorstufe der Verschiedenheitsurteile in der Methode der fünf Hauptfälle charakterisiert. Deshalb begegneten wir auch der direkten Bestimmung der Schwelle wenigstens in diesem Sinne bereits bei der Herstellungsmethode, da eben diese, freilich etwas unbestimmte subjektive Auszeichnung der Wahrnehmung auch ein Ziel der Selbsteinstellung bilden kann. G. E. Müller und Wundt stellten aber nun dieser Definition den rein objektiven Begriff der „Ebenmerklichkeit" bzw. „Ebenunmerklichkeit" gegenüber, bei dem das „Eben" auch bei der direkten Bestimmung nicht notwendig eine von der V.-P. selbst beobachtete Qualität des erkannten Unterschiedes bedeutet. Es weist vielmehr objektiv nur noch darauf hin, daß man eine neue Urteilsart erstmalig vorfindet, wenn man (nachträglich) die Reihenfolge der Stufen $x_1, x_2 \ldots x_n$ des Vergleichsreizes mit den hierbei protokollierten Urteilen in einer bestimmten Richtung

1) Elemente der Psychophysik, I, 2. Aufl., S. 74. Während früher die Abstufungsweise noch nicht systematisch vorgeschrieben, sondern dem Takte des Experimentators überlassen war, empfiehlt Fechner als endgültiges Maß den Mittelwert aus den beiden im allgemeinen verschiedenen Stufen, die eben merklich verschieden erscheinen, wenn man den Reiz entweder „herauf-" oder „herabbringt".

durchmustert, ein Begriff, der seine volle Allgemeinheit freilich erst dadurch erreichte, daß man auch noch die ursprüngliche Verwendung der Stufen des V in dieser Größenfolge aufgab. Es ist also das nämliche objektive Moment, das nach § 29 die als „Grenzreize“ bezeichneten Stufen r_o und r_u unter Voraussetzung völlig konstanter Bedingungen während der ganzen Reihe kennzeichnet, wie wir denn auch unseren Ausdruck „Grenzreiz“ nach der Kraepelinschen Bezeichnung „Grenzmethode“[1]) gebildet haben, die G. E. Müller nunmehr in seinen „Gesichtspunkten“ für die Methode der ebenmerklichen Unterschiede übernommen hat. Während aber Müller hierbei seinerzeit in der von ihm als „Methode der kleinsten Unterschiede“ bezeichneten Form[2]) vor allem noch an eine mehr stetige oder wenigstens bis zur Grenze unkontrolliert fortschreitende Änderung gedacht zu haben scheint, die höchstens das Urteil an der Grenze selbst zu markieren gestattet, systematisierte Wundt auch die Form der Abstufung noch weiterhin dadurch, daß er seinerseits ganz bestimmte diskrete Reizstufen, u. z. wieder in auf- und absteigender Reihenfolge darbot, und nannte dieses Verfahren „Methode der Minimaländerungen“.[3]) Hierbei kamen dann meistens äquidistante Stufen zur Anwendung. Obgleich nun diese systematische Abstufung vor allem nur der allgemeinen experimentellen Forderung einer größtmöglichen Eindeutigkeit und Konstanz der Bedingungen überhaupt gerecht werden sollte, so daß man sich bei der ursprünglichen Form der Versuche, bei der die Stufen der Größe nach aufeinander folgten, zunächst sogar bisweilen mit einer bloßen Protokollierung des Grenzreizes begnügen konnte, so war doch in den Stufen nunmehr eine feste Abszissenreihe gegeben, die bei wiederholter Darbietung und bei Protokollierung aller Einzelurteile ohne weiteres in die Ableitung richtiger Vollreihen überging, wie dies schon bei Volkmanns Kombination der Methode der ebenmerklichen Unterschiede mit derjenigen der r. u. f. Fälle angebahnt wurde. Für die historische Entwickelung der vollkommensten Methode muß daher dieser Wundtschen Methode der Minimaländerungen eine ganz ähnliche Bedeutung zuerkannt werden, wie den früheren Anwendungen der Konstanzmethode, zumal sie wegen des Wechsels der Größe des Grenzreizes bei Wiederholung der nämlichen Stufenreihe auch schon von sich aus ganz selbständig auf die Anwendung statistischer Methoden hindrängte.

Während aber bei der Konstanzmethode die Wiederholung einer Stufe durch viele unmittelbar aufeinanderfolgende Versuche aufzugeben war, mußten bei der Methode der Minimaländerungen vor allem die systematischen Einflüsse der konstanten Richtung der Abstufung beseitigt werden: Nach dem ursprünglichen Versuchsschema sollte man den Vergleichsreiz V zunächst von einer dem Normalreiz N subjektiv gleichen Stufe[4]) aus solange wachsen bzw. abnehmen lassen, bis $V > N$, bzw. $V < N$ erscheint, Reizstufen, die wir

---

1) Kraepelin, Zur Kenntnis der psychophysischen Methoden, in Wundt, Phil. Stud. Bd. VI, 1891. S. 493.

2) Zur Grundlegung der Psychophysik, 1879, S. 64.

3) Über die Methode der Minimaländerungen, Phil. Stud. Bd. 1, 1883, 556ff.

4) Ob ein größerer Totalfehler c vorliegt, der die subjektive Gleichheit von V und N von der objektiven wesentlich entfernt, mußte aus den Versuchen selbst ersehen werden.

als Grenzreize nach der „Methode der ebenmerklichen Unterschiede" mit r_o (E. M.) bzw. r_u (E. M.) bezeichnen wollen. Hierbei ist aber nun auch noch die besondere Richtung der Abstufung durch Indizes zu markieren. Denn man erhält nach der Versuchsregel auch noch zwei andere Grenzreize, wenn man mit einer zunächst deutlich verschiedenen Stufe beginnt und die Differenz von N solange vermindert, bis sie eben unmerklich ist. Es wird wohl aus dem Schema der Urteilsfunktionen Fig. 8a ohne weiteres verständlich sein, wenn wir jene Abstufung als eine zentrifugale, diese aber als eine zentripetale auffassen und jenen oberen und unteren Grenzreiz als „von innen her" erreicht durch den Index i, diesen „von außen her" gefundenen mit a kennzeichnen. Somit liefert diese Methode im ganzen die vier Grenzreize r_o (E. $M_{.i}$) und r_o (E. $M_{.a}$), bzw. r_u (E. $M_{.i}$) und r_u (E. $M_{.a}$). Bei der ursprünglichen Anwendung variierte nun, wie gesagt, mit jedem dieser Werte in systematischer Weise ein spezieller Nebeneinfluß, der von der Konstanz der Richtung ausging, gleichgültig, ob die V.-P. durch eine mehr oder weniger sichere Kenntnis vom Wesen dieser Methode hierbei zugleich einen bestimmten Unterschied voraussah, oder ob nur eben der Verlauf als solcher, ohne irgendwie klarer bewußte Erwartungen, eine an sich stets gefährliche systematisch variierte Nebenbedingung bildete, z. B. der Umstand, daß längere Zeit überhaupt kein Unterschied oder stets ein solcher von bestimmter Art aufgefaßt wurde. Dabei ist aber keinesfalls ohne weiteres vorauszusetzen, daß das arithmetische Mittel aus den entgegengesetzten Richtungen

$$\frac{r\,(\text{E. M}_{.i}) + r\,(\text{E. M}_{.a})}{2} = r\,(\text{E. M.}), \qquad [314]$$

das dann als Grenzreiz schlechthin betrachtet wurde, diese Nebeneinflüsse vollständig eliminiere.

Daher schaltete Kraepelin diese Einflüsse der Abstufungsrichtung sinngemäß durch die unregelmäßige Absolvierung der ganzen Stufenreihe $x_1, x_2 \ldots . x_n$ bereits rein experimentell vollständig aus. Hierbei können aber ebenfalls wieder vier paarweise mit i und a gekennzeichnete Werte den S. 276 genannten neuen, aber ebenso eindeutigen Sinn erhalten, wenn man die Beurteilungen der regellos sich folgenden Stufen in einer nach der Größe geordneten Liste der Reizstufen sämtlich einzeln an ihrer Stelle protokolliert und diese Liste nach Absolvierung sämtlicher Stufen in der nachträglichen Betrachtung „von innen" bzw. „von außen" durchläuft, um, genau wie früher bei jener tatsächlichen Darbietung der Stufen in dieser Größenfolge, den „erstmaligen" Urteilswechsel „von innen her" nach oben als r_0 (E. M. i), den von innen nach unten als r_u (E. M. i) usw. zu behandeln. Während aber früher in jeder konkreten Reihe definitionsgemäß immer nur ein der Abstufungsrichtung entsprechender Wert abgeleitet werden sollte, also z. B. beim zentripetalen Fortschritt von oben her entweder nur r_0 (E. M a) oder, bei Fortsetzung jenseits des Äquivalenzwertes, höchstens auch noch r_u (E. M. i), weil eben eine bestimmte „Richtung" zum Wesen der Versuchsreihe selbst hinzugehörte, liefert von diesem neuen, von F. M. Urban systematisierten Standpunkte aus jede Reihe mit je einmaliger Darbietung aller Stufen immer alle vier Werte

zugleich, je nach der Betrachtungsrichtung. Dadurch ist aber eben auch der Gegensatz innerhalb der Wertepaare r_i und r_a ein ganz anderer geworden. Früher waren systematische Einflüsse der Abstufungsrichtung und der zufällige Wechsel von einer Reihe zur anderen daran beteiligt. Als Werte aus der nämlichen Reihe können dagegen r_i und r_a überhaupt nur noch bei zufälligen Schwankungen von einem Einzelversuch zum anderen auseinanderfallen, von denen man damals gerade völlig abstrahierte. Denn wenn seinerzeit der Urteilswechsel erreicht war, hatte man in der Reihe überhaupt nicht weiter zu gehen. Wäre dies aber z. B. bei zentripetaler Bewegung von oben her nach Erreichung von r_0 (E. M. $_a$) dennoch geschehen und hätte dabei der entgegengesetzte Urteilswechsel, von der anderen Seite her betrachtet, also nach der neuen Auffassung, ein von r_0 (E. M. $_a$) verschiedenes r_0 (E. M. $_i$) ergeben, so hätten ja vorher erst wieder g-Urteile noch unterhalb r_0 (E. M. $_a$) auftreten müssen. Hierdurch hätte aber eben das Resultat der alten, mit konstanter Richtung arbeitenden Methode seine Eindeutigkeit verloren, bzw. es wäre mit zwei Wertepaaren nach der alten Definition gar nicht mehr darzustellen gewesen.

b) Die Beziehung zwischen der Methode der Minimaländerungen und derjenigen der vollständigen Reihen.

Nach einer genügenden Zahl von Wiederholungen der Reihe aus den n regellos sich folgenden Stufen hat man aber dann offenbar auch das Material einer „vollständigen Reihe“ (Vollreihe) gewonnen, das sich nur durch die besondere Eigenschaft auszeichnet, daß es in systematischen Gruppen abgeleitet ist. Da aber hierbei gerade jede Bevorzugung irgend einer Stufe sorgfältig vermieden ist, so wird man eine solche Reihenfolge der Versuche bei einer hinreichend großen Stufenzahl n, die ohne besondere Absicht der V.-P. keinen Rückschluß auf die innerhalb jeder Reihe restierenden Stufen zuläßt, auch für die Vollreihen immer dann bevorzugen, wenn man sich über die Zahl der Wiederholungen jeder einzelnen Stufe noch nicht im klaren ist. Sobald freilich bei Vollreihen, wie es sogar im allgemeinen der Fall sein wird, jede Stufe in einer Hauptgruppe mehr als einmal in regelloser Reihenfolge vorkommt[1]), hört die Möglichkeit auf, aus der Liste jene vier „Grenzreize“ der Methode der ebenmerklichen Unterschiede in jener eindeutigen Weise zu entnehmen. Es ist also keineswegs etwa auch umgekehrt die Methode der Vollreihen in ihrer allgemeinen Anwendungsform auf diejenige der Minimaländerungen zurückzuführen.

Da aber nun die wiederholte Durchnahme sämtlicher n Reizstufen, wie gesagt, eine Vollreihe liefert, aus der die Hauptwerte der Grenzreize r_0 und r_u und ihre Streuungsmaße nach den in § 29 dargelegten statistischen Prin-

1) Zur Erreichung dieser völlig zufälligen Untermischung pflegt der Experimentator am besten eine der Zahl sämtlicher Einzelvergleichungen gleiche Anzahl von Karten herzustellen, bei m-maliger Darbietung von je n Stufen also m n Karten, und aus diesen nach gründlicher Mischung die jeweilige Stufe des V zu ziehen. Wenn mehrere Vollreihen gleichzeitig mit einander abgeleitet werden sollen, sind dann mehrere Kartengruppen dieser Art zu mischen.



zipien völlig eindeutig zu berechnen sind, so könnte der Ableitung der vier Werte r_0 (E. M. i), r_u (E. M. i) usw. in allen m Wiederholungen und der Bildung des arithmetischen Mittels aus je m mittleren Grenzreizen

$$r(E.M.) = \frac{r(E.M._i) + r(E.M._a)}{2},$$

nach der Methode der Minimaländerungen ein wissenschaftlicher Wert höchstens noch unter der Bedingung zugestanden werden, daß diese Resultate mit einem der in § 30 und 31 berechneten Hauptwerte $r_0(\mathfrak{A})$, $r_0(C)$, $r_0(\mathfrak{D})$; $r_u(\mathfrak{A})$ usw. übereinstimmen sollten.

Urban glaubte dies nun speziell für die Werte $r_0(C)$ und $r_u(C)$ ganz allgemein nachweisen zu können, bei denen also $F_g(x) = F_k(x) = \frac{1}{2}$ wird[1]. Dabei fixierte er zum erstenmale die Beziehung zwischen jedem der oben genannten vier Einzelwerte r (E. M.) und den in den Vollreihen gegebenen rel. Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Urteile, deren Umschlag innerhalb der nach Reizstufen geordneten Urteile jeder konkreten Einzelreihe uns vorhin die vier verschiedenen Grenzreize r_0 (E. M. i) usw. definieren ließ: Es bedeute P die Wahrscheinlichkeit dafür, daß einer jener vier Werte, z. B. r_0 (E. M i), wirklich bei einer ganz bestimmten Stufe x_ν gefunden wird, wenn eine sehr große Zahl m konkreter Einzelreihen in Betracht gezogen wird, welche sämtliche Kombinationsmöglichkeiten der drei Urteile g, u und k in einer Reihe zu n Gliedern entsprechend der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit dieser Urteile gleichmäßig zu erschöpfen gestattet. Dann läßt sich offenbar das wahrscheinliche Resultat r_0 (E. M. i) der m Reihen, in denen r_0 (E. M. i) immer einen ganz bestimmten Wert besitzt, gemäß der alten rechnerischen Behandlung nach der Methode der Minimaländerungen als das arithmetische Mittel aus allen diesen Einzelwerten berechnen, wozu man nur die P_ν für sämtliche n Stufen zu kennen braucht. Denn es wird, wenn wir die Grenzreize r_0 (E. M. i)$_\nu$ für x_ν kurz mit r_ν bezeichnen,

$$r_0(E.M._i) = r_1 \cdot P_1 + r_2 \cdot P_2 + \ldots . \; r_m P_m. \qquad [315]$$

Ganz analog lassen sich dann auch die anderen r (E. M.) mit den Indizes o, a; u, i; u, a finden, deren Wahrscheinlichkeit, auf die Stufe x_ν zu treffen, Urban mit P'_ν; Q_ν, Q'_ν bezeichnet. Nun ist P die Wahrscheinlichkeit dafür, daß man in der Urteilsliste von innen her, in der Richtung von E'_0 nach E_0, die für die Definition von x_ν als r_0 (E. M. i) entscheidende Reihenfolge vorfindet, also zunächst keine g- (d. h. nur u- oder k-Urteile), bei x_ν aber zum erstenmal ein g-Urteil. Daher ist P bei der völligen Unabhängigkeit, die bei der regellosen Darbietung der Stufen zwischen den Wahrscheinlichkeiten F(x) eines Urteiles bei den einzelnen Stufen besteht, gleich dem Produkte der Wahrscheinlichkeiten der für jede der bis x_ν durchlaufenen Stufen vorausgesetzten Urteile, d. h. es ist

$$P_\nu = (1 - F_g(x_1)) \cdot (1 - F_g(x_2)) \ldots . (1 - F_g(x_{\nu-1})) \cdot F_g(x_\nu). \qquad [316]$$

1) A. S. 270, A. 2 a. O.

Ebenso erhält man aber die Wahrscheinlichkeit P'_ν dafür, daß x_ν als r_0 (E. M.$_a$) befunden werde, als

$$P'_\nu = F_g(x_n) \cdot F_g(x_{n-1}) \ldots F_g(x_{\nu+1}) \cdot (1 - F_g(x_\nu)), \qquad [317]$$

und analog berechnen sich Q_ν und Q_ν' aus den rel. H. $F_k(x)$.

Entgegen der Urbanschen Annahme ist aber der resultierende Wert

$$r\,(E. M.) = \frac{r\,(E. M._i) + r\,(E. M._a)}{2}$$

im allgemeinen, d. h. ohne Einführung einer zu r(C) symmetrischen Änderung der Urteilshäufigkeiten und ohne gleichzeitige symmetrische Anordnung der Reizstufen, durch diese Überlegungen mit r(C) analytisch nicht in Übereinstimmung zu bringen, wie auch schon Müller angenommen hat. Wenn also Urban bei der vergleichenden Behandlung seines S. 145ff. genannten umfangreichen Materiales nach den alten Rechenvorschriften der Minimaländerungen rein empirisch eine gute Übereinstimmung seiner Werte r (E. M.) mit den gleichzeitig nach Lagrange (vgl. § 30,b) interpolierten Werten r(C) fand, so hängt dies nur damit zusammen, daß seine Urteilskurven in der Tat von der Φ-Funktion meistens nur rein zufällige Abweichungen zeigten und daß seine Abstufung der Reize glücklich gewählt war.

Daß die Berechnung der Werte r (E. M.) die tatsächlichen Urteilsverhältnisse, die von bestimmten mittleren Bedingungsextremen r_0 und r_u und deren Streuungsmaßen repräsentiert sein sollen, ohne jene im allgemeinen nicht vorhandene Symmetrie nur ungenügend wiedergeben kann, ersieht man auch schon daraus, daß manche Einzelversuche bei der Ableitung dieser Werte völlig unberücksichtigt bleiben, während bei unserer Behandlung der Vollreihen nach dem Prinzipe des a. Mittels, also in den r(𝔄) und ihren Streuungsmaßen D und M, jeder Einzelversuch zur Geltung gebracht wird. Es seien z. B. zwei konkrete Reihen von Urteilen nach der Minimaländerung bei regelloser Stufenfolge abgeleitet, deren oberes, r_0 enthaltendes Stück folgendermaßen laute, wobei wir die Einzelurteile kleiner, gleich, größer mit deutschen Buchstaben 𝔨, 𝔲, 𝔤 und dem Index der Stufe x_ν markieren:

1) $\mathfrak{u}_1\,(\mathfrak{k}_1),\ \mathfrak{u}_2\,(\mathfrak{k}_2),\ \mathfrak{g}_3,\ \mathfrak{u}_4\,(\mathfrak{k}_4),\ \mathfrak{u}_5\,(\mathfrak{k}_5),\ \mathfrak{g}_6$

2) $\mathfrak{u}_1\,(\mathfrak{k}_1),\ \mathfrak{u}_2\,(\mathfrak{k}_2),\ \mathfrak{g}_3,\ \ \mathfrak{g}_4,\ \ \mathfrak{u}_5\,(\mathfrak{k}_5),\ \mathfrak{g}_6$

In beiden Reihen liegt r_0 (E. M.$_i$) bei x_3 und r_0 (E. M.$_a$) bei x_5. Der Versuch mit x_4, der in beiden verschieden ausfiel, kommt also überhaupt nicht zur Geltung, und das nämliche würde für eine beliebig größere Zahl von Stufen gelten, die man sich in sonst analogen Reihen an die Stelle von x_4 gesetzt denkt. Wenn man sich freilich, wie bei der früheren Anwendung der Minimaländerungen angenommen war, die Lage des Grenzreizes innerhalb der nämlichen Reihe konstant denken dürfte, käme ein solches Intervall zwischen r_a und r_i, wie oben gesagt, überhaupt nicht in Betracht. Man könnte eben dann in einer konkreten Reihe die augenblickliche wahre Lage des Grenzreizes wirklich unmittelbar beobachten.

Bei Schwankungen von einer Reihe zur anderen aber wäre dann in der Tat einfach das Mittel der in den Einzelreihen gefundenen Lagen der sinngemäße Hauptwert des Grenzreizes. Nachdem man aber einmal weiß, daß die Lage der Urteilsextreme von einem Versuch zum anderen wechselt, wodurch ja überhaupt erst der Gegensatz von r_a und r_i möglich wird, bedeuten die nach der alten Art beobachteten Einzelwerte r(E. M.) nur noch scheinbare Lagen der Grenzreize, wie schon S. 170 erwähnt wurde. Die einfache Mittelbildung allein kann aber natürlich aus dem Durchschnitt der scheinbaren im allgemeinen keinen solchen der wahren Werte machen. Vielmehr findet man den Weg zu diesem nur durch rein sachliche Überlegungen über den realen Zusammenhang der Begriffe, hier also über das Wesen der Bedingungsextreme, wie sie in § 29 angestellt wurden. Somit kann der Methode der Minimaländerungen neben derjenigen der Vollreihen bezüglich der Sammlung des Materiales nur noch eine beschränkte, bezüglich dessen Verrechnung aber überhaupt keine Bedeutung mehr zuerkannt werden. Und wenn man sich auch früher wegen der Einseitigkeiten und Unbequemlichkeiten der üblichen Anwendungsform der Konstanzmethode noch eher mit den an sich zwar inkorrekten, aber wenigstens angenäherten und vor allem schnell ableitbaren Werten r (E. M.) begnügen mochte, so kommt nach der Ausbildung des bequemen unmittelbaren Verfahrens für r(𝔄), M usw. nach § 30 nunmehr auch dieser letzte Grund zur Berechnung der Werte r(E. M.) in Wegfall[1]).

Kapitel 10.

Die Bestimmung von Reiz- und Veränderungsschwellen.

38. Die Reizschwelle.

a) Die speziellen Gesichtspunkte bei der Ableitung der sog. absoluten Schwellen.

1. Da nach den allgemeinen Angaben über die Messung einer Schwelle überhaupt sogleich zur Bestimmung der Unterschiedsschwelle und des Totalfehlers übergegangen wurde, könnte man vielleicht meinen, es sei bei der psychologischen Konkretisierung jener allgemeinen Gesichtspunkte das einfachste Problem dieser Art, die Untersuchnng der sog. „Reizschwelle“ oder „absoluten Schwelle“, zu Unrecht übersprungen worden. Mit diesem Namen bezeichnet man bekanntlich seit Fechner das Mindestmaß eines Reizes, das auf ein Sinnesorgan einwirken muß, „damit ein bestimmtes auf den an sich genommenen Reiz bezügliches Urteil eintrete“ (Müller). Bei der Unterschiedsschwelle handelt es sich dagegen immer bereits um das

1) Vgl. a. u. S. 170 A. a. S.

Mindestmaß des Unterschiedes zweier Reize, das diesen Unterschied entweder als solchen oder seiner Richtung nach erkennen läßt. Die Fragestellung bei der Ableitung einer Reizschwelle gehört aber hiernach offenbar zu der Gruppe von Aufgaben, bei denen einzelne experimentell dargebotene Reize oder Reizkomplexe zu beschreiben sind. Diese haben wir schon vor dem Eingehen auf die Vergleichsmethode S. 233 genannt, aber auch sogleich als nur scheinbar einfachere Probleme hinter die Analyse der Vergleichsprozesse zurückgestellt. Allerdings bildet die Ableitung einer Reizschwelle nur einen Grenzfall unter ihnen, da sich bei ihr die unmittelbare Beschreibung auf die bloße Konstatierung eines ebenmerklichen Reizes überhaupt reduziert. Doch ist jedenfalls auch bei ihr die Norm der Beurteilung, deren Funktion hierbei derjenigen der Wahrnehmung eines konstanten Normalreizes N bei den Vergleichsversuchen verwandt ist, ebenso wie bei allen Beschreibungen einzelner, für sich betrachteter Reize eine reproduktive Vorstellung, die von den früheren Wahrnehmungen der übermerklichen Stufen des Reizes herstammt, dessen absolute Schwelle bestimmt werden soll. Nun wurde bei jener vorläufigen Erwähnung dieser ganzen Kategorie von Experimenten S. 234 bereits darauf hingewiesen, daß die Vieldeutigkeit, die sich aus dem rein reproduktiven Charakter der hierbei wirksamen Norm ergibt, ihrerseits selbst durch eine geeignete experimentelle Vorbereitung der V.-P. tunlichst reduziert werden kann. Die entscheidenden Begriffe müssen also selbst bereits an der Hand eines geeigneten Wahrnehmungsmateriales systematisch eingeübt werden. Dies wird aber bei der Ableitung der Reizschwelle besonders einfach. Denn hier ergibt sich diese klare Vergegenwärtigung der Norm in besonders natürlicher Weise aus der Darbietung übermerklicher, aber immerhin minimaler Reizstufen, wie sie ja bei der Ableitung der Schwellen durch Vollreihen ohnedies vorkommen müssen. Die V.-P. lernt also unterdessen die entscheidende Qualität genau kennen; auch hat sie sich eventuell durch besondere, völlig wissentlich angestellte Versuche mit etwaigen Unterschieden der Nuancierung bei den verschiedenen Intensitätsstufen vertraut zu machen. Denn deren Inhalt kann sich hierbei bisweilen so sehr verändern, daß die V.-P. schwache Reize überhaupt nicht mehr als Stufen der zu konstatierenden Qualität wiedererkennen würde, falls sie sich nach ihrer landläufigen Bekanntschaft mit den deutlich übermerklichen Stufen sogleich in dem Unsicherheitsbereich zurechtfinden sollte. Durch eine solche systematische Einführung wird aber wohl schließlich jeder Beobachter, sofern er überhaupt die allgemeinen Voraussetzungen für wertvolle quantitative Versuche dieser Art erfüllt, der Schwierigkeiten überhoben werden, die vor allem Binet bei seinen Versuchen über die Raumschwelle des Tastsinnes in so ausgiebigem Maße entgegengetreten sind[1]), daß er an der Ableitbarkeit brauchbarer Schwellenmaße auf diesem Gebiete bei bestimmten „Typen“ von V.-P. überhaupt verzweifeln zu müssen glaubte. Zunächst ist natürlich die absolute Schwelle für den komplexen Tatbestand einer räumlichen Extension schon an und für sich mit noch größeren Schwierigkeiten in dieser Hinsicht umgeben, als die Ableitung der Reizschwelle für einen einfachen Sinnesreiz, z. B. einen einfachen Tasteindruck

1) La mesure de la sensibilité. Année psychologique. 1903. IX, S. 89.

überhaupt. Trotzdem wird man sich aber mit der V.-P. über die Einheitlichkeit oder Zwiespältigkeit des Eindruckes, über die sie in jedem Versuche allein zu urteilen hat, und über die Abstraktion von bloßen Intensitätsänderungen u. ä. an der Hand stufenweiser wissentlicher Verminderungen übermerklicher Distanzen und wirklich einheitlicher punktueller Eindrücke verständigen können. Dadurch wird also wohl zunächst wenigstens Binets „Typus“ der sog. Simplistes zu kurieren sein, die bis zu sehr großen objektiven Distanzen keine Extension oder Zweiheit herausfinden. Denn bei ihnen dürften eben nur diese Voraussetzungen für die Wiedererkennung minimaler Grade an sich bekannter Qualitäten noch nicht erfüllt sein.

In der reproduktiven Norm für die Urteilsabgabe bei solchen Versuchen ist natürlich neben dem rein Inhaltlichen auch noch das besondere formale Moment der Objektivierung enthalten, das in der Ableitung der Extensionsschwelle bei an sich bereits übermerklichen Gesichts- oder Tasteindrücken nicht so deutlich hervortritt, als etwa bei der Konstatierung ebenmerklicher einzelner Sinneseindrücke, vor allem auf Gebieten, die so starke subjektive Erregungen aufzuweisen haben, wie das Tast- und Sehfeld. Denn die V.-P. soll ja hierbei keineswegs das Vorhandensein einer Empfindung überhaupt konstatieren. Ihr Urteil hat sich vielmehr eben auf das Dasein eines äußeren Reizes zu beziehen, das freilich durch einen bestimmten Empfindungsverlauf repräsentiert wird. Die Frage nach den Kriterien der Objektivierung und der Quantität eventueller Fehler in dieser Hinsicht ist aber natürlich keine Domäne der Reizschwellen-Untersuchung; vielmehr kommt die eigenartige Abgrenzung zwischen Objektivem und Subjektivem bei allen psychologischen Versuchen in Frage, bei denen die spezielle Leistung in einer Erkennung von objektiven Vorgängen besteht oder durch sie bedingt ist, also insbesondere auch bei den Vergleichungen übermerklicher Reize unter sich. Allerdings bringt der längere Ausschluß stärkerer Reize bei der Beschäftigung mit minimalen Reizstufen eine besondere Steigerung der Erregbarkeit mit sich, welche die subjektiven Erscheinungen den objektiv bedingten Empfindungen besonders selbständig gegenübertreten läßt. Doch sind sowohl die hieraus entspringenden Fehler als auch die Prozesse, durch die wir bei der Auffassung der Objekte von ihnen zu abstrahieren vermögen, von analogen Vorgängen bei der Beschäftigung mit deutlich übermerklichen Reizen, deren stärkere Erregung trotz der geringeren Reizbarkeit störende Nachwirkungen zeitigt, nicht prinzipiell verschieden.

Zur Ableitung des unteren Bedingungsextremes für die Wiedererkennung einer bestimmten Qualität werden nun nach § 29 verschiedene minimale Reizstufen einschließlich der Stufe Null in „Vollreihen“ dargeboten und die relativen Häufigkeiten der beiden Urteile: „Reiz bemerkt“ und „Reiz nicht bemerkt“ ermittelt, der beiden Hauptfälle, auf die sich hier die Möglichkeiten reduzieren, wenn man, wie bei der Methode der drei Hauptfälle für die Bestimmung von Unterschiedsschwellen, die Fälle der Unbemerktheit und der Unsicherheit in eine Gruppe zusammenfaßt. Man hat also hier dann gewissermaßen nur u- und g-Fälle, die überall kontradiktorische Komplemente[1]) sind, so daß

1) Der Methode der fünf Hauptfälle für Unterschiedsschwellen entspräche eine weitere Zerlegung der Kurve $F_g(x)$ in eine mit der X-Achse geschlossene Kurve der



$$F_g(x) + F_u(x) = 1. \quad [318]$$

Man kann daher auch die Verteilungskurven in dem früheren Schema Fig. 7a S. 171 als Veranschaulichung des Materiales von Vollreihen zur Ableitung einer absoluten Reizschwelle betrachten, wenn man nur die gestrichelte Kurve nicht als $F_k(x)$, sondern als die Kurve $F_u(x)$ der rel. H. der Unbemerkheit des Reizes auffaßt. Sobald sich ein unteres Extrem E′ mit $F_g(x) = 0$ ableiten läßt, kann jederzeit ein bestimmter Hauptwert des Grenzreizes angegeben werden, den wir auch hier mit r_0 bezeichnen wollen. Falls jedoch, wie es bei der Objektivierung rein subjektiver Vorgänge sein muß, bei der Reizstufe 0 auch nur gelegentlich noch positive Urteile vorkommen, wird die mittlere Schwelle unbestimmt.[1]) Es besteht eben in diesem Falle im Verlauf der Beobachtung so und so oft gar kein Grenzreiz; denn dieser soll doch ein Minimum darstellen, so daß er bestimmte kleinere Reizmöglichkeiten als Bedingungen der Wahrnehmung ausschließen müßte, während diese hier bis zum Reiz 0 herabreichen. Man könnte also in diesem Falle immer nur sagen, welches der mittlere Grenzreiz wäre, wenn man von diesen sogar beim Reiz Null möglichen subjektiven Empfindungen entweder völlig absieht oder bei ihrem Auftreten die Reizstufe 0 als Grenzreiz gelten läßt.

Auf jeden Fall ist aber der Schwellenwert, der bei dieser absoluten Verwendung des Begriffes mit r_0 identisch ist (vgl. S. 165, A. 1), auch bei $E' \gtreqless 0$ immer nur ein völlig unanalysierter Wert des Bedingungsextremes, ähnlich wie die sog. „physikalische" Unterschiedsschwelle $s_0 = r_0 - N$ nach S. 250, die einfach den Abstand des Grenzreizes vom Normalreiz bedeutet, mit dem hier die Stufe 0, zunächst schon rein äußerlich betrachtet, eine gewisse Analogie aufweist.

Die einfache Reizschwellenbestimmung gleicht übrigens auch schon hinsichtlich der subjektiven Urteilsbedingungen, die mit dieser Einseitigkeit der Ableitung einer einzigen Grenzkurve $F_g(x)$ zusammenhängen, Versuchen mit alleiniger Ableitung einer oberen oder einer unteren Unterschiedsschwelle, bei denen der Beobachter zugleich nicht nur genau weiß, daß es sich nur um diese eine U.-schwelle handelt, sondern sich auch über die Reizlage des V völlig im klaren ist. Hieraus kann aber bekanntlich ein starker Erwartungsfehler resultieren, wenn außerdem auch noch, wie bei der früheren Methode der Minimaländerungen, eine bestimmte Abstufungsrichtung eingehalten wird, oder wenn die Stufen auch nur so gewählt sind, daß sie auch bei regelloser Darbietung den Reiz sehr häufig erkennen lassen. Ähnliche Ursachen mögen sich wohl auch bei dem zweiten „Typus" Binets

Ebenmerklichkeit $F_g(x)$ und eine solche der deutlichen Merklichkeit $F_{\mathfrak{g}}(x)$, die bei einem neuen Extrem **E** zur Höhe 1 aufsteigt.

1) Hierbei steigt also $F_u(x)$ überhaupt nicht bis zur vollen Höhe 1 auf, wie wenn Schema Fig. 7a vor dem linken Rand abgeschnitten würde. — Bei drei Fällen u, g, **g**, bei denen natürlich außer den Extremen E′ und E für g auch noch die neuen Extreme **E**′ und **E** für **g** in Frage kommen, kann unter Umständen nur die Kurve für g von dieser unteren Verkürzung betroffen werden, so daß nur die „Vorschwelle" s′ unbestimmt wird, die entweder direkt als Mittel des K.-G. $F_g(x)$ oder aus der Reduktion auf zwei Fälle u und g + **g** (S. 179) zu berechnen wäre; dagegen kann dann eine Hauptschwelle der deutlichen Merklichkeit aus der Reduktion auf u + g und **g** sicher berechnet werden.

geltend gemacht haben, bei den sog. „Interprétateurs“, die bei bestimmten Reihen seiner Messungen der Raumschwelle sogar bei der Distanz 0 stets eine Zweiheit wahrnahmen und dadurch die Angabe einer Schwelle überhaupt unmöglich machten. Da aber gerade bei dieser Stufe 0 der Erwartungsfehler als solcher rein heraustritt, so läßt sich eine so wenig objektive V.-P. leicht seiner überführen, wenn man nur eine genügende Anzahl von „Nullversuchen“, oft auch „Vexierversuche“ genannt, in den Vollreihen vorbringt. Durch sofortige nachträgliche Mitteilung der Verfehlung dieser Kontrolen wird sich dann meistenteils auch eine objektivere Einstellung erzielen lassen, falls der V.-P. selbst überhaupt daran gelegen ist.

Bei geübteren V.-P. wird aber sowohl bei jener einseitigen Ableitung von s_o oder s_u als auch hier bereits eine passende Größe der Stufen hierzu ausreichen, die auch bei durchweg gleich häufiger Darbietung (in zufälliger Reihenfolge), eben infolge der Schwelle für wirklich objektiv bedingte Wahrnehmungen, den Reiz oft genug unmerklich werden läßt, so daß man nicht allzu sicher erwarten muß, daß er bei besonderer Aufmerksamkeit bemerkt werden könne. Derartige Versuchsbedingungen bieten jedenfalls die an sich nicht uninteressante Möglichkeit, ein Optimum der sog. „Empfindlichkeit“ $\frac{1}{s_0}$ bzw. „Unterschiedsempfindlichkeit“ experimentell eindeutig aufzufinden, das bei der Hinzunahme jeder weiteren Unwissentlichkeit in einer der hier als bekannt vorausgesetzten Richtungen gestört würde. Wenn es sich natürlich nur um die Bestimmung eines Fehlerhauptwertes oder der „wahren“, vom Äquivalenzwert aus gerechneten Schwellen S, z. B. bei Prüfungen des Weberschen Gesetzes, handelt, wird die getrennte Ableitung einer oberen oder einer unteren Schwelle nicht nur unnötig, sondern nach dem früher Gesagten sogar untunlich erscheinen. Wo jedoch der energetische Gesichtspunkt der Auffindung physikalischer Äquivalente für möglichst genau umschriebene Leistungen vorwaltet, wird die Ableitung einer Schwelle bei wissentlicher Konzentration auf eine einzige Variationsrichtung als solche immer ihren Wert behalten. — Wollte man dagegen bei der Bestimmung der einfachen Reizschwelle den Erwartungsfehler, weil man ihn hier nicht durch eine negative Abstufungsrichtung unter Null beseitigen kann, wenigstens durch einen unregelmäßigen und unwissentlichen Wechsel der Lage und Art innerhalb eines gewissen Bereiches herabsetzen, so würden hiermit natürlich auch für die Wiedererkennung ganz andere psychologische Bedingungen eingeführt sein, an die bei dieser absoluten Reizschwelle zunächst nicht gedacht ist. Ja man kann sagen, daß bei jenen Versuchen, bei denen es vom energetischen Gesichtspunkt aus eben nicht nur auf die Vergleichbarkeit mit anderen Schwellen, sondern auf das absolute Minimum als solches ankommt, Resultate eines geübten zuverlässigen Beobachters, dem außerdem auch die jeweilige Abstufungsrichtung bekannt war, von besonderem Wert sein können.

b) Die Untrennbarkeit eines Fehlers der subjektiven Nulllage von dem Schwellenmaß.

Wenn aber nun auch bei solchen Bestimmungen die absolute Reizschwelle ein völlig unanalysiertes Ganzes bildet, so weist doch schon die

Möglichkeit einer gelegentlichen Verfehlung des Nullversuches darauf hin, daß von der bloßen Latenz einer objektiven Reizwirkung unterhalb eines bestimmten Minimums zunächst wenigstens ganz im allgemeinen eigentliche Fehler der Urteilsnorm zu unterscheiden sind, die natürlich auch in der entgegengesetzten Richtung liegen können, wenn z. B. eine bewußte übermerkliche Veränderung, die tatsächlich eine adäquate Reizwirkung darstellt, aus irgend welchen Gründen, z. B. nach früheren Enttäuschungen des Beobachters bezüglich der Zuverlässigkeit seiner Wahrnehmungen, für subjektiv gehalten wird. Es fragt sich nun, ob durch irgend ein Verfahren auch ein Fehlerhauptwert dieser Art ähnlich aus der physikalischen Reizschwelle herausgelöst werden könne, wie der Totalfehler bei der Vergleichung zweier übermerklicher Reize. Sehen wir auch hier zunächst für einen Moment von der Tatsache der Schwelle ab, so würde zu einer bestimmten Definition eines empirischen Maßes dieses Fehlers offenbar wieder vorausgesetzt sein, daß wir uns auf seiten der zu beurteilenden Wahrnehmungszustände genaue Äquivalente zum anschaulichen Inhalte des Begriffes herstellbar denken, den wir uns bei der Wirksamkeit eines bestimmten „konstanten Fehlers“ der Urteilsnorm von dem speziellen Zustand des Wahrnehmungsfeldes bei völliger Reizlosigkeit machen. Dieser Inhalt der begrifflichen Norm müßte also bei dem Übergang von einem (negativen) Fehler der vermeintlichen objektiven Nulllage, mit dem Effekte der Objektivierung eines subjektiven Eindruckes, zu dem entgegengesetzten (positiven), also zu einer Subjektivierung eines bewußten Korrelates des äußeren Reizes, durch die korrekte Vorstellung von dem wirklichen Korrelate der Reizlosigkeit unter den augenblicklichen, hier als konstant betrachteten psychophysischen Bedingungen hindurchgehen. Der jeweilige „Fehler“ aber entspräche dem Abstand des augenblicklich gültigen Äquivalentes von der objektiven Nulllage.[1]) Diese

1) Bei der Einschränkung des Begriffes der „wahren“ Reizschwelle auf den Fall, daß das Wahrnehmungsfeld von inneren Erregungen vollständig frei ist, gleichgültig, ob diese Erregungen von der anschaulichen Begriffsnorm der augenblicklichen Nulllage aus wirklich als positive Vorgänge erscheinen oder nicht, würde die ebenmerkliche Erhöhung einer bereits von der subjektiven Nulllage verschiedenen Empfindung psychologisch bereits eine „innere“ Unterschiedsschwelle zwischen zwei übermerklichen Empfindungen bedeuten und daher einer anderen Stelle in der psychophysischen Abhängigkeitsfunktion zwischen Reiz und ebenmerklichem Empfindungszuwachs entsprechen. So weit man nun die „wahre“ Reizschwelle in dem soeben bezeichneten Sinne, d. h. den Reiz, der bei rein objektiver Bedingtheit der Empfindung ebenmerklich wäre, trotz solcher subjektiver Zuthaten angeben will, ist man im allgemeinen auf sehr prekäre Extrapolationen von Funktionen angewiesen, die man bezüglich der Unterschiedsschwelle bei etwas höheren Intensitätsstufen abgeleitet hat, bei denen man den Anteil der eventuell auch hier unvermeidlichen Eigenerregung relativ immer geringer veranschlagen bzw. vollständig vernachlässigen kann. Mittelst einer Verallgemeinerung der bei höheren Stufen gefundenen Abhängigkeitsbeziehung zwischen Reiz und Schwelle (als welche natürlich allein schon wegen der Tatsache der Reizschwelle nicht einfach das Webersche Gesetz in Frage kommen könnte), hat man in der Tat schon versucht*), die den subjektiven Erregungen äquivalente Reizwirkung aus der Erhöhung der tatsächlich beobachteten Reizschwelle über jene Extrapolation hinaus abzuschätzen.

*) Helmholtz, Die Störungen der Wahrnehmung kleinster Helligkeitsunterschiede durch das Eigenlicht der Netzhaut. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S. I, 1890, S. 5. Physiologische Optik. 2. Aufl. 1896, S. 415.

Reihe der beiderseitigen Äquivalente, die derjenigen in der Vorüberlegung zur Messung von Vergleichsfehlern S. 237 völlig analog konstruiert ist, hat aber auf Seiten der Wahrnehmung des abgestuften Minimalreizes offenbar nur bis zur Stufe 0 eine reale Bedeutung. Ein Äquivalent zum augenblicklichen „Begriff" von der Nulllage wäre daher experimentell durch eine Abstufung des Reizes selbstverständlich nur erreichbar, solange ein „positiver" Fehler in dem oben genannten Sinne vorläge, also tatsächlich bewußte Reizwirkungen subjektiviert würden, wobei wir aber wohlgemerkt von der Schwelle noch absehen. Bei negativen Fehlern finden sich somit in der Äquivalenzreihe höchstens zu den Begriffen, die man sich augenblicklich von entsprechend höheren Stufen macht, Äquivalente auf seiten des variablen Prüfungsreizes. Wenn wir aber den Fehler wirklich aus einer Reizschwelle herauslösen wollen[1]), müssen wir eben auf seiten der Norm bei dem Begriffe von der augenblicklichen Nulllage bleiben.

Durch diese Überlegung ist also der ganze Fall wieder vollständig auf den früheren des Vergleiches zwischen zwei Inhalten reduziert, von denen hier nur eben der dem Normalreiz N entsprechende Inhalt prinzipiell durch die spezielle begriffliche Funktion charakterisiert ist, daß er uns die augenblickliche objektive Nulllage repräsentiere. Zu einer empirischen Messung, wie sie hiernach bei Abstraktion von der Schwelle wenigstens für den positiven Fehler möglich erschien, müßte aber dann offenbar außerdem auf Seiten des Vergleichsinhaltes V auch wieder erst eine Unterschiedsschwelle nach oben und nach unten von der dem Normalnull äquivalent gedachten Stufe aus überwunden werden, aus der dann das gesuchte Äquivalent A des Normal-Null durch irgend eine Mittelbildung aus den beiden Grenzreizen zu berechnen wäre. Hiermit ist aber etwas Unmögliches verlangt. Denn es löst allerdings die mit der Reizschwelle identische Stufe des variablen Prüfungsreizes, der hier als V erscheint, das Bewußtsein der Objektivität aus, was als Überschreitung der oberen Schwelle beim „Vergleich" mit der Norm der Nulllage betrachtet werden kann. Dagegen kann natürlich die V.-P. unterhalb dieser Reizschwelle, falls wirklich diese selbst und der zu messende Fehler der Norm konstant bleibt, auf die Vergleichswahrnehmung überhaupt kein Urteil beziehen, da sie ihr eben in diesem ganzen Stufenbereiche einfach nirgends vorhanden zu sein scheint, und die Aufgabe der Ableitung eines unteren Grenzreizes, von der Normalnull aus gerechnet, erscheint somit überhaupt undenkbar.

c) Die Beziehung der Reizschwelle zur Unterschiedsschwelle.

Alle diese Überlegungen gelten nun ganz allgemein, gleichgültig, in welcher Weise man sich die Norm vergegenwärtigt. Nicht immer sind allerdings die Schwierigkeiten so groß, wie in dem extremen Falle, bei dem das

1) Die Fehler, die auf höheren, übermerklichen Reizstufen in der früher ausführlich dargelegten Weise meßbar werden, wenn die Norm selbst durch einen Normalreiz im früheren Sinne vertreten ist, sind natürlich diesen Fehlern auf der untersten Stufe des Kontinuums niemals ohne weiteres als gleich zu erachten.



Kriterium der objektiven Nulllage jeweils wirklich ein rein reproduktives ist. Dies träfe allerdings zu, wenn der zu beurteilende Minimalreiz nicht in einem ganz bestimmten, dem Beobachter bekannten Zeitpunkte, sondern um eine unbestimmte Zeitstrecke vor der Entscheidung einsetzte, bzw. allmählich anstiege, und wenn er außerdem, falls das Wahrnehmungsfeld des untersuchten Sinnesorganes ausgedehnt ist, dieses ganz ausfüllte. Etwas ähnliches kommt höchstens bei der unten erwähnten Untersuchung der sog. Aufmerksamkeitsschwankungen mit konstanten minimalen Sinnesreizen vor, bei denen aber nicht die Reizschwelle als solche unter optimalen Bedingungen, sondern ihre mitunter bedeutende Erhöhung bei längerer Beobachtungsdauer gemessen werden soll, und auch hier gilt dies höchstens bei akustischen Versuchen, bei denen es die eigentümliche Einheitlichkeit der gesamten Schallwahrnehmung eines Augenblickes mit sich bringt, daß die Nulllage der „Stille" auch schon beim Dasein einer einzigen Schallempfindung nicht mehr unmittelbar wahrgenommen ist. Dabei läßt sich aber dann sogar bisweilen ein Vorgang beobachten, dem eine gewisse Beziehung zur vorhin als undenkbar erklärten Unterbietung der subjektiven Nulllage nicht ganz abzusprechen ist. Natürlich kann eine solche Analogie nur bei stärkeren positiven Fehlern dieser Norm vorkommen, also bei der Subjektivierung einer gewissen Minimalstufe des Prüfungsreizes. Solche Fehler dürften nun in den Remissionsstadien der Aufmerksamkeit in der Tat auftreten, in denen die konstante Minimalstufe des Reizes zunächst nicht mehr vorhanden zu sein scheint. Wird nun in diesem Stadium der Reiz plötzlich völlig abgebrochen, so hat man nachträglich den Eindruck, als ob doch etwas dagewesen sei, so daß also nicht einfach die Sinneserregung vermindert war[1]) Natürlich ist dies aber nicht ein Urteil, das dem k-Fall nach Überschreitung des unteren Grenzreizes r_u bei Konstanz des Fehlers und der mittleren Schwelle vergleichbar sein könnte. Auch wird hierbei überhaupt kein anderes Urteil über den Prüfungsreiz 0 gefällt, als es bei den höheren Stufen bis zur (oberen) Schwelle abgegeben werden würde. Vielmehr verschiebt sich hierbei nur die Norm, u. z. vermindert sich ihr Fehler auf Grund des Kontrastes zwischen einer tatsächlichen Sinneswahrnehmung, die man von der fehlerhaften Normvorstellung aus als Repräsentanten der Nullage betrachtete, einerseits und der längere Zeit nicht mehr dargebotenen Reizstufe 0, deren längeres Ausbleiben eben die Ursache des Fehlers war, andererseits. Jedenfalls wäre die Stufe, die diesen Effekt eben herbeiführt, eine untere Schwelle r_u in einem ganz anderen Sinne. Auch wäre sie natürlich nur durch eine stufenweise Verringerung des Reizes, nicht aber durch eine regellose Reihenfolge der Abstufungen „meßbar". Endlich hätte man, falls man wirklich $\frac{r_o + r_u}{2}$ als mittlere Objektivierungsgrenze (subjektive Nullage) und daher $r_o - \frac{r_o + r_u}{2}$ als die vom positiven Fehler gereinigte, „wahre" Reizschwelle des Remissionsstadiums auffassen wollte, einfach eine Art von Unterschiedsschwelle aus einem etwas höheren Niveau auf ähnliche Art wie früher bestimmt, die eben nur subjektiv in diesem Stadium als unterster

1) Vgl. Experim. Analyse der Bewußtseinsphäre S. 249.

Empfindungsschritt der direkten Sinneswahrnehmung (von der vermeintlichen Nullage aus) erschien.

Bei den gewöhnlichen Messungen der Reizschwelle, bei denen es auf deren Minimum ankam, suchte man jedoch ganz von selbst die Nullage in möglichst unmittelbarer zeitlicher und räumlicher Nähe des abgestuften Prüfungsreizes unmittelbar „wahrnehmen“ zu lassen. Hierbei muß natürlich zugleich der Beobachter wissen, daß ein möglichst reizloses Gebiet vorliegt, damit es ihn überhaupt in seinem Urteil unterstützen kann, das wegen der Fragestellung im letzten Grunde doch immer „absolut“ ist, oder besser gesagt, auf einer „Auffassung“ der wahrgenommenen Leere als objektiver Nullage ruht, die im letzten Grunde rein gedanklich begründet sein muß. Eben deshalb können solche Versuche auch in diesem gewöhnlichen Falle nicht als einfache Messungen einer Unterschiedsschwelle auf der untersten Reizstufe betrachtet werden. Ja im allgemeinen geht dies auch schon deshalb nicht an, weil die simultane Umgebung extensiver Sinnesgebiete, z. B. das völlig dunkle Sehfeld oder das reizlose Tastfeld, mit allen zur objektiven Orientierung in ihm gehörigen Inhalten und der zeitlich unmittelbar vorhergehende Zustand der kritischen Stelle, der bei Gehörsschwellen im wesentlichen allein in Frage kommt, ohne besondere Instruktion hierbei in der Auffassung der Sachlage keine so koordinierte apperzeptive Stellung besitzen, wie sie bei der Messung eigentlicher Unterschiedsschwellen dem im übrigen der Nulllage entsprechenden Normalreiz N zukommen muß. Doch trägt natürlich auch schon diese Stellung der sinnlich wahrgenommenen Norm, bei der sie als bloßer „Hintergrund“ figuriert, wesentlich zur Verfeinerung der Schwelle bei. Besonders der zeitlich unmittelbar vorhergehende Zustand der kritischen Stelle selbst steht zu deren Neuwahrnehmung in einer sehr engen Beziehung, die bei plötzlichen Änderungen einen lebhaften Kontrast mit sich bringt. Auch ist die kritische Stelle vorher in der Voraussicht der Veränderung schon so beachtet, daß in dieser Richtung der Tatbestand der gewöhnlichen Ableitung einer Unterschiedsschwelle am nächsten kommt. Bei allen Formen dieser sinnlichen Unterstützung der Norm werden wesentliche Fehler von vorne herein vermieden, da alle dem kritischen Bereiche und der Umgebung gemeinsamen subjektiven Erregungen in der wissentlichen Nullregion als solche erkannt werden.

Allerdings gehen auch hier zufällige konstante Differenzen zwischen dem kritischen Bereiche und seiner Umgebung bzw. ihren am meisten berücksichtigten Gebiete bezüglich der Objektivierungstendenz in die Schwelle ein. Diese können aber nur ganz indirekt in Anschlag gebracht werden, indem man, in besonderen Versuchen, wie bei der exakten Bestimmung von Fehlern beim Vergleiche zweier übermerklicher Reize, wiederum Unwissentlichkeit bezüglich der Lage des Prüfungsreizes einführt. Es wird nur so viel verabredet, daß der Reiz entweder in dem einen oder in dem anderen der konstant und wissentlich abgegrenzten Gebiete auftritt, während das andere reizlos bleibt. Für Schallreize kommt wiederum nur der Wechsel der Zeitlage in Frage; denn sobald mehrere Tonqualitäten gegeben sind, handelt es sich nicht mehr um eine eigentliche Reizschwelle, sondern um eine Verdrängungsschwelle, falls das einzelne Element als solches ins Auge gefaßt wird, wobei es allerdings mancherlei

Analogieen zu den Spezialfragen bei einfachen Reizschwellen gibt. Bei Berücksichtigung des Unterschiedes der Zeitlage läßt man natürlich, ganz entsprechend wie bei dem der Raumlage, in einer im ganzen deutlich markierten und eventuell von dem Beobachter selbst auszuwählenden und abzuteilenden Zeitstrecke unwissentlich bald im ersten, bald im zweiten Abschnitt den Reiz einwirken. Eine Vollreihe, die für jede Reizlage die oberen Extreme E enthält, ergibt dann bei allen derartigen Versuchen für jede der beiden Reizlagen ein System von drei Kurven, da nun zu den u- und richtigen g-Fällen jeder Seite auch noch „falsche" g-Fälle (falsche Lokalisationen) hinzutreten, die äußerlich den k-Fällen des Schemas Fig. 8a analog sind, wobei man sich natürlich das Ganze mehr oder weniger weit vor dem linken Rand durch die Ordinate zu $x = 0$ abgeschnitten zu denken hat. Bei normalem, der Φ-Funktion nahestehenden Verlauf ist zu erwarten, daß bei keinem allzu großen Vorsprung einer von beiden Seiten bezüglich der Objektivierungen jedes der beiden Systeme einen Schnittpunkt r (><) der g- und k-Kurve enthält, der nach S. 256 als „Äquivalenzwert" betrachtet werden kann, während bei einer relativ viel mehr zur Subjektivierung neigenden Seite die g- und k-Kurven vor dem Schnittpunkt auf die 0-Ordinate treffen können. An dem Schema Fig. 8a S. 176 kann man sich diese beiden Fälle also einfach dadurch veranschaulichen, daß man das System durch eine Null-Ordinate links bzw. rechts von der Ordinate Q abgeschnitten denkt. In dieser Weise lassen sich zwischen allen möglichen Gebietsteilen solche Relationen ableiten, wobei die „Totalfehler" offenbar den Differenzen zwischen den absoluten Werten der beiderseitigen Äquivalente, z. B. r_2 (><) — r_1 (><), entsprechen. Doch sind diese Werte nicht direkt auf die einfachen Reizschwellen zu übertragen, da diese Unwissentlichkeit bezüglich der Reizlage und die Verteilung der Aufmerksamkeit die Schwelle und den Fehler beeinflussen wird. Solche Versuche liegen auch schon auf dem Wege zu einer mehrfachen Disjunktion in dieser Hinsicht, wie sie z. B. O. Külpe bei seiner erstmaligen, anregenden Spezialuntersuchung über die Objektivierung und Subjektivierung von Sinneseindrücken eingeführt hat.[1])

d) Die Unterscheidung der zweiten Reizschwelle eines beiderseits begrenzten Qualitätskontinuums von der sog. „Reizhöhe" der intensiven Abstufung.

Sobald nun die adäquate Wahrnehmung eines bestimmten Reizmerkmales beiderseits so gleichartig begrenzt ist, wie z. B. diejenige des Farbentons und der Tonhöhe, sind offenbar beide Grenzen einfach als „Reizschwellen" aufzufassen und nach den hier entwickelten Gesichtspunkten völlig gleichmäßig zu behandeln.[2]) Natürlich sind die

1) Phil. Stud. XIX (Festschrift), 1902, S. 508.

2) Bei allen derartigen Versuchen ist natürlich vor allem darauf zu achten, daß wirklich nur die Reizqualität einwirkt, für welche die Schwelle abgeleitet werden soll, oder wenigstens keine Reizart, die unter den gegebenen Umständen, z. B. bei geringer Intensität, mit jener verwechselt werden kann. Daher kommen z. B. bei der Bestimmung der Tonhöhen-Schwellen Obertöne und sekundäre Differenztöne als Fehlerquellen in Frage.

Qualitätsschwellen immer nur für eine bestimmte Reizintensität gültig[1]), was bei Verallgemeinerungen der gefundenen Werte nicht immer genügend berücksichtigt worden ist. Die obere Begrenzung bei Steigerung der Intensität, die man im wesentlichen als eine untere Grenze der Schädigung des Organes aufzufassen hat und die von Wundt mit jenen oberen[2]) Qualitätsschwellen unter den einen Begriff der „Reizhöhe" zusammengefaßt wird, ist etwas wesentlich anderes und auch methodisch bei weitem nicht so präzis abzugrenzen wie die beiderseitigen Qualitätsschwellen. Dagegen können räumliche Bedingungsextreme oder „Schwellen" bei allen nur in bestimmten Bezirken des Sinnesorganes auslösbaren Qualitäten nach allen Seiten hin mit ähnlicher Genauigkeit abgegrenzt werden wie die wahrnehmbaren Reizstufen eines Empfindungskontinuums für ein und die nämliche Reizlage. So wären also z. B. auch die sog. „Isochromen", d. h. die Grenzen der Wahrnehmbarkeit bestimmter Farbentöne in der Peripherie des Sehfeldes, genau genommen auch immer nur aus „Vollreihen" abzuleiten, bei denen die Wellenlänge und Lichtintensität konstante Versuchsbedingungen bilden, und die Breitengrade eines bestimmten Meridians als Reizstufen und somit auch als Abszissen nach Schema Fig. 8a verwendet werden. Eben deshalb sind wir ja auch in § 29 von dem ganz allgemeinen Begriff der Schwelle als eines Bedingungsextremes überhaupt ausgegangen, weil die dort abgeleiteten Berechnungen für alle Abstufungsrichtungen Gültigkeit besitzen, die bei einer gewissen Stufe irgend welche Effekte neu auftreten lassen, also z. B. auch für die sog. Zeitschwellen mit der Zeit als Abzisse, sei es, daß man die kürzeste Reizzeit sucht, bei der ein Reiz eben merklich wird, oder Minima für speziellere Empfindungsqualitäten, die erst bei längeren Reizzeiten möglich werden, wie z. B. der Farbenton bei Licht- oder der Toncharakter bei Schallreizen.

39. Die Veränderungsschwellen.

a) Die Eigentümlichkeiten der Bestimmung von Schwellen für stetige Veränderungen.

Die vorhin in 38,c erwähnte, überall anwendbare Form der Reizschwellenbestimmung, bei der man zunächst den Zustand der Reizlosigkeit während einer reizfreien Zeitstrecke wissentlich wahrnimmt und dann einfach die Abhebung eines ebenmerklichen Reizes von diesem Zustand konstatiert, ist offenbar nur ein Grenzfall aus dem großen Gebiete der sog. Veränderungsschwellen (V.-S.). Diese bedeuten ganz allgemein das ebenmerkliche Maß der Veränderung eines beliebig gelagerten Reizes in irgend einer Richtung, wobei der Übergang von der Ausgangslage zu dem als etwas Neues erscheinenden Endzustande wiederum durch die verschiedensten Formen einer stetigen oder unstetigen Änderung erreicht werden kann. Durch die Er-

1) Vgl. M. Wien, Über die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres für Töne verschiedener Höhe. Pflüger's Arch. f. Physiol. Bd. 97, 1903, S. 2.

2) Der Sondername der „Reizhöhe", den Wundt für alle zweiten Extreme in Richtung der Zunahme des physikalischen Reizmaßes vorschlug, dürfte daher für Qualitäten überhaupt unnötig sein.



hebung des Ausgangsreizes über die Nullage wird hierbei natürlich im allgemeinen auch wieder eine obere und eine untere Schwelle möglich.

1. Bei dem allgemeinen Fall einer stetigen Änderung lassen sich jedoch keine bestimmten Reizstufen einander eindeutig als N und V gegenüberstellen, wie bei der Vergleichung zweier getrennt vergegenwärtigter Reize oder bei der Auffassung einer plötzlichen Änderung. Es schließen sich vielmehr die Wahrnehmungen sämtlicher Phasen, die bis zur Auslösung der Veränderungsauffassung ablaufen, unter sich und mit den nachfolgenden Phasen zu einem Komplexe zusammen, auf den auch das Urteil, daß eine Veränderung stattgefunden habe, zunächst ohne weitere Analyse bezogen wird. Der Gesamtprozeß, nach dessen Ablauf die Veränderung ebenmerklich wurde, kann daher ähnlich absolut als „Reiz" für die V.-Wahrnehmung betrachtet werden, wie ein einzelner Reiz für die Wahrnehmung seiner Qualität bei der Bestimmung einer absoluten Reizschwelle. Da aber doch jeder einzelne Moment durch eine spezielle Beachtung mit seinem neuen objektiven Zustand relativ am besten zur Geltung gebracht werden kann, so besteht hier natürlich eine besondere Vieldeutigkeit der allgemeinen Fragestellung bezüglich der apperzeptiven Bedingungen, die denjenigen bei Beobachtung länger dauernder konstanter Reize, z. B. beim Studium der Aufmerksamkeitsschwankungen, nahe stehen.

2. Bei der Messung der V.-S. für eine stetige Variation, die nach ihrer Erkennung mit konstanter Geschwindigkeit weiterläuft, besteht nun die einzige Möglichkeit zur Abgrenzung der Erkennungsbedingungen darin, daß man die V.-P. diese Auffassung in möglichst konstanter Weise registrieren läßt. Die V.-P. „reagiert" also auf die Veränderung, weshalb W. Stern hier von einer „Reaktions- oder Bestimmungsmethode" spricht[1]). Dieses Verfahren ist somit methodisch auch noch dadurch besonders kompliziert, daß der Experimentator nicht unmittelbar diejenige Veränderungsgröße feststellt, die zur Auslösung des positiven Urteiles der V.-P. eben hinreichte, sondern immer erst eine spätere Phase, bei der der ganze, schon S. 232 erwähnte Prozeß bis zur Wiedergabe des Urteiles fertig abgelaufen ist. Bei großer Geschwindigkeit der Änderung kann in dieser Zwischenzeit eine bedeutende Verschiebung der ursprünglich wirksamen Reizlage stattgefunden haben. Auch ist anzunehmen, daß diese Zeit von der Art der Änderung selbst wesentlich beeinflußt wird. Wollte man aber diese „schädliche" Zeit, die bei allen Resultaten dieser Versuche von dem irgendwie registrierten Augenblicke des Urteiles abgezogen zu denken ist, als eine sog. „Reaktionszeit" unmittelbar bei der nämlichen objektiven Motivation ableiten, so müßte man natürlich die V.-S. wiederum bereits kennen. Man kann daher nur durch Analogieen zum Ziele kommen, weshalb sich z. B. W. Stern bei seinen Bestimmungen einfach an die direkt ermittelte Zeit der Reaktion auf eine plötzliche ebenmerkliche Veränderung gehalten hat, die er z. B. bei optischen und akustischen Reizen auf za. 500 σ ansetzt.[2]) Die Eigentümlich-

1) Psychologie der Veränderungsauffassung, 1898, S. 90. Die Wahrnehmung von Tonveränderungen, Zeitschr. f. Psychol. 21. 1899. S. 364. Ebenda, Bd. 22, 1900, S. 2.

2) Zeitschr. f. Psychologie u. Physiologie der Sinnesorg. 7, 1894, S. 270ff. u. Bd. 22, 1900, S. 5.

keit des Prozesses, daß die zunehmende Vergrößerung der Abweichung von der Ausgangslage auch noch während der Verarbeitung der ersten Anregung zum Urteile mit einer gewissen Beschleunigung nachhilft, würde aber natürlich auch nach Abzug der Zeit einer „Reaktion“ im engeren Sinne, d. h. der Willkürbewegung auf ein bestimmt verabredetes Reizmotiv, niemals zu eliminieren sein.

Da übrigens auch die Auffassung von Bewegungen nur ein spezieller Fall der Veränderungswahrnehmung ist, so könnten offenbar alle Gesichtspunkte, die z. B. bei der Ermittelung des Zeitpunktes eines sog. Durchgangsprozesses[1]) in Frage kommen, auch zur Bestimmung dieser „schädlichen“ Zeit bei der Veränderungsauffassung beigezogen werden. Außer der direkten Reaktion auf eine einzelne Veränderung, die der astronomischen Registriermethode entspricht, läßt sich also auch, in Analogie zu der sog. „Augen- und Ohrmethode“[2]), der Zeitpunkt ihrer Merklichkeit mit einem anderen, die Zeit markierenden Vorgang vergleichen. Doch kann diese Analogie auch zugleich lehren, daß der Zeitfehler hiermit nicht etwa eliminiert, sondern unter Umständen sogar in besonders großem Maßstab beibehalten ist, ganz abgesehen davon, daß bei der Vergleichung mit einem Zeitmaß die Verhältnisse der V.-S. selbst modifiziert sein werden, und daß insbesondere die objektive Zeitmarke, die natürlich etwas Diskontinuierliches sein müßte, auch den zu analysierenden Hauptprozeß leicht durch Miterregung oder Assimilation beeinflussen könnte. Jedenfalls gäbe sie aber wenigstens die Möglichkeit an die Hand, auch bei der Messung der Schwelle für solche Veränderungen, die nach der Erkennung gleichmäßig fortlaufen, die Methode der Vollreihen anzuwenden. W. Stern verwendete die „Konstanzmethode“, die er als „Beurteilungsmethode“ bezeichnet (s. S. 294 A. 1.), bei Veränderungen von Tonhöhen nur in der Form, daß die stetige Veränderung eine bestimmt abgestufte Dauer besaß und von zwei konstanten Stadien à 1 Sek. eingerahmt wurde. Auch kamen höchstens 3 Zeitlängen mit konstanter Geschwindigkeit der Veränderung vor (die Geschwindigkeit der Änderung um $^1/_2$ Schw. in 2 Sek. wurde z. B. in 3 Zeitstufen à 2, 4 und 8 Sek. dargeboten). Hier verläuft aber natürlich auch die Verarbeitung der V.-Wahrnehmung bei jeder Stufe unter anderen Bedingungen.

b) Die exakte Ableitung einer Schwelle für stetige Veränderungen.

Die Einheitlichkeit des Prozesses der Wahrnehmung stetiger Veränderungen, bei denen ein zeitliches Minimum als V.-S. ableitbar ist, ließ nun auch bei der Berechnung eines Hauptwertes dieser V.-S. aus mehreren Versuchen vorläufig jede weitere Analyse vom Standpunkte der K.-L. aus zurücktreten. Man betrachtete also die V.-S. innerhalb jedes einzelnen Versuches in ähnlicher Weise als konstant, wie es früher bei der Bestimmung von Unterschiedsschwellen nach der Methode der Minimaländerungen mit konstanter Variationsrichtung (s. S. 277) bezüglich einer ganzen Reihe geschah. Bei Anwendung der Reaktions- oder Bestimmungsmethode in dem soeben S. 293

1) Vgl. § 78,c und 79.
2) Vgl. § 64,a.

definierten Sinne auf eine fortgesetzte Änderung konnte dann jeder einzelne Versuch bereits einen Schwellenwert ergeben, ähnlich wie eine ganze Reihe bei der Methode der Minimaländerungen mit wissentlich konstanter Variationsrichtung, die vor allem in ihrer Form der Müllerschen Methode der kleinsten Unterschiede (s. S. 277) auf die Ableitung dieser V.-S. unmittelbar zu übertragen ist, wobei einfach der zweite konstante Normalreiz N in Wegfall kommt. Unter der genannten Voraussetzung dieses Verfahrens könnte wohl auch einfach wieder das arithmetische Mittel der in den einzelnen Versuchen gefundenen V.-S. als nächstliegender Hauptwert der gesuchten Veränderungsschwelle gelten. Nimmt man dagegen die Tatsache hinzu, daß die Schwelle, die also hierbei eine Zeitschwelle bei gegebener Änderungsgeschwindigkeit darstellen würde, in jedem Momente des einzelnen Versuches selbst in ganz beliebiger, unstetiger Weise schwanken kann, und daß erst eine große Zahl von Versuchen alle Möglichkeiten dieser Art erschöpft, so läßt sich daran denken, die Überlegung, die bei der Methode der Minimaländerungen mit unregelmäßiger Variation maßgebend war, auf die V.-S. zu übertragen, deren Berechnung dann wiederum erst durch die Ableitung von Vollreihen vermittelt wird. Zur Unwissentlichkeit hinsichtlich der jeweils vorliegenden Stufe dürfte hierbei der V.-P. der Beginn der Veränderung nicht genau bekannt sein. Sie ist also zunächst gewärtig, daß nach dem Beginn der Beobachtung überhaupt der Reiz eventuell erst eine beliebige Zeit lang völlig konstant bleibt. Doch sind die Bedingungen für die einzelnen Versuche wohl um so konstantere, je mehr es durch Häufung der Versuche u. ä. gelingt, ohne Aufhebung jener Unwissentlichkeit eine zur Konstruktion von Vollreihen ausreichende Zahl von Zeitstufen zusammenzubringen, bei denen die Veränderung jedesmal im nämlichen Abstande vom Beginn jeder Einzelbeobachtung eingesetzt hat. Die Abstufung vollzöge sich bei fortgesetzter Veränderung nur an der erwähnten objektiven Zeitmarke. Theoretisch würde sich jedoch bezüglich der exakten Bestimmung der Schwelle alles natürlich genau so gestalten müssen, wenn die zeitliche Abstufung, wie bei W. Sterns akustischen Versuchen, durch einen Stillstand der Veränderung selbst herbeigeführt würde. Stern hat freilich einstweilen nur eine ungefähre Charakterisierung der V.-Empfindlichkeit unter diesen Umständen durch die rel. H. der Erkennungen (mit Unterscheidung von Sicherheitsgraden) für ein paar Stufen vorgenommen. Die Resultate, die er in einem einstweilen natürlich ganz zweckmäßig nur angenäherten Verfahren fand, dürften jedoch eine Fortsetzung nach genaueren Methoden sehr wohl lohnen.

c) Die Schwellen für plötzliche Änderungen, ihre Verwandtschaft mit einigen Formen der Unterschiedsschwellen und ihre besondere methodische Bedeutung.

Die von Stern bei seinen akustischen Versuchen eingeführte Veränderungsart, bei der ein konstantes Anfangs-Stadium durch eine stetige Veränderung mit einem konstanten Endstadium zusammenhängt[1]), geht unmittelbar

1) Stern verglich die Beurteilung dieser Veränderung und die Vergleichung ihres Ausgangsstadiums mit dem durch eine leere Zeit getrennten Endstadium.

in die Bedingungen bei der Ableitung von Reizschwellen unter den in § 38,c genannten Bedingungen über, wenn der Ausgangsreiz und die Veränderungszeit zu Null werden, so daß eine plötzliche Veränderung von der Nullage aus vorliegt. Obgleich nun bei der plötzlichen Veränderung wiederum ein N und ein V einander gegenübergestellt werden können, bleibt der Urteilsprozeß demjenigen bei stetiger Variation doch noch nahe verwandt, weil die Änderung als ein Moment an einem sonst einheitlichen Gegenstande oder Vorgange in einem einzigen Auffassungsakte erkannt wird. Auch rein inhaltlich ist aber natürlich die unmittelbare zeitliche Nachbarschaft von N und V von ähnlicher Wirkung wie bei den einzelnen Phasen eines stetigen Vorganges, deren psychologischer Effekt im einzelnen immer erst aus den oft sehr komplizierten Gesetzen für die Abhängigkeit der Sinneserregung von den Zeitverhältnissen der Reize einigermaßen zu rekonstruieren ist, soweit überhaupt aus den übermerklichen auf untermerkliche Erregungsverhältnisse unter ähnlichen Ablaufsbedingungen zurückgeschlossen werden kann.

Bei der Unterschiedsschwelle, die sich auf die Vergleichung zweier selbständig vergegenwärtigter Reize N und V bezieht, kann man dagegen auch die zentral und peripher bedingten Wechselwirkungen zwischen beiden Vergleichsqualitäten durch eine gewisse Isolierung der beiden Sinneswahrnehmungen zu vermeiden suchen. Doch hat man z. B. die U.-S. für Lichtreize seit Bouguer und Lambert ausdrücklich immer in der speziellen Verfeinerung gemessen, die nur dann gefunden wird, wenn die zu vergleichenden Felder unmittelbar aneinander grenzen, also nicht einmal durch eine Linie getrennt sind, und mit freiem, nicht mit starr fixierendem Blick beobachtet werden. Hierbei ist nicht nur die Auffassung des räumlichen Grenzgebietes zwischen N und V eine ähnlich einheitliche wie die Beobachtung des zeitlichen Überganges bei einer plötzlichen Veränderung, sondern es tritt die spezielle Wechselwirkung des sog. Randkontrastes hinzu. Man hat also hier ganz analoge, nur auf ein höheres Niveau übertragene Versuchsbedingungen wie bei der Ableitung einer Reizschwelle, bei der der ebenmerkliche Reiz das nämliche Feld einnimmt wie V bei Bestimmung der U.-S.

Bei starrer Fixation oder auch im indirekten Sehen wären dies dagegen keineswegs die günstigsten Bedingungen, da hierbei die Assimilation durch die sog. gleichsinnige Induktion feine Unterschiede schnell verschwinden läßt. Auch die taktile Unterschiedsschwelle für passiv beurteilte Druckreize, die auf einen bestimmten Bezirk der Körperoberfläche konstant appliziert werden und daher der optischen Beobachtung mit fixierendem Blick ähnlich wirken, erfordert beim Simultanvergleich jederzeit einen gewissen Abstand, der die beiden Eindrücke überhaupt zu sondern gestattet, und bei Vergleichung sukzessiver kürzer dauernder Eindrücke, z. B. zweier Fallgeräusche, hat man von jeher einen gewissen Abstand einführen müssen, um überhaupt zwei getrennte Vergleichsobjekte zu erlangen. Ist aber einmal eine Zwischenzeit eingeführt, so verlangt die natürliche zeitliche Gliederung der Apperzeptionsakte auch ganz von selbst eine gewisse, zwischen 1 und 2 sec. gelegene Distanz, wenn man optimale Vergleichsbedingungen anstrebt.

Jedenfalls kommt aber mit diesem Abstand eine Vieldeutigkeit bezüglich der Unterschiedsschwelle herein, bei der nur eine sorgfältige Berücksichtigung der jeweiligen Nebenumstände falsche Verallgemeinerungen verhüten kann. Von hier aus betrachtet erscheint daher wohl gerade die auf jedem Sinnesgebiet ableitbare Veränderungsschwelle für eine plötzliche Veränderung als ein besonders eindeutig bestimmter Grenzfall, an welchem sich spezielle psychische Einflüsse auf die Schwelle am vergleichbarsten untersuchen lassen. Weil aber sowohl für die Sinneserregungen selbst als auch für ihren psychologischen Effekt die Veränderung zeitlich bestimmt abgegrenzt sein muß, so wird speziell die Schwelle für kurzdauernde Veränderungen, die den Reiz nur für eine kurze Zeit von einer konstanten Ausgangslage abweichen lassen, für solche Untersuchungen der symptomatischen Bedeutung der Schwelle das vergleichbarste Reagens abgeben können, worauf wir § 42ff. noch ausführlicher zurückkommen werden. Auf einem Sinnesgebiete, auf dem innerhalb bestimmter Grenzen die Erregung bei konstanter Einwirkung des Reizes ungefähr proportional zur Reizzeit ansteigt, wie bei der Intensität der Lichterregungen, wird man dann auch zugleich die Intensitätsabstufung der subjektiven Veränderung durch eine Variation der Reizzeit vornehmen können [1]. Äußerlich fällt also dann die Ableitung einer solchen V.-S. völlig mit derjenigen der Veränderungs-Zeitschwelle bei einer stetigen Variation nach S. 294f. zusammen; nur ist hier natürlich keine unwissentlich variable Zwischenzeit vom Beginn der Beobachtung an erforderlich, da sich die ganze Beobachtung stets auf einen einzigen psychischen Akt zusammendrängt.

Kapitel 11.

Die Vergleichung von Unterschieden.

40. Die Vergleichung nur teilweise vergleichbarer Gegenstände im allgemeinen.

In den bisherigen Beispielen der Vergleichsmethode setzten wir im allgemeinen stets voraus, daß die beiden Gegenstände, die miteinander verglichen werden, bei V = N objektiv und bei V = A (Äquivalenzwert) subjektiv vollständig gleich seien, abgesehen von ihrer numerischen Verschiedenheit mit ihrem Unterschied der Raum- und Zeitlage. Auch im alltäglichen Leben macht man bei der Aufgabe, etwaige Unterschiede zwischen zwei Gegenständen festzustellen, alle mit diesen enger verbundenen Nebenumstände möglichst gleich, und die Raum- und Zeitlage, bei öfterer Umkehrung, wenigstens möglichst ähnlich. Vor allem die soeben bei der Veränderungsschwelle erwähnte Sukzession an der nämlichen subjektiven Stelle des Wahrnehmungsfeldes in einem angemessenen Tempo läßt zwei auch sonst

1) Vgl. unten § 44.

gleichartige Wahrnehmungen besonders „vergleichbar" erscheinen. Denn es liegt im Wesen der durch Willkürimpulse nur teilweise regulierbaren Apperzeption von Relationen, daß sie sich stets auf die Beziehung zwischen umfassenderen Gebieten des jeweiligen Bewußtseinsbestandes erstreckt und von der Umgebung auch bei angestrengtester Konzentration der Aufmerksamkeit niemals völlig zu „abstrahieren" vermag. Dies fällt uns nur bei tatsächlich gleicher „Umgebung" der Vergleichsobjekte nicht so auf, weil hier eine resultierende Beziehung der Verschiedenheit durch die gleichen Elemente des Hintergrundes in ihrem entscheidenden Charakter nicht beeinflußt wird. Sobald jedoch beiderseits verschiedenartige und auffällige Zusätze mit den eigentlich zu vergleichenden Gegenständen untrennbar und enge verbunden sind, ist der Vergleichsprozeß zunächst einmal schon als solcher erschwert; außerdem erwecken aber nun objektiv gleiche Quantitäten der eigentlichen Vergleichsobjekte nicht mehr das Bewußtsein der Gleichheit, und der „Fehler" der Äquivalente entspricht der Einmischung der hier beiderseits verschiedenen Umgebungsbestandteile in die Relationsauffassung. Willkürliche Einstellungen der Apperzeption in Richtung einer größeren Konzentration oder Ausweitung, die durch geeignete Variationen der Objekte unterstützt werden können, pflegen dabei den Fehler und die im allgemeinen ebenfalls veränderte Unterschiedsschwelle der Hauptinhalte naturgemäß mehr oder weniger zu beeinflussen. Besonders lehrreiche Beispiele dieser Art sind viele der bekannten geometrisch-optischen Täuschungen, bei denen an zwei Hauptlinien oder Flächen, die eigentlich allein zu vergleichen sind, beiderseits verschiedene Zusätze irgend welcher Art angebracht werden.

In diesen Fällen lassen sich aber das Hauptobjekt und seine Zusätze als relativ selbständige Elemente doch wenigstens innerhalb der Gesamtfigur selbst von einander klar und deutlich unterscheiden, weshalb auch zum mindesten die Gleichartigkeit des N und V in beiden Vergleichsfiguren ohne weiteres feststellbar ist. In anderen Fällen stehen dagegen die eigentlich zu vergleichenden Inhalte, die natürlich zur Ableitung von Äquivalenzwerten stets gleichartig sein müssen, innerhalb der beiden Gesamtwahrnehmungen den beiderseits verschiedenen Momenten nicht in dieser klaren Selbständigkeit gegenüber, wenn nämlich nur eine Vergleichbarkeit der Gesamtinhalte hinsichtlich eines „Merkmales" vorliegt, wobei dann erst eine von den anderen Merkmalen „abstrahierende" Beachtung die Erkennung der speziellen Beziehung in dieser „Hinsicht" herbeiführen kann. In der Naturwissenschaft kommt dieser psychologisch besonders interessante Fall z. B. bei der sog. heterochromen Photometrie vor, falls diese nicht nach indirekten Kriterien verfährt, wie die Flimmerphotometrie [1]) u. ä., sondern die verschiedenfarbigen Lichter, z. B. Rot und Grün, unmittelbar miteinander speziell hinsichtlich ihrer Helligkeit vergleicht. Wenn jemand nicht imstande ist, das in beiden Lichtempfindungen allein vergleichbare „Merkmal" der Helligkeit möglichst allein für sich zu beachten, also vom „Farbenton" zu abstrahieren, erscheinen ihm beide konkreten Eindrücke geradezu als „völlig unvergleichbar" oder „disparat", weil eben unter allen denkbaren

1) Vgl. Bd. III, 2. Abt., Sinnesphysiol. II, S. 33ff.



Intensitätsstufen der beiden Gesamtqualitäten keine Äquivalente vorkommen. Diese Apperzeption kann so wenig, wie eine neue schwierige äußere Tätigkeit, allein nach rein abstrakten Beschreibungen und durch bloßen guten Willen sogleich wirklich richtig ausgeführt werden, sondern muß gewissermaßen immer erst in natürlichen Vorstufen ausprobiert werden. Aber es gibt ein ganz sicheres Hülfsmittel, um sie zunächst einmal ganz unwillkürlich auszulösen. Nach einer allgemeinen Gesetzmäßigkeit, die bisweilen als psychologisches „Kontrastgesetz" bezeichnet wurde, ist das Neue und Wechselnde an sich auffälliger als das innerhalb sonstiger Variationen konstant Bleibende. Man wird also bei Beobachtern, die in solchen Versuchen noch nicht geübt sind, jene Verständnislosigkeit für den Sinn der Aufgabe vor allem dann vorfinden, wenn man ihnen sofort zwei verschiedene Farben gegenüberstellt, deren Helligkeit bereits annähernd gleich oder doch nicht viel mehr verschieden ist, als es für „Vollreihen" bei geübten Beobachtern ausreichen mag. Denn in diesem Falle drängen sich eben gerade die störenden Farbendifferenzen besonders stark auf. Je wirksamer dieser im Wesen der heterochromen Vergleichsobjekte liegende Farben-Kontrast ist, um so stärker müssen vielmehr zunächst auch einmal die Helligkeiten differieren, u. z. muß das beiderseitige Helligkeitsverhältnis (bei Konstanz der Farbennuance) durch den Gleichheitspunkt hindurch von einem Extrem ins andere übergeführt werden; dann wird sich auch die Relation, die von dem beiden Empfindungen gemeinsamen Merkmal fundiert ist, ganz von selbst aufdrängen und sogar unwillkürlich beachtet werden und kann auch viel leichter mit dem Effekt des relativen Gleichheitsbewußtseins apperzipiert bleiben, wenn die beiden heterochromen Helligkeiten im Lauf der Abstufung einmal längere Zeit nur wenig verschieden oder gleich sind. Hat man einmal das eigentlich gemeinte Merkmal sich klar gemacht, so kann das charakteristische Bewußtsein der relativen Gleichheit in dieser Hinsicht von dem Farbenkontrast sogar besonders abstechen und ein klares intellektuelles Korrelat der bekannten ästhetischen Wirkung helligkeitsgleicher Farbenkombinationen abgeben. So weit man zunächst mit Annäherungswerten zufrieden ist, wird sich gerade für diese Einübung einer solchen Abstraktion die Herstellungsmethode sehr empfehlen, falls der Einstellungsapparat leicht und stetig genug zwischen großen entgegengesetzten Differenzen hin und herzugehen erlaubt, wie z. B. der Lummer-Brodhunsche oder der Marbesche Apparat mit Verstellbarkeit des Sektorenverhältnisses eines Maxwellschen Scheibenpaares während der Rotation.[1]) Denn die diskontinuierliche Aufeinanderfolge konstanter Stufen, die natürlich auch hier zur genauen Messung des Äquivalenzwertes nach den allgemeinen Prinzipien von S. 244 nötig wird, läßt ein noch nicht selbständig apperzipiertes Merkmal nicht so aufdringlich heraustreten, wie der schnelle und stetige Wechsel zwischen den entgegengesetzten Relationen.

Natürlich ist die Frage nach der psychologischen Natur dieses Merkmales und seiner relativen Selbständigkeit mit dem Nachweis der Herstellbarkeit ungefähr konstanter subjektiver Gleichungen, bzw. mittlerer Äquivalenzwerte allein noch nicht beantwortet. Es könnte ja sein, daß sich insbe-

1) A. S. 298, A. 1., a. O., S. 65.

sondere in der Nähe des Äquivalenzwertes die zu einer so genauen Messung führende Sicherheit der Urteile wenigstens zum Teil aus irgend welchen indirekten Kriterien erklärt. Bei großen Helligkeitsunterschieden ist aber das Helligkeitsmerkmal an der Empfindung wohl leicht und deutlich zu apperzipieren. Auch bliebe seine Beachtung für die Auslösung indirekter Kriterien ebenfalls von entscheidender Bedeutung. Doch ist bei solchen Kriterien im allgemeinen auch wieder an die Möglichkeit von Ablenkungen des Urteiles von dem eigentlich gewollten zu denken, so daß es ohne sie zwar weniger sicher, aber im Mittel richtiger sein könnte. Indirekte Kriterien können also insbesondere auch bei Abweichungen des Resultates von theoretisch wahrscheinlichen Werten (z. B. von dem Helligkeitswerte der Farbenkomponenten innerhalb indifferenter, unter sich genau vergleichbarer Grau-Gemische oder gleichartiger Farben) als Erklärung in Betracht kommen.

Die optischen Täuschungen und die heterochrome Photometrie, die bereits bei der Raumwahrnehmung und der physiologischen Optik erwähnt sind, haben wir aber hier nach der psychologischen Seite der zu ihrer Messung führenden Urteilsakte nicht nur um ihrer selbst willen etwas genauer analysieren müssen, sondern vor allem auch deshalb, weil sie eine besonders klare und instruktive Analogie zur sinngemäßen Durchführung ähnlich schwieriger Vergleichungen nur teilweise vergleichbarer Objekte darbieten, die bisher noch lange nicht systematisch genug behandelt zu sein scheinen: der Vergleichung von Unterschieden.

41. Die Vergleichung übermerklicher Unterschiede in verschiedenen Reizstufen.

a) Die Übertragung der allgemeinen Prinzipien der Vergleichsmethode auf die Vergleichung zweier voneinander unabhängiger Kontraste.

Die Problemstellung wurde in § 10 bereits so ausführlich erörtert, daß hier sogleich die Methode skizziert werden kann, die nach den bisher gewonnenen Gesichtspunkten zu ihrer Beantwortung am geeignetsten erscheint und die dann auch zugleich einen Maßstab zur Beurteilung der bisherigen Versuche in dieser Richtung an die Hand gibt. Nach S. 22 liefern vor allem die extensiven Wahrnehmungen des Gesichtssinnes klare Beispiele der unmittelbaren Vergleichung von Unterschieden als solchen. Wenn zwei Linienpaare a, b und c, d sukzessiv oder simultan dargeboten werden, so lassen sich die beiden Beziehungen zwischen a und b und zwischen c und d ähnlich unmittelbar vergleichen wie zwei einzelne Strecken. Auch hier braucht man nur zunächst wieder solche Längen a, b, c, d zu wählen, bei denen sowohl die beiden absoluten Unterschiede b—a und d—c als auch die beiden Verhältnisse a:b und c:d voneinander deutlich genug verschieden sind, um auch einer V.-P., die noch gar keine Übung in der Vergleichung von Unterschieden besitzt, die Möglichkeit einer direkten Beurteilung der beiden Kontraste als „deutlich verschieden" zum Bewußtsein zu bringen. So wird z. B. Fig. 14 das sichere Urteil auslösen, daß der Kontrast a, b_I kleiner sei als c, d, der Kontrast a, b_{II} dagegen größer. Deshalb kann man hier

auch trotz des absoluten Unterschiedes zwischen a und c, ähnlich wie bei der heterochromen Helligkeitsvergleichung trotz des Farbenunterschiedes, durch Abstufung einer der vier Linien, also z. B. von b, eine zwischen b_1 und b_n gelegene Größe aufsuchen, bei der die Kontraste unter sich ungefähr äquivalent erscheinen oder wenigstens das Urteil unsicher wird, also ein u-Fall vorliegt. Der das variierte Glied enthaltende Kontrast, hier also a, b, würde hierbei als Vergleichsreiz V behandelt sein, während der konstante Kontrast dem Normalreiz N der Einzelvergleichung entspräche. Wie dieses Bewußtsein der Äquivalenz von Kontrasten im einzelnen zustande kommt, ob die beiden absoluten Unterschiede oder vielleicht die Verhältnisse ins Auge gefaßt werden, kann freilich bei dieser rein methodischen Betrachtung ebensowenig diskutiert werden wie oben bei dem Beispiele der heterochromen Photometrie. Außer dem Resultate selbst hat man zur Beantwortung dieser Frage natürlich vor allem wieder die Selbstbeobachtung

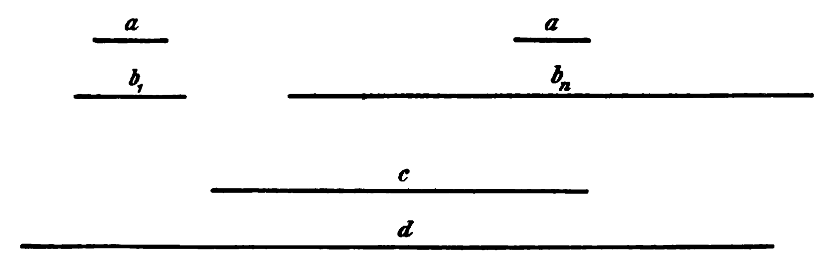


Fig. 14.
Zur Abstufung des Vergleichskontrastes bei der Anwendung der Methode der „vollständigen Reihen" auf die Vergleichung zweier voneinander unabhängiger übermerklicher Unterschiede.

zu Rate zu ziehen. Die experimentelle Methode zur Durchführung der Messung selbst braucht aber wohl in keinem Punkte von den allgemeinen Gesichtspunkten bei der Gewinnung des Äquivalentes A zu einem einzelnen Vergleichsobjekt abzuweichen.

Hat man mit einer geschlossenen Reihe von Stufen $b_1, b_2 \ldots . b_n$ wiederholte Vergleichungen der Kontraste angestellt,[1] so lassen sich offenbar zunächst wieder Verteilungskurven der Urteile $F_g(x)$, $F_u(x)$ und $F_k(x)$ konstruieren, aus denen sich auch eine obere und eine untere Grenzabszisse b_0 und b_u berechnen läßt, von der an der Kontrast a, b im Mittel größer, bzw. kleiner erscheint als c, d. Die Differenz $b_0 - b_u$ und die Streuungen, die in M_0 und M_u der hypothetischen K.-G $f_0(x)$ und $f_u(x)$, bzw. in großen Zügen auch schon in der Differenz der Extreme E und E' zum Ausdrucke kommen, liefern wieder ein Maß der Unsicherheit, das bei solchen Versuchen meistens sehr groß ist. Solange sich der Beobachter über die eigentlich zu

1) Bei der Vergleichung des Kontrastes von räumlichen Strecken gibt es natürlich eine mehrfache Variationsmöglichkeit des veränderlichen Elementes im Vergleichskontrast. Man kann b einseitig oder symmetrisch zu- und abnehmen lassen. Bei einfachen Sinneseindrücken, z. B. bei der Vergleichung des Intensitätskontrastes zweier Paare von Fallgeräuschen, die am vierteiligen Fallphonometer (vgl. Wundt, Physiol. Psychol. I[6], S. 651) nacheinander erzeugt werden können, besteht dagegen immer nur eine einzige Variationsrichtung der Zu- und Abnahme der Intensität.

vergleichende Relation a, b bzw. c, d noch nicht ganz im klaren ist und z. B. zwischen der Auffassung des Verhältnisses und derjenigen des absoluten Unterschiedes oder auch noch irgend welchen anderen sekundären Betrachtungsweisen schwankt, wird auch der Verlauf der Urteilskurven F(x) noch besondere Unregelmäßigkeiten (Verkehrtheiten) aufweisen. Der Größe des ganzen Unsicherheitsbereiches entsprechend wird man natürlich auch die Stufen des variablen Elementes im Vergleichskontrast größer zu wählen haben als bei der Bestimmung der Unterschiedsschwelle für die Vergleichung einzelner Gegenstände, um nicht eine zu große Anzahl von Einzelversuchen in jeder Vollreihe zu erhalten. Denn auch hier ist es wichtig, daß man die Extreme E_0 und E_u der sicheren Beurteilung des Kontrastverhältnisses erlangt.

Die Unterschiedsschwelle und die Präzision der Beobachtung hat aber hier wohl auch psychologisch zunächst nur eine sekundäre Bedeutung, ähnlich, wie wenn der Physiker oder Physiologe eine Gleichung zur Messung eines Einzelobjektes oder einer einzelnen Sinnesempfindung ableitet. Die eigentliche Beantwortung der Frage nach dem psychischen Maße der Empfindungen als solcher ist vielmehr in der Bestimmung des Äquivalenzwertes zu suchen. Hierbei ist aber gerade wegen der Größe des Unsicherheitsbereiches die Art seiner Ableitung aus den Urteilskurven $F_g(x)$ usw. besonders wichtig.[1] Deshalb muß auch die Herstellungsmethode, obgleich sie wegen der schon bei der heterochromen Photometrie erwähnten Schnelligkeit der Variation der Kontraste auch hier die Einübung begünstigt und wegen der raschen Orientierung über den Unsicherheitsbereich und der bequemen Berechnung ihres Äquivalenzwertes schnell einen vorläufigen Überblick über die Resultate verschafft, zu exakteren Bestimmungen wieder unbedingt durch die Konstanzmethode ersetzt werden. Sie allein ermöglicht bei dem Wechsel des variierten Elementes, der hier an die Stelle der einfachen Umkehrung der Reizlage von N und V tritt, eine völlige Vergleichbarkeit der psychologischen Bedingungen. Dies gilt vor allem wieder für die Untermischung der vier Vollreihen, bei denen immer je eines der vier Elemente in der vorhin an b illustrierten Weise allein abgestuft wird. Hierdurch ist auch die bei der Herstellungsmethode prinzipiell unmögliche Unwissentlichkeit bezüglich des variierten Elementes zu erreichen. Die Kenntnis der Lage des N und V würde dagegen auch hier ähnliche Ungleichmäßigkeiten der Auffassung der Elemente und daher ähnliche Fehlertendenzen mit sich führen, wie es bei der Vergleichung einzelner Eindrücke erwähnt wurde.

Zur bloßen Aufrechterhaltung der Unwissentlichkeit dieser Lage des N und V genügten aber auch schon weniger Versuche, z. B. eine einzige Vollreihe mit passenden Ergänzungsversuchen. Andererseits müßten dagegen noch mehr Versuche angestellt werden, wenn auch unser Korrespondenzsatz [296] bezüglich des Äquivalenzwertes auf diesem Gebiete realisiert werden sollte. Wenn es nur auf einen angenäherten Wert des äquivalenten Kontrastes ankommt, wird man ihn ja schließlich auch schon aus einer einzigen Vollreihe berechnen können, bei der ein einziges Element, z. B. b,

1) Vgl. § 34, S. 244 ff.

variiert und die Unwissentlichkeit durch Zusatzversuche aufrecht erhalten wird, bzw. durch Mittelbildung aus jenen vier Vollreihen, bei denen keine Reihe eine vollständige Umkehrung im Sinne des Korrespondenzsatzes darstellen würde. Doch erwähne ich auch hier diesen Satz, um zu zeigen, daß bei einer richtigen Anordnung der Versuche die Vergleichung von (übermerklichen) Unterschieden bezüglich der „Umkehrbarkeit" bzw. der vergleichbaren Variation der Reizlage des veränderlichen Elementes hinter der Vergleichung einzelner Eindrücke in keiner Weise zurücksteht: Es sei z. B. bei Vergleichung von a, b und c, d und Variation des b die Größe B der richtige Äquivalenzwert, als welcher nach S. 244 ff. $\frac{b_0 + b_n}{2}$ oder der Schnittpunkt b (><) der Kurven $F_g(x)$ und $F_k(x)$ oder ein Hauptwert der Kurve $F_u(x)$ in Frage kommen könnte. Dann muß nach dem Korrespondenzsatze eine mit a, B als „Normalkontrast" abgeleitete Vollreihe, in der z. B. das d des „Vergleichskontrastes" c, d variiert wurde, aus den Urteilskurven zu den Abszissen $d_1, d_2 \ldots . d_n$ nach der gleichen Berechnungsweise den Äquivalenzwert D = d wieder auffinden lassen. Denkt man sich dagegen zunächst bei gegebenem a, b, c ein D′ durch Variation des d gefunden, so kann dies wieder als Ausgangspunkt einer neuen Reihe von „Umkehrungen" dieser Art dienen, je nachdem man in einer anderen Vollreihe mit diesem nunmehr konstanten D′ entweder a oder b oder c variiert und die bei Ableitung des D′ benützte, mit der neuen Variablen gleichnamige Konstante a usw. durch Berechnung wieder zu erlangen sucht. Kurz es ergeben sich aus der Vierzahl der bei diesen Aufgaben beteiligten Elemente $4 \times 3 = 12$ Möglichkeiten der „Umkehrung", an denen man an der Hand unseres Korrespondenzsatzes [296] kontrollieren kann, wie weit irgend ein Prinzip der Ableitung des Äquivalenzwertes aus den Urteilskurven bei solchen Versuchen berechtigt ist.

Schon bei der Vergleichung einzelner Größen wurde aber (S. 238) diese vollständige „Umkehrung" des N und V mit ihrer Konstanz der idealen Äquivalente von gewissen Verallgemeinerungen und insbesondere von der Annahme einer Konstanz der Fehlerkomponenten bei dem sog. teilweisen Wechsel der Raum- und Zeitlage scharf unterschieden, da nur bei ihr die entscheidenden Momente konstant bleiben, während diese letzteren Annahmen sich immer bereits auf wesentlich neue Versuchsbedingungen beziehen. Diese Veränderung der Gesamtlage wird natürlich noch viel einschneidender, wenn man nun auch bei solchen übermerklichen Unterschieden die Raum- und Zeitlage der einzelnen Elemente innerhalb der Kontraste und die der Kontraste im ganzen umkehrt. Denn wenn man z. B. in Fig. 14 a mit b und c mit d oder a, b bzw. b, a mit c, d bzw. d, c vertauscht, so werden schon die Elemente im einzelnen in der neuen Lage anders wirken und außerdem auch in den neuen Kombinationen andere Wechselwirkungen erfahren, so daß es sich eben um ganz neue Kontraste handelt. Auch hier wird vor allem ein solcher Wechsel der Zeitlagen bei sukzessiver Darbietung von Intensitätsstufen, z. B. beim Vergleich der Intensitätskontraste von Fallgeräuschen des Fallphonometers [1]), die Versuchsbedingungen wesentlich verändern. Allgemeinere

1) Vgl. S. 301, A. 1.

Aussagen über die Maßverhältnisse der Empfindungen als solcher werden freilich erst nach einer Elimination dieser Lageeinflüsse möglich, deren Schwierigkeit und Mittelbarkeit aber eben bereits auf der nämlichen Stufe steht, wie bei der Vergleichung von einzelnen Größen die Zerlegung des Totalfehlers, der zunächst auch von der Umkehrung des N und V unabhängig sein soll, in seine hypothetischen Komponenten.[1]) Wie zu dieser Deutung der Totalfehler ist aber dann auch zu einer Theorie über die subjektive Äquivalenz von Konstrasten weiterhin erst noch ein möglichst umfassender Überblick über die Äquivalente in den verschiedensten Lagen und absoluten Größen der Kontraste erforderlich. Zur Abgrenzung eines „Fehlers" an dem äquivalenten Kontrast, z. B. a, B, wäre natürlich stets ein Idealwert desselben vorauszusetzen, während bei dem Vergleich zweier völlig vergleichbarer Größen einfach die Differenz zwischen dem Normalreiz und dem Äquivalenzwert als solche als „Totalfehler" zu bezeichnen war, weil bei dessen Verschwinden eben N = A sein müßte. Jedenfalls können aber auch bei den ganz analog vergleichbaren Unterschieden a, b und c, d spezielle „Fehler" der Kontrastschätzung wenigstens mittelbar herausgelöst werden, soweit das System der Resultate ein bestimmtes Prinzip der Schätzung verrät, mag es sich dabei um eine Unterschieds- oder Verhältnisauffassung oder irgend etwas drittes handeln. Sollten aber irgend welche sekundäre Kriterien, die von der eigentlich gemeinten Vergleichung der Kontraste als solcher verschieden sind, diesen selbst zufällig quantitativ völlig parallel gehen, so daß sie also vom Standpunkte der Vergleichsaufgabe aus gar nicht als „Fehlerquellen" bezeichnet werden können, so könnten sie natürlich überhaupt niemals durch eine experimentelle Induktion von dem Ergebnis der tatsächlichen Vergleichung der Kontraste als solcher abgetrennt werden. Es werde also z. B. bei der Vergleichung zweier Paare von Schallintensitäten das Urteil „gleich" einfach dann abgegeben, wenn das eine Paar dem nämlichen objektiven Doppelprozeß wie beim anderen Paare in einer anderen Entfernung zu entstammen scheint, oder man urteile bei der Vergleichung von zwei Helligkeitskontrasten nach der Erinnerung an das Aussehen eines und des nämlichen zweifarbigen Gegenstandes, also zweier objektiver Absorptionskoeffizienten, bei verschiedener Beleuchtung: In allen solchen Fällen wäre der tatsächliche Effekt natürlich bei allen möglichen Variationen der Nebenumstände nur schwer von dem Resultat zu unterscheiden, wie es bei einer wirklichen Vergleichung der Verhältnisse der Empfindungs-Intensitäten als solcher ausfallen müßte.[2]) Anderseits ist aber freilich den aus der reinen Selbstbeobachtung entnommenen Aussagen, daß sich die V.-P. ausschließlich nach solchen sekundären Kriterien gerichtet habe, bei der Schwierigkeit dieses ganzen Gebietes niemals absolut zu vertrauen.

---

1) Vgl. S. 242.

2) Vgl. auch meine Abhandlung: „Die Probleme der psychologischen Studien von Th. Lipps" Archiv f. d. ges. Psychologie, Bd. 14. 1909, S. 217.

b) Der Müllersche Begriff der sog. „Kohärenz".

Am allerwenigsten kann aber wohl eine Selbstbeobachtung dann als Einwand dagegen betrachtet werden, daß sich das Urteil auf die Kontraste als solche stütze, wenn sie ihrem Wesen nach so unklar ist, wie G. E. Müllers sekundäres Kriterium der sog. „Kohärenz" zwischen den Elementen der einzelnen Paare a und b usw. Hiermit soll nicht etwa Müllers Selbstbeobachtung, u. z. weder im allgemeinen noch bezüglich dieses speziellen Punktes, als unklarer bezeichnet werden wie diejenige anderer V.-P. Im Gegenteil hat er mit diesem Bewußtsein der „kollektiven" Zusammengehörigkeit der Elemente, deren höherer Wert den Kontrast als „kleiner" und deren geringerer ihn als „größer" beurteilen läßt, zum ersten Male ein Moment aufgezeigt, das bei der Vergleichung zweier Unterschiede jedenfalls erlebt wird. Denn wenn man dieses Merkmal des Zusammenschlusses zu einer Einheit überhaupt, das in dem „Kollektiven" oder in der Zugehörigkeit zu einem „Komplex" enthalten liegt, allgemein genug nehmen will, so kann es zunächst einfach die bei unserer Aufgabe niemals fehlende Kehrseite des „Kontrastes" bedeuten, mit dem ja auch immer bereits eine ganze Gruppe von besonderen Wirkungen eines auffälligen Unterschiedes im Gegensatze zu der völligen Gleichheit beider Elemente a und b des Paares hervorgehoben ist. Genau genommen wirkt bei der Vergleichung von a, b und c, d der Kontrast zwischen den Unterschieden sogar stets in der Richtung, daß der Eindruck des subjektiv größeren Unterschiedes das spezifische Moment der Verschiedenheit in besonders ausgeprägter Weise erleben läßt, während der Eindruck des kleineren wenigstens etwas von dem Charakter der glatten Verschmelzung zweier subjektiv gleicher Elemente eines Ganzen an sich trägt. Gerade deshalb hieße es aber das Wesen der Relationserlebnisse verkennen, wenn man aus der Selbstbeobachtung ihrer gewissermaßen „ästhetischen" Ausgestaltung, die in dem allgemeinen psychischen Lebenszusammenhange tief begründet ist und vor allem in dem Gegensatz der relativen Veränderung und Ruhe deutlich wird, darauf schließen wollte, daß das Urteil sich gar nicht auf die Vergleichung der Unterschiede als solcher gestützt habe. Müller denkt aber offenbar nicht an diese selbstverständlichen Ergänzungen aller inhaltlichen Relationen überhaupt, also auch der eigentlich gemeinten Kontraste als solcher, wenn auch seine Faktoren mit den eben genannten wohl darin übereinstimmen, daß sie, wie gesagt, nur einen relativ geringen Klarheitsgrad besitzen. Sie bedeuten bei ihm eine Ablenkung von der eigentlichen Aufgabe. Denn er rechnet z. B. auch das Bewußtsein der Bekanntheit des Zusammenseins zweier beliebiger Stufen a und b hinzu, das von einer ganz zufälligen Wahrnehmung ihres Nebeneinanders am Beginne des Versuches herstammt, also ein Bewußtsein der „Zusammengehörigkeit" auf Grund einer rein äußerlichen Erfahrungsassoziation. Wo aber dergleichen Hilfen von der V.-P. nicht benützt würden, da sei sie bezüglich der Lösung der Aufgabe überhaupt „ratlos". Dieser Zustand einer ungeübten Versuchsperson ist aber doch offenbar ein ganz entsprechender, wie er auch bei der unmittelbaren heterochromen Photometrie eintritt, sobald man die V.-P. sogleich vor zu ähnliche Helligkeitsstufen verschiedenen Farbentones stellt. Auch hier fand aber G. E. Müller in der Tat die näm-

liche „Ratlosigkeit“ und glaubt ebenfalls, daß man sich an gewisse Helligkeits-Gleichungen „gewöhnen“ könne, denen dann natürlich kaum viel theoretische Bedeutung zukäme. Wie dort, so wird man aber auch bei der Vergleichung von Unterschieden ohne Urgierung irgend einer Nebenvorstellung, die nicht schon in der Relationsauffassung als solcher unmittelbar begründet ist, ein sicheres Urteil fällen können, wenn man nur die Differenzen der Kontraste zunächst groß genug wählt. Sind aber einmal die heterogenen Nebenvorstellungen, von denen man am besten wieder durch eine rasche Variation zwischen sicheren entgegengesetzt gerichteten Unterschieden der Kontraste zu abstrahieren lernt, hinreichend ausgeschaltet, so wird man sich ihrer dann auch in der Nähe des Äquivalenzwertes erwehren können. In dem Berichte von Laub (s. u.) treten übrigens den Angaben Müllers und einiger seiner Schüler nunmehr auch andere Selbstbeobachtungen gegenüber, wonach sich die V.-P. ausdrücklich nicht von dem Bewußtsein einer (heterogenen) Kohärenz leiten ließen, ohne daß dadurch die Vergleichung der Unterschiede als solcher unmöglich geworden wäre.

c) Die Methode der mittleren Abstufungen.

Die bisherigen exakten Versuche einer Vergleichung von (übermerklichen) Unterschieden haben sich übrigens von der vorhin skizzierten Übertragung der allgemeinen Gesichtspunkte der Vergleichsmethode auf diese Aufgabe geradezu prinzipiell ferngehalten, da man infolge einer Verkettung besonderer Umstände nicht mit zwei relativ selbständig beobachteten Unterschieden a, b und c, d arbeitete, sondern das ganze Problem immer nur als dasjenige der sog. „mittleren Abstufungen“ ansah.[1]) Und auch diese suchte man früher sogar ausschließlich auf dem zwar psychologisch interessanteren, aber auch zugleich viel schwierigeren Gebiete der Empfindungs-Intensitäten und Qualitäten zu lösen, ohne die Extensionen zu berücksichtigen. In Analogie dazu, daß man die sog. „Sterngrößen“ tatsächlich in einer geometrischen Progression ihrer physikalischen Intensität anordnet, wobei übrigens infolge der Abhängigkeit der Irradiation von der Intensität doch auch die subjektive „Größe“ im eigentlichen Sinne eine Rolle spielt, ließ man seit Plateaus ersten, noch wenig methodischen Versuchen den Beobachter immer nur zu zwei gegebenen Reizen r und R einen dritten mittleren Reiz r_m aufsuchen[2]), so daß die Kontraste r, r_m und r_m, R äquivalent erschienen. Dabei stufte man dann weiterhin meistens auch nur r_m, selten einmal R (Froebes, s. u.) ab und verwendete hierzu die verschiedenen historischen Methoden aus Kap. 9. Auch wenn man ein weiteres Gebiet des gesamten Empfindungs-

1) Als einzige Ausnahme fand ich bisher die Vergleichung von Farbenkontrasten. etwa zwischen Gelb und Rot und Gelbgrün und Gelbrot, die im Interesse der Theorie der sog. „Hauptfarben“ vorgenommen wurde und die G. E. Müller auch ausdrücklich neben der Methode der mittleren Abstufungen erwähnt („Gesichtspunkte“ S. 239 und „Zur Psychophysik der Gesichtempfindungen“ Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. der Sinnesorg. Bd. X, 1896, S. 69ff.). Doch zieht er hieraus für die Anordnung der Versuche zur Vergleichung von Konstrasten keine besonderen Konsequenzen.

2) r bedeutet wie bei A. Lehmann den kleineren und R den größeren Reiz.



kontinuums durchmaß, wie es sich zu theoretischen Schlußfolgerungen bald erforderlich zeigte, betrachtete man höchstens die Reihe

$$r_1, r_2; \; r_2, r_3; \; \ldots \; r_{n-1}, \; r_n,$$

in der immer eine Empfindung die „mittlere Abstufung" zwischen den beiden nächstbenachbarten darstellte. Die theoretischen Gesichtspunkte, die für die Beurteilung der Resultate in Betracht kommen, sind allerdings auch hierbei in den einzelnen Arbeiten nacheinander sämtlich zur Sprache gekommen. Insbesondere hat J. Merkel, dessen zahlreiche methodische Arbeiten in Wundts philosophischen Studien schon aus der Literaturübersicht in G. E. Müllers „Gesichtspunkten" zu ersehen sind, in der psychologischen Literatur zum ersten Male vor der früher bereits von E. Hering[1]) bekämpften Vermengung der Gesetze für die übermerklichen und die ebenmerklichen Unterschiede gewarnt, um derentwillen man bisweilen einen Widerspruch zum Weberschen Gesetze für Unterschiedsschwellen zu sehen glaubte, wenn die (übermerklichen) Kontraste der Glieder einer arithmetischen Reizreihe ungefähr gleich groß und die einer geometrischen nach oben hin zunehmend befunden wurden. Einen möglichst konkreten Einblick in dieses Verhältnis zwischen den über- und ebenmerklichen Unterschieden verschaffte dann Külpe durch Anregung mehrerer Arbeiten, unter denen diejenige von Ament[2]) gleich erscheinende Kontraste zum ersten Male auf verschiedenen Sinnesgebieten in Einheiten der in ihnen enthaltenen ebenmerklichen Abstufungen maß. Auch hat Froebes zum ersten Male exakte Vollreihen wenigstens mit Abstufung des oberen Reizes R (bei Gewichtsversuchen) abgeleitet.[3]) Nachdem in dieser Weise die von Plateau und Delboeuf zunächst nur auf Lichtintensitäten angewandten Methoden inzwischen auch auf Intensitäten und Qualitäten aller anderen Sinnesgebiete außer Geschmack und Geruch ausgedehnt worden waren, haben dann Wrinch und Laub endlich auch einmal die extensiven Wahrnehmungen beigezogen, u. z. jener die Zeit-[4]), dieser die Raumauffassung[5]). Auch stetige Reihen hat man schon herzustellen versucht, innerhalb deren die Empfindung mit konstanter Ge-

1) Zur Lehre von der Beziehung zwischen Leib und Seele, I. Mitt.: Über Fechners psychophysisches Gesetz (Sitz.-Ber. der k. Ak. der Wiss. in Wien, LXXII, 3. Abt. 1875).

2) Über das Verhältnis der ebenmerklichen zu den übermerklichen Unterschieden bei Licht- und Schallintensitäten, Wundts Phil. Stud. 16, 1900, S. 135. Aments Arbeit enthält auch einen guten historischen Überblick über alle früheren Vergleichungen übermerklicher Unterschiede. Bei der Abstufung der Helligkeiten verwendete er eine Stufenserie photographisch hergestellter grauer Papiere nach C. Marbe (Neue Methode zur Herstellung homogener grauer Flächen von verschiedener Helligkeit. Zeitschr. f. Psychol. XII, 1896 S. 62).

3) Ein Beitrag über die sog. Vergleichungen übermerklicher Empfindungsunterschiede, Zeitschr. f. Psychologie 36, 1904, S. 241 und 344.

4) Über d. Verh. d. ebenm. z. d. überm. U. im Gebiete des Zeitsinnes, Wundts Phil. Stud. 18, 1903 S. 274 ff. Es wurden von Wrinch am Zeitsinnapparat drei mit Telephontönen ausgefüllte Zeitstrecken hergestellt, wozu die Meumannschen Sternkontakte verwendet wurden. (Vgl. § 65, b, 3, γ.)

5) Über d. Verh. d. ebenm. z. d. überm. U. a. d. Geb. der optischen Raumwahrnehmung, Archiv f. d. ges. Psychologie 12, 1908 S. 312. Laub ließ Kreise auf ihre Fläche hin vergleichen. Auch seine Arbeit ging wie diejenige von Ament und Wrinch aus dem psychologischen Institut Külpes in Würzburg hervor.

schwindigkeit fortzuschreiten schien, wobei allerdings die bei allen Kontrasten überhaupt mehr oder weniger wirksame Wechselwirkung zwischen den räumlich oder zeitlich unmittelbar benachbarten Erregungen, auf die schon vorhin bei der Veränderungsschwelle hingewiesen wurde, Inhalte mit so geringer Ausdehnung von der isolierten Reizwirkung bei einer konstanten Adaptation am meisten abweichen läßt[1].

Obgleich aber nun Merkel und die genannten Schüler Külpes auch unter diesen speziellen Beobachtungsbedingungen der sog. „mittleren Abstufungen" die Möglichkeit einer unmittelbaren Vergleichung von Kontrasten als solchen klar erkannten und wertvolle Messungen lieferten, so könnten diese doch eine spezielle Fehlerquelle enthalten. Gerade weil die Verschiedenheit des absoluten Niveaus, auf dem man den nämlichen Unterschied wiedererkennen soll, die Heraushebung des Kontrastes als solchen, insbesondere in der Nähe des Äquivalenzwertes, zunächst besonders erschwert, muß man zu einer möglichst korrekten Vergleichung jede Abweichung von Nebenumständen vermeiden, die bei den Auffassungen beider Paare nur irgendwie analog zu gestalten sind. Bei der Methode der mittleren Abstufung und besonders bei ihrer bisher allein geübten Form der Dreigliederung r, r_m, R, bilden aber beide Kontraste r, r_m und r_m R keine hinreichend selbständigen Wahrnehmungen mit durchweg korrespondierenden Elementen, sondern sie sind nur Seiten an dem dreiteiligen Ganzen, innerhalb dessen jedes der drei Elemente seine gewissermaßen individuelle Lage besitzt. Hieraus können sich aber leicht störende „Kohärenzen" irgend welcher Art ergeben. Andererseits dürfte die unmittelbare Nachbarschaft der beiden übermerklichen Abstufungen, die in dem Zusammenfallen eines Elementes r_m des ersten mit einem solchen des zweiten Kontrastes besteht, bei den Schätzungen nicht extensiver Größenunterschiede, also abgesehen von der räumlichen Symmetrie oder rhythmischen Wirkung beim Zeitsinn, kaum eine wesentliche Erleichterung des Vergleiches der Unterschiede mit sich bringen. Bei ihnen besitzen wohl eher die beiden (in einer bestimmten Richtung) unteren und die beiden oberen Elemente der Kontraste, die also dem a und c, bzw. dem b und d von Fig. 14 entsprechen, eine natürliche Korrespondenz, die durch die Gleichheit von $b = c = r_m$ nur gestört wird. Auch beklagt Müller ganz mit Recht, daß bei der Methode der mittleren Abstufungen keine vollständige Umkehrung der Reizlagen des V. vorgenommen werden könne, wie es zu einer exakten Bestimmung der Äquivalenzwerte jederzeit erforderlich ist, während bei der korrekten viergliedrigen Durchführung der Kontrastvergleichung nach dem oben Gesagten offenbar keinerlei prinzipieller Nachteil gegenüber der Vergleichung einzelner Größen besteht.

3. Sehr viele Mühe wurde bei solchen Versuchen mit Lichtempfindungen von A. Lehmann[2] und Neiglick[3] darauf verwendet, die peripher-

1) Besonders einfach lassen sich am Farbenkreisel solche nach irgend einer Progression stetig fortschreitende Abstufungen herstellen. Vgl. z. B. die beiden Scheiben mit arithmetischer und geometrischer Progression bei A. Kirschmann, American Journal of Psychology, VII, 1896, S. 396 und Bd. IX, 1898, S. 346.

2) Über die Anwendung der Methode der mittleren Abstufungen auf den Lichtsinn, Wundt, Phil. Stud. III, 1886, S. 497 ff.

3) Zur Psychophysik des Lichtsinnes, Ebenda, IV, 1888, S. 28.

physiologischen Wechselwirkungen innerhalb der beiden Paare und zwischen deren Elementen und dem Hintergrunde auszuschalten. Der Randkontrast sollte auf die Randzone gleichfarbiger Hintergründe beschränkt werden, die bei Neiglick sogar jeder der drei Scheiben r, r_m und R selbstständig variabel hinzugefügt wurden und die beim Vergleich nicht mit apperzipiert werden sollten. Freilich wird man zunächst die Wechselwirkung zwischen den Fundamenten der verglichenen Unterschiede selbst auch hiermit nicht aufheben, da sie durch die Vergrößerung der Flächen doch auch teilweise begünstigt wird. Dagegen könnte man allerdings bei der oben prinzipiell verlangten Abtrennung zweier relativ selbständiger Kontraste a, b und c, d innerhalb jedes Paares einen etwas größeren Abstand einführen, während man bei jener Dreigliederung der mittleren Abstufungen hierbei befürchten müßte, daß die beiden eigentlich zu vergleichenden Kontraste noch weniger deutlich als selbständige Vergleichsobjekte heraustreten. Was aber zweitens die Abhängigkeit sämtlicher Elemente vom Hintergrunde anlangt, die mit der Adaptationsfähigkeit des Organes notwendig zusammenhängt, so würde man diese durch die Anpassung der nächsten Umgebung an alle einzelnen Elemente nicht einmal vereinfachen, sondern eher noch komplizieren. Denn die jeweilige Gleichheit der nächsten Umgebung schafft bei der Zufälligkeit der ausgewählten Hauptreize a, b, c, d doch immer nur ganz spezielle Adaptationsbedingungen. Diese unterscheiden sich insbesondere auch von denjenigen bei längerer sukzessiver Ausfüllung des ganzen Sehfeldes mit je einer dieser vier Helligkeiten oder gar bei vollständiger Adaptation des Organes an diese Stufen, die abgesehen von ihrer praktischen Unzweckmäßigkeit für diese spezielle Aufgabe doch wenigstens noch relativ eindeutig wäre. Kurz, die Abhängigkeit jeder Wahrnehmung von einem Hintergrunde, die im Wesen der Intensitätsentwickelung des Organes überhaupt begründet liegt, sollte von der Methode der übermerklichen Unterschiede nicht eliminiert, sondern gerade festgestellt werden, u. z. zunächst unter der einfacheren Bedingung eines konstanten Hintergrundes für alle kontrastierenden Elemente und erst sekundär unter komplizierteren Bedingungen.

Kapitel 12.

Der Einfluß der Vorbereitung auf eine einzelne Elementarleistung.

42. Die systematische Abstufung der Schwierigkeit psychischer Leistungen, insbesondere der Auffassung ebenmerklicher, kurzdauernd dargebotener Unterschiede.

1. Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, sind die bisher geschilderten Maßmethoden zunächst vor allem unter den günstigsten Bedingungen für die höheren psychischen Prozesse der Auffassung und Beurteilung der

gegebenen Reize dazu zu verwenden, die Elemente und Komplexe der Sinneswahrnehmung als solche, sowie ihre Abhängigkeit von den Reizen und von der Verfassung der Sinnesorgane zu studieren. Nachdem aber die Versuchsanordnungen, welche die Wahrnehmungsinhalte bei dieser Analyse im einzelnen exakt abstufen lassen, schon in den früheren Abschnitten über die sinnesphysiologischen Methoden ausführlich behandelt sind, können wir nunmehr sogleich zu den komplizierteren Anwendungen der Schwellen- und Fehlermessung übergehen, bei denen jene Auffassungsbedingungen variiert werden, so daß sie von dem Optimum bei der ungestörten Konzentration auf eine einzige Relation beliebig weit abweichen. Dies erreicht man vor allem dadurch, daß besondere Einstellungen der Apperzeption in der schon in § 4 geschilderten Weise vorgeschrieben und mehrere gleichzeitige oder aufeinanderfolgende Reize in einen einzigen Versuch einbezogen werden.

Auch bei jener elementareren Analyse der Wahrnehmungsinhalte als solcher ist das Bewußtsein natürlich niemals auf die jeweils untersuchten sinnlichen Qualitäten beschränkt, auch pflegen bei dem Studium einzelner Empfindungselemente im allgemeinen nicht einmal innerhalb des nämlichen Sinnesgebietes andere äußere Reize völlig zu fehlen. Doch sucht man wenigstens überall da, wo nicht gerade eine Wechselwirkung zwischen Sinneserregungen, z. B. der sog. Simultankontrast zwischen benachbarten Licht- oder Farbenreizungen, erforscht werden soll, alle irgendwie auffälligen, störenden Nebeneindrücke zu vermeiden. Auch läßt man die V.-P. hierbei ihre Aufmerksamkeit jederzeit ausdrücklich dem Gegenstande der jeweiligen Messung zuwenden, was bei einer nicht zu großen Extension der zu beurteilenden Gegenstände als „Konzentration" bezeichnet wird. Wenn die Inhalte allerdings, wie z. B. bei der Untersuchung der Raumauffassung oder der Klangwahrnehmung, bereits selbst mehr oder weniger ausgedehnt sind, muß die Aufmerksamkeit auch schon zu der bestmöglichen Leistung in besonderer Weise „verteilt" werden. Auch können natürlich mitunter schon zur Analyse der Wahrnehmungsinhalte als solcher unnatürlichere Spaltungen der Aufmerksamkeit erforderlich werden, z. B. bei der Prüfung der Farben- und Raumwahrnehmung in der Peripherie des Sehfeldes, wo eine konstante Abbildung der Objekte auf bestimmten Punkten des subjektiven Sehfeldes nur durch die gleichzeitige Beachtung eines Fixationsobjektes neben der Beobachtung im „indirekten" Sehen aufrecht zu erhalten ist. Im folgenden sollen aber nun solche besondere Auffassungsbedingungen, die von anderen gleichzeitigen Inhalten und von der Apperzeptionstätigkeit abhängen, nicht zur Analyse der Sinneswahrnehmung als solcher, sondern um ihrer selbst willen eingeführt werden, und die jeweilige Erkenntnisleistung der V.-P. soll hierbei, wie schon in § 11 S. 25 ff. erläutert wurde, nur als „Symptom" dieser systematisch variierten Bewußtseinslagen ins Auge gefaßt werden.

2. Zu einer methodischen Analyse wird man nun diese Erschwerung der Auffassung objektiver Reizverhältnisse, auf die wir uns bei der Untersuchung der höheren psychischen Prozesse nach der Reproduktionsmethode im wesentlichen beschränken wollten, in gewissen Hauptstufen zunehmen lassen, die mit besonderen Versuchsanordnungen und Instruktionen der V.-P. jeweils für sich allein vorzunehmen sind. Auf einer untersten Stufe der

Komplikation hat man es zunächst immer noch mit der elementaren Hauptleistung einer einzigen Neuauffassung zu tun, die hierbei nur dadurch erschwert wird, daß die Vorbereitung auf diesen einfachen Akt, also auf die Auffassung eines übermerklichen oder ebenmerklichen Reizes als solchen oder auf die Beurteilung einer Relation, in dieser oder jener Richtung eingeschränkt wird, oder daß der Ablauf dieser Leistung durch gleichzeitige Nebeneinflüsse gestört wird. Die Versuchsperson ist z. B. nicht mehr mit allen Einzelheiten des zu beurteilenden Gegenstandes außer der jeweils dargebotenen Reizstufe im voraus sicher vertraut, ja sie sieht eventuell auch den Zeitpunkt seiner Darbietung nicht mehr so genau voraus wie dann, wenn sie die zu beurteilende Situation selbst auslöst. Besonders interessante Modifikationen der Vorbereitung entspringen weiterhin aus dem Verhältnis der willkürlichen Apperzeption zu der entscheidenden Qualität oder Lage des tatsächlich auftretenden Reizes. Wie schon in § 5 der Vorfragen erwähnt wurde, ist die apperzeptive Einstellung allerdings zunächst auch ohne besondere Instruktion und absichtliche Anstrengung allein schon durch den Stand der bereits gewonnenen Vorkenntnisse bezüglich der Reizlage oder durch sonstige auffällige Nebeninhalte zu beeinflussen. Durch willkürliche Einstellungen läßt sich aber jenes Verhältnis der Apperzeption zur Urteilsgrundlage wenigstens relativ unabhängig von diesem Wissen sowie von sonstigen gleichzeitigen Inhalten und viel systematischer variieren. Am nächsten liegt wohl hierbei die Konzentration und Verteilung innerhalb der räumlichen, zeitlichen und sonstigen qualitativen Variationsmöglichkeiten, unter denen die in der Hauptleistung dann tatsächlich zu beurteilende Reizlage selbst zu finden ist. Da innerhalb der Verteilungen von der nämlichen Art, z. B. über verschiedene Regionen des Sehfeldes, eine Interpolation der Symptome aus Beobachtungen benachbarter Verteilungsgrade möglich ist, so kann man hier auch aus einigen wenigen Hauptformen der Einstellung einen gewissen Überblick über das ganze Tatsachengebiet erlangen, während natürlich ablenkende Nebenreize und sonstige willkürliche Nebenbeschäftigungen überhaupt, die zu dem Inhalte der Hauptleistung in keiner direkten Beziehung stehen, in unbegrenzter Mannigfaltigkeit eingeführt werden könnten. Doch lassen sich auch für diese letzteren Einflüsse leicht einige wenige, für gewisse Hauptkategorien typische Beispiele ausfindig machen.

Bei diesen rein methodischen Überlegungen haben wir natürlich auf die Resultate der Versuche, also auf die Präzision der Hauptleistungen nach den verschiedenen Vorbereitungen, nicht weiter einzugehen. Doch sei hier besonders betont, daß Vorurteile, die sich in dieser Hinsicht auf Grund ungenügender Erfahrungen entwickelten, gerade hier bisweilen hinderlich gewesen sind, so daß man ganz korrekte empirische Ergebnisse für paradox hielt. Wer sich aber einmal den Unterschied zwischen der Tätigkeit der Apperzeption und der wirklichen Neuauffassung selbst klar gemacht hat, wird von vorn herein mit der Möglichkeit rechnen, daß z. B. gleichzeitige Nebeneindrücke nicht nur zu stören brauchen, sondern eventuell auch günstige Anregungen ausüben können, daß die Unwissentlichkeit und die natürliche Verteilung der Aufmerksamkeit, insbesondere auch die Unvoreingenommenheit bezüglich des Zeitpunktes, auch eine positive Kontrastwirkung des Neuen einführt, während dagegen die fortgesetzte Konzentration auf die kritische

Stelle umgekehrt einen gewissen Grad von Abstumpfung und Ermüdung zeitigen kann u. ä. Vor einer theoretischen Deutung der Ergebnisse, die natürlich auch mit allen Selbstbeobachtungen unter analogen Bedingungen übereinstimmen muß und bei der auch sonstige physiologische Reaktionen der Auffassung, z. B. die Akkommodation, sorgfältig zu berücksichtigen sind, hat man aber jedenfalls zunächst einmal die objektiven Symptome der jeweiligen Bewußtseinslage rein empirisch abzuleiten, die in den meßbaren Kriterien der psychischen Leistungen greifbar sind. Dabei ist sowohl hier als auch bei allen höheren Komplikationsstufen vor allem dafür zu sorgen, daß die verschiedenen Vorbereitungsarten bezw. Hauptleistungen, die miteinander verglichen werden sollen, nicht etwa unter verschiedenen Übungsbedingungen gemessen werden. Die Schwelle erfährt z. B. auch bei der optimalen wissentlichen Konzentration auf die kritische Stelle zunächst durch die Übung noch eine bedeutende Verfeinerung, die aber auch nur bei ununterbrochener Beschäftigung mit der nämlichen Aufgabe in vollem Maße aufrecht erhalten werden kann, also bei längerem Aussetzen der betreffenden Beobachtungen wenigstens teilweise immer wieder verloren geht und dann erst von neuem wiedererlangt werden muß. Auch der Totalfehler pflegt hierbei charakteristische Veränderungen zu erleiden. Die apperzeptiven Bedingungen, deren Effekte miteinander verglichen werden sollen, müssen daher von einer Partialreihe einer „vollständigen Reihe“ zur anderen fortwährend miteinander abwechseln. Deshalb ist ja auch gerade in diesem Zusammenhange die Berechnung solcher charakteristischer Werte von besonderer Bedeutung, die aus hinreichend breit angelegten Vollreihen, welche der bei den Modifikationen der Fehler und Schwellen möglichen Verschiebung der Urteilsfunktionen F(x) von Anfang an gerecht werden, nach wenigen Darbietungen jeder einzelnen Stufe genau genug berechnet werden können. (Vgl. S. 195f.)

3. Zu der bloßen Aufhebung der maximal konzentrierten Vorbereitung tritt aber nun weiterhin eine immer größere Komplikation hinzu, wenn die zu messende Hauptleistung selbst mehrere Momente in sich befassen soll. Auch die Vorbereitung unterscheidet sich in diesem Falle selbst dann noch sehr wesentlich von derjenigen bei der isolierten Beschäftigung mit einem einzelnen Gegenstande dieser Mehrheit, wenn die V.-P. die Anzahl und die Art der aufzufassenden Reize oder Relationen im voraus genau kennt. Doch wird die Aufgabe einer ausgedehnteren Neuauffassung weiterhin auch noch einmal besonders in der nämlichen Richtung wie eine einzige Hauptleistung bei Aufhebung der genauen Vorbereitung erschwert sein, wenn die V.-P. über die Art oder Anzahl der Reize im ungewissen bleibt, ihre Aufmerksamkeit unabhängig von der tatsächlich eintretenden Reizgruppe nach Instruktion konzentriert oder verteilt usw.

4. Zur Erzielung einer möglichst eindeutigen Symptomatik komplexer psychischer Prozesse sind aber nun den Hauptleistungen zunächst nicht nur objektive, in ihrem Bewußtseinseffekt am besten kontrollierbare Reize überhaupt, sondern vor allem auch kurzdauernde Reize zugrunde zu legen, denn nur dadurch kann die Methode womöglich den Umfang der in einem

einzigen psychischen Akt vollzogenen Leistungen, also gewissermaßen einen Querschnitt des Bewußtseins durch seinen Zeitverlauf zum Ausdruck bringen, der von relativ elementaren Gesetzen beherrscht ist. Je länger dagegen die äußeren Reize und die von ihnen abhängigen direkten Sinneswahrnehmungen in ihrer vollen Lebhaftigkeit und Frische zur Verfügung stehen, um so mehr neue Leistungen können in einer diskursiven, d. h. sukzessiv sich auf verschiedene Punkte konzentrierenden Verarbeitung hinzutreten. Wenn nun auch natürlich für den Gesamtumfang solcher zusammenhängender Leistungen ebenfalls gewisse Gesetzmäßigkeiten bestehen und aus dem quantitativen Resultate gewiß auch charakteristische Symptome der apperzeptiven Einstellung zu entnehmen sind, so besteht doch hier naturgemäß eine viel größere Zahl von Möglichkeiten bezüglich der Art, wie die Gesamtleistung sich aus den Komponenten der einzelnen sukzessiven Unterakte herausentwickelte. Die Selbstbeobachtung allein aber ist bei längerer unveränderter Darbietung der sinnlichen Grundlage der Prozesse keinesfalls imstande, die Einzelleistungen dieser Zeitpunkte auseinander zu halten. Die zeitliche Abgrenzung bildet also eine der wichtigsten Zwischenstufen, die bei der Analyse der höheren psychischen Prozesse nicht übersprungen werden darf, falls man sich dann weiterhin auch ein richtiges Bild von der Entstehung umfassenderer Gesamtleistungen auf Grund länger verfügbarer Beobachtungsgegenstände soll machen können.

5. Da aber nun unser Bewußtsein auf eine gewisse Breite der Neuauffassung gegebener Verhältnisse angelegt ist, die in einem einzigen, auf einen kurzdauernden Reizkomplex bezogenen Akte auch ohne jede speziellere Konzentration zu gewinnen ist, so würde man bei jener ersten Gruppe von Untersuchungen über den Einfluß einer Variation der apperzeptiven Bedingungen auf die Auffassung eines einzigen Gegenstandes überhaupt kein Resultat erlangen, wenn nur ein einziger, deutlich übermerklicher Sinneseindruck als solcher zu erkennen wäre, bzw. wenn er mit einer die Unterschiedsschwelle in irgend einer Variationsrichtung weit übersteigenden Allgemeinheit oder „Ungenauigkeit" beschrieben werden dürfte, wie es geschieht, wenn die V.-P. z. B. nur aussagt, daß sie einen Punkt gesehen, einen Ton gehört oder dgl. Wenn man also die Erkennung eines Reizes oder einer Relation überhaupt als Indikator verwenden will, so kann ein objektives Symptom der verschiedenen Vorbereitungsarten bei einer einzigen Neuauffassung immer nur in dem Maße einer Grenzleistung gesucht werden, die unter den jeweiligen Bedingungen noch eben möglich ist, also z. B. in der Schwelle für die Auffassung eines Reizes, bzw. einer Veränderung überhaupt, oder in der Unterschiedsschwelle für die Vergleichung eines übermerklichen Reizes mit irgend einer ebenfalls objektiv gegebenen Norm. Im übrigen können aber natürlich auch alle anderen Maße, die aus einer Beobachtungsreihe indirekt als bestimmte Einzelwerte abzuleiten sind, also z. B. das Streuungsmaß der Beobachtung oder der Totalfehler in irgend einer Vergleichshinsicht, als „Symptome" der Vorbereitung betrachtet werden, ohne daß hier auf die Mittelbarkeit oder Unmittelbarkeit der Abhängigkeit dieser Symptome von den einzelnen Komponenten der Vorbereitung näher eingegangen werden könnte.

Auch wenn an die Erkennung eines einzelnen Eindruckes sich andere Leistungen mit solcher Leichtigkeit und Sicherheit anschließen, wie beim Lesen eines geläufigen Buchstaben, einer Ziffer, Note u. dgl., werden die verschiedenen Vorbereitungen bei einer einzigen Elementarleistung dieser Art nach der Reproduktionsmethode (also ohne Registrierung gewisser Eigentümlichkeiten der Wiedergabe) an dem Resultat nichts zu ändern vermögen. Eine symptomatische Differenzierung wird höchstens erst dann möglich, wenn die Unterschiede zwischen einzelnen dieser Symbole sich der Unterschiedsschwelle unter den jeweiligen Auffassungsbedingungen nähern. Sind aber die Assoziationen zwischen dem Sinneseindruck, z. B. zwischen dem visuellen Bilde eines Symboles und seiner Bedeutung oder einem sonstigen Vorstellungsinhalte, noch so schwach, daß sich schon bei seiner isolierten, konzentrierten Auffassung Einflüsse der Vorbereitung auf die Reproduktion geltend machen, so wären diese Einflüsse zunächst höchstens umgekehrt dazu zu verwenden, um an ihnen die Assoziationsleistung zu „messen", nachdem man sich ein anderweitiges direkteres Kriterium für den Grad der jeweiligen Vorbereitung verschafft hat.

6. Dagegen gewinnt auch schon die ohne besondere Genauigkeit vollzogene Wiedergabe von Sinneseindrücken überhaupt oder geläufigen Symbolen in der zweiten Hauptstufe der Komplikation, bei komplexen Hauptleistungen, als Element innerhalb des Ganzen symptomatische Bedeutung, da eben der Umfang der gesamten Neuauffassung, insbesondere bei kurzdauernden Eindrücken, ein beschränkter ist. Es stellt also wenigstens die Gesamtsumme aller überhaupt möglichen Reproduktionen dieser Art jederzeit eine Grenzleistung dar, an der sich dann weiterhin auch noch besondere Einflüsse der Vorbereitung geltend machen können. Doch bestehen auch innerhalb des Gesamtumfanges der jeweiligen Neuauffassung noch mannigfache Abstufungen des Zustandes der einzelnen Unterakte, die bei der bloßen Angabe der Gesamtzahl oder Hauptart aller Gegenstände nicht gesondert berücksichtigt werden. Sie treten aber sofort zutage, wenn man über die einzelnen Elemente des aufgefaßten Komplexes genauere Angaben verlangt, die der Unterschiedsschwelle dieser Eindrücke in irgend einer Richtung nahe kommen. Einen genaueren Überblick über den wahren Stand mehrfacher gleichzeitiger Leistungen erlangt man also auch hierbei doch wiederum nur dadurch, daß man nicht die Wiedergabe mehrerer übermerklicher, sondern ebenmerklicher Tatbestände fordert, d. h. also auf mehrere gleichzeitige (kurzdauernde) Reize bzw. Veränderungen die bekannten Maßmethoden zur Ermittelung von Schwellen, Totalfehlern und ihren Streuungsmaßen anwendet. Abgesehen von dem Einblick in etwaige Differenzierungen der Auffassung innerhalb des Komplexes wird dadurch auch der Sinn jener Umfangsbestimmungen erst völlig konkret veranschaulicht. Denn ähnlich wie z. B. die S. 292 genannte Bestimmung der Grenzen der Empfindungskontinuen, z. B. von Farbentönen oder Tonhöhen, ohne Angabe der Intensitätsverhältnisse stets etwas Relatives in sich enthält und nur durch die Ableitung von absoluten Schwellen eindeutig und exakt ausfallen kann, die nach diesen Grenzen zu ansteigen und zuletzt ins Unbegrenzte an-

wachsen, so wird auch die Neuauffassung je nach dem Grade der Präzision, die für die einzelne Leistung verlangt wird, und je nach der Vorbereitung einen verschiedenen Umfang besitzen. Eben deshalb kann ja mit Hilfe der Schwelle und anderer eindeutig definierter Maßwerte sogar schon für jede isoliert vollziehbare Hauptleistung ein Einfluß der Vorbereitung aufgefunden werden, ähnlich wie z. B. die Ableitung der Farbenschwelle bereits zwischen der Stelle des deutlichsten Sehens und einer unmittelbar benachbarten Stelle einen Unterschied der Farbenperzeption nachzuweisen gestattet, der bei der Ableitung von sog. „Isochromen" mit einer einzigen höheren Intensität nicht zutage treten kann. Von diesem allgemeinsten Gesichtspunkt aus erscheint also dann die Methode zur Untersuchung jener untersten Hauptstufe der Komplikation mit nur einer Hauptleistung nur noch als ein Grenzfall einer umfassenden Analyse, bei welcher man für jede Anzahl gleichzeitiger Neuauffassungen die Präzision in einer bestimmten Hinsicht festzustellen versucht. Doch werden wir diesen Grenzfall, dessen ausreichende Untersuchung mit exakten Maßmethoden technisch natürlich am einfachsten ist und in ihren einfachsten Formen auch historisch am weitesten zurückreicht, im folgenden zuerst allein für sich betrachten.

43. Hauptarten einer Erschwerung der Vorbereitung einzelner Elementarleistungen.

1. Die Technik der Versuche, bei denen die Auffassung eines einzigen Reizes bzw. einer Relation erschwert werden soll, bestand in ihren ersten Anfängen einfach in der Verbindung der gewöhnlichen Ableitung einer Unterschieds- oder Reizschwelle mit einer gleichzeitigen Nebenbeschäftigung, zu der man überhaupt keinen besonderen Apparat verwendete, wie bei der ersten Arbeit dieser Art von F. Boas[1]), der Unterschiedsschwellen des Augenmaßes beim gleichzeitigen Vorstellen von Musikstücken ableitete, oder man nahm einen Störungsreiz des nämlichen oder eines disparaten Sinnesgebietes hinzu, der einer ganz einfachen Zusatzvorrichtung entstammte, wie in den neueren Untersuchungen von G. Heymans[2]) über „psychische Hemmung", bei denen u. a. in einer Anordnung zur Messung der Reizschwelle für einen Druck- oder Lichtreiz noch ein zweiter konstanter Störungsreiz des nämlichen Sinnesgebietes in variabler Entfernung vom ersten eingeführt wurde. Etwas komplizierterer Anordnungen bedurfte es hierbei nur, sobald speziell die Schwelle für kurzdauernde Reize, u. z. unter genauer Berücksichtigung aller beteiligten Zeitverhältnisse bestimmt werden sollte, wie dies zum ersten Male auf Anregung Kraepelins durch Bertels[3]) geschah, der die absolute Schwelle für einen monokularen Lichtreiz nach Einwirkung eines Blendungsreizes auf das andere Auge maß. Doch sind auch die Vorrichtungen hierzu von denjenigen zur Messung von Kontrasten zwischen den Sinneserregungen an einer einzigen Stelle des Wahrnehmungsfeldes nicht wesentlich verschieden.

1) Über eine neue Form des Gesetzes der Unterschiedsschwelle. Pflügers Arch. f. Physiologie, Bd. 26, 1881, S. 493.

2) Zeitschrift f. Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane Bd. 26, 1901 S. 305 ff.

3) Versuche über die Ablenkung der Aufmerksamkeit. Dissertation. Dorpat 1889.

Neuer charakteristischer Versuchsanordnungen bedarf man daher erst, wenn man mit der Schwellenmethode untersuchen will, wie die verschiedene Verteilung der Aufmerksamkeit innerhalb eines ausgedehnteren, eventuell mehrere Merkmale enthaltenden Wahrnehmungsbereiches die Auffassung eines kurzdauernden Tatbestandes an irgend einer Stelle oder bezüglich irgend eines Merkmales beeinflußt. Denn in diesem Falle muß der Experimentator gleichzeitig über mehrere Reizmöglichkeiten und bestimmte Abstufungen derselben verfügen, wenn er auch, gemäß der Aufgabe dieser ersten Hauptgruppe, in jedem einzelnen Versuche immer nur an der Ableitung der Schwelle für eine einzige Stelle, bzw. für ein Merkmal jenes ganzen Bereiches arbeitet. Daher ist es auch nicht notwendig, daß er die einzelnen Stellen oder Merkmale gleichzeitig unabhängig voneinander abstufen kann, wie es für die komplizierteren Aufgaben des 13. Kapitels erforderlich wird.

Das Interesse dafür, die Schwelle für die Erfassung eines kurzdauernden, jedesmal auf eine einzige Stelle, bzw. ein Merkmal beschränkten Vorganges oder Zustandes bei jeder Einstellung für möglichst viele Stellen eines größeren Gebietes zu bestimmen, das die Aufmerksamkeit bei der Beobachtung ganz oder teilweise umspannen soll, ergibt sich zunächst aus der Vermutung, daß der Effekt einer apperzeptiven Einstellung für eine einzelne Stelle des Gesamtbestandes von der Gestaltung des Bewußtseins an sämtlichen, bei der Instruktion in Betracht gezogenen Stellen abhängt (vgl. § 2). Zum vollen Verständnis der Präzision, mit welcher die V.-P. hierbei gewisse Eigentümlichkeiten einer bestimmten Stelle aufzufassen vermag, gehört daher stets ein Überblick über sämtliche Schwellen, die man unter den nämlichen Auffassungsbedingungen für alle diese Stellen ableitet. Eine solche Schwellentafel, wie sie z. B. bei der Untersuchung der Aufmerksamkeitsverteilung im Sehfeld in das Schema der Fig. 18, S. 326 einzuschreiben ist, repräsentiert also dann gewissermaßen einen Querschnitt durch den zeitlichen Verlauf der Auffassungsdispositionen der einzelnen Stellen für einen Augenblick, in welchem die Instruktion zu einer bestimmten apperzeptiven Einstellung, d. h. zur Beachtung der einen und der Nichtbeachtung der anderen Stellen, stets so gut als möglich erfüllt war. Diese Tafel bildet somit das gesuchte endgültige Symptomenbild des Bewußtseinszustandes bezüglich der untersuchten Leistungsfähigkeit und kann mit anderen auf die nämlichen Stellen bezogenen Tafeln aus anderen Einstellungen unmittelbar verglichen werden.

2. Allerdings ist dabei vorausgesetzt, daß neben den äußeren Reizen vor allem auch die apperzeptive Einstellung der V.-P. in allen zu einer bestimmten Verteilungsform gehörigen Einzelversuchen wirklich immer wieder möglichst konstant ausfalle. Hierüber ist ja schon in den einleitenden Paragraphen das Wichtigste gesagt worden. Es sei daher hier nur auf die besondere methodische Schwierigkeit hingewiesen, die für die Erfüllung der Instruktion bezüglich der Aufmerksamkeitsrichtung überhaupt und dann natürlich insbesondere für die Konstanz des tatsächlichen Verhaltens besteht, wenn die V.-P. ihre Aufmerksamkeit auf eine teilweise oder völlig andere Region lenken soll, als in der sie die zu beurteilenden Reize erwartet. Wenn auch die V.-P. von dem Wissen, daß bei allen Verteilungsformen

an sämtlichen Stellen, also auch an den nicht zu beachtenden, Reize bzw. Reizunterschiede auftreten können, während des Vorbereitungsstadiums durch eine besondere Übung willkürlich zu abstrahieren vermag, so wird sie durch den wiederholten gewaltsamen Übergang von dieser in solchen Fällen faktisch unzweckmäßigen und unnatürlichen Nichtbeachtung einer Region zur Auffassung deutlich übermerklicher Wirkungen in ihr fortwährend von neuem zu einer Abschweifung von der Instruktion verleitet. Indessen bietet die Übersicht über die tatsächlichen Urteile stets eine objektive Kontrolle für die Konstanz und, nachdem man einmal ein hinreichendes Material über gelungene Versuche gewonnen hat, auch für die ganze Art der Einstellung, wie ebenfalls schon S. 18 erwähnt wurde. Außerdem kommt aber ja für eine ganze Kategorie solcher Untersuchungen der Aufmerksamkeitsverteilung, bei denen man nur deren Einfluß innerhalb des beachteten Teilgebietes unter Variation seiner Ausdehnung feststellen will, die genannte Schwierigkeit überhaupt nicht in Betracht, weil eben hier die Aufmerksamkeit und die Erwartung jederzeit in natürlicher Assoziation zusammengehen und auch die Hauptleistung höchstens zu einer momentanen Konzentration innerhalb des nämlichen Gebietes nötigt. Endlich werden unvermeidliche Schwankungen in der Durchführung irgend einer einfacheren oder komplizierteren Instruktion wenigstens, soweit sie in zufälligen Ablenkungen nach verwandten Verteilungen, also nicht in systematischen Abweichungen, z. B. in Richtung der bequemeren und natürlicheren Einstellung, bestehen, in den Mittelwerten der Schwellen für eine Reihe gleichmäßig über das ganze Feld verteilter Stellen hinreichend ausgeglichen werden, denen somit eine besondere Allgemeingültigkeit als Symptom einer bestimmten Einstellung zukommen dürfte.

3. Wie schon oben mehrmals angedeutet wurde, kommen als Verteilungsbereich der Aufmerksamkeit nicht nur die verschiedenen Stellen einer räumlichen Extension, sondern auch verschiedene Momente einer vorgestellten Zeitstrecke und außerdem verschiedene Merkmale einer und der nämlichen Stelle des Wahrnehmungsfeldes in Betracht. Während man aber auf eine möglichste Einengung der Beachtung in jeder beliebigen Hinsicht ziemlich gleichmäßig den Begriff der „Konzentration“ anwendet, pflegt man eigentlich nur die räumlich orientierte Expansion der Aufmerksamkeit allgemeiner als „Verteilung“ derselben zu bezeichnen, wobei also stets eine bestimmte Lokalisation einzelner Reize vorausgesetzt ist, wie sie mehr oder weniger mittelbar für sämtliche Sinnesreize, also auch für Schalleindrücke, vorhanden ist. Bei den letzteren begründet zugleich das eigenartige Nebeneinander der gleichzeitig gehörten Elemente eines Klanges oder Geräusches von verschiedener Höhe einen neuen Verteilungsbereich der Apperzeption in einer besonderen „Richtung“, der aus der subjektiven Analyse von Klängen geläufig ist. Eine ähnliche Berücksichtigung mehrerer gleichzeitig relativ selbständig vergegenwärtigter Momente wird aber dann weiterhin durch die Zeitvorstellung ermöglicht. Die V.-P. kann entweder in einer Art von „Konzentration“ einen Vorgang in einem ganz bestimmten als zukünftig vergegenwärtigten Augenblick aufzufassen bereit sein, oder ihn auch fortgesetzt in jedem einzelnen neuen Moment von neuem möglichst gleichmäßig gespannt erwarten. Auch kann sie in einer aus diesen beiden Formen gemischten

Einstellung sich von vorn herein auf ein kürzeres oder längeres, aber erst von einem bestimmten Zeitpunkt an einsetzendes Abwarten einrichten. Neben diesen stets nach irgend einer „Extension" orientierten Veränderungen der Apperzeptionsrichtung interessiert uns aber dann auch die Möglichkeit der Konzentration auf einzelne Merkmale des Reizes unter Abstraktion von anderen, dem konkreten Reize gleichzeitig zukommenden Bestimmungsstücken, auf die wir schon in § 40 ausführlicher eingegangen sind, und der dann auch verschiedene komplexere „Verteilungsformen" bezüglich jedes einzelnen „Prädikates" des Gegenstandes zur Seite treten. Hinsichtlich eines jeden dieser Merkmale kann die V.-P. jeweils zwei simultane Reize oder zwei aufeinanderfolgende Zustände eines Reizes vergleichen, so daß sich bei der Möglichkeit einer gleichzeitigen isolierten Abstufung eines jeden Merkmales auch Unterschieds- oder Veränderungsschwellen in jeder dieser Hinsichten ableiten lassen. Die bei einer bestimmten Form dieser „prädikativen Verteilung" oder „Konzentration" [1]) abgeleiteten Schwellen repräsentieren dann wieder die simultanen Dispositionen für die Auffassung in jeder dieser Hinsichten.

Eine systematische Analyse dieser Verhältnisse wird natürlich die verschiedenen Hauptrichtungen der Aufmerksamkeitsverteilung zunächst getrennt untersuchen. So ist denn auch unten zuerst über Versuchsmethoden berichtet, bei denen für die verschiedenen Stellen eines räumlichen Verteilungsbereiches nur Schwellen für Unterschiede hinsichtlich eines einzigen Merkmales abgeleitet wurden, u. z. zunächst nur bezüglich der Intensität. Ihnen stehen dann die Versuche mit Beachtung mehrer simultaner Tonhöhen oder einiger disparater Sinnesreize bezw. Wahrnehmungsfelder am nächsten, sofern hierbei ebenfalls nur Unterschiede einer einzigen Art (u. z. in unseren Beispielen wieder nur Intensitätsunterschiede) zu beurteilen sind. Die gleiche Einschränkung der Variationsrichtung fand bei den darnach behandelten Methoden zur Untersuchung des zeitlichen Verlaufes der Auffassungsdispositionen statt. Umgekehrt läßt sich aber auch die Einstellung auf verschiedene Merkmale zunächst an einem einzigen, eng begrenzten Gegenstande untersuchen, also ohne besondere Variationen der extensiven Verteilung. Zu einem umfassenderen Überblick über die Struktur der simultanen Dispositionen ist aber dann weiterhin das extensive und das prädikative Nebeneinander der einzelnen Wahrnehmungsmomente auch noch gemeinsam in die Instruktion einzubeziehen, indem man bestimmte Merkmale einer ganzen Anzahl von Stellen durch eine besondere Beachtung hervorheben läßt, die dann natürlich sämtlich auch experimentell in diesen Richtungen abstufbar sein müssen, um auch die Schwellen für alle diese Merkmale in der ganzen Breite der untersuchten Extension ableiten zu lassen. Nimmt man endlich auch wieder die Einstellung der Apperzeption auf einen bestimmten Zeitverlauf hinzu, so ist auch die zeitliche Entwickelung aller beteiligten Dis-

1) Bei den mittleren Formen einer kombinierten Beachtung kleinerer Bezirke von Stellen oder Merkmalen ist die Verwendung des Begriffes der „Konzentration" oder „Verteilung" natürlich ziemlich willkürlich. Auf eine genauere qualitative Analyse dieser Einstellungen, die hier nur um ihrer methodischen Bedeutung willen im allgemeinen charakterisiert wurden, kann hier jedoch nicht weiter eingegangen werden.

positionen in ihrer ganzen Breite unter genau kontrollierbaren inneren und äußeren Bedingungen zu untersuchen und damit ein wichtiger Beitrag zur Lehre von der „Arbeit“ des aufmerksamen Beobachtens zu liefern.

4. Die Versuche dieser ersten Hauptgruppe verlaufen also nach dem bisher Gesagten in der Weise, daß die V.-P. für einen bestimmten Augenblick (bzw. für einen längeren Zeitraum) ihre Aufmerksamkeit nach Verabredung einstellt, worauf an irgend einer Stelle des Untersuchungsgebietes eine bestimmte Reizstufe des zu beurteilenden Tatbestandes auftritt, die zur „Vollreihe“ für die Ableitung der Schwelle bezüglich eines Merkmales hinzugehört. Am einfachsten erlangt man nun das Symptomenbild der simultanen Dispositionen für die Auffassung einer kurzdauernden Veränderung, die an irgend einer Stelle eines konstanten Wahrnehmungsbestandes auftritt, der in jedem einzelnen Versuche zunächst immer erst wieder eine Zeitlang (mehrere Sekunden) dargeboten wird und nach kurzer Einübung im ganzen völlig geläufig geworden ist. Wenn auch diese genaue Kenntnis der jeweiligen konstanten Ausgangslage in jedem Zeitpunkte der ganzen Untersuchung der Erfolg aller vorangehenden Beschäftigungen mit ihr ist, so liegt doch die endgültige Voraussetzung für die Auffassung des Kontrastes der kurzdauernden Veränderung jeweils immer nur in dem zeitlich unmittelbar vorhergehenden Endstadium, in dem eben gerade die verabredete Einstellung der Aufmerksamkeit erreicht sein soll. Da jeder kleinste Bezirk des bewußten Gesamtbestandes zu einer analogen Stelle des zeitlich unmittelbar darauffolgenden in gleich unmittelbarer Beziehung steht, so kann sich eine Tafel der Veränderungsschwellen besonders gleichmäßig über sämtliche Stellen eines beliebig fein gegliederten Feldes erstrecken, was bei einer Verwertung von Relationen simultaner Elemente des nämlichen Bestandes nicht möglich wäre. Dabei vollzieht sich die Auffassung einer Veränderung speziell auch noch in der Hinsicht unter besonders konstanten apperzeptiven Bedingungen, daß die Urteilsrichtung durch die relative Unselbständigkeit der an dem geläufigen Objekt erkannten Veränderung in natürlicher Weise festgelegt ist und nicht zwischen Haupt- und Vergleichsreiz schwanken kann.

Ein „Querschnitt“ gleichzeitiger Dispositionen würde natürlich auch dann herausgelöst werden, wenn man nicht einfach eine Veränderung einer bis dahin konstanten Ausfüllung festzustellen, sondern einen ersten neu auftretenden Momentanreiz an einer nicht im voraus bekannten Stelle mit einem darauffolgenden, ebenfalls kurzdauernden Reiz von gleicher Lage zu vergleichen hätte. Hierbei würde jedoch die Leistung durch die relative Neuheit der beiden entscheidenden Fundamente der Relationsauffassung noch weiterhin in einer Weise erschwert, die zwar an sich interessant, zum Studium des Grundcharakters der Wechselwirkungen zwischen simultanen Auffassungsdispositionen überhaupt indessen zunächst nicht erforderlich ist. Diese Variante würde geradezu bereits auf dem Wege nach der Aufgabe mehrfacher gleichzeitiger Hauptleistungen liegen, die natürlich bei der Möglichkeit, selbst die einfachsten apperzeptiven Einheitsbildungen, in denen man sich „einen“ Reiz vergegenwärtigt, apperzeptiv weiterhin zu gliedern, niemals ganz scharf von unserem hier betrachteten Grenzfall abgetrennt werden kann.

Noch schwieriger wird die Aufgabe, wenn sich zwei Wahrnehmungskomplexe von der Ausdehnung des gesamten untersuchten Bereiches, durch Einfügung einer indifferenten Ausfüllung in dessen ganzer Breite, relativ selbständig als Normal- und Vergleichsreiz gegenübertreten, an denen nur eine einzige Stelle verschieden ist. Auch hier soll also der Normalkomplex, ebenso wie vorhin bei der einfachen Veränderungsauffassung das Ausgangsfeld, zunächst durch eine fortgesetzte Darbietung völlig geläufig werden, worauf die leere, bzw. undifferenziert ausgefüllte Pause und darnach der völlig analoge kurzdauernde Vergleichskomplex auftritt, der seinerseits wieder nur an einer einzigen Stelle verändert ist, für die nun die U.-S. abzuleiten ist. Bei jener einfacheren Aufgabe der Veränderungsauffassung ist die Verschiedenheitsrelation zwischen der variierten Stelle und ihrem Vorstadium die einzige objektive Relation dieser Art im ganzen Untersuchungsbereiche. Hier muß sie sich jedoch erst gegen die allgemeinen Verschiedenheitsrelationen der Intermission in der ganzen Breite des Komplexes herausarbeiten, denen gegenüber sie wegen dieser Trennung der zu vergleichenden Ausfüllungen durch die Pause noch dazu im Nachteil ist. Übrigens ist in diesem Falle zur größeren Vergleichbarkeit mit dem kurzdauernden Vergleichskomplex am besten auch der Normalkomplex in dieser Form darzubieten, was für das Vorbereitungsstadium eines jeden Versuches die wiederholte kurzdauernde Exposition des Normalkomplexes in einem der V.-P. bequemen Rhythmus erforderlich macht. Dabei ist es für die Entstehung des Bewußtseins der Geläufigkeit wichtig, daß die V.-P. weiß, daß der Normalkomplex zunächst fortgesetzt konstant wiederholt wird und ihm nur am Schlusse eine einzige (eventuell von ihr selbst auszulösende) Vergleichsexposition nachfolgt. Auch ist es für die Konstanz der Leistungen in der ganzen Hauptgruppe von Vorteil, wenn die V.-P. weiß, daß es sich bei der V.-Exposition nur um die Verschiedenheit an einer einzigen Stelle handelt, deren Auffassung auf dieser ersten Komplikationsstufe der Aufgabe ihre einzige Hauptleistung im Versuche ausmachen soll.

Bei der zuletzt genannten Erschwerung der Verschiedenheitsauffassung fallen natürlich auch die Schwellen im allgemeinen größer aus, abgesehen davon, daß auch die Bestimmung von besonderen Fehlern neben der Unterschiedsschwelle Bedeutung gewinnt. Auch läßt sich eben deshalb kein so großes Feld untersuchen, wie mittelst der Veränderungsschwelle, die daher zu einer Prüfung der Auffassungsdispositionen beliebig fein abgestufter Elemente weiter Wahrnehmungsgebiete am geeignetsten erscheint. Dafür treten in jenen gröberen Werten eigentlicher Unterschiedsschwellen manche Differenzen der einzelnen Einstellungen deutlicher hervor, weshalb wir sie im folgenden in einzelnen Beispielen an Stelle der Ableitung von Veränderungsschwellen berücksichtigt haben.

44. Die räumliche Verteilung der Aufmerksamkeit im Sehfelde.

(Perimetrische Bestimmungen der Veränderungsschwelle für kurzdauernde Aufhellungen.)

Relativ am genauesten und ausführlichsten ist auf diesem Gebiete bisher untersucht worden, wie die verschiedenen Formen der Aufmerk-

samkeitsverteilung innerhalb des Sehfeldes die Veränderungsschwellen für kurzdauernde Aufhellungen eines kleinen, an einer beliebigen Stelle gelegenen Feldes beeinflussen. Außer meiner Abhandlung über „die Klarheitsgrade der Regionen des Sehfeldes bei verschiedenen Verteilungen der Aufmerksamkeit“[1]) liegt hierüber noch die Dissertation von O. Lipp[2]) vor, die meine Ergebnisse unter teilweise sogar völlig übereinstimmenden Bedingungen nachprüfte. Das gemeinsame sichere Resultat beider Untersuchungen, daß die Schwelle, die bei wissentlicher Konzentration auf die variierte Stelle gefunden wird und im folgenden kurz „Normalschwelle“ heißen soll, selbst bei der weitesten Verteilung der Aufmerksamkeit und bei ihrer Ablenkung auf entlegene Punkte sich relativ nur wenig ändert[3]), weist freilich vor allem auch darauf hin, daß zur genauen Feststellung der tatsächlich vorhandenen Einflüsse, die besonders in den Mittelwerten aus größeren Regionen deutliche Gesetzmäßigkeiten erkennen lassen, sehr genaue Methoden erforderlich sind. Dies läßt aber dann zugleich erwünscht erscheinen, daß die Versuche unter Berücksichtigung aller oben dargelegten Vorschriften für eine exakte Schwellenbestimmung womöglich noch einmal von neuem durchgeführt werden, wobei alle einzelnen Schwellen, also sowohl innerhalb einer jeden Tafel für eine bestimmte Verteilungsform als auch in sämtlichen miteinander zu vergleichenden Tafeln überhaupt, unter möglichst ähnlichen Übungsbedingungen (vgl. S. 312) und bei völliger Unwissentlichkeit der jeweils variierten Stelle abgeleitet werden müßten.

Ein wichtiger Teil des Einflusses der extensiven Aufmerksamkeitsverteilung auf irgendwelche Veränderungsschwellen räumlich geordneter Wahrnehmungsinhalte tritt übrigens erst dann hervor, wenn die V.-P. nicht nur den Eintritt einer solchen Veränderung überhaupt, sondern auch womöglich ihren Ort anzugeben hat. Denn die Unklarheit und Unsicherheit, die ohne spezielle Kenntnis und Beachtung der gereizten Stelle, zumal bei minimalen Reizstufen, dem Inhalte der Veränderung im ganzen zukommt, äußert sich vor allem auch in der Unsicherheit der Lokalisation und begünstigt dabei bestimmte Fehlertendenzen in dieser Hinsicht. Obgleich dies allerdings erst bei den § 50 genannten Versuchen am meisten hervortritt, bei denen die V.-P. Änderungen eines bestimmten Objektes sowohl in intensiver als auch in räumlicher Hinsicht für gleich möglich hält, so macht es sich doch auch schon hier geltend, falls nur die variablen und konstanten Fehler der Lokalisation bzw. ihre Unsicherheit überhaupt unter den jeweils herrschenden Versuchsbedingungen größer sind als die Distanz zwischen den einzelnen Stellen der Schwellentafel. Diese werden natür-

1) In Wundts Psychologischen Studien, Bd. 2, 1906, S. 30.

2) Über die Unterschiedsempfindlichkeit im Sehfelde unter dem Einflusse der Aufmerksamkeit (Dissertation Kiel 1910), Arch. f. d. ges. Psychologie Bd. XIX, 1910, H. 3/4, S. 313.

3) Die völlige Bestätigung dieses Hauptpunktes durch O. Lipp widerlegt zugleich die von mir schon anderweitig (in Wundts Psychol. Stud. V, 1. u. 2. H, 1909, S. 48ff.) als falsch nachgewiesene Vermutung R. Geißlers (Am. Journ. of Psychology, Bd. XX, 1, 1909, S. 120), daß die geringen Unterschiede zwischen den verschiedenen Stellen bei allen meinen Einstellungen nur einer Überanstrengung der Aufmerksamkeit zu verdanken seien.

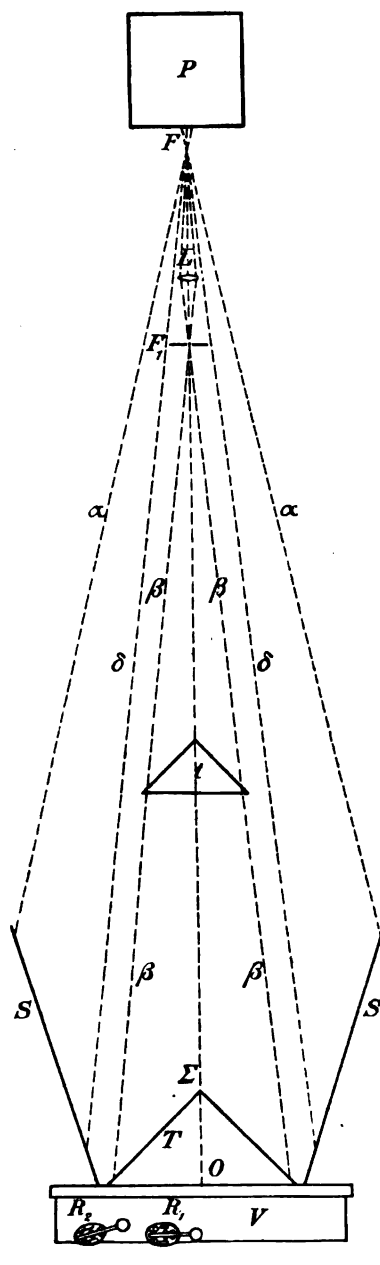


Fig. 15.
Das Projektionsperimeter.
(Grundriß der Anordnung.)

lich durch die häufige deutliche Übermerklichkeit der Reize, die zur Ableitung der Schwelle überhaupt notwendig ist, sowie insbesondere durch die Ableitung der zugehörigen Normalschwellen mit wissentlicher Konzentration bei nicht zu großer Zahl so sicher bekannt, daß die V.-P. ihre Beurteilung des Wahrgenommenen stets einfach auf sie bezieht. Doch ist eben die Einordnung in dieses spezielle System von Individualbegriffen von dem Bewußtseinszustand bei der Veränderung in ganz ähnlicher Weise abhängig wie die absolute Lokalisation ohne solche individuelle Anhaltspunkte durch unmittelbares Hindeuten u. dergl. Andererseits wäre aber die ausschließliche Verwendung von Urteilen mit bestimmter Lokalisation wohl ebenso einseitig, da auch die Schwellen für die Vorstufe der Auffassung einer Veränderung überhaupt, eventuell mit ganz unsicherer Lokalisation, bzw. der Abstand dieser Vorschwelle von der Hauptschwelle, für den jeweiligen Aufmerksamkeitszustand bezeichnend sein können.

Lipp behielt im allgemeinen die seinerzeit von mir bis 1904 angewandte Methode der Schwellenbestimmung bei, die ein Rudiment der älteren Form der Minimaländerung mit konstanter Variationsrichtung bildete (vgl. S. 277). Denn da hier natürlich bei allen Bestimmungen, abgesehen von denen der Normalschwelle, Unwissentlichkeit bezüglich der Lage des Punktes erforderlich wird, so ist hierbei ohne Änderung des zunächst gereizten Punktes nur das aufsteigende Verfahren möglich, bei dem ein zuerst untermerklicher Reiz von einem Versuch zum andern bis zur Merklichkeit gesteigert wird. Doch kommt hier wenigstens in dem Stadium der tatsächlichen Unmerklichkeit der bei dieser Form der Methode sonst besonders einflußreiche Erwartungsfehler nicht mehr in Betracht. Um so störender wird er freilich weiterhin nach Erreichung des Unsicherheitsbereiches, sobald der Reiz einmal mehr oder weniger genau lokalisiert ist. Immerhin war dieser Fehler bei meinen Versuchen deshalb noch einigermaßen zu vernachlässigen, da die Versuche durch eine Zwischenzeit von ca. $^1/_4$ bis $^1/_2$ Minute getrennt waren, die der V.-P. neben der Änderung der Reizstufe sehr leicht auch eine solche des Reizortes möglich erscheinen ließ. Bei Lipp folgten sich dagegen die Reizstufen durch eine mechanische Vorrichtung rhythmisch in nur 3,2 Sek. Abstand,

die nach Erreichung der Unsicherheitsregion eine Unkenntnis darüber, ob der Reizort beibehalten worden sei oder nicht, nach Lage der Sache völlig unmöglich erscheinen ließ[1]).

Meine Anordnung war nun vor allem auf die schnelle und präzise Durchführbarkeit des Wechsels der aufzuhellenden Sehfeldstelle angelegt, wie er auch in allen zukünftigen exakten Messungen im allgemeinen sogar nach jedem Versuch nötig sein wird, um die S. 312 geforderte Untermischung der Vollreihen für die Schwellen einer Tafel bequem und ohne Zeitverlust zu ermöglichen. Hierfür hat sich die auch von Lipp beibehaltene Verbindung eines passend geformten transparenten Perimeters, wie es zur Analyse des indirekten Sehens dienen kann, mit einer optischen Projektionsvorrichtung bewährt, die ich kurz als Projektionsperimeter bezeichnet und a. a. O. ausführlich beschrieben habe. Würde man als konstante Ausfüllung des Sehfeldes im Vorbereitungsstadium, wie dies z. B. bei Bertels (s. S. 315) geschah, absolutes Dunkel wählen, so brächte ja allerdings die Unsichtbarkeit des Apparates hinsichtlich der Applikation des kurzdauernden Zusatzlichtes viel größere Freiheit mit sich. Indessen würde die noch stundenlang etwas fortschreitende Dunkeladaptation die Schwelle aller Punkte auch bei gleicher Aufmerksamkeit fortgesetzt verändern und dadurch vor allem jene Hauptforderung konstanter mittlerer Verhältnisse nur sehr schwer erfüllen lassen, ganz abgesehen von der Einseitigkeit der speziellen physiologischen Bedingungen. Aber auch ein durchweg mäßig erleuchtetes Sehfeld, das als eine geschlossene Perimeterfläche für die V.-P. gegen die dahinter befindliche Apparatur abgeschlossen ist, ließe sich leicht herstellen, wenn man Helligkeits- und Farbenunterschiede seiner verschiedenen Regionen mit mehr oder weniger scharfen Konturen in Kauf nimmt. Wir boten dagegen dem Auge des Beobachters eine ganz gleichmäßig, aber nicht blendend erleuchtete weiße Fläche ohne jegliche Kontur dar, die der Aufmerksamkeitsverteilung besonders interessante Aufgaben stellt, und erreichten dies durch eine transparente Kegelfläche aus mattiertem Glas mit Papierbelag, in deren Basismittelpunkt O sich das Auge der V.-P. befand[2]). Die Basis dieses „Trichters“, dessen Querschnitt T in Fig. 15 ein gleichschenkliges Dreieck bildet, betrug 50 cm, sein Neigungswinkel 45°, so daß also die von der V.-P. stets fixierte Spitze Σ vom Auge 25 cm entfernt war. Der Trichter war mit seiner offenen Basis auf ein vertikal stehendes Brett montiert, in das eine mit dem Grundkreis des Kegels konzentrische und nicht viel kleinere Öffnung eingeschnitten war, durch welche der hinter dem Brett sitzende Beobachter seinen Kopf in die soeben schon genannte, durch eine Beißvorrichtung fixierte Lage zum Perimeter brachte. Die V.-P. konnte ihre Arme auf einem Brettvorsprung V der Holzwand bequem auflegen, wo auch zwei Telegraphentaster R_1 und R_2, ersterer zur Auslösung der kurzdauernden Aufhellung durch die V.-P., angebracht waren, die später beide zu Reaktionsversuchen dienten (vgl. unten § 81, a).

1) Leider wählte Lipp außerdem auch die Reizzeit nicht mehr möglichst kurz, sondern durchweg 0,8 Sek. lang. (Vgl. S. 312f.)

2) Im Unterschiede von meinen stets monokularen Hauptversuchen ließ Lipp nur binokular beobachten, wie es bei mir nur in Vorversuchen vorgekommen war. (Vgl. a. a. O.)

Diese Trichterform des Transparentes wurde gewählt, damit der koaxiale Strahlenkegel einer Projektionslampe P[1]) auch mit seinen Randstrahlen $\beta\beta$ nicht zu schräg auf die seitlichen Teile des Perimeters auftreffe und zugleich die Entfernung der Fläche vom Auge an den einzelnen Punkten nicht zu verschieden ausfalle[2]). Freilich wäre dafür der Effekt der Zusatzbelichtung, die aus $\beta\beta$ entnommen wurde (s. u.), gerade bei der Spitze Σ ein ganz anderer als auf der übrigen stetigen Mantelfläche. Indessen blieb die mit einem ganz kleinen Fixationspunkt versehene Spitze stets unbenützt, und die kurzdauernde Aufhellung erfolgte ausschließlich an seitlichen Stellen von mindestens 7° Distanz, da eben überhaupt nur eine gewisse Zahl gleichmäßig über das ganze Sehfeld verteilter Stellen geprüft werden sollte. Die konstante Beleuchtung des ganzen Sehfeldes wurde jedoch in der Tat überall, also auch einschließlich der Spitze, dadurch so gleichmäßig als möglich, daß der äußere Rand des Lichtstrahlenkegels, der innen von den Strahlen $\delta\delta$ und außen von $\alpha\alpha$ begrenzt war, durch eine diffus reflektierende Papierfläche[3]) von der Form eines Kegelstumpfmantels SS[4]) von außen auf den Mantel des Trichterperimeters zurückgeworfen wurde.

1) Der Brennpunkt F in Fig. 15 war übrigens ein virtueller, wie er der Einschaltung einer Sammellinse hinter dem Kollektor-Fokus (zwischen F und L) entspricht.

2) Natürlich ist diese Trichterfläche nur eine spezielle Form des Kompromisses, auf den man zur möglichst gleichmäßigen Ausnützung des Projektionsstrahlenkegels stets angewiesen ist, und zwar sind bei ihr die Entfernungen der einzelnen Reizorte vom Auge nicht allzu verschieden. Doch gibt es auch andere Kompromisse, je nach den Partien, die man vor allem untersuchen will. Als geschlossene Transparent-Fläche, die auch die Sehfeldmitte gleichmäßig zur Schwellenbestimmung nach dem nämlichen technischen Prinzip beleuchten ließe, würde sich z. B. auch eine Kugelkalotte empfehlen. deren Tangente am Rande, z. B. ebenfalls um ca. 45° geneigt ist. Für die Aufhellung der seitlichsten Punkte von 66,8° Breitenabstand, die in unseren Versuchen tatsächlich noch in Betracht kamen, genügt übrigens auch eine ca. 1,80 m lange ebene Transparentfläche, auf 0,30 m Entfernung betrachtet, wobei freilich die Distanz der Punkte nach außen fortgesetzt zunimmt. Auch Zylinderflächen, die aus Papier leicht herstellbar sind, können gelegentlich gute Dienste leisten.

3) Lipp verwendete dafür mit Vorteil einen ebenso geformten Reflektor aus Blech, der außen geschwärzt und innen sorgfältig mit der gleichmäßig diffus reflektierenden Lackfarbe Pinorin (aus der K. Lackfabrik G. W. Sikkens & Co. in Grooningen. Holland) ausgestrichen war.

4) Der Brennpunkt F, von dem der ganze Projektionskegel, also auch sein hier verwendeter Rand ausstrahlt, muß zur gleichmäßigen Beleuchtung des Perimeters offenbar in einen virtuellen leuchtenden Ring verwandelt werden, der auf einem Kegel, der von den Mittelsenkrechten MO der Mantellinien des Perimeters gebildet wird (s. Fig. 16), völlig symmetrisch zum Transparenttrichter gelegen ist. Ist R ein Fußpunkt des Reflektormantels auf der verlängerten Basis des Trichterperimeters, so wird daher ein um R mit RF_1 geschlagener Kreisbogen auf der verlängerten Mittelsenkrechten AM den neuen virtuellen Lichtpunkt F_1' abschneiden, der einer Zurückwerfung der Strahlen durch den Reflektormantel entspricht, dessen Linie RS den Winkel F_1RF_1' gerade halbiert. Der innerste Teil des Reflektors kann, so weit er bei einem Abstand des Trichterrandes von R kein Licht mehr auf das Perimeter wirft, geschwärzt werden, also von dem Punkt S_2 an, der von $F_1'B$ auf RS abgeschnitten wird. Die äußere Grenze des Reflektors ist natürlich der durch S_1 gehende Schnittkreis der Linien $\Sigma F_1'$ mit RS.

Der innere Teil des Lichtkegels zwischen $\beta\beta$ wurde nun zu der kurzdauerden Aufhellung der einzelnen Stellen verwendet[1]),

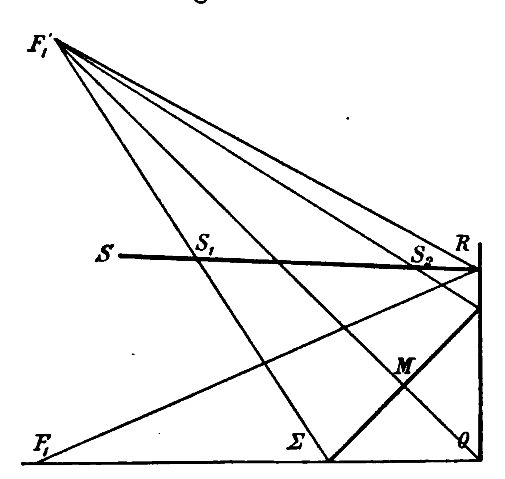


Fig. 16.
Zur Konstruktion des Reflektormantels am Projektionsperimeter.

für welche die Schwelle bestimmt werden sollte. Diesen Lichtzusatz mußte man daher zunächst in jedem Versuch bis auf eine einzige Stelle abblenden und außerdem exakt abstufen und zeitlich abgrenzen können.

1) Die gemeinsame Herkunft sowohl der dauernden Beleuchtung als auch der momentanen Aufhellung von der nämlichen Lichtquelle war für die Konstanz des Verhältnisses beider Lichter, also auch der von diesem abhängigen Veränderungsschwelle von entscheidender Bedeutung. Da indessen auch die absolute Intensität für die Schwelle von Wichtigkeit ist und außerdem die verschiedenen Teile des von der nämlichen Lichtquelle stammenden Strahlenkegels unter sich nicht immer im nämlichen Verhältnisse stehen, so war eine fortgesetzte photometrische Kontrolle so-

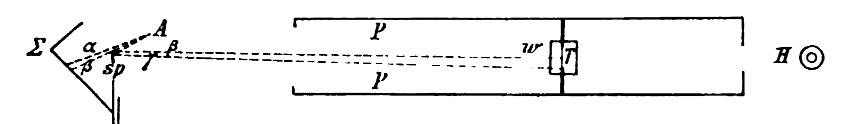


Fig. 17.
Das Photometer zum Projektionsperimeter.

wohl der konstanten Helligkeit als auch des Zusatzes erforderlich, die bei der Verschiedenheit der Richtung, in der man die einzelnen Reizstellen sah, gewisse Schwierigkeiten mit sich brachte. Wir verfuhren in der aus Fig. 17 ersichtlichen Weise, daß ein kleiner Spiegel sp (bzw. bei Lipp ein kleines totalreflektierendes Prisma) an Stelle des Auges, d. h. beim Basismittelpunkt, eingeführt und in die geeignete Ebene gebracht wurde. In diesem Spiegel konnte das in eine passende Entfernung zurückgehende Auge A das Licht $\beta\gamma$ einer hellen Maßscheibe T neben der zu messenden, direkt in Richtung $\alpha\beta$ betrachteten Perimeterstelle sehen. Bei Messung der konstanten Helligkeit konnte das übrige Feld durch ein Diaphragma abgeblendet werden. Die Zusatzhelligkeit hingegen wurde unter Ausschluß der konstanten bestimmt. Die Maßscheibe war ein Transparent T, das sich in einer Fläche befand, die einen langen, dunklen, nach dem Perimeter zu offenen Schacht PP abschloß und in ihm auf einem Schlitten w von dem Beobachter mittelst einer

Die Auswahl der Form und Größe sowie der Verteilung der aufzuhellenden Stellen im Sehfeld geschah natürlich ziemlich willkürlich. Doch suchte ich womöglich lauter Kreise von 4° Durchmesser zu verwenden und die Abstände zwischen ihren Mittelpunkten wenigstens möglichst ähnlich zu machen. Dabei begnügten wir uns damit, die dem Sehfelde entsprechende Hohlkugel in Sektoren von Kugelkalotten einzuteilen, die von je zwei Breitenkreisen und zwei Meridianen begrenzt und unter sich sämtlich flächengleich waren, und je ein Reizfeld in der Mitte eines solchen Abschnittes anzusetzen [1]). Da diese Reizfelder außerdem auch in den vier Quadranten, die durch den Vertikal- und Horizontalmeridian im Sehfeld abgeschnitten werden, kongruent liegen sollten, so mußte der innerste, den Fixationspunkt enthaltende Sehfeldabschnitt

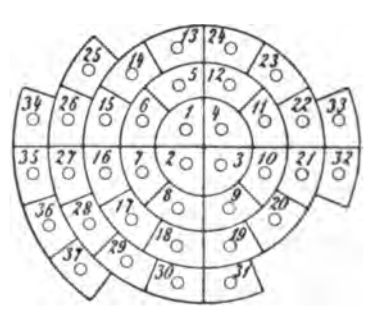


Fig. 18.
Die Verteilung der Reizorte im linken monokularen Sehfelde (insbesondere die Meridian-Abstände innerhalb der konzentrischen Ringe), zugleich als Grundschema zur Anlegung einer Schwellentafel über den Einfluß der Aufmerksamkeitsverteilung.

mindestens 4 Stellen, nämlich je eine in der Mitte jedes Quadranten, erhalten und daher mit der Verhältniszahl 4 bei jener gleichmäßigen Aufteilung der Kugel angesetzt werden. Der nächstbenachbarte Ring nach außen

Zügelvorrichtung verschoben werden konnte. Dadurch entfernte sie sich verschieden weit von der Hefner-Normallampe H, die hinter einem den Schacht auf der anderen Seite abschließenden Diaphragma aufgestellt war. Lipp fügt noch eine praktische Vorrichtung zur Markierung der jeweiligen Einstellung auf einem w mit laufenden Bande hinzu, die eine spätere Ablesung der Einstellung ohne Unterbrechung der Messungen gestattete. Bei meinen Versuchen wurden nach jeder Reihe beide Helligkeitswerte photometriert, bei Lipp geschah dies nur von Zeit zu Zeit. Er scheint auch in seiner Nernst-Lampe (meinerseits verwende ich eine Hefner-Projektions-Bogenlampe) eine sehr konstante Lichtquelle besessen zu haben, welche das Verhältnis des Zusatzlichtes zur dauernden Beleuchtung stets an allen Punkten ca. $^1/_4$ sein ließ. Es wäre für die Verfeinerung dieser Versuche natürlich von besonderem Vorteile, wenn z. B. durch Verwendung einer besonderen Akkumulatorenbatterie, die zugleich einen möglichst gleichmäßigen Strahlenkegel ergibt, eine Lichtquelle genau konstant erhalten werden könnte, da die Gesetzmäßigkeiten zur Reduktion einer Veränderungsschwelle auf andere Haupt- und Zusatzlichter noch zu wenig erforscht sind.

1) Da das Sehfeld nach Gesichtswinkeln auszumessen ist, so wäre natürlich die Erreichung eines ideal gleichen Abstandes aller Reizfelder durch den Eulerschen Satz für Polyeder beschränkt. Da aber 20 genau äquidistante Punkte auf der ganzen Kugel, über den Mittelpunkten der Flächen des einbeschriebenen Ikosaëders angesetzt, bzw. 10 auf der Halbkugel, für unsere Zwecke nicht ausgereicht und außerdem ein ganz bestimmtes Lageverhältnis involviert hätten, so begnügte ich mich mit dem oben beschriebenen Kompromiß.

erhielt 8 Reizstellen, der nächste 4×3 usw. Da die Halbkugel in 6 Ringe aufgeteilt wurde, waren hierdurch $4 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 84$ Reizstellen bestimmt, von denen aber von mir nur die 37 innersten, relativ am besten zu erkennenden benützt wurden. Sie sind in Fig. 18 schematisch auf einer Tafel zusammengestellt, die somit auch die Rubriken zu allen Schwellentafeln dieser Versuche enthält. Lipp konnte natürlich schon wegen seiner binokularen Beobachtungsweise einen größeren Teil dieser 84 Stellen verwenden. Die gegenseitigen Abstände innerhalb eines Ringes $(360 \cdot {}^1/_4)^0$, $(360 \cdot {}^1/_8)^0$ usw. zeigt Fig. 18. Die Exzentrizität der einzelnen konzentrischen Gruppen ist am besten aus der Konstruktion Fig. 19 zu ersehen, in der die Höhe dieser konzentrischen Kugelsegmente, der ja die Ringfläche proportional ist, wie die Zahl der auf dem Ring unterzubringenden Reizstellen, also wie 1, 2, 3, 4, 5, 6 fortschreitet, so daß die Höhe der innersten Kalotte ${}^1/_{21}$ des Radius beträgt. Die Breiten der Mittelpunkte der sechs Gruppen betragen hiernach 9,15°; 24,7°; 37,8°; 51,5°; 66,8°; 80,85°. Soll nun die V.-P. alle Reizfelder des Trichterperimeters (oder irgendeiner anderen Perimeterfläche von beliebiger Form) genau wie gleich entfernte Kreisflächen von 4° Durchmesser sehen, so müssen ihre Grenzkurven eigentlich überall Durchdringungen je eines kleinen Kreiskegels von 4° Öffnung darstellen, dessen Spitze sich in der Mitte der Basis als dem Ort des Knotenpunktes des Auges befindet, während seine Achse die für den Mittelpunkt des Reizfeldes vorgeschriebenen Koordinaten nach Länge und Breite besitzt. Diese Form erlangt man auf rein technischem Wege, ohne weitere Berechnung, durch die photographische Aufnahme einer einfachen Lichtstrahlenprojektion, wie sie in Fig. 20 beigefügt ist. Das Prinzip ihrer Herstellung ist aus Fig. 19 leicht zu entnehmen[1]). Hat man aber einmal die Projektion der gewünschten Reizfelder auf das Trichterperimeter bestimmt, so ist nunmehr auch die jeweilige Aufhellung durch den Lichtstrahlenkegel der Projektionslampe leicht auf je ein Reizfeld von der gewünschten Form zu beschränken, indem man einen dem Perimeter T (Fig. 15) genau ähnlichen Schattentrichter t aus geschwärztem Blech von passender Größe koaxial in perspektivischer Lage zwischen den Brennpunkt F_1 (s. S. 329) und das Perimeter einfügt[2]), in dessen Mantel die oben genannten Durchdringungen der kleinen Projektionskegel der Reizfelder nach Fig. 20[3]) ausgeschnitten

1) Ein Kegelmantel aus Blech konnte völlig lichtdicht auf eine Grundplatte aufgesetzt werden, in deren Mitte sich ein Einbau befand, der durch eine ganz feine Öffnung im Mittelpunkte der Kegelbasis nach allen Punkten eines Streifens des Blechmantels von der Form der Fig. 20, der mit lichtempfindlichem Film belegt wurde, Licht gelangen ließ, soweit es die zu projizierenden Kreisausschnitte hindurchließen. Diese Kreisauschnitte der dem Kegel einbeschriebenen Halbkugel von 10,5 cm Radius, deren Querschnitt in Fig. 19 auf die Mantellinie (und Mittellinie der Fig. 20) projiziert ist, befanden sich bei unserer photographischen Aufnahme (mit ca. 6° Gesichtswinkel) in den Ebenen eines passend angebrachten Polyederstreifens aus schwarzem Karton, könnten aber natürlich noch einfacher von Ausschnitten einer Blechkugel oder dergl. gebildet werden.

2) Natürlich müssen alle Größen t und T in den beiden Kegeln die Gleichung $t : T = F_1O' : F_1O$ erfüllen, wenn O′ und O die Basismittelpunkte der beiden Kegel sind, und F_1 wieder den Brennpunkt der Schattenprojektion bedeutet.

3) In Fig. 19 und 20 sind alle Ausschnitte auf eine einzige Mantellinie projiziert, da die Form der Projektion der kleinen Kreise auf die Kegelfläche T bezw. t für die

sind und rasch abgestöpselt werden können. In meinen Versuchen begnügte ich mich übrigens vorläufig mit kreisförmigen Ausschnitten in der (aufgerollten) Mantelfläche des Schattentrichters, bzw. des Perimeters, deren Durchmesser einfach die perspektivischen Projektionen der sphärischen Durch-

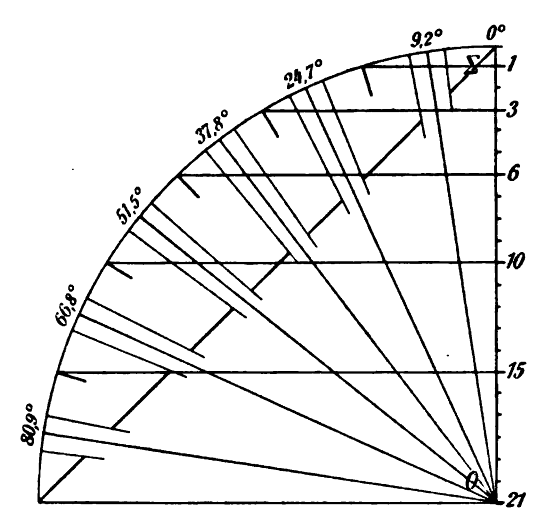


Fig. 19.
Die Konstruktion der Breitengrade der einzelnen Reizorte.

messer der Reizfelder auf die mittleren Mantellinien des Kegels waren, die in Fig. 19 auf der Mantellinie augespart sind. Im Sehfelde waren dann die Flächen in Gesichtswinkeln nicht genau, sondern nur annähernd gleich. Lipp glaubte diesen Punkt noch mehr vernachlässigen zu können, indem



Fig. 20.
Die Ausschnitte im aufgerollten Kegelmantel, die vom Mittelpunkte der Basis aus perspektivisch als Kreise von gleicher Größe erscheinen (nach einem photographischen Projektionsverfahren).

er den Schattentrichter durch eine auch von mir in Vorversuchen angewendete ebene Schattenfläche mit kreisrunden Ausschnitten ersetzte. In der Tat wird bei größeren Flächen — Lipp verwendete außerdem auch

---

verschiedenen Meridiane bei gleichem Breitengrad die nämliche bleibt. In der zur Ebene aufgerollten Mantelfläche des Schattentrichters, die bei der hier benutzten Form des Perimeters einen Kreissektor mit einem Öffnungswinkel von $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 360^0$ darstellt, wenn der Radius der Basis von t der Einheit gleichgesetzt wird, müssen die Reizfeldmitten natürlich im innersten Ring um $^1/_4$, im nächsten um $^1/_8$ usw. dieses Öffnungswinkels voneinander entfernt sein.

Reizfelder von ca. 7° Durchmesser — der Einfluß des Gesichtswinkels auf die Schwelle immer geringer, auch werden die von Henius[1]) und Fuijta[2]) neulich abgeleiteten Einflüsse nach meinen Erfahrungen bei kurzdauernden Reizen kaum größer ausfallen. Zudem kommt die Form der Fläche exzentrisch immer weniger in Frage, auch sind ja absolute Differenzen der Normalschwellen verschiedener Stellen überhaupt niemals auszuschalten, so daß es im wesentlichen nur auf die Verhältnisse der modifizierten Schwellen zu den Normalschwellen ankommt. Indessen wird man doch alle abstufbaren inhaltlichen Momente wenigstens möglichst gleich machen. Nachdem also die Herstellung genau gleicher Reizfelder nach dem Gesagten keineswegs allzu schwierig ist, sollte man in zukünftigen Versuchen dieser Art auch in dieser Hinsicht eine noch größere Eleganz der Anordnung anstreben und dann eher noch kleinere, die Aufmerksamkeitseinflüsse vielleicht noch besser verratende Dimensionen der Reizfelder wählen.

Diese Projektionsanordnung eignet sich aber nun weiterhin auch besonders dazu, die Intensität der physiologischen Wirkung des Zusatzes i zur konstanten Beleuchtung J mit dessen zeitlicher Begrenzung gleichmäßig abzustufen. Ähnlich wie nämlich nach dem Talbotschen Gesetze eine rasch genug wiederholte Periode aus Hell und Dunkel eine konstante Empfindung ergibt, deren Intensität der Reizzeit genau proportional ist, so erscheint auch eine einmalige kurzdauernde Aufhellung von weniger Sigmen in einer zur Reizzeit proportionalen Helligkeit, wobei die Unterschiede der Reizdauer in der Empfindung zurücktreten. Fügt man also in den Strahlenkegel der Projektionslampe eine Abblendungsvorrichtung ein, welche die Zeit des Hindurchtrittes der Zusatzstrahlen nach sämtlichen Punkten des Perimeters gleichmäßig nach kleinsten Zeitabschnitten unterhalb ca. 0,03 Sek. genau abzustufen erlaubt, so ist hiermit nicht nur die erforderliche kurze Dauer dieser Reize überhaupt erreicht, sondern zugleich der Stufensatz für die Vollreihe zur Ableitung der Veränderungsschwelle gewonnen. Diese gleichmäßige Abgrenzung der Reizzeit erfolgt natürlich am besten in einem Brennpunkt der Projektionslampe, wobei hier diese Vorrichtung, die im allgemeinen als „Tachistoskop“ bezeichnet wird (vgl. unten § 53a), allerdings nur den mittleren Teil des Strahlenkegels zwischen $\beta\beta$ abschneiden darf, da ja der äußere Rand durch den Reflektor die konstante Beleuchtung des Perimeters besorgt. Man sammelt also zunächst nur diesen inneren Teil durch eine nahe hinter dem ersten Brennpunkt F des Kollektors koaxial gelegene Linse L (s. Fig. 15), die den äußeren Teil $\alpha\delta$ bei Montierung auf einem dünnen Stab (oder auf einer Glasplatte) so gut wie gar nicht stört, zu einem neuen Brennpunkt F_1, von dem aus dann die ganze vorhin erwähnte Schattenprojektion für die Zusatzlichter zu rechnen ist. Dieser wird aber nun durch das Brennpunktstachistoskop abgeblendet, das in einer kreisrunden, bis auf ein mittleres Diaphragma massiven Metallscheibe besteht, die in dem Raum innerhalb des Strahlenmantels $\delta\delta$ Platz findet und ebenfalls auf einem dünnem Stab montiert ist. Vor das Diaphragma können sich auf je einer Seite die Platten zweier leichter, sehr rasch drehbarer Hebel legen, die zunächst elektromagnetisch festgehalten und nach Unterbrechung

1) Zeitschrift f. Psychol. u. Physiol. d. S. II. Abt. Bd. 43, 1909, S. 99.
2) Ebenda, S. 243.

des elektrischen Stromes durch starke Federn in ihre Ruhelage zurückgezogen werden. Der eine Hebel bedeckt das Diaphragma nur in der Ruhelage, der andere nur in seiner Lage am Magneten. Schnellt also zuerst dieser, dann jener der beiden sonst völlig gleich gearbeiteten Hebel vom Magneten zurück, so kann das Licht eine kurze Zeitlang nach dem Perimeter hindurchtreten, die dem Zeitintervall zwischen der Unterbrechung zweier Kontakte gleich ist, deren jeder einen der beiden Stromkreise für die beiden Elektromagnete des Tachistoskopes schließt. Die Kontakte befinden sich an einem Kontaktpendel (s. Fig. 21), wobei der eine für die Öffnung konstant bleibt, während der Schließungskontakt gegen ihn verschoben wird[1]). Die Pendelstange ist zunächst selbst elektromagnetisch aufgehängt und schwingt erst ab, wenn der Kontakt am Taster R_1 (Fig. 15) von der V.-P. unterbrochen wird. (Nach der Erreichung der bestmöglichen apperzeptiven Einstellung verläuft also bis zum Auftreten der zu beurteilenden Helligkeitsveränderung noch eine kurze Zeit, die durch die Einstellung des natürlich sehr schnell schwingenden Kontaktpendels reguliert werden kann.)

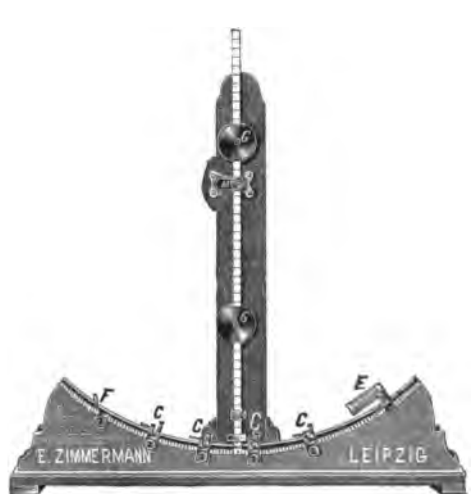


Fig. 21.
Kontaktpendel.

Sobald man überhaupt einmal wesentlich kürzere Reizzeiten verwendet, ist ja die Wirkung ohnedies infolge des Erregungsablaufes von der Reizzeit ebenso abhängig wie von der Reizintensität, wobei a priori nicht einmal zu sagen ist, welchem von beiden Faktoren die Erregungsintensität besser proportional ist. (Vgl. a. a. O. S. 50ff.) Vor allem kommen hier aber, wie schon S. 321 angedeutet wurde, im wesentlichen nur die Verhältnisse der Schwellen in Betracht, deren absolute Werte außerdem auch noch von der Lage des Reizfeldes und, bei einer hier allerdings möglichst vermiedenen Änderung der konstanten Beleuchtung, auch noch von dieser nach dem Weberschen Gesetz bzw. wenigstens einer ihm ähnlichen Regel abhängig sind. Auch für uns war eine Reduktion der Schwellenmaße nach einer solchen Regel nicht ganz zu vermeiden, da selbst die Schwellen des nämlichen

1) Ein Falltachistoskop, wie es unten Fig. 31 abgebildet ist, kann wegen seiner großen Ausdehnung hier nicht Verwendung finden. Indessen würde die Art der Abstufung der Zwischenzeit zwischen der Öffnung und Bedeckung von dieser Einschränkung freier, wenn man den Projektionsstrahlenkegel durch Einfügung einer spiegelnden Fläche bei dem zweiten Brennpunkt F_1 nach der Seite umbiegen ließe. Bildet ein vertikaler Spiegel z. B. mit der ursprünglichen Achse FO (Fig. 15) einen Winkel von 45°, so bleibt hinter ihm Platz genug, um ein umfangreiches Tachistoskop anzubringen.

2) Das exakteste Pendel dieser Art ist das in Bd. II, 3, S. 359 von S. Garten beschriebene Helmholtzsche Kontaktpendel. Bei meinen Versuchen kam der einfachere Apparat Fig. 21 zur Verwendung.

Punktes durch die zeitlichen Schwankungen der dauernden Beleuchtung J verändert wurden. Da außerdem auch die Zusatzintensität nicht ganz konstant war, so mußte schließlich der Reizwert

$$R = \frac{i \cdot t}{J}$$

als endgültiges Schwellenmaß gelten, worin t die systematisch am Kontaktpendel abgestufte Reizzeit bedeutet. Da die Schwankung der i und J stets nur klein waren und außerdem auch die Abweichungen zwischen den ebenmerklichen Reizwerten R bei verschiedenen Aufmerksamkeitszuständen, so konnten jedenfalls die Verhältnisse der modifizierten Schwellen zur Normalschwelle, über die meine Schwellentafeln für die verschiedenen apperzeptiven Einstellungen berichten, den hierbei beteiligten Verhältnissen der ebenmerklichen Empfindungszuwüchse nach Gl. [5] als hinreichend proportional erachtet werden. (Vgl. § 11 S. 26.)

Lipp hätte übrigens bei seiner langen Reizzeit von 0,8 Sek., die durch eine bei der Schattenobjektebene rotierende Spaltscheibe unabhängig von der V.-P. abgegrenzt wurde, leicht eine Abstufung der Intensität durch einen schnell rotierenden Episkotister vornehmen können, da die Zufälligkeiten der Stellung des Episkotisters zum Spaltapparat in einer Exposition bei großer Tourenzahl nicht mehr in Betracht kommen. Er verwendete indessen ein verschieden stark abdunkelndes Medium unmittelbar vor dem Schattenobjekt und der rotierenden, die Reizzeit abgrenzenden Spaltscheibe, nämlich einen Flüssigkeitsfilter mit verdünnter Tusche, der durch eine ähnliche Schlittenvorrichtung wie bei Fig. 28 jedesmal vor das eben gebrauchte Loch des Schattenobjektes geschoben werden konnte, das er dann gerade vollständig bedeckte. Die Schichtdicke konnte durch Herein- und Herausschrauben der einen Deckplatte variiert werden, was durch einen Schnurlauf von der V.-P. selbst besorgt werden konnte, während bei einem Episkotister eine solche Regulierung während der Rotation (s. S. 299) nicht so einfach in dem verfügbaren Raum erreichbar gewesen wäre.

Wegen Heinrichs Beobachtungen über Änderungen der Linsen- und Pupillenakkommodation bei seitlicher Aufmerksamkeitsrichtung (vgl. unten § 74) interessierte hier schließlich auch die Ableitung der Schwellen einer bestimmten apperzeptiven Einstellung bei verschiedenen Akkommodationszuständen. Diese konnten relativ isoliert variiert werden, wenn vor dem Fixationspunkt eine kleine, den ganzen Zusatzbereich freilassende Linse befestigt wurde, und die V.-P. wieder auf das Fixationszeichen scharf akkommodierte. Auch die physiologische Ausschaltung der Akkommodation durch Atropin kam wenigstens in einigen Versuchen zur Anwendung.

45. Die räumliche Verteilung der Aufmerksamkeit im Tastfelde.

(Veränderungsschwellen für Druckintensitäten.)

Etwas schwieriger ist eine analoge Untersuchung des Einflusses der extensiven Aufmerksamkeitsverteilung auf taktilem Gebiete, selbst wenn man sich auf Druckreize und die Schwelle für ihre Intensitätsänderung be-

schränkt. Denn die technischen Komplikationen, die hier auch schon bei der Ableitung der Schwelle für einen einzigen Punkt hinzutreten, wenn der Reiz auf die einmal gewählte Stelle exakt appliziert werden soll, werden natürlich mit der Vermehrung der Reizmöglichkeiten und deren Verteilung auf verschiedene Körperteile noch bedeutend gesteigert. Doch kann man dafür wenigstens auf die dauernde Flächenreizung verzichten, soweit sie nicht durch die Kleidung und die Unterstützung der Körperlage ohnehin bereits vorhanden ist, zumal sie bei einer ähnlichen inneren Gleichförmigkeit wie bei jenen optischen Versuchen nahezu wirkungslos wäre. Als konstante Haltepunkte der Aufmerksamkeitsverteilung kann man dagegen eine Reihe eng begrenzter Druckreize einführen, an denen man dann zugleich die Veränderungen vornehmen wird, um dadurch die besondere Schwierigkeit des völlig neuen Einsetzens des Druckes an einer vorher ungereizten Stelle zu umgehen. Auch bei den optischen Versuchen werden ja, wie S. 322 erwähnt wurde, die eng umschriebenen Stellen der Zusatzreize, obgleich sie nicht dauernd gesondert wahrgenommen werden, schließlich zu alleinigen Haltepunkten für die Beurteilung der jeweiligen Reizlage. Die fortgesetzte Wahrnehmung dieser Stellen verhindert übrigens selbst bei einer kleinen Zahl und ziemlich weiten Verteilung keineswegs die charakteristischen Fehler bei der Lokalisation der Veränderung. — Wegen der großen Unstetigkeiten der Druckempfindlichkeit, je nach Lage der Druckpunkte, wird man wohl mit etwas breiteren, abgestumpften Reizobjekten unter wesentlich konstanteren Bedingungen arbeiten als mit wirklich punktuellen Reizen, da hier im Verlaufe der Versuchsreihen minimale Verschiebungen der Reizapparate zum Körper kaum zu vermeiden sind. Denn die sonst bei der Applikation eines einzigen Reizes auf eine Extremität angewendete Eingipsung und ähnliche starre Fixierungen sind nicht leicht auf den ganzen Körper übertragbar. Immerhin werden hier an die willkürliche Haltung der V.-P. und ihre Duldung von Stützvorrichtungen höhere Anforderungen als sonst zu stellen sein. Auch hat der Experimentator die Lage der Apparate fortgesetzt wenigstens so gut als möglich zu kontrollieren bzw. zu korrigieren.

Was nun die Anordnung im einzelnen anlangt, so ließe sich zunächst die Vorrichtung, mit der Krohn zum ersten Male bis zu zehn gleichzeitigen Druckreizen in verschiedenen Kombinationen gegangen war, als er ihre Zahl und Lage beurteilen ließ[1]), auch für dieses Problem der Intensitätsschwellen verwenden. Er montierte eine entsprechende Anzahl Mareyscher Tambours, auf deren Membranen Korkstücke befestigt waren, vor den verschiedenen Hautstellen, von denen so viele gleichzeitig gereizt werden konnten, als gerade mit dem primären Druckapparat pneumatisch verbunden waren. W. Peters[2]) hat denn auch in Versuchen, die § 48 zu erwähnen sein werden, und bei denen er eine eigentliche Reizschwelle für Druck zu bestimmen suchte, wenigstens einen einzigen solchen Tambour, dessen 3 cm langer, unten abgestumpfter Korkstöpsel auf den Nagel des Mittelfingers aufgesetzt wurde, zur quantitativen Abstufung eines pneumatisch über-

1) Journ. of Nerv. and Mental diseases, März 1893.
2) Aufmerksamkeit und Reizschwelle, Arch. f. d. ges. Psychologie. Bd. VIII. 1906. S. 385. (Fig. 5. S. 400.)

tragenen kurzdauernden Druckes benützt, indem er auf eine Aufnahmekapsel, die mit jenem Tambour durch eine bis auf die elastischen Verbindungsstücke starre Glasrohrleitung verbunden war, eine Büchse mit verschiedenen Gewichten stets aus der nämlichen Höhe, ca. 4 cm hoch, herabfallen ließ. Da es sich bei dieser Spezialisierung der Krohnschen Anordnung zunächst immer nur darum handeln würde, in jedem Versuche bloß in einem einzigen jener mehrfach angesetzten Reiz-Tambours eine genauer abstufbare Drucksteigerung herbeizuführen, so brauchte also nur durch ein geeignetes Ventilsystem dafür gesorgt zu werden, daß die Peterssche Aufnahmekapsel in raschem Wechsel immer an einen von ihnen angeschlossen werden kann.

Wenn sich aber nun auch eine solche Vorrichtung wegen der Leichtigkeit der einzelnen Reizapparate vielleicht am bequemsten in größerer Zahl vor verschiedenen Hautstellen anbringen ließe, so gestattet doch eine elektromagnetische Anordnung, wenn sie einmal montiert ist, die einfachste Umschaltung, und läßt den Reiz exakter und auf die Dauer zugleich konstanter abstufen. Bei einigen Versuchen, die eine Analogie zu jenen optischen bilden sollten, verwendete ich daher zunächst wenigstens sechs elektromagnetische Reizhebel nach v. Frey und Brückner[1]), die auf einem Gerüst von entsprechend gebogenen Eisenstäben und Stativen über den beiden Handrücken, Unterarmen und Fußrücken bei bequemer, sitzender Haltung der V.-P. montiert waren. Die Modelle waren übrigens etwas größer als das a. a. O. abgebildete, auch war die Spitze durch eine abgerundete, an einer Schraube angesetzte Beinkuppe ersetzt, die infolge des konstanten Druckes zunächst etwas einsank, worauf die Lage des Hebelankers zum Magnetpol, die an einer Skala kontrolliert werden konnte, mittelst der genannten Schraube wieder herzustellen war. v. Frey und Brückner regulierten übrigens die Reizstärke durch Veränderung der Entfernung zwischen Hebelanker und Magnetpol bei konstantem Strom, also nach dem Coulombschen Gesetz. Zur schnellen und genauen Abstufung einer größeren Anzahl von Reizmöglichkeiten, von denen die jeweils benützte unbekannt bleiben soll, eignet sich indessen nur die Variation der Stromstärke, deren Einfluß auf den Hebel an der Wage geeicht wurde, wobei sich der Druck für die nämliche Ankerdistanz dem Quadrate der benützten Stromstärke recht gut proportional zeigte.

Hierbei erreicht man die gewünschte Veränderung eines konstanten Druckes durch eine momentane Vermehrung oder Verminderung eines in allen Elektromagneten bereits vorhandenen Stromes. Bei Trennung der Hauptstromkreise für die einzelnen Magneten wenigstens vom Akkumulator an geschieht dies einfach durch die kurzdauernde Herstellung eines mit variablem Widerstand versehenen Nebenschlusses, u. z. zur Druckvermehrung eines solchen außerhalb des wirksamen Stromzweiges, zur Verminderung aber eines zu ihm parallel geschalteten. Je nach den Hilfsmitteln läßt sich übrigens dieses Grundprinzip in mannigfaltiger Weise variieren, vor allem auch unter Verwendung kurzschließender Kontakte. Bei meinen Versuchen, in denen es zunächst nur auf die Verhältnisse der Schwellen zur Normalschwelle ankam, wurde jedoch der konstante Druck einfach durch ein am Hebel befestigtes Laufgewicht bewirkt und nur zu seiner Steigerung der Hauptstrom durch den betreffenden Magneten geschickt. Die konstante Abgrenzung der Reizzeit besorgte wieder das Fig. 21, S. 330 abgebildete Kontaktpendel, das hier in dem mit dem Rheostaten versehenen Hauptstromkreis lag, der durch einen Umschalter nach jedem Hebelmagneten dirigiert werden konnte. Zur Ver-

1) Vgl. Bd. III, 1. Abt., Sinnesphysiologie I, S. 24f., und Fig. 18.

meidung von Bewegungen der V.-P. wurde es nach einem Vorsignal vom Experimentator ausgelöst.

Wenn die Reizwirkung durch Variation der elektrischen Stromstärke abgestuft wird, ist es besonders dann, wenn dies mittelst eines Stöpsel-Rheostaten im Nebenschlusse geschieht, aber auch bei einem einzigen Stromkreis mit sonstigen größeren Widerständen, selbst bei der einfachsten Abhängigkeit der Kraft von der Stromstärke bisweilen sehr umständlich, die Reizstufen genau äquidistant zu machen. Vor allem aus diesem Grunde haben wir daher oben bei den Hilfssätzen aus der Kollektivmaßlehre auch die Ableitung von Hauptwerten und Streuungsmaßen aus nicht äquidistanten Häufigkeitskurven berücksichtigt.

46. Die räumliche Verteilung der Aufmerksamkeit auf Schallreize.

(Die Abstufung der Intensität von Geräuschen verschiedener räumlicher Herkunft.)

Auch auf akustischem Gebiete läßt sich zunächst der Einfluß der Aufmerksamkeitsverteilung im Raume verfolgen, wenn er auch wegen der Mittelbarkeit der Lokalisation von Schallwahrnehmungen in anderer Weise zustande kommen wird als bei optischen und taktilen Eindrücken. Da die Verbindung räumlicher Merkmale mit den Gehörseindrücken trotz jener Mittelbarkeit eine sehr innige sein kann, so ist zu erwarten, daß auch die Willkürtätigkeit der extensiven Aufmerksamkeitsverteilung oder gleichwertige Wirkungen eines Nebenreizes auf die Apperzeption, die sich an der komplexen Vorstellung des Raumes vollziehen, auch die Auffassung der Schallreize als solcher in irgend einer Weise modifizieren. Zum mindesten wird die Schwelle für die bestimmte Lokalisation, wie sie bei übermerklichen Reizen jedenfalls vorhanden sein kann, bei der Unwissentlichkeit hinsichtlich der speziellen Lage des Reizes innerhalb eines weiteren Gebietes anders ausfallen, auch werden außerdem wahrscheinlich wieder besondere Fehler hinzutreten. Dabei hat man also Schallreize an beliebigen Stellen des Raumes auszulösen und in ihrer Intensität abzustufen.

Wie nun vor allem die schönen Versuche von M. Wien gezeigt haben, läßt sich auch auf akustischem Gebiete die Intensität am besten elektromagnetisch abstufen, indem man z. B. in dem Stromkreis eines Telephones, mittelst dessen man den Reiz hört, den Widerstand ändert[1]). Falls diese Änderungen nur unwesentlich auf die Stromstärken des Hauptstromkreises zurückwirken, an den das Telephon angeschlossen ist, wird die Amplitude der Schwingung der Telephonplatte, solange von einer Resonanz derselben abgesehen werden kann, der Stromstärke direkt, also dem gesamten Widerstand des Telephonstromkreises umgekehrt proportional, und daher die Schallintensität selbst dem Quadrate dieses Widerstands reziprok. Natürlich kommen hierbei stets die speziellen Widerstände für Wechselströme in Betracht.

Da sich die Einflüsse der extensiven Aufmerksamkeitsverteilung auch schon an beliebigen Geräuschen verfolgen lassen, so war hierfür auch schon das leise momentane Knacken als Reiz zu verwenden, das an Telephonen,

1) M. Wien, a. S. 292, A. 1 a. O. Vgl. dort auch die frühere Literatur.

die im sekundären Stromkreise eines Induktoriums liegen, bei Öffnung oder Schließung eines genügend starken primären Stromes auch ohne Anlagerung derselben an den Kopf im ganzen Raum zu hören ist. Dabei läßt sich unter Voraussetzung eines hinreichend stillen Raumes auch leicht mit der absoluten Reizschwelle operieren. Auch kann man dabei die Variation der Intensität einfach in der Weise vornehmen, daß man den Widerstand im primären Stromkreis, also die induzierende Stromstärke, ändert und den sekundären mit dem Telephon verbundenen Kreis unverändert läßt. In dieser Weise arbeitete Glinos im „stillen Zimmer" des Leipziger Institutes für experimentelle Psychologie, das durch seine Bauart gegen äußere Geräusche recht

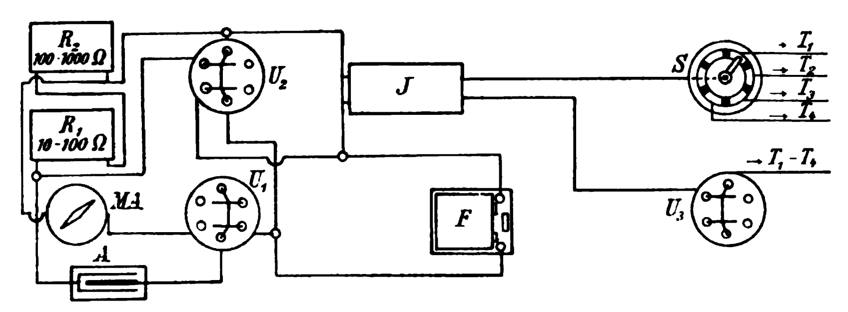


Fig. 22.
Anordnung zur Untersuchung der räumlichen Verteilung der Aufmerksamkeit auf Schallreize.

gut geschützt ist. Seine vor kurzem abgeschlossenen Versuche lassen eine große Konstanz aller Bedingungen erkennen. Auch waren vor allem die Beobachtungsreihen von vornherein auf die Erfüllung der früher genannten Forderungen zur Ableitung möglichst genauer und vergleichbarer Schwellenwerte angelegt. Man hätte die Versuche sogleich mit einer umfassenderen perimetrischen Variation der Telephonlage in Angriff nehmen können. Doch begnügte sich Glinos vorläufig mit vier Hauptlagen, die von vier verschiedenen und völlig konstant an den vier Wänden des Zimmers befestigten Telephonen eingenommen wurden, ohne daß diese jedoch bei ebenmerklichen Reizen etwa einfach an qualitativen Unterschieden identifiziert werden konnten. Der Beobachter saß in der Mitte des Zimmers, wo sein Kopf durch eine Einbeißvorrichtung fixiert war. Durch Filzdämpfungen war außerdem die direkte Wandleitung zwischen den Telephonen und die Wand- und Bodenleitung zwischen ihnen und dem Beobachter so viel als möglich herabgesetzt. In einem entfernten Raum befand sich der Experimentator mit allen übrigen Apparaten, deren einfache Schaltungen aus Fig. 22 zu ersehen sind.

Von dem Akkumulator A mit ca. 4 Volt geht die zur Schwellenbestimmung dienende Hauptleitung zu zwei hintereinander geschalteten Stöpselrheostaten R_1 und R_2 von 10 bis 100 bzw. 100 bis 1000 Ω, von da an dem hierzu unbenützt nach rechts gelegten Umschalter U_2 vorbei zur primären Spule des Induktoriums J und zum Hippschen Fallapparat F, an welchem der Experimentator durch Auslösen des Kugelfalles stets einen gleichartigen Schließungsprozeß im primären Stromkreis herbeiführen konnte. Vom Fallapparat ging die Leitung zum Umschalter U_1 und, bei der gewöhnlichen rechtseitigen Lage desselben, zurück zum Akkumulator. (Bei linksseitiger Lage konnte der Strom direkt von den Widerständen durch ein Ampèremeter zurückgeleitet

werden, um die primären Stromverhältnisse zu kontrollieren.) Von der einen sekundären Klemme des Induktoriums ging ein Draht zu dem sechsfachen Umschalter S, von dem vier Ableitungen mit je einem der Telephone im stillen Zimmer verbunden waren und daher einen raschen, völlig unwissentlichen Wechsel der Reizlage gestatteten, während der andere sekundäre Pol durch den Ausschalter U_3 an die vier anderen Telephonpole zugleich anzuschließen war, nachdem alle Vorbereitungen für den jeweiligen Versuch am primären Stromkreis beendigt waren. Für die Vorsignale vor jeder Hauptreihe mit neuer Aufmerksamkeitsrichtung wurde das stärkere Knacken des vorderen Telephones T_1 verwendet, das bei mehrmaligem Schließen und Öffnen des Doppelunterbrechers U_2 in der in Fig. 22 abgebildeten linksseitigen Lage zu hören war, dessen einer Kontakt bei der Schließung einen Nebenschluß zu den Rheostaten herstellte, während der andere Kontakt gleichzeitig einen Nebenschluß zu dem Fallapparat legen mußte, weil dessen Kontakt vor dem Versuch bereits auf Öffnung gestellt war.

47. Die Verteilung der Aufmerksamkeit auf gleichzeitige Töne verschiedener Höhe.

(Intensitätsänderung eines einzelnen Tones innerhalb eines Zusammenklanges.)

Auch die spezifische Analogie des akustischen Gebietes zur bisher behandelten extensiven Aufmerksamkeitsverteilung, die Stellung der Apperzeption zu den Teiltönen eines Zusammenklanges, ließ sich, wenn auch vorläufig nur bei einem Zweiklang, an der Schwelle für die momentane Intensitätsänderung eines Teiltones nach der Telephonmethode studieren. Von Hartmann & Braune in Frankfurt a. M. werden zu Wechselstrommessungen Magnetinduktoren hergestellt, die durch ihre besondere Bauart eine relativ einfache Schwingungsform liefern und bei hinreichender Rotationsgeschwindigkeit (durch Betrieb des Motors mit einer konstanten Akkumulatoren-Batterie von etwa 110 bis 220 Volt) auch einen sehr gleichmäßigen Gang besitzen. Bei der Größe und Geschwindigkeit der bewegten Massen muß ein solcher Induktor allerdings samt seinem starken Elektromotor sehr fest montiert werden, auch ist auf eine genau passende Transmission zwischen beiden besondere Sorgfalt zu verwenden. Der mir im physikalischen Institut der Universität Leipzig [1]) zur Verfügung stehende Doppelinduktor, der gleichzeitig beide Töne lieferte, war mit seinem Motor auf dem Boden des

1) Auf die ausgezeichneten akustischen Leistungen der Magnetinduktoren der bekannten Firma wurde ich schon 1909 durch Herrn Dr. Weißbach aufmerksam gemacht, der inzwischen auch bereits in seiner Dissertation*) darauf hingewiesen hat. Er arbeitete am physikalischen Institut in Leipzig, dessen Direktor, Herr Geheimrat Wiener, einen solchen Induktor unter den günstigsten Versuchsbedingungen zu unserer beiderseitigen Verfügung stellte und die mir außerdem zu der oben beschriebenen Anordnung erforderlichen Räume und Apparatmittel des Institutes anwies, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank aussprechen möchte. Auch dem Herrn Assistenten des Instituts, Herrn Privatdozenten Dr. Jaffé, bin ich für die freundliche Unterstützung bei der Anordnung zu besonderem Danke verpflichtet. Obgleich meine Versuche noch nicht so zahlreich sind, um bei der Aussicht ergänzender Beobachtungen eine selbständige Veröffentlichung der Resultate zu rechtfertigen, glaube ich in diesem methodischen Zusammenhange eine Empfehlung der Anordnung nicht unterlassen zu dürfen.

*) Versuche über Schalldurchlässigkeit, Schallreflexion und Schallabsorption. 1910.



Maschinenhauses im Souterrain festgemauert und von einer völlig unabhängigen Batterie zu 110 Volt betrieben[1]). Die beiden von der nämlichen Firma dazu gelieferten Telephone, die für die Verwendung im Hauptstrom des Induktors besonders kräftige Wickelungen besitzen, gaben bei dieser Schaltung vor allem, nachdem sie auch noch mit je einem Resonator, ähnlich den variablen Schäferschen, versehen waren, sehr intensive und dabei dem Zungenpfeifenklang eines Harmoniums an Reinheit sehr nahe stehende Töne, die den ganzen Raum erfüllten. Ja der höhere Ton war ohne Einfügung eines Widerstandes geradezu unerträglich laut. Um durch annähernde Gleichheit der subjektiven Intensität die beliebige Einstellung der willkürlichen Aufmerksamkeit möglichst zu erleichtern, mußten daher unter den gegebenen Stromverhältnissen, Resonanzen usw. die außerhalb des Induktors befindlichen Stromkreise für die beiden Hörtelephone, die in einem vom Maschinenraum weit entfernten Turmzimmer des Institutes angeschlossen waren, mit sehr verschiedenen Widerständen versehen werden[2]).

Die Messung der Stromverhältnisse des Wechselstromes konnte natürlich nicht mit einem gewöhnlichen Ampèremeter für konstante Ströme geschehen. Es stand mir zunächst ein Hitzdraht-Instrument[3]) zur Verfügung, das eine viel geringere Belastungsgrenze als die Telephone hatte und daher nur im Nebenschluß zu verwenden war. Sein Spiegelstand wird wie bei einem Spiegelgalvanometer im Fernrohr abgelesen und die Skala durch Vergleich mit einem Ampèremeter bei konstantem Strom geeicht. Innerhalb der von mir beobachteten Grenzen ging der Ausschlag dem Quadrate der Stromstärke fast genau proportional. Vor jeder weiteren Beobachtung ist die Abkühlung des Apparates abzuwarten und die Nullstellung von neuem zu prüfen. Auch wird man den Strom so kurz als möglich schließen. Bei der Trägheit der Temperaturänderung gibt dieser Apparat allerdings nur die Gesamtintensität während eines gewissen Zeitteiles an. Dies genügt aber vor allem zur Lösung seiner Hauptaufgabe, den Einfluß der mittelst des Rheostaten abgestuften Nebenschließung auf den Telephonstrom zu eichen. Außerdem ließ sich hiermit die vollständige Konstanz der absoluten Energie-Entwicklung in dem für den Hitzdraht maßgebenden Zeitteil ermitteln. In den 10 Versuchstagen, an denen jedesmal die Stromstärken beider Telephone gemessen wurden, differierten diese um weniger als etwa $^1/_{10}$ der zu messenden Schwelle, und innerhalb des nämlichen Tages sogar nur um kaum noch abzuschätzende Bruchteile der Skala. Diese Genauigkeit käme also insbesondere voll zur Geltung, wenn zwei sukzessive, durch eine Pause getrennte Töne von etwa $^1/_2$ bis 1 Sek. Dauer miteinander zu vergleichen

1) Es scheint übrigens unter solchen Bedingungen wenigstens keine prinzipiellen chwierigkeiten zu bieten, durch gleichzeitigen Betrieb von zwei oder mehr Induktoren zw. Doppelinduktoren, deren Achsen natürlich zur Aufrechterhaltung des nämlichen requenzverhältnisses miteinander fest verbunden sein müssen, einen reicheren Zusammenlang zu erzeugen, dessen einzelne Töne unabhängig voneinander in ihrer Intensität ariiert werden können.

2) In den Induktionsspulen des tieferen Tones ist der Widerstand (für konstanten trom) etwa viermal so groß ist wie für die höhere Oktave.

3) M. Wien a. a. O. verwendete dagegen ein Dynamometer. Über die Messung ittelst desselben vgl. M. Wien, Über die Verwendung des Elektrodynamometers im ebenschluß. Wiedemanns Annalen der Physik. Bd. 63, 1897, S. 390.

wären, bei der Bestimmung von Unterschiedsschwellen unter diesen Beobachtungsbedingungen. Bei Ableitung der Schwelle für Veränderungen, die nur stoßartig einen kleinen Bruchteil der Sekunde hindurch aushalten, kann indessen diese Genauigkeit wohl nicht vollständig erreicht werden,

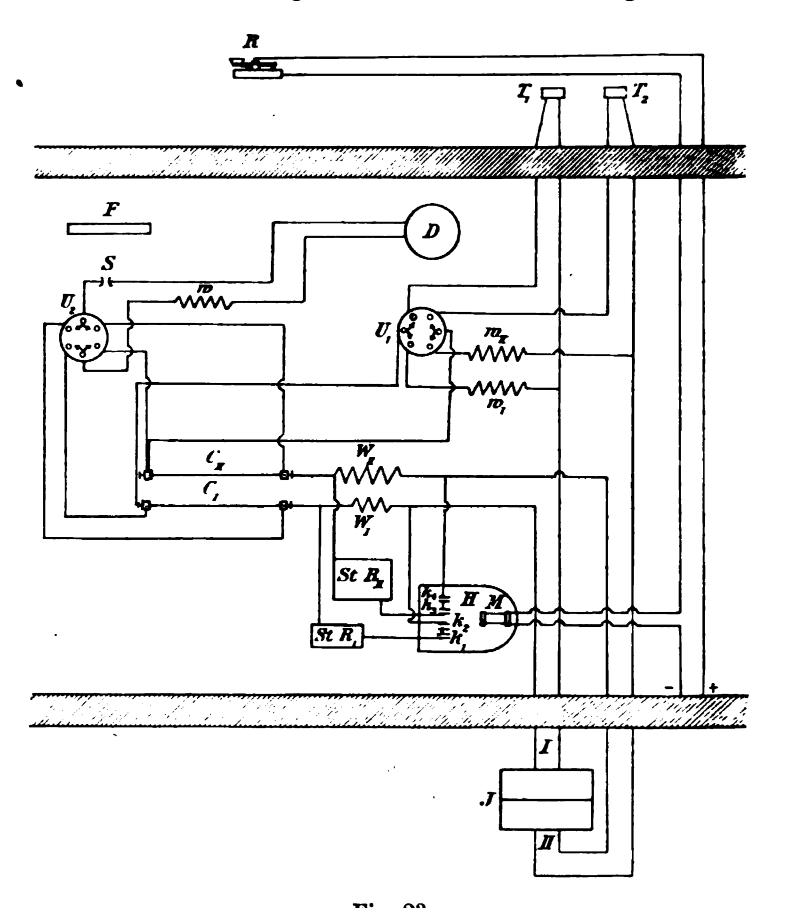


Fig. 23.
Anordnung zur Untersuchung der Verteilung der Aufmerksamkeit auf gleichzeitige Töne verschiedener Höhe.

da die Töne, besonders der hohe, noch gewisse, wenn auch sehr schwache Oszillationen hören lassen, die anscheinend von dem Treibriemen herrühren. Diese konnte man denn auch mittelst des Saitengalvanometers unmittelbar beobachten, das eine Detailanalyse des Wechselstromes gestattet[1]). Der Grad der Konstanz, der bei der Beurteilung der einzelnen Veränderungsstufen zutage trat, zeigte indessen, daß die minimalen, hier schließlich mit in Kauf zu nehmenden Oszillationen wenigstens keine wesentliche Störung der Versuchsresultate mit sich bringen.

1) Vgl. die genaue Beschreibung des Apparates und seiner Behandlung in Bd. II. 3. Abt., 4. Elektrophysiologie von S. Garten, S. 428ff



Die in Fig. 23 skizzierte Anordnung und ihre Verwendung war kurz die folgende: Die beiden in einem oberen Turmzimmer befindlichen Telephone T_1 und T_2 wurden vom Experimentator, der sich mit den übrigen Hilfsapparaten zwei Stockwerke tiefer befand, bei U_1 immer erst kurz vor jedem Versuche eingeschaltet, zugleich als Vorsignal zur Einstellung der Aufmerksamkeit. Um aber die Belastung und den Gang des Induktors J hierbei nicht zu verändern, waren in der Zwischenzeit an ihrer Stelle mittelst des Umschalters U_1 je ein gleichwertiger Widerstand w_{II} und w_{II} angeschlossen. Hierauf konnte nun die V.-P. selbst mittelst eines geräuschlos funktionierenden Tasters R den Fall eines Helmholtzschen Kontaktpendels[1]) H auslösen, das im Zimmer des Experimentators stand und dessen Hebel auf Lederpolster fielen, so daß ihr Fall oben nicht zu hören war. Die beiden ersten der vier Kontakte dieses Pendels k_1 und k_2 bewirkten nun, wenn sie nacheinander berührt wurden, einen ziemlich genau 0,1 Sek. dauernden Nebenschluß zu dem Widerstand W im Stromkreis des Telephons T_1, die beiden anderen k_3 und k_4 schlossen völlig unabhängig hiervon eine ganz analoge Leitungsverstärkung neben dem Widerstand W_{II} im Kreis von T_2. Da die Telephone in den ungeteilten Hauptkreisen I und II lagen, so entstand dadurch eine kurzdauernde, von dem Widerstand der Nebenschließung abhängige Verstärkung des höheren oder des tieferen Tones, je nachdem das Kontaktpaar $k_{1,2}$ oder $k_{3,4}$ aufgestellt war. Diese konnte durch je einen Stöpselrheostaten St_I bzw. St_{II} abgestuft werden, worin genau wie bei jenen Versuchen von Glinos hier die Hauptaufgabe des Experimentators in der Pause zwischen zwei Versuchen bestand. Die Widerstände W_I und W_{II} waren so groß gewählt worden, daß der tiefe Ton zur Ableitung von Vollreihen durch Widerstände von 20 bis 120 Ω im Nebenschlusse, der hohe durch solche von 10000 bis 80000 Ω zu variieren war. Hinter der Vereinigung der Nebenschlüsse mit dem Hauptstrom enthielten beide Hauptleitungen auch noch je einen kleinen, völlig gleichartig gebauten Widerstand C_I und C_{II} aus Konstantandraht, an dessen Enden noch durch den Umschalter U_2 der Stromkreis des Hitzdrahtapparates D angeschlossen werden konnte, in dem außerdem noch ein besonderer Widerstand w und beim Fernrohr F der Ausschalter S lagen.

48. Die Analyse der gleichzeitigen Auffassungsbedingungen verschiedener Sinnesgebiete.

Hat man einmal die bisher beschriebenen Anordnungen zur Beherrschung des optischen, taktilen und akustischen Wahrnehmungsfeldes hergestellt, so lassen sie sich natürlich auch gleichzeitig anwenden, um die Verteilung der Aufmerksamkeit auf mehrere Sinnesgebiete nach der nämlichen Methode zu untersuchen. Hierbei wird nach dem Prinzip dieser ersten Hauptgruppe in jedem Versuch wieder nur eine einzige Veränderung vorgenommen, also entweder eine optische oder eine taktile oder eine akustische, so daß zu einer

1) Vgl. die Abbildung und Beschreibung in Bd. II, 3. Abt., 4 (S. Garten, Elektrophysiologie), S. 359 u. Fig. 25. Da hier eine viel langsamere Pendelschwingung erforderlich war, wurde unterhalb des Haltemagnetes E (a. a. O.) ein zweiter montiert, dessen Strom von der V.-P. unterbrochen wurde (M. in Fig. 23).

gleich erschöpfenden Analyse der Auffassungsverhältnisse innerhalb der drei Wahrnehmungsfelder so viele Versuche erforderlich wären als in allen soeben beschriebenen Einzeluntersuchungen miteinander. Bei den bisherigen Versuchen in dieser Richtung beschränkte sich jedoch der gesamte Verteilungsbereich der Aufmerksamkeit einstweilen auf höchstens drei einzelne disparate Reize. In einigen mehr vorläufigen Versuchen [1]) verwendete ich hierzu die S. 320 genannte Methode, wobei nicht Veränderungs- sondern Unterschiedsschwellen abgeleitet werden: Drei disparate kurzdauernde Reize, ein optischer, ein akustischer und ein taktiler, wurden mehrmals dargeboten und mit einem einmal dargebotenen Komplex aus drei Reizen verglichen, der dem ersten völlig gleich war, bis auf eine Intensitätsveränderung eines der drei Reize. Doch war der akustische Reiz noch nicht genau genug abstufbar. Auch W. Peters wechselte in der S. 332 genannten Arbeit unwissentlich zwischen drei disparaten Reizen ab, wobei er außer dem oben genannten Tastapparat noch ein Fallphonometer, ebenfalls zur Reizschwellenbestimmung für den Momentanreiz des Fallgeräusches, sowie eine elektrische Glühlampe benützte, die plötzlich auf eine geringere Helligkeit fiel (auf der sie dann freilich bis zum Ende des Versuches verblieb!) [2]) Eine für alle drei Reize gleich exakte Anordnung, die auch einen hinreichend raschen Wechsel zwischen allen für Vollreihen in Betracht kommenden Reizmöglichkeiten gewährleistet, verwendete dagegen O. Klemm in der „Untersuchung über den Verlauf der Aufmerksamkeit bei einfachen und mehrfachen Reizen“ [3]). Die drei disparaten, einzeln kurzdauernd zu variierenden Reize in dem Raume der V.-P., der in Fig. 24 von dem entfernten Zimmer des Experimentators mit den Hilfsapparaten durch den schraffierten Streifen abgetrennt ist, bestanden hierbei in einem von drei Glühlampen zu je 25 Kerzen beleuchteten Transparent P, das etwa 2 m vom Beobachter entfernt war, einem Tasthebel D, ähnlich den oben genannten nach v. Frey und Brückner, und einer elektromagnetischen Stimmgabel G_1 bezw. dem durch den Resonator R verstärkten Telephon T, das ebenfalls von einer beim Experimentator stehenden elektromagnetischen Stimmgabel G_2 betrieben wurde (vgl. unten).

Alle drei Reize wurden durch je einen elektrischen Strom unterhalten [4]), der zugleich durch das Zimmer des Experimentators geleitet war und hier einen konstanten Widerstand enthielt, zu dem mittelst des Pflügerschen Fallhammers ein 0,082 Sek. lang dauernder Nebenschluß hergestellt werden konnte. (Im Stromkreis für die Trans-

1) Vgl. Bericht über den II. Kongreß für experimentelle Psychologie in Würzburg 1906, S. 242.

2) Peters legt allerdings auf die Schwellen für den Lichtreiz selbst keinen Wert. Die Verdunklung geschah übrigens durch Vertauschung eines guten mit einem (variablen) schlechten Leiterstück mittelst Umschalters. Die Intensitätsauffassung des Lichtsinnes ist jedoch so fein, daß die nur schwer kontrollierbaren Summationen oder Ausfallserscheinungen im Verlauf des Umschaltens nicht außer Betracht bleiben dürfen. Eine exakte Variation der Helligkeit kann also nur durch das Prinzip der Schließung oder Unterbrechung eines Nebenschlusses erreicht werden. das wir hier für alle Variationen elektrisch erzielter Intensitäten empfehlen.

3) Wundt, Psychol. Studien IV, 4 u. 5. 1908, S. 283.

4) Für den Tasthebel stammte dieser von zwei Akkumulatoren B zu je 4 Volt, für die übrigen Apparate von den Stadtleitungsanschlüssen H_1, H_2 und H_3 zu 110 Volt, denen je ein Lampenwiderstand vorgeschaltet war.



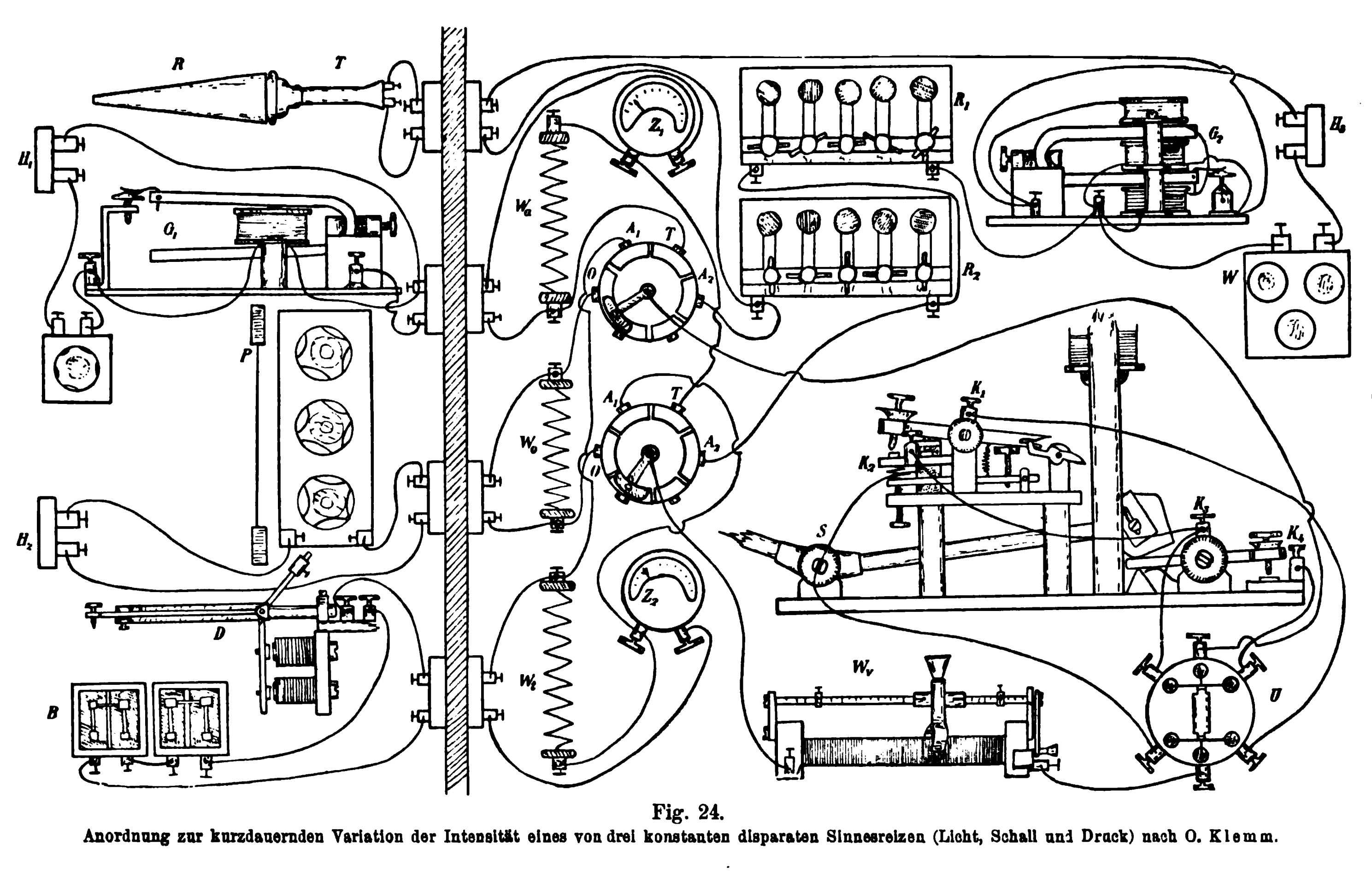


Fig. 24.
Anordnung zur kurzdauernden Variation der Intensität eines von drei konstanten disparaten Sinnesreizen (Licht, Schall und Druck) nach O. Klemm.

parentlampen war der Widerstand W_o, für den Tasthebel W_t, für das Telephon der Stöpselrheostat R_2 und für die Stimmgabel W_a.) Je nach der Stellung des stetig variablen Widerstandes W_v jenes Nebenschlusses wurde also hierdurch die Stromstärke in demjenigen der vier genannten Hauptstromkreise mehr oder weniger verstärkt, an den er gerade durch die Hebel zweier Umschalter (mit den Kontaktplatten O, A_1, T, A_2) angeschlossen war[1]). Der Umschalter U diente dazu, den mit seinen Zuleitungsklemmen (in der Figur oben und unten) verbundenen Nebenschluß auf zweierlei Art durch den Pflügerschen Fallhammer zu leiten, so daß dieser Zweig entweder (bei rechtsseitiger Lage der Wippe) im allgemeinen offen und nur während der 0,082 Sek. langen Fallzeit des Hammers geschlossen oder (bei linksseitiger Lage) umgekehrt im allgemeinen geschlossen[2]) und nur während dieser kurzen Zeit unterbrochen war. In jenem Falle wurde also die gewöhnliche Intensität momentan erhöht, in diesem die allerdings dauernd etwas größere Intensität eben so lange vermindert.

Bei der gleichzeitigen Einwirkung dreier Reize rührte der akustische von der elektromagnetischen Stimmgabel G_1 her, deren Amplitude durch die Verstärkung oder Verschlechterung der Leitung für kurze Zeit erhöht bzw. vermindert werden konnte, ohne daß der Gang der Stimmgabel hierbei sonstige Störungen erlitt[3]). Beim Tasthebel wurde der dauernde Druck nur vom konstanten Akkumulatorstrom herbeigeführt, da der Hebel durch einen dritten mit Laufgewicht versehenen Arm ausbalanciert war. Bei kleinen Änderungen der Stellung des Hebels, wie sie durch das Nachgeben der Haut oder durch kleine, unwillkürliche Bewegungen leicht entstehen, änderte sich freilich die Entfernung des zweiten, mit dem Eisenanker versehenen Hebelarms vom Magneten und daher nach dem Coulombschen Gesetz auch der Druck des Tasthebels. Doch wurde hierdurch wenigstens das Verhältnis der kurzdauernden Änderung, für welche die Schwelle abgeleitet werden sollte, zu dem dauernden Druck nicht wesentlich verändert, das bei annähernder Gültigkeit des Weberschen Gesetzes für die Veränderungsschwelle hier allein in Betracht kam. Die Abhängigkeit der Lichtintensität von der kurzdauernden Nebenschließung konnte nur rein empirisch mittelst einer Angleichung an ein Photometer bestimmt werden, was jedoch nicht ganz leicht war, da in 82 σ kein stationärer Zustand erreicht wird. Zur genaueren Analyse des zeitlichen Ablaufes der Lichtstärkeänderung, wäre allerdings ein bewegter Spalt an einem Kontaktpendel oder dgl. erforderlich, der das Licht überhaupt nur während eines Zeitabschnittes der Lichtstärkeänderung zu beobachten gestattet.

49. Die Untersuchung des zeitlichen Verlaufes der Auffassungsbedingungen.

a) Die Rekonstruktion von Schwankungen in der Auffassung einzelner Reize aus Schwellenmessungen.

Die Anordnung der Fig. 24 wurde aber nicht nur dazu verwendet, den Einfluß des Verhaltens der Aufmerksamkeit zu den drei Sinnesgebieten für einen einzigen Zeitpunkt zu bestimmen, sondern, wie schon der Titel der Arbeit

---

1) Im Hauptstromkreis des Tasthebels und der Stimmgabel G_1 befand sich außerdem noch je ein Ampèremeter Z_1 und Z_2, in demjenigen des Telephons, ebenfalls außerhalb der Nebenschlußstelle, der Rheostat R_1.

2) Hierbei wurde der Strom zunächst nach dem Stiel des Fallhammers selbst geleitet, von wo er am Schluß der Fallzeit wieder direkt zur unteren Klemme K_3 gelangte, sobald der Hammerkopf den unteren Kontakthebel berührte. Der Schluß des Stromzweiges am Anfang, d. h. bis zum Beginn der kurzdauernden Schwächung, war in der auch sonst bei diesem Apparate üblichen Weise bei K_2 hergestellt, bis die Nase des Kontaktes nach unten gedrückt wurde.

3) Die Schaltung ist aus der Figur bei G_1 zu ersehen. Die Gabel ging besonders konstant, da die Funkenbildung an dem Gabelkontakt so viel als möglich reduziert war. Die Schwingung wurde ausschließlich durch die kleine Schwächung des Elektromagneten aufrecht erhalten, die durch die Herstellung eines Nebenschlusses bei der Annäherung

von O. Klemm sagt, zur Beantwortung der S. 317 genannten Frage, wie die Auffassungsverhältnisse sich während einer gewissen Zeitstrecke änderten, wobei im allgemeinen eine Strecke von 15 Sek., in einer Gruppe von Versuchen aber auch eine solche von 30 Sek. untersucht wurde. Ähnlich wie bei Versuchen, die bereits Bertels in seiner S. 315 genannten Dissertation erwähnt, und wie sie seitdem auch am Leipziger Institut von W. Specht in größerem Umfange ausgeführt wurden [1]), war hierbei die Aufmerksamkeit über diese ganze Zeitstrecke möglichst gleichmäßig „verteilt", d. h. die V.-P. wußte nicht im voraus, in welchem Zeitpunkt die Veränderung eintreten sollte, und bei gewissen Gruppen der Versuche von Klemm nun außerdem auch nicht, auf welchem der drei Sinnesgebiete. Damit die Ausgangsbedingungen für die Aufmerksamkeitsänderungen immer recht gleichartig ausfielen, unterbrach die V.-P., sobald sie zu einer möglichst kontinuierlichen Beachtung des Reizfeldes während einer längeren Zeit bereit war, durch ein ihre Haltung nicht weiter störendes Anblasen eines Schallschlüssels (vgl. § 81, b) den Kontakt eines Stromkreises, der im Zimmer des Experimentators das Pendel einer Baltzarschen Kontaktuhr bisher festhielt. Nachdem so diese Uhr zunächst in Gang gebracht war, zählte nunmehr der Experimentator das Intervall in Sekunden weiter ab, nach welchem er, durch Aufhebung eines den Uhrkontakt umgehenden Nebenschlusses, den Fall des Pflügerschen Hammers bzw. die von diesem ausgelöste Veränderung des Reizes eintreten ließ. Die V.-P. gab nach der Erkennung des Reizes sogleich ein bestimmtes Klingelsignal, das je nach dem Sinnesgebiete variierte, oder antwortete auf Befragung, daß sie nichts, oder wenigstens nichts Sicheres erkannt habe, wobei im Falle der Unsicherheit auch das Gebiet zu bezeichnen war. Es wurde nun unwissentlich zwischen den nach Sekunden abgestuften Intervallen (vom Beginn der neuen Aufmerksamkeitseinstellung bis zur Veränderung) in zufälliger Reihenfolge gewechselt, bis schließlich alle Intervalle gleich oft mit bestimmten Veränderungen vorgekommen waren. Zur Ableitung mittlerer Schwellenwerte hätte natürlich für jedes von diesen Intervallen eine ganze Reihe von Reizstufen mit einer gewissen Häufigkeit wiederholt werden müssen, wenn über das Verteilungsgesetz der Schwellenschwankungen in den einzelnen Intervallen keine Voraussetzungen zu machen waren. Da es aber zunächst nur darauf ankam, zu sehen, ob die Zu- und Abnahme der Schwellen in der Zeit überhaupt gewisse Regelmäßigkeiten erkennen lasse, begnügte sich Klemm mit der Ableitung der rel. Häufigkeiten der Erkennung bei einigen wenigen positiven und negativen Veränderungen. Bei gleichzeitiger Einbeziehung mehrerer Sinnesgebiete wurde zugleich die Konzentration der

---

der Gabelbranchen an den Magneten erfolgte. Dabei war der Gang bei einem empirisch aufgefundenen Verhältnis der Widerstände am konstantesten. Die Amplitude erhöhte sich nur für einen Moment, wenn der soeben genannte, durch das Zimmer des Experimentators geleitete Nebenschluß, der auch den Widerstand W_a enthielt, durch die oben erwähnte, W_v enthaltende Nebenschließung mittelst des Pflügerschen Fallhammers verstärkt wurde, weil nunmehr der Magnetismus in dem Umkehrpunkt der Gabelschwingung, in dem er nur dämpfend wirkte, stärker als sonst vermindert wurde.

1) Über die Methode und die Ergebnisse vgl. Wirth, Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene 1908, S. 259. Die Versuche von Bertels und Specht bezogen sich jedoch nur auf den Gesichtssinn.



Aufmerksamkeit auf je einen der gleichzeitig dargebotenen Reize systematisch variiert. Bestimmtere Gesetzmäßigkeiten bezüglich des Verlaufes, die mehr sind als die Tatsache von Oszillationen überhaupt, ließen sich aber natürlich erst feststellen, nachdem die Zeitkurve der rel. Häufigkeiten im ganzen wiederholt unter möglichst ähnlichen Bedingungen abgeleitet worden ist[1].

Eine interessante Betrachtung widmet Klemm den subjektiv bedingten Urteilen, die sich nicht auf experimentell herbeigeführte Veränderungen bezogen, sondern in irgendeinem ν-ten Intervall vor diesen erfolgten, worauf natürlich der Versuch, der nunmehr zur voraussetzungslosen Ableitung einer Schwelle für das eigentlich beabsichtigte Intervall nicht mehr verwertbar war, sogleich abgebrochen wurde. Diese Fälle, deren Zahl jeweils Z_ν sein mag, entsprechen offenbar einem Urteile g oder k bei der Differenz 0 in dem Zeitpunkte, auf den sie sich beziehen, und können daher mit einem bisweilen üblichen Ausdruck als „Nullfälle" bezeichnet werden. Wenn man diese Nullfälle zur Beurteilung des Verlaufes der Veränderungsauffassung beiziehen will, muß man eine relative Häufigkeit g bzw. k für die Differenz 0 angeben. Hierbei sind aber nun sämtliche Fälle mit zu berücksichtigen, in denen das betreffende Intervall nach Lage der Versuchsreihen auch einen Nullfall hätte ergeben können, d. h. in denen es ebenfalls mit der Veränderung 0 passiert wurde, ohne daß eine Veränderung gemeldet wurde. Ist m das größte Intervall, in beliebigen Einheiten gemessen, d. h. bei der Abstufung nach Sekunden hier 15 oder 30, und p die Zahl aller Veränderungen jedes Intervalles, so wäre also nach allen mp Versuchen eine spontane Meldung bei dem ν-ten Intervalle außer in den Z_ν auch noch in $(m-\nu)p$ Fällen möglich gewesen. Da aber die Z_ν Fälle bei den mp planmäßigen Versuchen gar nicht mitrechnen, so erhöht sich die Summe aller soeben genannten Möglichkeiten auch noch um $\sum_\nu^m Z$, d. h. um die Summe aller Nullfälle, bei denen das ν-te Intervall vorkam. Daher kann

$$z_\nu = \frac{Z_\nu}{(m-\nu)\,p + \sum_\nu^m Z} \qquad [319]$$

als relative Häufigkeit der Nullfälle betrachtet werden, falls man nur die eindeutige Beziehung dieser Fälle auf bestimmte diskret abgestufte Intervalle gestattet[2]. Unter Voraussetzung des Gaußschen Gesetzes für die beteiligten Zufälligkeiten könnte dann hieraus selbständig wenigstens der Wert sh nach Gl. [271], S. 203 u. Tab. 8 berechnet werden, da $t = h(d-s)$ für die Differenz $d = 0$ einfach zu sh wird. Freilich hat dieses Produkt allein für sich noch nicht viel Wert. Insbesondere fehlt die Voraussetzung dazu, daß seine zeitliche Änderung vorwiegend auf die „Präzision" h der sinnlichen Auffassung bezogen werden könne. Denn hierzu müßte die Schwelle s einfach als an-

1) Ebenso, wie man auf diese Weise die zeitlichen Veränderungen der Schwelle im wachen Zustande rekonstruiert, läßt sich durch eine Ableitung der sog. „Weckschwelle", z. B. für Schall- oder Tastreize, in verschiedenen Zeitpunkten während des Schlafes ein Bild des zeitlichen Verlaufes der sog. „Schlaftiefe" gewinnen. Da aber für einen Überblick über die ganze Zeit des täglichen normalen Schlafes viel größere Zeiträume in Betracht kommen, so muß man sich, wenn man nicht den normalen Verlauf des Schlafes durch mehrmalige Prüfungsversuche in einer Nacht*) stören will, auf größere Intervalle der Zeitabszisse beschränken. Vgl. Wirth, Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene, S. 261.

2) Auf diese spezielle Schwierigkeit, die bei jedem Vergleich einer stetigen Verteilung der Urteilsmöglichkeiten in der Zeit mit den Verhältnissen bei der „Konstanzmethode" wiederkehrt, sind wir auch schon oben beim Vergleich der Methode der Selbsteinstellung und der Konstanzmethode gestoßen (vgl. S. 267).

*) Michelson (Untersuchung über die Tiefe des Schlafes, Kraepelin's Psychol. Arb. II, 1897, S. 14) führte in einer Nacht zwei Versuche aus.



nähernd konstant betrachtet werden können, eine Annahme, die jedoch bei der Wahrscheinlichkeit der Schwankung aller Auffassungsbedingungen unzulässig ist[1]).

b) Die sogenannten Aufmerksamkeitsschwankungen.

Während aber nun auf die soeben betrachtete Art die Schwelle höchstens für bestimmte Zeitpunkte rekonstruiert werden kann, gestatten die Methoden zur Untersuchung einer Erscheinung, die unter dem Namen der „Aufmerksamkeitsschwankungen“ bekannt ist, die Zu- und Abnahme der Schwelle unmittelbar zu beobachten. Schon Helmholtz hatte an sog. Massonschen Scheiben (vgl. Fig. 25), die, bei rascher Rotation bis zur Verschmelzung der schwarzen Ringsektoren mit dem Weiß des Scheibengrundes, eine Reihe nach außen hin immer hellerer und schließlich vom Grund nicht mehr unterscheidbarer Ringe sehen lassen, Schwankungen der Grenze der Wahrnehmbarkeit dieser Ringe festgestellt. Nachdem aber Urbantschitsch an Geräuschempfindungen (Ticken der Uhr) periodische Schwankungen beobachtet hatte, wurden solche von N. Lange, Münsterberg, A. Lehmann, Eckener u. a. auf allen drei soeben betrachteten Sinnesgebieten aufgefunden. Die Vp. hatte dabei einfach einen physikalisch konstanten, der Schwelle nahekommenden Reiz fortgesetzt möglichst gleichmäßig zu beachten. Da aber der weitere Verlauf der Aufmerksamkeit von dem Rhythmus einer einmal wahrgenommenen Oszillation beeinflußt wird, so dürfen die Erscheinungen, die bei dieser unmittelbaren Wahrnehmung der Schwankungen der Reizschwelle häufig eine gewisse Regelmäßigkeit erkennen ließen, keineswegs zu einer Gesetzmäßigkeit für den Verlauf der Schwelle überhaupt oder einer ihrer wesentlichen Teilbedingungen, wie z. B. der Aufmerksamkeit, verallgemeinert werden. Die speziellen Anregungen zu regelmäßigen Oszillationen der Auffassungsbedingungen werden natürlich noch vermehrt, wenn die V.-P. das scheinbare Auf- und Abschwanken des schwachen

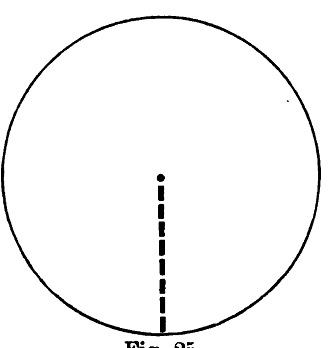


Fig. 25.
Massonsche Scheibe zur Beobachtung sogenannter Aufmerksamkeits-Schwankungen.

1) Richtig ist übrigens, daß die Anzahl der Nullfälle Z_ν bei großem p proportional zur Nummer ν des Intervalles abnehmen müßte, falls die relative Häufigkeit der Überschwelligkeit einer rein subjektiven Veränderung oder kurz eines „Fehlers“ für alle Intervalle gleich wäre (was allerdings keineswegs etwa als erfüllt angenommen wird). Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fehler im ν-ten Intervall überschwellig wird, mit f_ν, so findet man durch eine ähnliche Überlegung, wie sie Urban zur Klärung der Urteilsverhältnisse bei der Minimaländerungsmethode anstellte (vgl. S. 280), als Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fehler erst im ν-ten Intervall und nicht schon vorher zu einem Nullfall führte:

$$Z_\nu = (1 - f_1) \ldots . (1 - f_{\nu-1}) \cdot f_\nu . \qquad [320]$$

Bei Gleichheit aller f wird aber die Reihe $f_1, f_2 - f_1 \cdot f_2, f_3 - 2 f_1 \cdot f_2 + f_1 \cdot f_2 \cdot f_3, \ldots .$, die sich aus der Berechnung der Produkte nach [320] ergibt, in der Tat ungefähr eine arithmetische. Für $f = 0{,}1$ erhielte man also z. B. $Z_1 = 0{,}1$; $Z_2 = 0{,}09$; $Z_3 = 0{,}0081$ usw. Wie man sieht, ließe sich nach diesem Prinzipe umgekehrt auch unter der allgemeinen Voraussetzung, daß für jedes Intervall ein besonderes f anzusetzen ist, diese Reihe der f-Werte aus der Reihe der beobachteten Z_ν-Werte, bzw. der z_ν berechnen.

Reizes nicht nur einfach zu beobachten, sondern durch diskontinuierliche oder auch nur stetige Handbewegungen zu registrieren hat[1]).

c) Die Beeinflussung des Verlaufes der Auffassungsverhältnisse durch rhythmische Nebenreize.

Dieser zuletzt genannte Einfluß einer wahrgenommenen Oszillation auf den Zeitverlauf der Aufmerksamkeit sowie der Merklichkeitsbedingungen überhaupt läßt sich aber natürlich auch wieder in exakterer Form durch die zuerst genannte Methode der unwissentlichen Variation des Zeitraumes bis zu einer momentanen Veränderung untersuchen. Solche Versuche wurden ebenfalls von Klemm durchgeführt. Er untersuchte den Verlauf der Schwelle für die 82 σ dauernde Helligkeitsveränderung des S. 340 genannten Lampentransparentes beim gleichzeitigen Anhören der rhythmischen Schläge eines Schallhammers, dessen Kopf von einem Elektromagneten festgehalten war und bei Unterbrechung des Stroms durch seine Schwere und den Zug einer Feder auf einen Amboß traf[2]). Hierzu mußte also nur die Unterbrechung des Pflügerschen Fallhammers (vgl. Fig. 24), welche die Helligkeitsveränderung in der oben ausführlich beschriebenen Weise herbeiführte, in variablem zeitlichen Abstand von den Taktschlägen des Schallhammers erfolgen. Die rhythmische Unterbrechung des Schallhammer-Magnetstroms und die einmalige Hinzufügung der Auslösung des Pflügerschen Hammers wurde durch ein schweres Schneidenpendel von großer Trägheit bewirkt, das schon in der S. 343, A. 1 genannten Untersuchung von W. Specht benützt worden war. Es wurde vermittelst einer von Klemm vereinfachten Selbststeuerung elektromagnetisch sehr gleichmäßig im Schwung erhalten und unterbrach hierbei Kontakte, die auf zwei zum Drehpunkt konzentrischen Bügeln aufgesetzt und in ihrem gegenseitigen Abstand beliebig variiert werden konnten[3]). Der eine der Kontakte lag im Stromkreis des Schallhammers, der andere in dem des Pflügerschen Fallhammers. Mit dieser Anordnung untersuchte Klemm die rel. Häufigkeit der Erkennung einer bestimmten

1) Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene S. 240ff. (ebenda auch ausführlichere Literaturangaben). Ein Mittelding zwischen dieser stetigen und unmittelbaren Verfolgung des Schwellenverlaufes bei konstantem Reiz einerseits und der vorerwähnten indirekten Rekonstruktion aus Urteilen bei vielen Intervallen, die stets wieder von einem als vergleichbar betrachteten Nullpunkt der Selbstauslösung aus erreicht werden, andererseits ist die direkte Verfolgung der Schwelle durch einen der Schwelle nahestehenden Reiz, dessen Intensität fortgesetzt bis zur jeweiligen Ebenmerklichkeit vermindert bzw. vermehrt wird, je nachdem der Reiz augenblicklich merklich oder unmerklich ist. (Seashore, University of Jowa Stud. in Psych. IV, 1905, S. 46.) Jede Erreichung des Punktes der Ebenmerklichkeit im Verlaufe dieser fortgesetzten Variation liefert also nach einer primitiven Form der Minimaländerungsmethode sogleich eine Ordinate zu der gesuchten Zeitkurve des Schwellenverlaufs, deren Abszissenwert aus der fortgesetzten, zu einer Zeitmarkierung parallelen Registrierung der Einstellung des Reizapparates und der Urteilsabgabe zu entnehmen ist. Freilich wird der resultierende Verlauf hier vor allem von der zufälligen Geschwindigkeit der objektiven Variation wesentlich beeinflußt sein.

2) Dies wurde durch eine etwas andere Montierung der Teile eines großen Schallhammers erreicht (vgl. unten § 65, b, 3, β und Fig. 44).

3) Die Eichung des Pendels konnte durch Aufzeichnung einer Stimmgabelschwingung auf der Platte E erfolgen, die mikrometrisch nach zwei Richtungen eingestellt werden konnte.



Aufhellung für je 5 Zeitlagen in jedem von 5 aufeinanderfolgenden Takten des Schallhammers, also für insgesamt 25 Zeitlagen, von denen jede ca. 50mal

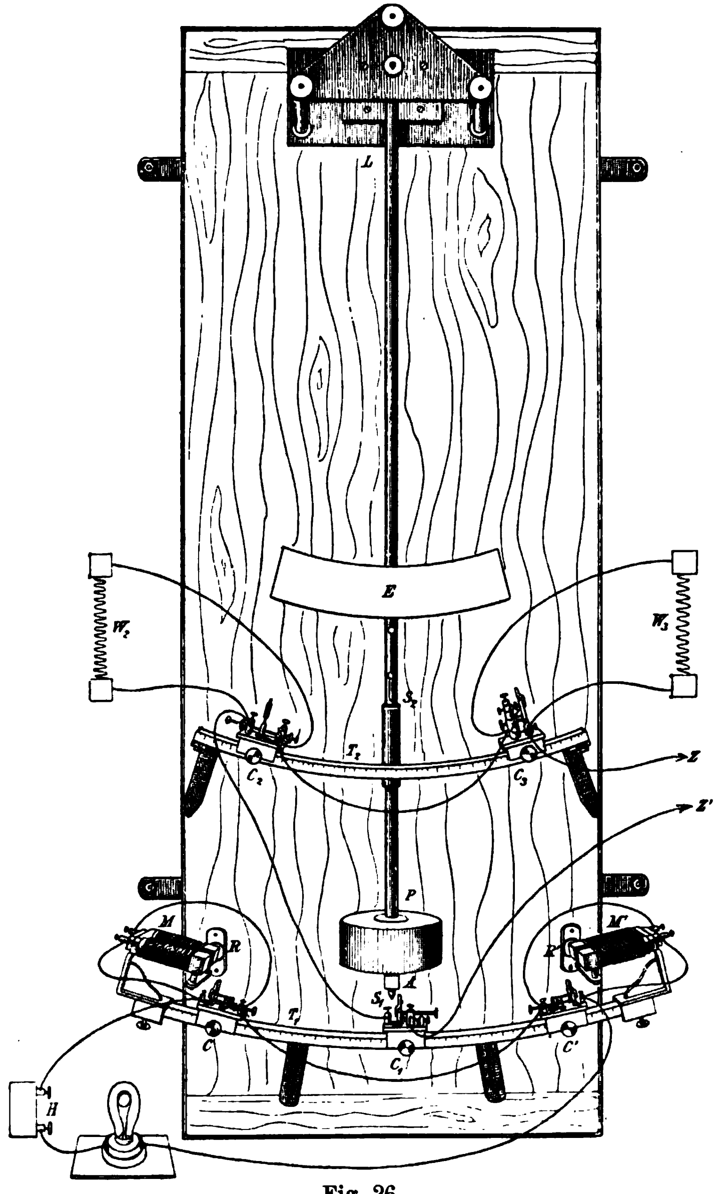


Fig. 26.
Großes Kontaktpendel mit doppelter Kontaktschiene, das elektromagnetisch in konstanter Schwingung erhalten wird.

die Veränderung enthielt, was somit bei 2 Beobachtern ca. 1250 Einzelversuche ergab (vgl. Wundt, Psychol. Stud. IV, 6. 1909, S. 505ff.)

Die in Fig. 26 sichtbare Schaltung der drei Kontakte C_1, C_2 und C_3 diente einer erst § 64, b genannten Untersuchung. Auch kamen hier von diesen drei Kontakten nur C_1 und C_3 zur Verwendung. Deren Kontakthebel tragen oben eine federnde Nase, so daß die Auslöser S_1 bzw. S_2 der Pendelstange nur beim Vorbeigang in der einen Richtung den Kontakt unterbrechen, beim Rückschwung aber einfach die Nase zur Seite drücken. Der mit dem Schallhammer verbundene Kontakt C_3 lieferte daher Schläge im Takte einer Doppelschwingung des Pendels. Die Schallintensität konnte übrigens durch den Widerstand W_3 abgestuft werden, der dem Kontakte parallel geschaltet war und daher keine völlige Unterbrechung des Magnetstromes, sondern nur eine Schwächung zustande kommen ließ. Der Kontakt C_1 lag ebenso, wie früher (S. 343) derjenige der Baltzarschen Uhr, im Stromkreis des Haltemagneten des Pflügerschen Fallhammers und war ebenso zunächst bis zu der Pendelschwingung, bei der die Helligkeitsänderung erfolgen sollte, durch eine Nebenschließung mit Unterbrechungstaster gesichert. Dabei konnten die beiden Kontakte C_1 und C_3 auf ihren getrennten Schienen auch genau unter einander gebracht werden, so daß Prüfungsreiz und Schall auch gleichzeitig auszulösen waren. Die Dauerschwingung des Pendels wurde durch C und C′, zwei ähnliche Kontakte wie C_1, aufrecht erhalten. Wie aus der Schaltung Fig. 26 zu ersehen ist, erhalten die großen Doppelmagneten M und M′, deren Polschule durch die Schrauben R und R′ genau symmetrisch zur Lage des Ankers A der Pendelstange beim Durchgang eingestellt werden können, nur bei Unterbrechung der kurzschließenden Kontakte C und C′ den bei H mit Lampenwiderstand entnommenen Stadtstrom. Die Nasen von C und C′ stehen nun so, daß der Kontakt nur beim Hinaufschwingen des Pendels zu den Polschulen unterbrochen wird, beim Rückschwung aber geschlossen bleibt. Der kurze Antrieb, der also nur so lange erfolgt, als sich der Auslöser S_1 hinwärts an dem Kontakthebel befindet, genügt bei passender Stromstärke vollständig, um den Schwung mit einer bald erreichten stationären Amplitude aufrecht zu erhalten.

d) Die sogenannten Aufmerksamkeitswanderungen.

Wenn eine solche Rekonstruktion des gleichzeitigen Verlaufs der Schwelle auf mehreren Sinnesgebieten mit einer Abnahme der Schwelle in dem einen Gebiete die Zunahme in einem anderen verbunden zeigen sollte, so könnte dieser Vorgang unter Umständen auch als eine Wanderung der Aufmerksamkeit von dem einen nach dem anderen Gebiete hin gedeutet werden, falls die Selbstbeobachtung mit dieser Auffassungsweise übereinstimmt. Solche „Aufmerksamkeitswanderungen“ sind bereits seit längerer Zeit in der Diskussion der § 53, a genannten Versuche über die Neuauffassung bei einmaliger kurzdauernder Darbietung eines Komplexes zur Sprache gekommen, wobei es sich jedoch um die Wanderungen des „inneren Blickpunkts“ innerhalb des nämlichen Sinnesgebietes, also z. B. innerhalb des Sehfeldes handelt. Ihre systematische Analyse unter den elementarsten Bedingungen gehört aber offenbar schon in den Zusammenhang der hier erörterten Versuche hinein. Nur wären eben hierzu die oben genannten disparaten Reize durch Veränderungen an benachbarten Stellen des nämlichen Sinnesgebietes, z. B. an unmittelbar aneinandergrenzenden Stellen des Sehfeldes, zu ersetzen. Auch werden zur Analyse dieser auf ein kleines Wahrnehmungsfeld beschränkten Verschiebungen der Auffassungsbedingungen die Zeitintervalle noch viel feiner abzustufen und dafür lieber im ganzen nicht weit auszudehnen sein. Denn die Verschiebungen, die innerhalb eines kleinen Bereiches im Verlaufe einer längeren Zeit allein schon durch die unwillkürlichen peripheren Verschiebungen der Sinnesorgane, z. B. durch Augenbewegungen, eintreten, interessieren natürlich weniger als

die zentraler bedingten Veränderungen der Schwelle, die z. B. auf optischem Gebiete in einer Zeit unter 100 σ auftreten, in der eine ursprüngliche Fixation noch keine Verschiebung erleiden kann (vgl. § 53, a). Natürlich setzen auch schon die Ablaufsverhältnisse der Empfindungen selbst dieser Analyse eine untere Grenze; da jedoch nach S. Exner bei 0,017 Sek. Zeitdifferenz zwei benachbarte Lichterregungen wenigstens noch als Bewegung von einem Punkte zum andern gesehen werden können, also jedenfalls noch eine zeitliche Differenzierung aufweisen, so wären selbst bei einer Gesamtzeit von nur 100 σ immer noch mindestens 5 unmittelbar benachbarte Punkte mit hinreichend kurzdauernden Reizen hinsichtlich der zeitlichen Differenzierung ihrer Auffassungsbedingungen zu analysieren, falls es nur gelingt, willkürlich oder unter Führung äußerer Reize von einem jeweils vergleichbaren Nullpunkte der Intervallmessung aus tatsächlich immer die nämliche Form der Aufmerksamkeitsbewegung zu wiederholen.

50. Die Konzentration und Verteilung der Aufmerksamkeit auf einzelne abstrakte Merkmale.

Während nun in den von S. 320 an geschilderten Arbeiten immer nur Änderungen des nämlichen Merkmales, d. h. der Intensität, vorgenommen werden, die sich nur an verschiedenen Stellen vollzogen, suchte Mittenzwey[1]) mittelst der Schwellenmethode die ebenfalls schon S. 318 genannte Frage zu beantworten, wie sich die Auffassungsbedingungen für verschiedene Merkmale eines Objektes gestalten, wenn die Beachtung der einzelnen Merkmale modifiziert wird. Dabei beschränkte er sich zunächst wieder auf das optische Gebiet, das vor allem die Variation einzelner Figuren nach Form, Größe, Lage und Helligkeit möglich macht. Er verwendete ausschließlich Kreisflächen, die sich von einem gleichmäßig beleuchteten Hintergrunde in etwas größerer Helligkeit abhoben (Verhältnis ca. 15:4), verzichtete also auf die Variation der Form und veränderte nur die Größe, Lage und Helligkeit dieser Scheiben. Bei einer ersten Versuchsgruppe mit nur einem einzigen Kreis kamen Vergrößerung und Verkleinerung, Lageverschiebungen in vier Hauptrichtungen, sowie Aufhellung und Verdunklung in Betracht. Bei einer zweiten Gruppe mit 6 Kreisen von durchweg etwas verschiedener Größe und Helligkeit, in denen die Verbindung der extensiven und der „prädikativen" Verteilung der Aufmerksamkeit (vgl. S. 318) untersucht werden sollte, wurden Vergrößerungen, Verkleinerungen und Verschiebungen eines Kreises gegen die Nachbarkreise und gegen die Mitte des Komplexes sowie Aufhellungen einzelner Kreise vorgenommen. Um aber die Einflüsse der apperzeptiven Einstellung an etwas gröberen Schwellenwerten um so deutlicher beobachten zu können, wurden hier nicht Veränderungsschwellen, sondern Unterschiedsschwellen nach der bereits S. 320 genannten Methode abgeleitet. Das Objekt, bzw. der Komplex wurde zunächst beliebig oft im Rhythmus von ca. 1 Sek. dargeboten, worauf der Beobachter nach Vollendung der vorgeschriebenen Einstellung seiner Aufmerksamkeit eine einmalige, im nämlichen Takte nachfolgende Exposition des

1) Über abstrahierende Apperzeption, Wundt, Psychol. Stud. II 1907, 5 u. 6, S. 358.

Vergleichsobjektes, bzw. Komplexes auslöste, in der der Kreis (bzw. beim Komplex immer nur einer der 6 Kreise) ausschließlich in einer einzigen Richtung um eine bestimmte Stufe verändert war. Das unmittelbar darnach abgegebene Urteil der V.-P. sollte jedoch stets alle möglichen Veränderungsrichtungen ins Auge fassen. Sämtliche Wahrnehmungen bestanden, wie mit dem obigen Hinweis auf S. 320 rekapituliert wurde, aus kurzdauernden Expositionen, die durch eine rotierende Spaltscheibe (Rotationstachistoskop) beim Durchgang des Spaltes durch die Gesichtslinie stets im gleichen Tempo von 1 Sek. bewirkt wurden.

Bei der ersten Anordnung sah die V.-P. nur das variable Vergleichsobjekt V direkt, während der beliebig wiederholt exponierte Normalkreis N seitlich vom Beobachter angebracht war und nur in einem Spiegel, aber virtuell genau an der nämlichen Stelle wie N gesehen werden konnte.

Dieser rechteckige Spiegel bildete den untersten Teil III der Schlittenscheibe eines Fallapparates, ähnlich dem § 53, a beschriebenem Falltachistoskop, die außerdem noch zwei andere gleich große Abteilungen darüber (I, II und III in Fig. 27[1])) enthielt. Beim Beginne des Versuches befand sich die unterste Abteilung III mit dem Spiegel gerade in der Gesichtslinie. Auf einen Fingerdruck der V.-P. hin rückte dann rasch die mittlere, hier nur aus einem schmalen Rahmen bestehende Abteilung II nach und gestattete einen freien Durchblick nach dem Vergleichsobjekt, aber nur für die eine, unmittelbar folgende Exposition. Denn ohne weiteres Zutun trat bis zum folgenden Durchgang des rotierenden Spaltes durch die Gesichtslinie die oberste, undurchsichtig hellgraue Abteilung I des Schlittens in das Gesichtsfeld. Der einfache Mechanismus dieses stufenweisen Herabfallens des Schlittens, der in Einschnitten der Säulen T, T herabgleiten konnte, ist aus Fig. 27 ersichtlich. Bei der obersten Stellung ruhte die Schlittenscheibe mit einem an ihrem unteren Rande rechts vorne befestigten Stifte auf dem Kopf des um die Achse a_1 etwas nach vorne drehbaren Hebels h_1, bei der mittleren Stellung auf dem Kopf des ebenso nach hinten drehbaren Hebels h_2, bei der untersten fiel der Schlitten einfach auf eine Filzdämpfung des Grundbrettes B auf. Beim Fingerdruck der V.-P. auf einen Reaktionstaster wurde die Schließung des Stromkreises des Elektromagneten M_1 zunächst so weit vorbereitet, daß sie beim kurzdauernden Schlusse eines Schleifkontaktes am Rotationstachistoskop vollständig hergestellt war. In diesem Momente zog M_1 den Hebel h_1 (gegen eine Feder wirkend) zurück und ließ dadurch den Schlitten rasch bis auf h_2 herabfallen. Im Herabfallen wurde der Umschalter U umgestellt, der dann beim nächsten Schluß des genannten Schleifkontaktes den Elektromagneten M_2 ebenso in Tätigkeit versetzte, während die V.-P. den Taster noch niedergedrückt hielt, so daß der zweite Fall des Schlittens erfolgte.[2])

Der Hintergrund der Kreisflächen war nur von vorn beleuchtet, die hellere transparente Kreisfläche selbst sowohl von vorn als auch von rückwärts. Beim Normalobjekt N (Durchmesser 2 cm) war alles konstant; die Kontur des Vergleichs-Kreistransparentes V aber wurde bei dieser ersten Versuchsgruppe mit einem Kreis durch eine in Fig. 28 skizzierte Vorrichtung gebildet. In einer senkrecht stehenden metallenen Grundplatte G war ein größerer Kreis ausgeschnitten, etwas größer als die ganze Fläche, vor die das

1) Die Ausfüllung der beiden Felder II und III in Fig. 27 bezieht sich nur auf die zweite Gruppe.

2) Eine einfachere Anordnung zu ähnlichen Zwecken ohne Spiegel beschrieb ich in der Abh.: Zur Theorie des Bewußtseinsumfanges und seiner Messung, Wundt, Phil. Stud. 20, 1902, S. 639. Eine etwas kompliziertere, aber auch sehr mannigfaltig verwertbare Spiegelvorrichtung zu ähnlichen Zwecken (mit total reflektierenden Prismen) stellte Michotte 1910 in Innsbruck auf dem Kongreß f. exp. Psychologie aus. Vgl. Ber. d. Kongresses, herausgeg. von F. Schumann (Apparatenausstellung beschrieben von Rupp), 1911, S. 287 f. (Vergleichstachistoskop).



Kreistransparent bei allen Lage- und Größeänderungen jemals zu liegen kam. Vor diesem Ausschnitt verdrehte sich konzentrisch die feste Kreisscheibe a, auf der zu beiden Seiten eines länglich-runden Ausschnittes die Schienen t, t befestigt waren, in denen der Schlitten S mit der Irisblende J, die die sichtbare Kontur des Transparentes bestimmte, verschoben werden konnte. Die Irisblende, die Schienen t, t und der Kreisausschnitt waren mit Teilungen versehen, mittelst deren die Größe und die Lageverschiebung des Kreises in $\frac{1}{10}$ mm zu bestimmen waren. Die Helligkeit des V wurde dadurch variiert, daß ein Spiegel einen Teil des Lichtes der Glühlampe, die auch die

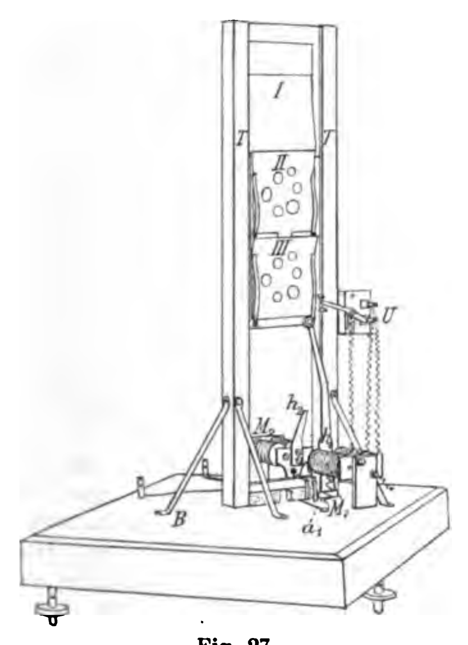


Fig. 27.
Apparat zur Auswechslung des Normal- und Vergleichsobjektes in tachistoskopischen Vergleichsversuchen.

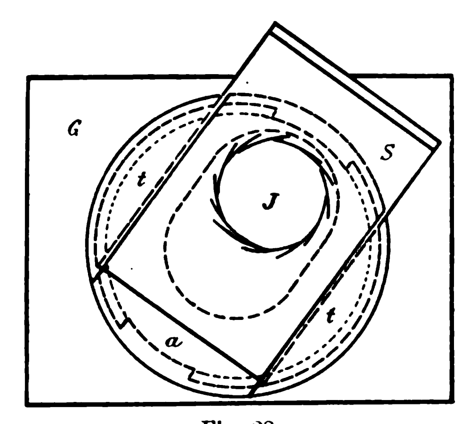


Fig. 28.
Vergleichsobjekt zur Variation der Größe und Lage eines Kreis-Transparentes in K. Mittenzweys Versuchen.

Vorderfläche von N und V sowie die Rückseite von N beleuchtete, aus verschiedener Entfernung von rückwärts auf das Transparent fallen ließ.

Bei der zweiten Gruppe der Versuche mit 6 Kreisflächen wurde dagegen sowohl N als auch V direkt durch den Spalt des in § 53, a genannten Spiegeltachistoskopes beobachtet, das zwischen den Expositionen eine gleichmäßig helle Fläche virtuell in der nämlichen Tiefe wie N und V sehen ließ.[1]) N und V waren hier nämlich selbst auf der Schlittenscheibe des Fallapparates Fig. 27 in III und II übereinander angebracht. Die Objekte bestanden hier einfach in weißen Kartonscheiben, aus welchen die Kreise herausgestanzt waren. Die präzise Führung des Schlittens und des Rahmens bei II, in das die

1) Über die optischen Vorsichtsmaßregeln bei dieser Verwendung des Apparates vgl. Mittenzwey a. a. O. S. 448.

rasch auszuwechselnden Vergleichsscheiben eingeschoben wurden, bedingte auch hierbei eine sehr genaue Korrespondenz der Lageverhältnisse bei dem Nachrücken von Abteilung II mit V an die Stelle von III mit N. (Die Abteilung I wurde von einer einfachen weißen Kartonscheibe gebildet.) Natürlich mußte unter diesen Umständen für sämtliche einzelne Fälle der Größen- und Lageänderung je eine besondere Karte hergestellt werden, weshalb auf allen Karten ein Schema (s. Fig. 29) vorgedruckt worden war, nach welchem die jeweils gewünschte Variante des Normalkomplexes mittelst eines Satzes genau gearbeiteter Lochstanzen, die in dem erforderlichen Bereiche nach halben Millimetern abgestuft waren, leicht richtig herausgearbeitet werden konnte. Auch hier wurde sowohl die konstante Beleuchtung des Transparentes von vorn und hinten als auch das jeweils auf einen Kreis des Vergleichskomplexes zu beschränkende, abstufbare Zusatzlicht mittelst Reflexion von der nämlichen Lichtquelle, einer Bogenlampe, genommen. Da aber die Kreise in den Kartonscheiben einfach herausgestanzt waren, so wurde hier die konstante Ausgangshelligkeit sämtlicher Kreise sowohl im Normal- als auch im Vergleichskomplex von einem besonderen Transparent bestimmt, das unmittelbar hinter der Schlittenscheibe in der Höhe der Gesichtslinie befestigt und in den von den sechs Kreisen eingenommenen Flächen verschieden hell war. Das Zusatzlicht wurde von rückwärts auf dieses Transparent geworfen, u. z. durch einen kleinen Spiegel, der auf einer Schiene in verschiedene Entfernung gebracht und außerdem durch ein Kugelgelenk in verschiedene Richtung gedreht werden konnte. Die räumliche Beschränkung auf je einen einzigen Kreis geschah durch ein näher bei dem festen Transparent befindliches verstellbares Diaphragma, die zeitliche Begrenzung der Zusatzhelligkeit durch eine zunächst elektromagnetisch vor dem kleinen Spiegel festgehaltene Blende, die gleichzeitig mit dem ersten Weiterrücken des Schlittens abgeworfen wurde.

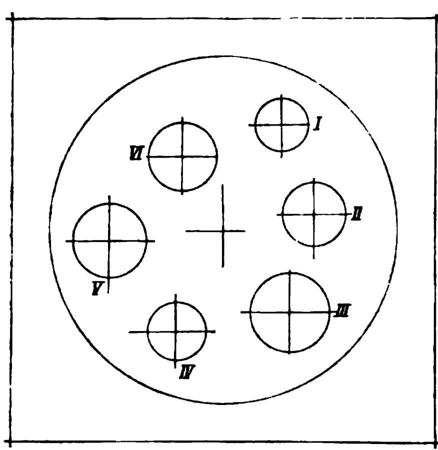


Fig. 29.
Schema des Normalkomplexes in K. Mittenzweys zweiter Anordnung mit sechs Kreisen (Vordruck zum Ausstanzen der variierten Vergleichsscheiben).

Die Untersuchung mit den sechs Kreisen beschränkte sich auf die einzige in Fig. 29 dargestellte Anordnung des Komplexes. Wenn aber überhaupt deutliche Einflüsse der verschiedenen Einstellungen der Aufmerksamkeit vorhanden sind, so müssen sie bei einer hinreichenden Variation dieser Einstellungen auch an einer solchen rein zufällig herausgegriffenen Form des Komplexes zutage treten, bei der die Versuche, die zur Ableitung genauerer Schwellenwerte an mehreren Beobachtern erforderlich sind, noch praktisch durchführbar waren. Zur Schwellenbestimmung benutzte Mittenzwey vorläufig allerdings ebenfalls nur eine Form der Methode der Minimaländerungen, ähnlich wie sie in meinen S. 322 genannten Perimeter-

versuchen für die Analyse der extensiven Aufmerksamkeitsverteilung angewendet worden war.

Kapitel 13.

Die Neuauffassung mehrerer gleichzeitiger Reize.

51. Die Untersuchung des Einflusses der Formauffassung auf die Apperzeption der ihr zugrunde liegenden Elemente.

Wie bereits S. 314 näher ausgeführt wurde, ist auch die gleichzeitige Auffassung mehrerer (kurzdauernder) Eindrücke am exaktesten in der Weise zu untersuchen, daß man die Schwellen für mehrere gleichzeitig dargebotene Veränderungen bzw. Unterschiede abzuleiten sucht. Natürlich nehmen die möglichen Versuchslagen mit der Anzahl der Änderungen, die gleichzeitig aufgefaßt werden sollen, unter Voraussetzung einer bestimmten Menge variabler Einzelreize bzw. Variationsrichtungen bedeutend zu. Denn es sind manche Kombinationen von Veränderungen der nämlichen Stellen und in der gleichen Richtung oft allein schon durch die Größenstufe der einzelnen Variationen bezüglich ihres Gesamteindruckes ganz wesentlich verschieden. Auch hier wird man sich daher vorläufig darauf beschränken müssen, gewisse typische Fälle herauszugreifen, an denen die Wechselwirkungen der gleichzeitigen Veränderungen wenigstens in den Mittelwerten mit einer gewissen Allgemeingültigkeit hervortreten, u. z. sowohl die elementareren Einflüsse einer gegenseitigen Störung oder Miterregung, als auch vor allem die Hilfen, die der gedanklichen Verarbeitung des Wahrgenommenen durch die Auffassung von Formen (Gestaltsqualitäten) auf Grund bestimmter Gruppierungen der Elemente zuteil werden, sowie die charakteristischen Ablenkungen des Urteiles, die aus der assimilativen Einmischung besonders geläufiger und speziell auch bedeutungsvoller Formen dieser Art resultieren. Gerade in dieser letzteren Hinsicht werden die zur Ableitung fruchtbarer Fragestellungen für quantitative Untersuchungen notwendigen Vorüberlegungen durch eine mehr qualitative Betrachtung mit sorgfältigen Selbstbeobachtungen vorbereitet werden müssen. Bezüglich der vielen meist erst teilweise geklärten Streitfragen, die es hierbei an der Hand von empirischem Material noch zu lösen gilt, muß im Rahmen dieser Methodik natürlich auf die spezielle Literatur verwiesen werden, während hier nur ein paar Beispiele wieder mehr nach der rein technischen Seite hin skizziert werden sollen. Zunächst wären offenbar einige der bisher genannten Anordnungen unmittelbar dazu geeignet, die Veränderungen, die in jener ersten Hauptgruppe einstweilen immer nur einzeln dargeboten wurden, in jedem Versuche irgendwie zu kombinieren, so z. B. die S. 333 genannte Anordnung mehrerer Tasthebel, ferner die S. 340 beschriebene mit drei disparaten Reizen oder auch die zuletzt geschilderte Variation der Lage und Größe eines gesehenen Objektes. Einer solchen Weiterentwicklung der zuletzt genannten Arbeit

steht nun eine noch nicht veröffentlichte Untersuchung von K. Lohnert am Leipziger psychologischen Institut nahe, in der ein besonders einfaches Beispiel der vorhin erwähnten Formwirkung analysiert wurde, die sich auf die Kombination von gleichzeitigen Veränderungen in wenigstens zwei Hauptrichtungen aufbaut. Auf einer senkrecht vor dem Beobachter aufgestellten weißen Papierfläche, die von zwei seitlich angebrachten elektrischen Glühlampen beschienen ist, leuchtet momentan ein helles Rechteck als Transparent auf, dem in einer passenden Zwischenzeit (ca. 1,1 Sek.) an der nämlichen Stelle ein analoges Vergleichsobjekt nachfolgt, das entweder nur in der Höhe oder nur in der Breite um eine variable Stufe verändert ist, oder in beiden Richtungen zugleich, u. z. bei völliger Unabhängigkeit der beiderseitigen Stufen. Es wurden nun die Schwellen für jede der beiden Veränderungsrichtungen abgeleitet, die sich bei drei verschiedenen Einstellungen der Aufmerksamkeit ergeben: bei spezieller Beachtung der Höhe oder der Breite, oder bei Beachtung der Figur im ganzen. Augenbewegungen von dem in der Mitte der Figur gelegenen Fixationspunkt hinweg waren im Laufe einer einzelnen kurzdauernden Exposition wieder möglichst ausgeschlossen. Dabei fragte es sich vor allem, ob die Schwelle bei einer gleichzeitigen proportionalen Veränderung von Höhe und Breite, bei der die Form des Rechteckes erhalten bleibt, vielleicht größer ausfällt als bei einseitiger Veränderung, trotzdem im letzteren Falle der Flächeninhalt der Figur im ganzen sich weniger ändert.

Ein schematischer Grundriß der Anordnung ist aus Fig. 30 zu ersehen. Die Projektionslampe L (mit dem Widerstand W) beleuchtet bei Freigabe ihres Lichtkegels von rückwärts den Projektionsschirm T, vor dem sich die V.-P. mit dem Reaktionstaster S und den beiden genannten Glühlampen l_1 und l_2 befindet und der während des Versuches von rückwärts sonst kein weiteres Licht erhält. Abgesehen von der kurzdauernden Exposition ist dieser Lichtkegel aber nun von der undurchsichtigen Fläche des mit zwei Haltemagneten m_1 und m_2 versehenen Spaltpendels P_1 abgeschnitten. Drückt dann die V.-P. einmal kurz auf den Reaktionstaster S, so unterbricht sie für einen Augenblick den Stromkreis des Haltemagneten M eines weiteren Pendels P_2, das einfach in einer bifilar an einem Galgen aufgehängten Eisenkugel besteht[1]). Diese trägt unten einen Stift, der beim Passieren der Gleichgewichtslage u. z. hier beim Hin- und Hergang, einen ähnlichen Kontakt C wie die in Fig. 26 abgebildeten (mit federnder Nase) unterbricht, der in dem gemeinsamen Stromkreis für m_1 und m_2 liegt[2]). Nach dem kurzen Druck auf S schwingt also P_2 einmal hin und zum Magneten M zurück und bewirkt dadurch die zwei Expositionen des Transparentes, zwischen denen der hinter dem Schirm auf der Projektionsseite sitzende Experimentator die Veränderung des konturgebenden Schattenobjektes vornimmt. Dieses bestand aus der Metallscheibe R, aus der ein quadratisches Feld von 10×10 cm als äußerste Ausdehnung des Transparentes ausgeschnitten war. Vor diese Öffnung legten sich die Platten zweier Hebelparallelogramme, die an der Scheibe R so befestigt waren, daß sie mit je einem Handgriff unabhängig voneinander zwischen je zwei genau meßbar variablen Widerhalten schnell hin- und hergestellt werden konnten. Die inneren Plattenränder des einen Parallelogrammes gaben die Höhengrenze, diejenigen des anderen die Breitengrenze des transparenten Rechteckes (s. E. Zimmermanns Katalog (L. 20), S. 11 ff). Während der Einstellung der Widerhalte wurde natürlich von rückwärts beleuchtet und das Transparent daher zur Erhaltung der Unwissentlichkeit durch einen Blechschirm verschlossen.

1) Solche einfache Fadenpendel haben sich zur Herstellung der relativ langen Zwischenzeiten zwischen Vorsignal und Hauptreiz oder Normal- und Vergleichsreiz gut bewährt.

2) Sämtliche Stromkreise waren hier an die Stadtleitung angeschlossen, der natürlich für die Pendelmagnetströme ein Glühlampenwiderstand w (Fig. 30) vorgeschaltet war.



52. Die Ableitung der Unterschiedsschwellen für mehrere gleichzeitig dargebotene Paare kurzdauernder Vergleichsreize.

Mit einer einzigen kurzdauernden Exposition eines ähnlichen Transparentes untersucht J. Lorenz z. Z. am nämlichen Institute, wie die Unter-

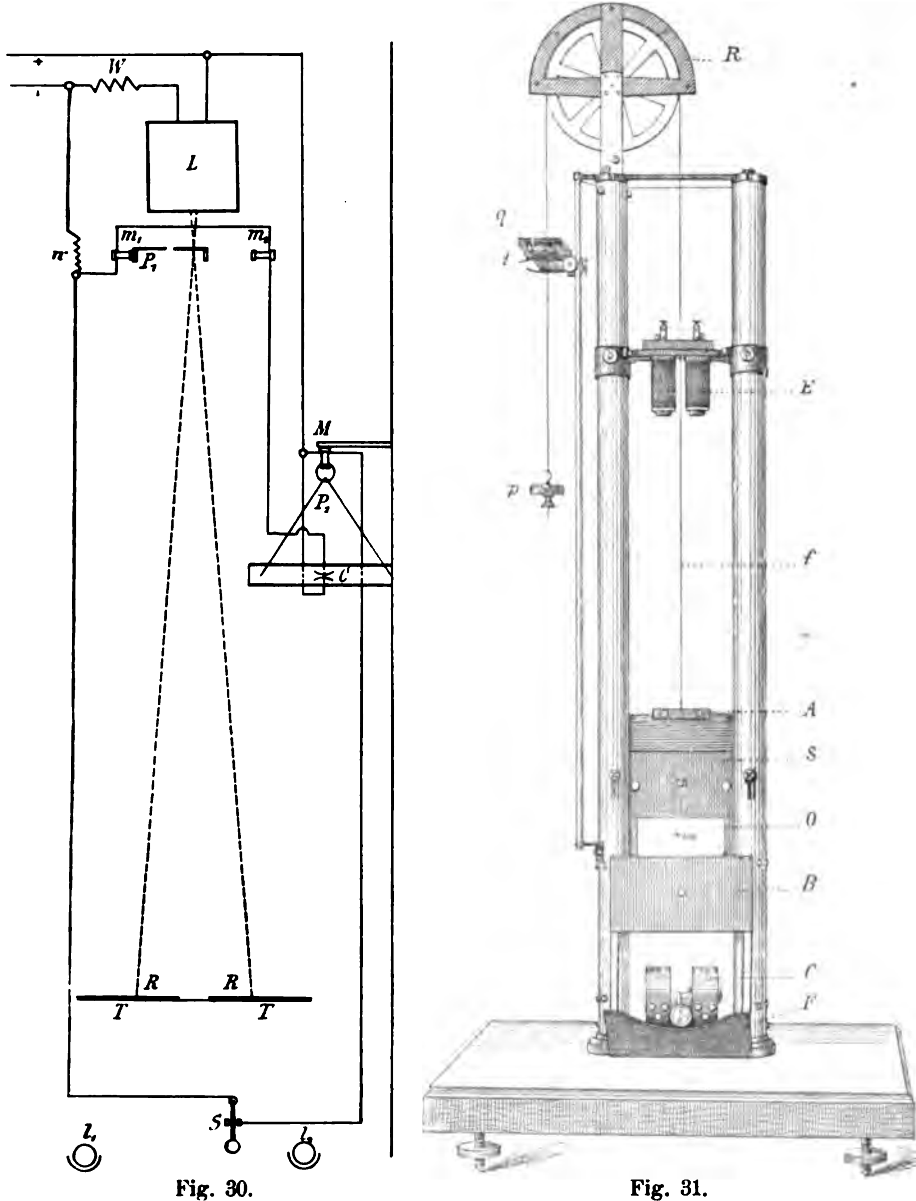


Fig. 30.
Anordnung zur sukzessiven kurzdauernden Exposition zweier optischer Vergleichsobjekte in K. Lohnerts Versuchen.

Fig. 31.
Falltachistoskop nach Wundt.

schiedsschwelle für einen Längenunterschied zwischen zwei nahe benachbarten parallelen Strichen von der Anzahl der gleichzeitig zu beurteilenden Strichpaare abhängig ist, u. z. geht er vorläufig bis zu vier Paaren. Um alle optischen Bedingungen bei der Beurteilung einer verschiedenen Anzahl solcher Paare möglichst konstant zu erhalten, werden natürlich auch bei der Beachtung von weniger Paaren stets alle vier Paare, u. z. in verschiedenen Abstufungen ihrer Längen dargeboten, die eben zur Ableitung der Schwelle für diese übrigen Paare erforderlich sind. Die Größe der Striche und ihre Entfernung vom Beobachter ist so gewählt, daß bei der Fixation der Mitte der Fläche alle vier Paare noch deutlich gesehen werden[1]).

53. Der Umfang der Neuauffassung gleichzeitig dargebotener Reize von kurzer Dauer.

a) Tachistoskopische Versuche.

Mit der zuletzt beschriebenen Anordnung ließe sich auf optischem Gebiete auch die weitere Frage beantworten, in welchem Umfange an sich geläufige übermerkliche Einzelheiten aus einem neuen tachistoskopischen Wahrnehmungskomplexe richtig und sicher wiedergegeben werden können. Da es sich hierbei um sehr feste Grenzen handelt, so konnte dieses Problem, das schon auf S. 314 in eine ganze Kategorie verwandter Fragen eingeordnet worden war, bereits von dem schottischen Philosophen Sir William Hamilton[2]) sogar mit überaus einfachen Mitteln im wesentlichen richtig gelöst werden. Er ließ eine Anzahl Kugeln vor den Augen des Beobachters frei vorbeifallen, worauf dieser ihre Zahl anzugeben hatte, ein Verfahren, das später Jevons hinsichtlich der Sichtbarkeitsgrenze noch etwas exakter gestaltete, indem er die Objekte, schwarze Bohnen, in eine Schachtel fallen ließ[3]). Auch E. Hering hat ja mit dem freien Fall bei der Analyse der Tiefenwahrnehmung so kurze Reizzeiten erzielt, daß Fixationsbewegungen während der Reize ausgeschlossen waren[4]). Zu dem nämlichen Zwecke konstruierte nun Volkmann[5]) bei der Untersuchung des stereoskopischen Sehens ein sog. „Tachistoskop“, einen vor den ruhenden Beobachtungsobjekten rasch vorbeibewegten Spaltschlitten, der bei der Passierung der Gesichtslinie der V.-P. eine kurze Exposition des Objektes herbeiführt, ein Prinzip, das besonders übersichtliche, konstante und inhaltlich beliebig abstufbare Reizbedingungen liefert. Mit einem „Falltachistoskop“ wurde dann auch unser Umfang der Neuauffassung

1) Weiterhin soll dann auch die Abhängigkeit der Unterschiedsschwelle von einer Häufung gleichzeitig zu lösender tachistoskopischer Aufgaben untersucht werden, die sämtlich voneinander verschieden sind, wie z. B., außer der obigen, auf ein einziges Strichpaar beschränkten Aufgabe der Längenunterscheidung, die Beurteilung der Zahl einer Reihe von Punkten, der Abweichung einer Strecke von der Horizontalen, der Höhe und Breite eines Rechteckes.

2) Lectures on Metaphysics and Logic, ed. by Mansel and Veitch I, 1887, S. 254.

3) The Power of Numerical Discrimination, Nature III, 1871, S. 281.

4) Reicherts und Du Bois-Reymonds Archiv 1865, S. 153.

5) Sitzungsber. der K. sächs. Ges. der Wiss. 1859, S. 90.

von Cattell zum ersten Male in exakterer Weise bestimmt[1]). Wenn die Wirkung der kurzdauernden Exposition genau festgelegt sein soll, muß freilich dem Auge wenigstens bis zur Ankunft des Spaltes vor den Objekten eine ruhende, von der Schlittenbewegung ungestörte Fixationsmarke dargeboten werden. Dann wird die Richtung der Gesichtslinie auch noch während einer Expositionszeit der Objekte von bis zu ca. $^1/_{10}$ Sek. konstant bleiben, da eine etwaige Anregung seitlicher Augenbewegungen zur Fixation auffälliger Randpartien der Objekte erst nach einer „Reaktionszeit" von ca. 0,180 Sek. zu wirken vermag[2]). Bei dem vergrößerter Falltachistoskop nach Wundt[3]) (s. Fig. 31) wird daher vor die zu exponierende Objektscheibe zunächst ein leichter Schirm B geschoben, der beim Fall des Schlittens S von Stiften an dessen unterem Rande erst kurz vor dem Durchgang der Öffnung O des Schlittens rasch weggeschlagen und von einer Fangvorrichtung F aufgenommen wird. Durch die Höhe seiner Säulen (1 m statt 30 cm und 50 cm bei den älteren Apparaten) ist dieses Tachistoskop auch für besonders kurze Expositionszeiten eingerichtet. In der Tat läßt sich die bei allen tachistoskopischen Methoden erstrebte Herauslösung verschiedener Phasen der zentraleren Prozesse des Auffassungsaktes, d. h. der Wiedererkennung der Objekte und ihrer Relationen, so weit versuchen[4]), als auch der Verlauf der Sinneserregung noch eine zeitliche Differenzierung erkennen läßt. Dies scheint auf optischem Gebiete nach den schon S. 348 erwähnten Versuchen S. Exners noch bis zu einer Zeitdifferenz der Reize von etwa 0,017 Sek. möglich zu sein. Natürlich wird es hierbei dann auch noch darauf ankommen, die Adaptation und Reizintensität so zu wählen, daß der Erregungsverlauf möglichst akut ausfällt. Dies dürfte bei Helladaptation und mittleren Intensitäten ohne Blendungswirkung am besten erreicht werden[5]). — Da sich der Fallraum durch Verschieben der Haltemagneten E für den Schlittenanker, und die Kraft sowie die bewegte Masse nach dem Atwoodschen Prinzip[6])

1) Über die Trägheit der Netzhaut und des Sehzentrums, Wundt, Phil. Stud. III, 1886, S. 94.

2) Über die Methoden zur Analyse der Augenbewegungen, vgl. dieses Handbuch dritter Band, 2. Abt., Sinnesphysiologie II. E. B. Hofmann, Raumsinn des Auges — Augenbewegungen. S. 206.

3) Grundzüge der Physiol. Psychol. III[6], 1911, S. 338.

4) Diese von Cattell und Wundt a. a. O. beabsichtigte Analyse, die theoretisch für die Erkennung eigentlicher Wechselwirkungen zwischen wirklich gleichzeitig vorhandenen sinnlichen Auffassungsbedingungen von Wichtigkeit ist (vgl. S. 312), darf jedoch nicht mit der Fragestellung von B. Erdmann und R. Dodge in ihrem Buche „Psychologische Untersuchungen über das Lesen auf experimenteller Grundlage" 1898 verwechselt werden, wieviel man unter den natürlichen Bedingungen des Lesens bei einer Ruhestellung des Auges aufzufassen vermag (in einer sog. „Lesepause", die allerdings im Lesen gerade keine Pause, sondern die eigentliche Arbeitszeit darstellt, also nur eine Pause der Augenbewegung ist). Bei größerer Trägheit des Bewegungsapparates oder Undeutlichkeit der Zeichen u. dergl. könnte diese Lesepause natürlich im Mittel noch viel länger als die Zeit von ca. 0,1 Sek. dauern, auf die Erdmann und Dodge die Exposition des Lesemateriales einschränkten. Vgl. auch dieselben, Zur Erläuterung unserer tachistoskopischen Versuche. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. der Sinnesorg., Bd. 22, 1900, S. 241.

5) Vgl. Wundt, Zur Kritik tachistoskopischer Versuche. Phil. Stud. XV, 1900, S. 287.

6) An dem über die Rolle R laufenden Faden hängt das variable Gegengewicht p, das außerdem bei entsprechender Einstellung des Trägers t das Balanciergewicht q mitnehmen kann.

abstufen lassen, so ist die Expositionszeit am Wundtschen Falltachistoskop zugleich in weiten Grenzen variierbar[1]).

Freilich sind bei diesem Vorbeiwandern eines Schlittenspaltes O unmittelbar vor dem Objekt außer der sog. „reinen Expositionszeit", in der alle Objektteile gleichzeitig sichtbar sind, stets zwei „schädliche" Zeiten vorhanden, während deren das Objekt erst allmählich abgedeckt bzw. wieder verhüllt wird. Bei einer schnellen Schlittenbewegung[2]) läßt sich allerdings für eine bestimmte Gesamtzeit der Exposition der Spalt so breit machen, daß diese schädlichen Zeiten im Vergleich zur reinen relativ klein werden, zumal wenn es sich nur um die Auffassung einer schmalen Horizontalzeile

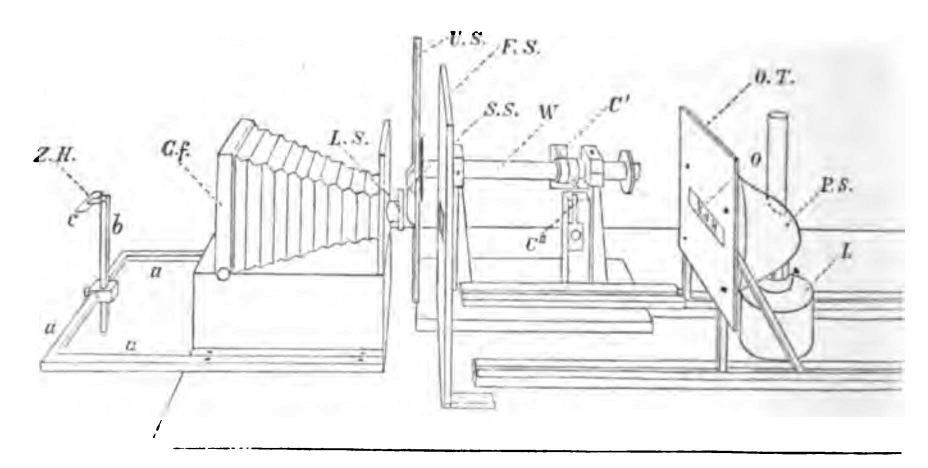


Fig. 32.
Projektionstachistoskop nach B. Erdmann und R. Dodge.

handelt. Dennoch ist methodisch eine Expositionsweise vollkommener, wenn sie zu den bisher genannten Möglichkeiten noch ein gleichzeitiges Auftreten und Verschwinden aller Teile des Momentaneindruckes hinzufügt, wie es bei dem Projektionstachistoskop von Erdmann und Dodge bis zu Expositionszeiten von Bruchteilen einer Tausendstelsekunde erreicht war[3]) (s. Fig. 32). Die V.-P., deren Kopf durch den an den Stäben a und b mehr-

1) Die Eichung der Expositionszeit für irgendeinen Objektpunkt, z. B. die zu fixierende Stelle, geschieht am besten graphisch, indem man über der Öffnung O des Schlittens ein Papier aufzieht, dieses berußt und im Herabfallen mittelst einer Schreibstimmgabel oder eines Federsignales von bekannter Schwingungszahl beschreiben läßt, nachdem die Schreibspitze in die Höhe des Fixationspunktes gebracht ist.

2) Bei dem jetzigen Modell des Falltachistoskopes wird dabei freilich das störende Geräusch beim Fall des Schlittens in die Dämpfungsfedern C noch vermehrt, ein Nachteil, der übrigens nicht im Prinzip des Fallapparates als solchen liegt, sondern durch eine freie Auslaufsbewegung des Schlittens nötigenfalls zu beseitigen wäre.

3) Über das Lesen, S. 94ff. Über einen ursprünglich zur Analyse des Empfindungsverlaufes verwendeten Apparat von G. Martius, der ebenfalls sehr kurze Expositionszeiten präzis abgrenzen läßt und in neueren Versuchen (s. § 65) auch zum Studium höherer physischer Prozesse verwendet wurde, vgl. G. Martius, Über die Dauer der Lichtempfindungen, 3. Ein neuer Lichtunterbrechungsapparat (beschrieben von K. Minnemann) (S. 301 ff.) Beiträge zur Psychologie und Philosophie, I, 3. H. 1902, S. 275.



fach verstellbaren Zahnhalter Z. H. mit Beißbrett c fixiert ist, blickt auf die Mattglasplatte (Gesichtsfeld G. f.) einer Auszugskamera, auf die mittelst der Objektivlinse, hinter der sich ein variabler Horizontalspalt L. S. befindet, ein scharfes Bild der Objekte O entworfen werden kann, die, auf Papier gedruckt und auf Mattglasplatten gezogen, von hinten durch eine oder mehrere Lampen L (mit dem parabolischen Scheinwerfer P. S.) beleuchtet werden. Da nun die kurze Dauer der Exposition durch Abschneiden des Projektionslichtkegels hinter der Mattglasplatte und nicht durch Wegnehmen einer Blende vor dem Objekt erzielt wird, so sind hier vor allem auch die Augen der V.-P. von Anfang an genau auf die Expositionsebene akkommodiert, während die Fixation der Blende schon bei einem kleinen Abstande von wenigen mm eine während der Exposition nicht mehr zu korrigierende Unschärfe des Bildes und bei binokularer Beobachtung noch dazu störende Doppelbilder ergibt[1]). Zur Abgrenzung der minimalen Expositionszeiten (Bruchteile von σ)[2]) diente eine von einem Gewichtsmotor betriebene Spaltscheibe U. S., die mit ihrer etwas nach von vorne ausladenden (s. u.) Spaltvorrichtung S. S. unmittelbar hinter dem Linsenspalt L. S. rasch (z. B. 10mal in der Sekunde) vorbeirotierte, während der Fallschlitten F. S. eines Tachistoskopes den Lichtkegel zunächst abblendete und ihn nur für einen einzigen Durchgang des Spaltes S. S. freigab, nachdem er durch die Schließung eines Stromes beim Kontakt C′ bei einer geeigneten Phase der Rotation von U. S. zum Herabfallen gebracht worden war[3]). Die relativ geringe konstante Beleuchtung des Lesefeldes ($^1/_{12}$ der ohnehin nur 0,03 MK betragenden Expositionshelligkeit[4])) war allerdings einem raschen Ablauf der Erregung nicht günstig[5]). Indessen liegen diese Intensitätsverhältnisse nicht im Wesen des Apparates, der bei stärkeren Lichtquellen und eventuellen geringen Modifikationen wegen seiner sonstigen exakten Expositions-

1) Bei dem Wundtschen Falltachistoskop ist diese schädliche Differenz allerdings dadurch sehr verringert, daß die Blende B in der Mitte tellerförmig vertieft ist, wodurch der Fixationspunkt ganz nahe an die Objektebene zurückgeschoben wird.

2) Besonders einfach läßt sich eine Momentanexposition natürlich dadurch erreichen, daß man die im Dunkeln liegenden Objekte mittelst des elektrischen Funkens beleuchtet, welchen schon Dove zu der vielfach tachistoskopisch vorgenommenen Analyse des Tiefensehens verwendet hat. Die Intensitätsverhältnisse sind hierbei allerdings nicht sehr konstant und die gewöhnlich hiermit verbundenen Beobachtungsbedingungen einem akuten Erregungsablaufe nicht gerade günstig. In neueren Versuchen über den Verlauf der Auffassung hat E. Becher von dieser Expositionsweise Gebrauch gemacht. (Experimentelle und kritische Beiträge zur Psycholochie des Lesens bei kurzen Expositionszeiten. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. der S. Bd. 36, 1904, S. 19 (S. 40ff.))

3) Vor dem Kontakt C′ liegt im nämlichen Stromkreis noch ein weiterer Kontakt, der von dem Gewichte des Gewichtsmotors, das vorher auch ein Glockensignal zur Spannung der Aufmerksamkeit auslöst, für eine bestimmte Umdrehung geschlossen wird. Der Kontakt C″ wurde nur zur Auslese des gewünschten Umganges bei der chronographischen Eichung der Expositionszeit benützt.

4) Zu der konstanten Beleuchtung des Gesichtsfeldes G. f. in der Zeit vor und nach der Exposition diente nur das Licht, das von der hinter der Spaltvorrichtung S. S. etwas zurücktretenden weißen Fläche der Rotationsscheibe U. S. durch den Linsenspalt nach allen Stellen der Scheibe G. f. reflektiert wurde (bzw. bei dem unten genannten einfacheren Verfahren mit 0,1 Sek. Expositionszeit von der weißen Fläche des Fallschlittens).

5) Vgl. a. S. 357, A. 4 (Schluß) a. O. und W. Wundt, a. S. 357, A. 5 a. O.

bedingungen sehr wohl auch zu jener S. 348 genannten Analyse der zeitlichen Entwicklung des Auffassungsprozesses zu verwenden wäre.

Dagegen ist die Auslöschung der bedeutungsvollen, z. B. Schriftzeichen bildenden Erregungsdifferenzen durch eine unmittelbar folgende gleichmäßige Aufhellung der ganzen Fläche, die einst Baxt durch Anbringung eines Blendspiegels an dem Helmholtzschen Rotationstachistoskope[1]) in verschiedenen Zeitabständen von der Hauptexposition zu erzielen suchte[2]), keineswegs ein geeigneteres Mittel zur zeitlichen Abgrenzung simultaner Erregungskontraste als die Auswahl passender Helligkeitskontraste innerhalb der Hauptexposition selbst bei günstigen Adaptationsbedingungen, da der intensive „Tuschreiz" stets noch Störungen der geistigen Verarbeitung des Gesehenen mit sich bringt, die sich hierbei überall gerade unter möglichst günstigen Bedingungen soll entwickeln können. Auch ist der von Baxt tatsächlich nachgewiesene Effekt, daß die Auffassungsleistung mit dem Zeitintervall bis zum Störungsreiz zunimmt, nicht nur dem Einfluß dieses Reizes auf die Zeitverhältnisse des aufzufassenden Haupteindruckes, sondern vor allem auch auf die resultierenden Kontraste in diesem selbst zuzuschreiben, dessen Zeiten ja niemals mit den Reizzeiten verwechselt werden dürfen. Unter den von Baxt eingeführten Bedingungen wird sich in einem Stadium der Mischung der Effekte des Haupt- und Störungsreizes einfach eine schlechtere Abhebung der Schrift von dem Hintergrunde ergeben, ähnlich wie sie Hempstead während einer längeren Dauer (5 Sek.) hervorbrachte, indem er unmittelbar vor schwarz auf weiß gezeichneten Figuren eine weiße Scheibe mit einem variablen sektorenförmigen Ausschnitt nach Art eines Farbenmisch-Kreisels rotieren ließ[3]). Auch hierbei ergab sich trotz der langen Zeit eine mit der Herabsetzung des Konturkontrastes zunehmende Verringerung der richtig aufgefaßten Einzelheiten.

In ihren Untersuchungen über den Umfang der Auffassung in einer Lesepause (vgl. S. 357, A. 4) exponierten Erdmann und Dodge dagegen das Lesematerial 0,1 Sek. lang. Hierzu war die rotierende Scheibe U. S. überhaupt unnötig, und kam nur das Falltachistoskop F. S. zur Verwendung.

1) N. Baxt, Über die Zeit, welche nötig ist, damit ein Gesichtseindruck zum Bewußtsein kommt und über die Größe (Extension) der bewußten Wahrnehmung bei einem Gesichtseindrucke von gegebener Dauer, Pflügers Archiv, 4, 1871, S. 325. Der nämliche Apparat war auch von S. Exner zu seiner bekannten erstmaligen Untersuchung des optischen Erregungsanstieges verwendet worden.

2) Eine ähnliche Wirkung ist bei dem Schumannschen Rotationstachistoskop, einem großen in Kugellagern laufenden Rade von ca. 3/4 m Durchmesser mit einem variablen Expositionsspalt in dem 10 cm breiten Blechrand, durch einen 45° gegen die Ebene des Rades geneigten Spiegel zu erzielen. F. Schumann, Die Erkennung von Buchstaben und Worten bei momentaner Beleuchtung. Bericht des I. Kongresses für exper. Psychologie in Gießen 1904, S. 34. Ders., Psychologie des Lesens, Sammelreferat auf dem II. Kongreß f. exp. Psychol. in Würzburg, Bericht 1907, S. 153ff.

3) Hempstead, The perception of visual Form, Am. Journ. of Psychol. XII, 1901. S. 185. Eine ähnliche Verminderung der Zahl von Einzelheiten, die richtig und sicher wiedergegeben werden können, trotz längerer Beobachtungszeit, ergibt sich natürlich auch bei einer Verkleinerung der Objekte bis zur Undeutlichkeit, wie sie L. Loewenfeld zur Analyse der Auffassung von Wortbildern in Analogie zu den Sehschärfemessungen verwendete. (Über zwei Fälle von amnestischer Aphasie nebst Bemerkungen über die zentralen Vorgänge beim Lesen und Schreiben, Deutsche Zeitschr. für Nervenheilkunde II, 1892, S. 1ff.)

Aber auch bei der Messung der psychomechanischen Konstanten des Prozesses der Neuauffassung, die nicht so äußerlich bedingt sind wie der Umfang des in einer Lesepause Gelesenen, ist gerade für die sicherste Konstante, nämlich für den Umfang der freien Wiedergabe nach einem einzelnen Elementarakte der Neuauffassung, keineswegs eine besonders kurze Expositionszeit erforderlich[1]). Es ist notwendig, diese viel allgemeinere Frage nach der Grenze der Neuauffassung (bis zu etwa 7 Einheiten[2])), bei der die Darbietung der einzelnen Komplexelemente während des Auffassungsaktes ohne wesentliche Änderungen des Gesamtumfanges auf das mannigfaltigste wechseln und vor allem auch simultan oder sukzessiv sein darf, von dem viel spezielleren und schwierigeren Problem zu unterscheiden, ob sich ein solcher Auffassungsakt in gesetzmäßiger Weise durch eine sukzessive Neuaufnahme der einzelnen wiederzugebenden Elemente sättigen müsse oder eventuell auch als eine an vielen Stellen zugleich einsetzende Klärung und Sicherung dieser Elemente und ihrer Merkmale entwickeln könne, worüber offenbar nur durch eine möglichst präzise Abstufung der Erregungszeiten zu entscheiden sein wird. Diesen letzteren von Baxt gemeinten, aber noch nicht genügend isolierten Gegenstand der Analyse wollen wir aber hier nicht weiter verfolgen, sondern bleiben beim Versuche einer exakten Lösung der ersten Frage. Da man bei der freien Wiedergabe einer Reihe an sich geläufiger Symbole, wie Buchstaben, Ziffern oder sonstwie bekannter Figuren, stets nur die Hauptform zu behalten braucht und andererseits für die Einzelheiten der Strichelemente jeder Figur auch gar nicht gutstehen kann, falls man nicht seine Aufmerksamkeit auf ein spezielles Element konzentrierte, so wird die Eindeutigkeit der Abgrenzung des Maximalumfangs, bis zu dem eine richtige und sichere Wiedergabe möglich ist, natürlich zunächst von der Präzision der quantitativen Bewertung der Wiedergabe in jedem einzelnen Versuche abhängen. Hierauf kommen wir S. 397 bei der „Trefferzählung“ der Gedächtnisversuche nochmals zurück. Da aber bei Bekanntheit einer Gruppierung von Elementen, z. B. eines Wortbildes, einer Jahrzahl, auch die ganze Gruppe selbst als „geläufige Einheit“ in den Umfang der Neuauffassung eingehen kann, so wird insbesondere die Wiedergabe sinnvoller Kombinationen von Buchstaben und Worten, aber auch schon die Reproduktion beliebiger, leicht an sinnvolle Gruppen anklingender Elemente überhaupt zur Bestimmung der Konstanten der Neuauffassung weniger geeignet sein[3]) als z. B. die Abschätzung einer tachistoskopisch dargebotenen

1) Vgl. Wirth, Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene 1908, S. 68ff.

2) Vgl. auch Ebert und Meumann, Über einige Grundfragen der Psychologie der Übungsphänomene im Bereiche des Gedächtnisses, Arch. f. d. ges. Psychol. IV, 1905, S. 1 (S. 15).

3) Die quantitative Abschätzung dessen, was von individuell verschiedenen Elementen wiedergegeben werden kann, kompliziert sich noch mehr, wenn gleichzeitig mehrere Merkmale jedes Elementes in Frage kommen. So ließ Külpe regelmäßige und unregelmäßige Figuren aus vier dreibuchstabigen Silben von verschiedener Farbe (rot, grün, violett, schwarz) tachistoskopisch beobachten und darauf nach den vier Gesichtspunkten der Art und Anzahl der Elemente, der Figur des Ganzen und der Silbenfarbe beschreiben. (O. Külpe, Versuche über Abstraktion, Bericht über den I. Kon-

Anzahl gleichartiger Elemente, z. B. von Strichen, die aus der Gesamtvorstellung des Wahrgenommenen heraus offenbar nur bis zum nämlichen Umfange richtig und sicher möglich ist[1]). Da bei völlig gleichartigen Elementen die wiedergegebene Zahl hierbei außerdem ein in allen Versuchen vergleichbar abgestuftes Maß der jeweiligen Auffassungsleistung an die Hand gibt, so lassen sich hier nach der „Methode der mittleren Fehler" in den Werten des Präzisionsmaßes $\frac{1}{M\sqrt{2}}$ und des sog. „konstanten Fehlers" (Totalfehlers) (vgl. S. 264) auch allgemeingültigere Anhaltspunkte zur Definition der gesuchten Umfangskonstanten gewinnen. Denn einerseits lassen die Schwankungen der Aufmerksamkeit oft auch bei relativ wenig Elementen noch Fehler vorkommen, und andererseits ist auch beliebig weit über den Umfang des im allgemeinen richtig und sicher reproduzierbaren Komplexes hinaus nach dem allgemeinen Vergleichsprinzip für Bewußtseinsinhalte überhaupt eine wenigstens im Mittel nicht allzu falsche Schätzung möglich, weil die Striche eben auch bei viel größerer Zahl doch gleichzeitig im bewußten Sehfeld irgendwie vertreten waren, wenn sie nur überhaupt groß genug waren und sich vom Hintergrund genügend abhoben. Bis zu dem hier gesuchten „Umfange" fällt nur eben diese Variations- und Fehlerkurve in Abhängigkeit von der jeweils abzuschätzenden Zahl wenigstens im wesentlichen mit der Abszissenachse zusammen. Wenn man sich also nicht auf ein bestimmtes Minimalmaß einer mittleren Variation und eines konstanten Fehlers einigt, das man für die Reproduktion noch zulassen will, wird man auch für die Angabe der hier gesuchten Konstanten keine völlig eindeutigen Voraussetzungen haben[2]).

Manche methodische Einschränkung, die man bisweilen der tachistoskopischen Analyse im allgemeinen auferlegen wollte, z. B. daß sie sich nur auf Objekte des deutlichsten Sehens beziehen solle, daß man mit genügender Aufmerksamkeitsspannung beobachten müsse, bezogen sich nur auf das Spezialproblem, den maximalen Umfang der Neuauffassung an möglichst fein differenziertem Lesematerial zu sättigen. Es gibt aber natürlich mancherlei psychologisch interessante Probleme, zu deren Lösung an sich nicht weniger vollkommene tachistoskopische Experimente mit Verteilung der Aufmerksamkeit auf eine größere Fläche u. dgl. notwendig werden, wie wir schon in den früheren Paragraphen dieses Abschnittes gesehen haben. Die Deutlichkeit des Bildes bei kurzdauernden Expositionen ist übrigens von so vielen Momenten abhängig, daß man überall da, wo an die sinnliche Grund-

---

greß für experimentelle Psychologie in Gießen, 1904, S. 56.) Solche Versuche bilden also auf dieser Komplikationsstufe der Auffassung das Analogon zu der S. 349 beschriebenen Untersuchung Mittenzweys.

1) Vgl. Cattell a. S. 357, A. 1 a. O.

2) Eine Übersicht über diese Abhängigkeit der mittl. Var. D und des Totalfehlers c von der Zahl tachistoskopischer Objekte, auf die schon Jevons (s. S. 356, A. 3) geführt wurde, gibt Cattell a. a. O. Für die Messung der Neuauffassung durch die Zahl richtig wiedergegebener Symbole von bekannter Form (Ziffern), bei der die quantitative Bestimmung unserer Konstanten nach dem oben Gesagten auf größere Schwierigkeiten stößt, geben z. B. Ebert und Meumann (s. S. 361, A. 2) die Fortsetzung jenseits der Grenze dieses sog. „Umfangs" der Neuauffassung in der Zuordnung der nach der „Treffermethode" (vgl. § 61,a) geschätzten Fehlerprozente zu der Gesamtzahl der Elemente.

lage der Auffassung irgendwelche speziellere Anforderungen gestellt werden, zunächst im wissentlichen Verfahren bei ausdrücklicher Konzentration der Aufmerksamkeit auf die kritische Stelle rein empirisch ausprobieren muß, ob die gewünschten Merkmale der Empfindungen, z. B. die Lesbarkeit eines Buchstaben, tatsächlich vorhanden sind, ein Prinzip, das ganz allgemein gilt, also auch für kurzdauernde Darbietungen auf anderen Sinnesgebieten, die deutlichen Kontrasten der Erregungen in bestimmten Hinsichten oft noch viel weniger günstig sind, als es bei der Gesichtswahrnehmung selbst in parazentralen Regionen des Sehfeldes bei genügender Größe der Objekte noch immer möglich ist.

Bei allen derartigen Versuchen ist das Spiegelprinzip besonders vielseitig zu verwerten, das ja auch schon bei den S. 350 und S. 360 genannten Anordnungen vorkam. Es läßt ein virtuelles Bild von Objekten, die nicht in der Gesichtslinie gelegen sind, in diese an Stelle der direkt

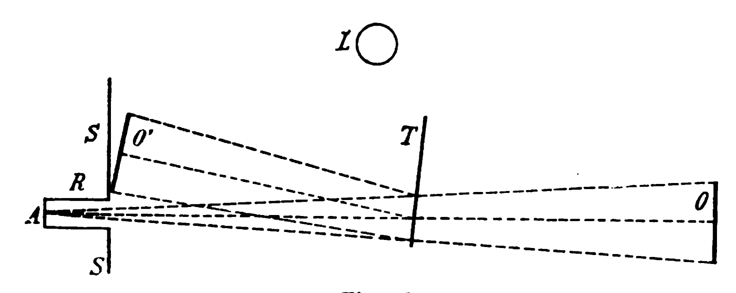


Fig. 33.
Grundriß der Anordnung des Spiegeltachistoskops.

gesehenen Objekte einführen, wenn nur der Spiegel in die Gesichtslinie tritt. Dies kann entweder außerhalb der Hauptexposition geschehen, als einfache Verdeckung vorher und nachher, als eine von dem Hauptkomplex beliebig verschiedene Vorbereitung, als Auslöschung und dergl., oder es kann die Hauptexposition selbst bilden. Bei Vergleichsversuchen kann auch das virtuelle Bild den einen, das direkt gesehene Objekt den anderen Vergleichsreiz darstellen. Selbst bei seiner einfachsten Verwendung zur einmaligen Exposition eines nachträglich wiederzugebenden Komplexes, also bei der hier behandelten Aufgabe, bringt das „Spiegeltachistoskop“ den auch am Projektionstachistoskop anerkannten Vorteil mit sich, daß die V.-P. auch bei binokularer Beobachtung auf die Hauptexposition scharf und ohne Doppelbildzerlegung akkommodieren kann.

Blickt z. B. bei einer Anordnung wie in Fig. 33 das Auge von A aus durch ein innen geschwärztes Rohr oder Binocle und den Schirm S in der Richtung nach O, so sieht es bei richtiger Stellung des Spiegels T ein seitlich an dem Schirme gelegenes Flächenstück O′ genau in der Fläche O hinter dem Spiegel. Ist nun an einer zunächst nicht in der Gesichtslinie gelegenen Stelle des Spiegels dessen Belag abgelöst, so wird eine rasche Verschiebung des Spiegels in der nämlichen Ebene, bei der diese der Öffnung O des Falltachistoskop-Schlittens Fig. 31 entsprechende belegfreie Stelle die Gesichtslinie passiert, ein bei O stehendes Objekt genau in der Akkommodationsebene kurzdauernd exponieren. Bei den erwähnten einfachen tachistoskopischen Versuchen wäre O′ natürlich nur gleichförmig weiß oder grau. Statt dessen könnte hier aber auch ein

(spiegelbildlicher) Kontredruck des Expositionsobjektes angebracht sein, der bei feiner Einstellung und passender Stellung der Lichtquelle L während der Vorbeibewegung des Spiegelspaltes überhaupt keine merkliche Veränderung wahrnehmen läßt. Bei systematischer Abstufung eines Unterschiedes in O, wie bei Versuchen zur Ableitung von Unterschiedsschwellen, wären also hiermit z. B. auch Veränderungsschwellen für Komplexe ableitbar. — Zur raschen Verschiebung des hierbei zunächst ruhenden Spiegels empfiehlt sich eine Pendel- oder Fallbewegung. Bei jener muß der Ausschnitt des Belages zu einer möglichst gleichmäßigen Exposition sektorenförmig, bei dieser wie beim Falltachistoskop einfach rechteckig sein. Auch die Rotations-Spiegeltachistoskope meiner Konstruktion sind nunmehr, da sich während der Rotation des Spiegels doch keine absolute Ruhe des Bildes erreichen läßt, ähnlich wie das S. 354 erwähnte Spaltpendel, für eine einmalige kurzdauernde Schwingung eingerichtet, die wenigstens die Hauptzeit der Vorbereitung auf ein dauernd im Spiegel gesehenes Normalobjekt völlig ruhig verlaufen läßt. Bei der einfachsten Verwendung des virtuellen Bildes als eintöniger Ausfüllung vor einer einzigen Hauptexposition kommen dagegen die kleinen, auch bei sorgfältiger Einstellung der Spiegelebene noch übrig bleibenden Bildverschiebungen während der dauernden, durch einen Motor bewirkten Rotation nicht in Betracht. Der hierbei erforderliche Verschluß der belegfreien Stelle bis zum Expositionsumgang geschieht durch eine Blende, die durch eine ähnliche Vorrichtung, wie sie von Marbe zur Veränderung der Sektoren am Farbenkreisel während der Rotation verwendet wurde. u. z. elektromagnetisch für einen einzigen Umgang auf die Seite geschoben wird, wenn die V.-P. einen Reaktionstaster niederdrückt[1]).

b) Analoge Umfangsbestimmungen auf anderen Sinnesgebieten.

Die Auffassung mehrerer gleichzeitiger Tasteindrücke von kurzer Dauer wurde von Krohn mit seiner schon S. 332 genannten Vorrichtung geprüft. Auch die phonische Analyse eines kurzdauernden Zusammenklanges würde leicht mittelst der Telephonanordnung zu untersuchen sein, die oben bei der Auffassung einzelner Tonhöhenänderungen erwähnt wurde, falls die Technik der Erzeugung möglichst reiner Sinusschwingungen in einem elektrischen Stromkreis noch mehr vereinfacht werden könnte. Vorläufig hat man aber zu diesem Zwecke die direkte Röhren-Luftleitung von Tönen der gewöhnlichen Klangquellen für akustische Versuche, also von Stimmgabeln, Flaschen, Zungenpfeifen, zeitlich möglichst präzis zu begrenzen gesucht. So hat schon R. Schulze in das Schalleitungsrohr, durch das der zu analysierende Zusammenklang von Stimmgabeln in das entfernte Zimmer der V.-P. geleitet wurde, einen von einer Pendelvorrichtung betriebenen Hahn gelegt[2]). Auch Stumpf bediente sich dann „nach mancherlei Versuchen auf sehr verschiedenen Wegen" dieses Hilfsmittels bei einer Nachprüfung der Resultate Schulzes mit Tönen einer Flaschenorgel[3]). Dabei suchte er die phonischen und zeitlichen Verhältnisse dadurch möglichst einfach zu gestalten, daß er ein nicht zu enges, 2 cm weites Rohr von dem Orgelraum geradlinig durch ein mittleres Zimmer in den Raum der V.-P. hindurchführen ließ. Im mittleren Zimmer war der Hahn angebracht, in dessen Kolben sich eine Stange befand,

1) Wundt, Phil. Stud. Bd. XX (Festschrift), 1902, S. 659 ff (die S. 350, A. 2 a. Abh.). Das Spiegeltachistoskop, ebenda, Bd. XVIII, 1903, S. 687 ff. Die obengenannte Vorrichtung zur Spaltöffnung eines Rotationstachistoskopes benützte ich auch schon ohne Spiegel bei meinem großen Rotationstachistoskop in der zuerst genannten Abhandlung.

2) R. Schulze. Über Klanganalyse. Wundt, Phil. Stud. Bd. 14, 1898. S. 471 ff.

3) C. Stumpf. Über das Erkennen von Intervallen und Akkorden bei sehr kurzer Dauer, Zeitschr. f. Psychol. und Physiol. der S. Bd. 27, 1902, S. 148 ff.

die ihn durch ein über eine Rolle laufendes Gewicht geräuschlos so rasch drehte, daß Expositionszeiten von 0,075 bis 0,225 Sek. erzielt wurden. Versieht man diese Stange als ein Pendel P mit Laufgewichten und einem Eisenanker Z wie in nebenstehender Figur 34, so kann man dieses Pendel an dem Elektromagneten M aufhängen und nach seiner Auslösung (eventuell seitens der V.-P. durch den Reaktionstaster T) frei ausschwingen[1]) lassen, wenn nur die Öffnung, die von der Stellung der Bohrung B des Hahnkolbens zu der Röhre B′ abhängt, infolge der Abnahme der Amplitude nicht mehr erreicht wird. Einer solchen vielleicht als „Tachistophon" zu bezeichnenden Vorrichtung bediente sich Kafka[2]) mit Vorteil bei Versuchen über den Anstieg der Tonerregung.

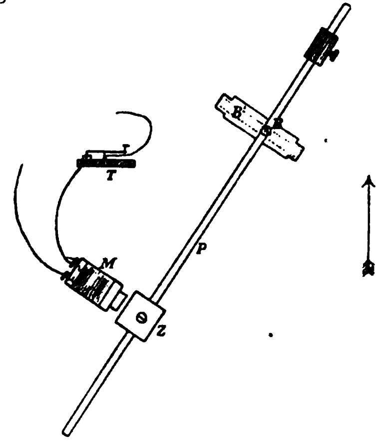


Fig. 34.
Hahnvorrichtung zur kurzdauernden Öffnung einer Schalleitung (Tachistophon).

54. Die Sättigung des Umfanges der Neuauffassung mit sukzessiv wahrgenommenen Reizen.

Schon S. 361 wurde erwähnt, daß dem sog. Umfang der Auffassung eines neuen Komplexes aus geläufigen Elementen eine ganz allgemeine Bedeutung zukommt, da die so bezeichnete Konstante auch bei sukzessiver Darbietung der aufzufassenden Objekte wieder aufgefunden wird. Sie gilt also z. B. auch für den Fall des Behaltens einer einmal gehörten Reihe sinnloser Silben, Ziffern und dergl. Deshalb gehören z. B. auch die Versuche bei rein akustischer Darbietung sinnvoller Lautfolgen hierher, die man mittelst phonographischer Methoden von den Zufälligkeiten des Vorsprechens befreit hat[3]). Die einfachsten geläufigen „Elemente" einer sukzessiven

1) Das Wiederauffangen auf der anderen Seite ist niemals völlig geräuschlos.

2) Kafka, Über das Ansteigen der Tonerregung. Wundt, Psychol. Studien Bd. II, 3. u. 4. H., 1906, S. 256 (S. 285).

3) Hierbei kann man dann die Lautkomplexe auch leicht durch abstufbare Eliminationen variieren, um die Präzision der Auffassung, insbesondere auch bezüglich charakteristischer Fehler, ähnlich wie bei der tachistoskopischen Methode zu prüfen. Vgl. W. Ch. Bagley, The apperception of the spoken sentence; a study in the psychology of Language. Am. Journ. of Psych. XII, 1899/1900, S. 80.

Gliederung sind aber offenbar einzelne gleichförmige Eindrücke von kurzer Dauer, z. B. Schlaggeräusche eines Schallhammers. Nach dem Anhören einer Reihe solcher Schläge kann man, falls das Ganze nicht länger als ein paar Sekunden dauerte, unmittelbar, d. h. ohne diskursives Abzählen während der Aufnahme, einfach aus der resultierenden Gesamtvorstellung heraus, bis zu jenem sog. Umfang der Neuauffassung die Zahl der Einzeleindrücke angeben, selbst wenn die Intervalle zwischen ihnen verschieden waren. Es ist also ein ganz ähnlicher Prozeß wie bei Cattells Versuchen mit der simultanen tachistoskopischen Wahrnehmung einer Reihe von Strichen, wie auch von Cattell selbst angenommen wurde. Trennt man nun bei dem zuletzt genannten Versuch deutlich mehrere Gruppen von Linien ab, innerhalb deren die Striche z. B. enger nebeneinander stehen, so kann man natürlich auch die Zahl der Gruppen bis zu jenem Umfang richtig und sicher angeben, und wenn gleichzeitig die Ebenmäßigkeit der Gruppen erkannt wurde und die Strichzahl innerhalb der Gruppen bekannt ist, indirekt natürlich auch die Zahl der letzten Elemente des Ganzen, d. h. der einzelnen Striche selbst. Etwas Ähnliches wird bei sukzessiver Auffassung möglich, wenn eine Rhythmisierung eintritt, sei es daß z. B. lauter objektiv genau äquidistante und gleichförmige Eindrücke, z. B. die Hammerschläge eines Taktierapparates (s. unten § 65, b, 2), nur für die subjektive Auffassung in Gruppen zerfallen oder daß ein regelmäßiger objektiver Wechsel der Betonung und der einzelnen Intervalle stattfindet. Doch stört dann natürlich die Ausdehnung der ganzen Reihe leicht die korrekte Auffassung und läßt bei jener unmittelbaren Beurteilung ohne Abzählen leichter Täuschungen über die Gesamtzahl aufkommen.

Ähnlich, wie man aber die in § 53, a behandelte unmittelbare Wiedergabe einer optischen Gesamtauffassung von neuen Figurenkomplexen auch durch mehr oder weniger genaues Nachzeichnen vollziehen kann, läßt sich auch hier die Wiedergabe durch freies Nachtaktieren der V.-P. erledigen, bei der die V.-P. auch das Tempo, falls es nur auf die Anzahl der Glieder ankommt, freier variieren kann. Ausführlichere Versuche, die wieder, wie S. 362 erwähnt, nach der Methode der mittleren Fehler anzustellen wären, liegen jedoch über den hierbei erreichbaren Maximalumfang einer im Mittel hinreichend richtigen und sicheren Wiedergabe nicht vor. Die Methode der freien Wiedergabe durch Nachzeichnen u. ä. steht übrigens bereits wieder einer Form des eigentlichen Vergleichsverfahrens näher, bei der der V.-P. fortgesetzt eine Liste der sämtliche n Elemente fertig vorliegt, aus denen die einmal dargebotenen Komplexe in jeweils neuen Gruppen zu je m Gliedern kombiniert werden, wobei n wesentlich größer als m. Beim tachistoskopischen Lesen ist eine solche Unterstützung der Wiedergabe nur deshalb belanglos, weil die Form der Buchstaben und Ziffern an sich bereits hinreichend geläufig ist. Trotz der fortgesetzten Darbietung jener Liste der Komplexelemente bei noch nicht völlig freier Beherrschung des Figurenmaterials vermag man aber jenen Umfang der Neuauffassung so wenig zu überschreiten wie bei nicht unterstützter Wiedergabe geläufiger Buchstaben, Ziffern oder rhythmischer Einheiten. (Vgl. unten § 60, a die Methode von Diehl u. a.)

Jedenfalls erscheint aber die Möglichkeit, die Gesamtvorstellung einer bestimmten Reihe sich bei ihrem Abschluß noch einmal unmittelbar vergegenwärtigen zu können, bevor man sie frei zu entwickeln versucht, immerhin noch als eine günstigere Bedingung einer richtigen und sicheren Wiedergabe des wirklich Gehörten, als wenn man sogleich nach der durch ein Klingelsignal beendigten Reihe im nämlichen Takt zur Beachtung einer neuen Reihe weitergehen muß, die man unter Hingabe an den einmal angeregten Rhythmus mit der vorhergehenden vergleichen soll [1]). Auch bei der unmittelbaren Vergleichung zweier neuer tachistoskopischer Komplexe, von denen jeder nur einmal dargeboten wurde, zeigte sich der Umfang derjenigen Einzelelemente aus beiden Komplexen, über die nachträglich noch eine sichere und richtige Auskunft erteilt werden konnte, eher noch unter den Umfang der Neuauffassung bei einmaliger Darbietung heruntergedrückt. Da nun bei der sukzessiven Vergleichung von Taktreihen wenigstens ein wichtiges Moment dieser Bedingungen wiederkehrt, so bin ich dazu geneigt, die tatsächlichen Treffer bei irgendwie längeren Reihen auf die Wiedererkennung einer relativ geringeren Zahl reicherer rhythmischer Einheiten zurückzuführen, als auf die Zunahme des Umfanges der Neuauffassung. Natürlich darf sich mit dem subjektiven Rhythmus keine geläufige Melodisierung irgendwelcher Art verbinden, da ja sonst, wie schon Mach gelegentlich hervorhob, beliebig lange Reihen korrekt verglichen werden könnten, und eine psycho-energetische Konstante als Grenze der Vergleichsleistung so wenig zur Geltung kommen würde wie beim diskursiven Abzählen. Auch wenn Gefühle der Spannung und Lösung an der auf eine Umfangskonstante beschränkten Unterscheidung zweier Reihen, die nur um ein Taktelement differieren, entscheidend mitwirkten, müßten sie in der eigentümlichen Einheitlichkeit und Stetigkeit verlaufen, wie sie eben die bewußte Gesamtvorstellung der Reihe in irgendeiner mehr oder weniger anschaulichen Form, jedenfalls aber eine bewußte Vergegenwärtigung des Anfanges der Reihe voraussetzt. Eine Deutung des Vergleichsurteils nach Abschluß der zweiten Reihe setzt daher jedenfalls zunächst immer sorgfältige Selbstbeobachtungen über die subjektiven Einheitsbildungen innerhalb der rhythmischen Gesamtvorstellung, über indirekte, dem Abzählen nahekommende Hilfen u. dergl. voraus, so daß die Versuche mit deutlicher objektiver Rhythmisierung die Mitwirkung der Untergliederung beim Vergleichsurteil am deutlichsten hervortreten lassen

1) Solche Versuche wurden zuerst von Wundt und Dietze mit einem Metronom ausgeführt, wobei zum ersten Male die Vergleichsmethode zur Feststellung eines sicheren Minimums an Bewußtseinsinhalten verwendet wurde. (Dietze, Untersuchung über den Umfang des Bewußtseins bei regelmäßig aufeinanderfolgenden Schalleindrücken, Wundt, Phil. Stud. II, 188, S. 362ff.) Mit dem unten § 65, b, 2 genannten Kontaktapparat wurden dann ähnliche Versuche von J. Quandt angestellt (Bewußtseinsumfang für regelmäßig gegliederte Gesamtvorstellungen, Wundt, Psychol. Stud. I, 2. 1905, S. 137). Auf eine sehr rasche Folge von Schallreizen war die Vergleichsmethode inzwischen auch von Bolton angewendet worden (Am. Journ. of Psych. 5, S. 294), wobei jedoch ganz besonders die Notwendigkeit hervortritt, die Zahl- von der bloßen Zeit-Vergleichung durch Variation des Tempos in Normal- und Vergleichsreihe zu sondern. Über die Theorie dieser Versuche vgl. ferner Schumann, Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. der S. I, 1890 S. 75 und II, 1891, S. 115. Wundt, Physiol. Psychol. III6, 1911, S. 330ff u. 341 und Wirth, a. S. 350, A. 2 a. O. S. 539ff, sowie Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene 1908, S. 282ff.

werden. Außerdem hat man aber doch auch ein gewisses objektives Kriterium einer subjektiven Rhythmisierung an der Hand, insofern die Schwellen und Fehler im allgemeinen und insbesondere bei Reihen von einer größeren Länge, als sie eine sichere und richtige Auffassung ermöglicht, von der Art der Zusammensetzung abhängig sein werden.

Daß aber nun bei der Berücksichtigung aller dieser Gesichtspunkte, die eine etwaige Analogie zwischen dem Umfang für die korrekte Auffassung rhythmisierter Reihen und dem „Umfange der Neuauffassung“ erst genügend hervortreten lassen, eine solche nicht mehr geleugnet werden kann, gehört schon zu den Ergebnissen der Methode, auf die wir hier nicht einzugehen haben. Jedenfalls besteht eine prinzipielle Übereinstimmung auch noch in der Hinsicht, daß bei einer Überschreitung des Umfanges von Reihenelementen, bei dem wir noch bis auf ein einziges Element (also entweder Einzelreiz oder Taktgruppe) gutstehen können, ebensowenig, wie bei der Angabe der Zahl tachistoskopischer Elemente die Möglichkeit einer unmittelbaren Beurteilung aufhört. Es werden vielmehr auch dann noch bei hinreichenden Differenzen der Gliederzahl (u. z. relativ unabhängig von der absoluten Zeitdauer) sichere und richtige Unterschiedsurteile möglich, falls nur überhaupt eine Gesamtvorstellung der Reihe im ganzen zu bilden versucht worden ist. Unterschiedsschwelle und konstanter Fehler sind dann auch hier die Symptome der speziellen Art, wie die einzelnen Elemente und Gruppen zusammengefaßt worden sind.

55. Die Verarbeitung der Komplexe nach Einzelheiten und inneren Beziehungen bei wiederholten oder länger dauernden Expositionen.

Sollte die einmalige kurzdauernde Darbietung eines Komplexes zunächst möglichst elementare Akte der Neuauffassung heraussondern lassen, so kann weiterhin durch wiederholte Expositionen dieser Art die diskursive Verarbeitung des Ganzen zu einer in allen Teilen klaren und sicheren Gesamtvorstellung verfolgt werden. Da bei der Wiederholung des nämlichen Komplexes allmählich ganze Partialgruppen (z. B. Wortbilder, so geläufig werden, wie es bei der ersten Exposition nur gewisse Elemente desselben (Buchstaben, Ziffern, Striche) waren, so kann schließlich unter Umständen der ganze Komplex noch in den Umfang der sog. Neuauffassung für die inzwischen entstandenen Formqualitäten der Partialgruppen hineinfallen, ein Prozeß, den teilweise schon Cattell (a. S. 357, A. 1 a. O.) verfolgte. Auch bei der S. 349 beschriebenen Untersuchung des Einflusses der Aufmerksamkeitsverteilung auf die Unterschiedsschwelle für einzelne Merkmale (Größe, Lage, Helligkeit) wurde die konstante Ausgangslage der optimalen Beherrschung des „Normalkomplexes“ bei einer bestimmten Aufmerksamkeitseinstellung jeweils durch eine beliebige Anzahl (rhythmischer) tachistoskopischer Expositionen erreicht. Dabei erwies sich aber das Bewußtsein der V.-P., daß es sich wirklich um lauter unveränderte Expositionen des nämlichen objektiven Komplexes handle, als eine wichtige subjektive Voraussetzung für die schnelle Herausbildung einer solchen klaren Gesamtvorstellung. Offenbar können dadurch die rein subjektiven Verschiedenheiten, wie kleine Verschiebungen der absoluten Orientierung (bei tachisto-

skopischen Expositionen z. B. durch Störungen der Fixationslage des Auges) oder Unterschiede des Erregungsverlaufes (Ermüdung, Nachbilder), besser ausgeschieden werden, und die mit der Lebhaftigkeit und Frische direkter Sinneswahrnehmungen angeregten Assoziationen, die bei dem Gedanken an die Möglichkeit objektiver Veränderungen in regellosester Weise von jenen primären Schwankungen der Sinneswahrnehmung beeinflußt werden würden, vollziehen sich umgekehrt gerade im Sinne einer von einer Exposition zur anderen immer kräftigeren Heraushebung des Konstanten.

Dieses Suchen nach unveränderlichen Elementen, das einen wesentlichen Bestandteil der diskursiven Verarbeitung der Wahrnehmungen im Leben überhaupt ausmacht, läßt sich dann aber auch als selbständiger Untersuchungsgegenstand herauslösen, indem man umgekehrt gerade die objektive Änderung von einem Komplex zum anderen überwiegen läßt und die V.-P. anweist, die allen gemeinsamen Elemente herauszufinden. Solche Versuche hat A. A. Grünbaum[1]) durchgeführt, allerdings bei der Hauptmasse ohne tachistoskopische Exposition. Auch hatten die verglichenen Komplexe jederzeit eine verschiedene Lage, da sie simultan dargeboten wurden. Er entwarf auf einen weißen Schirm mittelst eines Projektionsapparates Komplexpaare aus möglichst ungeläufigen Figuren[2]) in der Anordnung von Fig. 35, die mit Tusche auf Pauspapier gezeichnet waren, und ließ sie 3 Sekunden lang beobachten, so daß also während der direkten Sinneswahrnehmung diskursive Vergleichungen kreuz und quer stattfinden konnten. Der schräge Teilungsstrich sollte wenigstens die Hauptrichtung des Vergleiches sichern, da sonst bisweilen nicht einmal so viel behalten war, ob die gleiche Figur im nämlichen oder im anderen Komplex lag[3]). Es wurden Vergleichskomplexe von 2 bis 6 Gliedern verwendet, die aber stets (wissentlich) nur eine Figur gemeinsam hatten, deren Lage innerhalb des

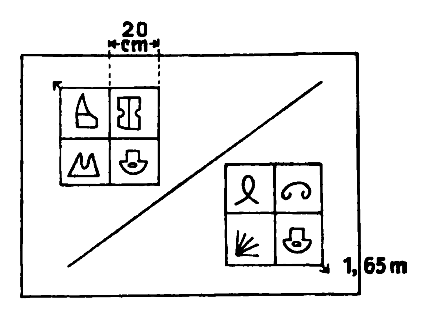


Fig. 35.
Anordnung der beiden Vergleichskomplexe in A. A. Grünbaums Versuchen über die Abstraktion der Gleichheit.

1) A. A. Grünbaum, Über die Abstraktion der Gleichheit, Archiv f. d. ges. Psychologie, XII, 1908, S. 340.

2) Diese schon früher von Moore in ähnlichen Versuchen am Leipziger Institut benützten Figuren sind, auf gummiertes Papier lithographiert, von Haack, Leipzig, Sophienstraße 9, zu beziehen. Sie wurden von Grünbaum durch besondere Versuche mit einfacher Exposition der einen Hälfte des Doppelkomplexes (s. Fig. 35) dann auch noch daraufhin geprüft, ob sie ungefähr gleich auffällig sind (a. a. O. S. 470).

3) Schon Ranschburg hatte festgestellt, daß kurzdauernd dargebotene Zahlen, die neben mehreren verschiedenen auch gleiche Ziffern enthalten, fast regelmäßig falsch aufgefaßt werden, wenn eine gleich große Zahl ohne homogene Elemente noch richtig aufgefaßt wird. Über Hemmungen gleichzeitiger Reizwirkungen, Zeitschrift für Psychol. u. Phys. d. S. 30, 1902, S. 39.

Komplexes möglichst gleichmäßig variiert wurde[1]). Die V.-P. hatte nach der Exposition zunächst zwei gleiche Figuren herauszufinden, dann an zweiter Stelle ungefähr nachzuzeichnen, was sie überhaupt noch in Erinnerung hatte, und schließlich, in einem Übergang von der Methode der freien Wiedergabe zur Vergleichsmethode (s. S. 366), im Hinblick auf den wieder vorgezeigten Komplex anzugeben, was ihr sonst noch bekannt war. Nur gelegentlich wurden auch tachistoskopische Expositionen mittelst eines photographischen Momentverschlusses (33 σ) ausgeführt, bei denen aber zwei gleiche oder ähnliche Figuren aus der nämlichen Liste ebenfalls in einer einzigen Exposition simultan gegeben waren (a. a. O. S. 445).

Diese Versuche dienten nun vor allem auch dem Nachweise, daß sich die Wiedergabe einer Relation der Gleichheit oder Ähnlichkeit relativ unabhängig von derjenigen ihrer einzelnen Fundamente, d. h. der Figuren selbst, vollziehen kann. Schon S. 234 hatten wir auf diese begriffliche Selbständigkeit einer bloßen Wiedergabe der Relation hingewiesen, um derentwillen die Vergleichsmethode als das elementarste Hilfsmittel zur Analyse der Auffassung überhaupt zu betrachten ist. S. 254 war uns dann auch bereits die Variabilität der Relationsapperzeption begegnet, die durch bestimmte Aufgaben und Absichten, z. B. vorwiegend Gleiches aus Verschiedenem oder Verschiedenes aus Gleichem herauszuerkennen, in systematischer Weise vorbereitet werden kann. Bei Grünbaums Versuchen war nun vor allem die Apperzeption der Gleichheit durch die Instruktion bevorzugt; diese wird übrigens auch noch weiterhin durch die Steigerung des Bewußtseinsgrades der zweimal sichtbaren Figur (vgl. a. a. O. S. 430) unterstützt, die an sich auch da vorliegt, wo weder diese Figur selbst noch auch die Relation der Gleichheit wiedergegeben werden kann, und die ja auch bereits in Cattells Versuchen mit wiederholter Exposition des ganzen Komplexes zutage trat. Schon früher hatte ich jedoch das Problem der Auffassung von Relationen überhaupt, sowohl der Gleichheit als auch der Ähnlichkeit und Verschiedenheit, von einem allgemeineren Gesichtspunkt aus experimentell in Angriff genommen, wobei aber durch tachistoskopische Darbietung der einzelnen Vergleichskomplexe und vor allem durch ihre Sukzession in einem bequemen Zeitintervall von ca. 1 Sek., bei denen die Lagen der einzelnen Glieder sich genau entsprachen, für einfachere Entwicklungsbedingungen der Relationsauffassung gesorgt war. Denn bei dieser korrespondierenden Lage bezieht sich die Aufgabe der Wiedergabe auf die besonders naheliegenden, von Natur auffälligen Relationen, die zwischen den zeitlich nahe benachbarten Ausfüllungen der nämlichen Stelle des Bewußtseins bestehen (s. S. 290 u. 319), während spezielle Relationen innerhalb simultaner Elemente stets erst eine besondere Einheitsbildung erfordern, die durch die Art der Ausfüllung oder sonstige Vorbereitungen angeregt werden muß. Auch hat ja in den Grünbaumschen Simultanexpositionen (Fig. 35) der Trennungsstrich schließlich auch vor allem die Bedeutung gehabt, die inner-

[1]) Es scheint aber, da nichts Besonderes über die Variation dieser Lage innerhalb eines Doppelkomplexes gesagt ist, daß die gleichen Elemente hier stets analoge Stellen innehatten wie auch in der einzigen beigegebenen Figur (s. Fig. 35). S. 347 heißt es nur: „in jeder Gruppe war ein Element vorhanden, dem ein gleiches in der anderen Grnppe entsprach.“

halb der Teilkomplexe relativ gleich gelegenen Elemente bei der diskursiven Verarbeitung zueinander in eine nähere Beziehung treten zu lassen. Außerdem wäre aber Grünbaum bei tachistoskopischer Darbietung wohl kaum gleich von vornherein zur Verwendung ungeläufiger Komplexelemente genötigt gewesen. Denn nur deshalb, weil die V.-P. bei so langer Sichtbarkeit einfachere Komplexe nachträglich im einzelnen rekonstruieren könnte und dann außer den erstmals erfaßten Relationen natürlich auch erst nachträglich abgeleitete wiederzugeben vermöchte, mußte Grünbaum zu so komplizierten Figuren greifen, die selbst bei diskursiver Verarbeitung einer direkten Sinneswahrnehmung von 3 Sekunden noch nicht völlig behalten werden können. Meinerseits konnte ich dagegen viel einfachere (kreuzförmig angeordnete) Figuren aus dem in Fig. 36 angegebenen Streifen [1]) verwenden. Denn bei einer zweimaligen tachistoskopischen Exposition von Komplexen, bei deren Wahrnehmung man nicht einzelne Elemente als solche, sondern in einem einheitlichen Vergleichungsakt nur die beiderseitigen

Fig. 36.
Elemente für Normal- und Vergleichskomplexe bei der tachistoskopischen Untersuchung der Relationsauffassung.

Relationen zu erfassen sucht, erreicht die Wiedergabe der Einzelelemente, wenn diese bis auf ein einziges differieren, einen relativ nicht größeren Umfang wie bei den Grünbaumschen Versuchen, nämlich aus beiden Komplexen nicht einmal den Umfang der Neuauffassung, wie schon bei der Erwähnung dieser Versuche S. 367 in anderem Zusammenhange hervorgehoben wurde. Bezüglich der Wiedergabe der Relationen und der charakteristischen Fehler hierbei (relative Unabhängigkeit des Relationsgedächtnisses von dem Behalten der Einzelheiten, Verwandlung von Gleichheit in Ähnlichkeit u. dergl.) hatten sich aber auch schon bei meinen wenigen, mehr vorläufigen Versuchen dieser Art, bei denen auch die Zahl und relative Lage der gleichen und verschiedenen Elemente wechselte, ganz analoge Erscheinungen gezeigt wie bei Grünbaums speziell auf die Gleichheitsabstraktion ausgehender Untersuchung, so daß es wohl der Mühe wert wäre, ein gleich ausgedehntes Versuchsmaterial unter meinen, psychologisch einfacheren, wenn auch technisch komplizierteren Bedingungen abzuleiten. Ja unter Umständen würden sich sogar noch viel einfachere, aber womöglich exakt abstufbare Komplexelemente empfehlen.

In dem Zusammenhang, in dem meine soeben erwähnten Versuche vorkamen, handelte es sich allerdings vor allem um die Entstehungsbedingungen der Auffassung einer Verschiedenheit der Komplexe und um den Nachweis, daß die Unterschiedsschwelle für die Auffassung einer Verschiedenheit unter sonst gleichen Umständen einen Rückschluß auf den Bewußtseinsgrad der variierten Stelle des Komplexes gestattet, u. z. in viel weiterem „Umfange“

1) Über die technischen Einzelheiten vgl. „Zur Theorie des Bewußtseinsumfanges und seiner Messung“ (a. S. 350, A. 2 a. O.) S. 655ff. Die lithographierten Streifen lieferte die S. 369 genannte Firma.

als die unmittelbare Wiedergabe einzelner Elemente als solcher[1]). In der Tat sind auch die Bedingungen für das Bewußtsein eines Unterschiedes an einer einzelnen Stelle des Komplexes bei sonstiger Gleichheit des Vergleichskomplexes[2]) durch eine Variation dieses Unterschiedes viel eindeutiger abzustufen als die Bedingungen für das Bewußtsein der Gleichheit eines Elementes bei sonstiger Verschiedenheit[3]), wenn auch natürlich vom Standpunkt der Analyse der Neuauffassung von Relationen überhaupt, unabhängig von dieser speziellen Nebenabsicht der indirekten Verwertung einer bestimmten Art der Relationserkenntnis zu anderen Messungen, die letzteren sowie alle möglichen Übergänge zwischen ihnen gleich interessant sein können.

56. Die Untersuchung der Auffassungsbedingungen bei fortlaufender psychischer Arbeit.

Sobald sich die Hauptleistung zur Auffassung einer geschlossenen Reihe kurzdauernder Expositionen erweitert, treten aber nun auch die spezifischen Begleiterscheinungen der Dauerarbeit hinzu. Dies bedeutet also zunächst einmal eine ähnliche Erschwerung wie bei der S. 343 nach der Schwellenmethode untersuchten Verteilung der Aufmerksamkeit über eine größere Zeitstrecke, in der man in jedem Momente eine Momentanänderung zu erwarten hat (eine Aufgabe, die natürlich auch in der nämlichen Schwierigkeit auf die Methode der unmittelbaren Wiedergabe zu übertragen wäre, indem man einen einzigen Komplex in einem im voraus nicht genauer bestimmten Augenblicke exponiert). Nur ist eben jetzt bei jedem Einzelversuche in allen Zeitabschnitten eine besondere Neuauffasung als Partialleistung der Dauerarbeit zu vollziehen. Dies wirkt aber freilich nicht nur ermüdend, sondern zunächst vor allem auch übend, kurz, es kommen sämtliche Faktoren in Betracht, deren Einflüsse Kräpelin als sog. „Komponenten der Arbeitskurve" für jeden Punkt der Arbeitszeit aus dem jeweiligen Totaleffekt zu berechnen sucht[4]). Für die Rekonstruktion des Verlaufes dieser Komponenten, d. h. der Zu- oder Abnahme der Leistung, die bei der ausschließlichen Wirkung eines jeden dieser hypothetischen Faktoren in den einzelnen Zeitpunkten eintreten würde, muß hier jedoch auf Kräpelins eigene Darstellung verwiesen werden[5]), da zur Gewinnung der methodischen Gesichtspunkte, um die einzige gegebene Größe jedes Augenblickes, eben die Arbeitsleistung, in mehrere Komponenten zu zerlegen, natürlich bereits die Ergebnisse selbst in weitem Umfange berücksichtigt werden müssen. Wir beschränken uns also weiterhin auf Hilfsmittel zur rein empirischen

1) Dies bezieht sich also zugleich auf die oben S. 320 ff. dargelegten Messungen von Unterschieds- bzw. Veränderungsschwellen (für je eine Veränderung innerhalb des ganzen Komplexes), deren Methode aber dort ganz unabhängig von dieser Deutung der Ergebnisse dargestellt wurde.

2) Bei der Ableitung der Unterschiedsschwelle treten natürlich auch die u-Fälle als Grenzfälle dieser Abstufung hinzu.

3) Vgl. Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene S. 89 ff.

4) Kräpelin, Die Arbeitskurve. Wundt, Phil. Stud. XIX (Festschrift) 1902. S. 459 ff.

5) Vgl. auch Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene, S. 228 ff.



Aufnahme der Arbeitskurven selbst und weisen nur noch darauf hin, daß die Variationen der Einzelversuche, die zur Anwendung der Kräpelinschen Analyse auf das Rohmaterial erforderlich werden, vor allem eine systematische Abstufung der Pausen nach jedem Zeitabschnitte in größerem Umfange voraussetzen, da speziell aus ihrem Effekt auf den Stand der einzelnen Einflüsse zu ihrem Beginne zurückgeschlossen wird.

Die Methoden zur fortlaufenden Registrierung von Arbeitseffekten nahmen ihren Ausgang vor allem von den Messungen der besonders auffälligen Ermüdung[1]), die in pädagogischem und psychopathologischem Interesse unternommen wurden, um einerseits eine Norm des Abfallens der Leistung unter bestimmten Voraussetzungen, wie Alter, Geschlecht, Charakter, Vorbildung usw., zu gewinnen und andererseits eine individuelle Abweichung hiervon diagnostisch verwerten zu können. Nachdem man hier aber zunächst einfach direkt die Zunahme der Fehler der Arbeiten, um deren Verlaufsbedingungen es sich handelte, beobachtet hatte (Burgerstein[2])), suchte man nach Leistungen, an denen man die jeweilige psychophysische Ermüdung schlechthin erkennen könne, und kam dabei z. B. auf Messungen der Raumschwelle des Tastsinnes (Griesbach[3])) oder der Muskelleistung am Ergographen (Kemsies[4])), während von anderer Seite mit Recht energisch dagegen protestiert wurde, die hier gefundenen Leistungen zu einem Maß der psychophysischen Leistungsfähigkeit überhaupt, also insbesondere auch für höhere intellektuelle Funktionen, zu verallgemeinern[5]). Für die letzteren sah Kräpelin vor allem in dem fortlaufenden Addieren, das er in Partialarbeiten z. B. zu je 5 Minuten durchführen ließ, ein technisch besonders leicht ableitbares und in allen Zeitpunkten vergleichbares Maß des Arbeitsquantums von allgemeiner Bedeutung. Dieses hält zwischen der unmittelbareren Aktualisierung von Bedeutungsassoziationen bei Leseversuchen u. dergl. einerseits und den viel mittelbarer ausgelösten Ergänzungen von Textstücken, die Ebbinghaus zur vergleichbaren Prüfung der Kombinationsleistung einführte[6]), andererseits eine gewisse Mitte ein. Es steht daher zu den ebenfalls von Ebbinghaus schon zu Ermüdungsmessungen beigezogenen Gedächtnisleistungen der Reproduktion ganzer Reihen (s. § 60f.) in näherer Beziehung, wie denn auch die Exposition von Additionsaufgaben-Serien mit

1) Ders. Über Ermüdungsmessungen. Arch. f. d. ges. Psychologie I, 1903, S. 9 und Meumann, Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik, II. Bd. 1907, 11. und 12. Vorlesung. Literatur ebenda S. 435 ff.

2) L. Burgerstein, Die Arbeitskurve einer Schulstunde. Zeitschr. f. Schulgesundheitspflege 1891.

3) Energetik und Hygiene des Nervensystems in der Schule, 1895.

4) Arbeitshygiene der Schule auf Grund von Ermüdungsmessungen, 1898. Diese Bestimmungen fallen also bereits unter die § 69 ff. behandelten Reaktionsmethoden (im allgemeinen Sinne), die natürlich auch noch andere Symptome des Ermüdungszustandes, z. B. in den unwillkürlichen Prozessen des Blutkreislaufes, der Atmung u. a. an die Hand geben.

5) Meumann, Entstehung und Ziele der experimentellen Pädagogik, die deutsche Schule V, 2.–5., 1901 u. a. a. O. S. 89 ff.

6) Über eine neue Methode zur Prüfung geistiger Fähigkeiten und ihre Anwendung bei Schulkindern (Vorl. Mitteilung im Berichte des III. Intern. Psychologenkongresses in München 1896, S. 134). Ausführlich in der Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S. Bd. 13, 1897, S. 401.

den dort genannten Apparaten zur Prüfung der Gedächtnisleistung (vgl. z. B. Fig. 39, S. 384) am exaktesten zu bewerkstelligen ist.

Wenn aber auch eine Arbeitskurve für eine bestimmte Art von Leistungen niemals beliebig verallgemeinert werden darf, so kann man doch durch die Abstufung bis herab zu elementaren Aufgaben einen möglichst vollständigen Überblick über enger zusammengehörige Hauptformen jener „Komponenten" gewinnen, bei dem dann auch wirklich allgemeine Gesetzmäßigkeiten nur um so deutlicher hervortreten werden. Freilich muß dabei auch der ganze psychische Verlauf bei der Entstehung der einzelnen Partialarbeiten so konkret als möglich analysiert werden, indem man mit hinreichend feinen Messungsmethoden etwaige Veränderungen der hierbei beteiligten Wahrnehmungsinhalte als solcher, die Klarheit und Deutlichkeit ihrer Auffassung, den Verlauf der assoziativen Zutaten usw. in jedem Augenblicke zu kontrollieren sucht. Insbesondere hat dann aber auch wieder die schärfere zeitliche Begrenzung tachistoskopischer Neuauffassungen den Vorteil, daß sie eine feinere Differenzierung der Partialarbeiten ermöglicht als die früheren Rechenversuche, bei deren Verwertung man sich allerdings auch auf bloße Mittelwerte aus größeren, im einzelnen freier gegliederten Partialarbeiten beschränken wollte. Hierzu gehört aber dann auch ein Tachistoskop, das die Expositionen ohne besondere Hantierungen in den Pausen rasch nach einander auszuführen gestattet. Beim Rotationstachistoskop, das wenigstens rhythmische Reihen darbieten läßt, ist allerdings die Expositionsform immer zugleich von dem Reihentempo abhängig. Dagegen bietet das Spaltpendel[1]), insbesondere in der Form eines leicht gebauten Federpendels, die Möglichkeit, mit jeder beliebigen Geschwindigkeit bis herab zur Schwingungszeit des Pendels rhythmische oder arrhythmische Expositionsserien darzubieten. Für einfachere Zwecke ist unter Umständen schon ein vorne beschwerter und mit einer Blende versehener elektromagnetischer Federunterbrecher ausreichend, wie er in der physiologischen Graphik zur Zeitmarkierung mit der Baltzarschen Kontaktuhr verbunden wird. Noch vollständiger ist aber der Apparat unseren Zwecken angepaßt, dessen Konstruktion und Funktion aus Fig. 37 leicht ersichtlich ist[2]). An dem senkrechten Stabe T_1 des von der Grundplatte und den Muffen M_2, M_3 gehaltenen Stabrahmens trägt die Muffe M_1 an dem Stabe h die beiden gabelförmigen Achsenlager G und G′ für die 2,5 cm langen horizontalen Achsen des Gelenk-Parallelogrammes AB B′A′. Bei der Drehung der Hebel AB und A′B′ um die Achsen in A und A′ wird also der an dem vorderen Verbindungsstück C befestigte Schirm S parallel mit sich auf und ab bewegt. Die Federn F_1 und F_2, die einerseits an M_4, D_1, H_1, t_1 und s_1, bezw. den entsprechend bezeichneten unteren Gegenstücken mannigfach verstellbar fixiert sind und andererseits an den Hebeln AB und A′B′ angreifen, würden nun, sich selbst überlassen, das Gelenkparallelogramm in einer bestimmten Gleichgewichtslage, z. B. in der in der Figur ersichtlichen Stellung fest-

1) Wundt bezeichnet so ein großes Pendel mit einer horizontalen oder vertikalen Expositionsrichtung, das er vor allem als optischen Reizapparat bei Reaktionsversuchen verwendete. Vgl. Grundzüge der Physiol. Psychol. III⁶, 1911, S. 388. Fig. 377.

2) Wirth, Ein Tachistoskop für Reizserien, in Wundts Psychol. Studien V. Bd. 3 u. 4, 1909, S. 268.



halten. Zieht man dieses aber so weit empor, bis der an AB befestigte Anker a an dem Pol des am Querstab Q befestigten Elektromagneten E haftet, so wird eine kurzdauernde Unterbrechung des Stromes von E die Hebel und mit ihnen den Schirm S gerade einmal nach unten und wieder bis zu E zurückschwingen lassen, wobei ein Geräusch beim Aufschlagen von a auf E durch den Puffer P bei richtiger Stromstärke völlig zu vermeiden ist[1]).

Freilich geschieht hier die Exposition durch ein einseitiges Auf- und Zuschieben der Verdeckung S vor dem Objekt, das man sich unabhängig

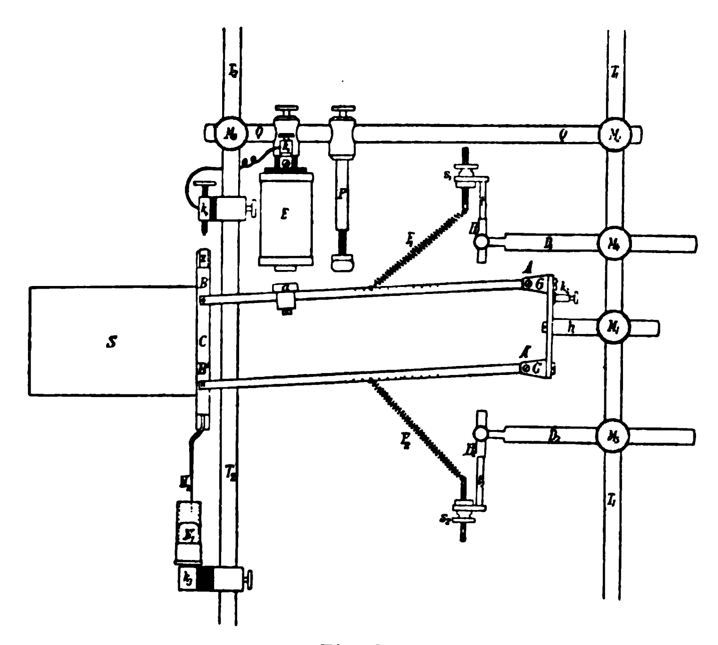


Fig. 37.
Federpendel-Tachistoskop für Reizserien.

hinter S fixiert denken muß. Hierbei werden also die zuletzt freigegebenen Partieen erst zuletzt wieder abgeschlossen werden. Aber selbst wenn man das Objekt direkt hinter S anbringt, kommt diese Differenz nur wenig in Betracht, besonders wenn es im wesentlichen wieder nur aus einer Horizontalzeile besteht, wie es auch für die exaktesten Versuche mit dem Falltachistoskop vorausgesetzt wurde, und wenn man das Objekt so legt, daß seine Exposition von der raschesten Schirmbewegung durch die Gleichgewichtslage begrenzt

1) Will man den Hauptteil der Schwingung unter Umständen auch noch von der Stromstärke in E unabhängig machen, so kann man den Strom einerseits von k_1 (an E) erst nach k_4 und andererseits bei k_2 in die Hebel bzw. nach einer feinen Kontaktfeder Z an dem Schirmträger C einleiten. Dann ist nur so lange Strom in E, als die Platinspitze der verstellbaren Kontaktschraube bei k_4 auf der federnden Zunge Z des Hebels aufliegt, also nur bei unmittelbarer Nähe von Hebel und Magnet, vorausgesetzt, daß auch der übrige Stromkreis wieder geschlossen ist. Dies trifft aber erst wieder am Ende der Schwingung zu, nachdem der Hebel durch die Elastizität des Systemes allein wieder so weit herangekommen ist.

wird. Bei einer Verwendung des Apparates in einem Brennpunkt (vgl. S. 329) oder wie bei Erdmann und Dodge (s. S. 359) bringt dagegen diese Expositionsform selbst bei beliebig ausgedehnten Objekten keinerlei bemerkenswerte Änderung mit sich. Die Dauer der Sichtbarkeit des Objektes ist hierbei einerseits durch die Spannung der Federn bzw. die Schwingungsweite, andererseits durch die Höhenlage des Objektes in weiten Grenzen variierbar. Doch ist der Apparat in den hier angegebenen Dimensionen nicht für wesentlich kürzere Zeiten als etwa 0,1 Sek. eingerichtet[1]). (Vgl. S. 357.) Die Aufeinanderfolge der Expositionen muß hierbei von einem besonderen Apparat mit Unterbrechungskontakten bestimmt werden, bei rhythmischen Reihen also z. B. von der Baltzarschen Kontaktuhr, bei arrhythmischen aber von einem Kontaktapparat, wie er § 65, b, 2 für Zeitsinnversuche angegeben ist. Zum gleichzeitigen Anschluß des Apparates an andere zeitmessende Apparate, wie es z. B. zu Reaktionsversuchen erforderlich ist, dient der Quecksilberkontakt, der durch Eintauchen der Nadel N_2 in den tiefen Quecksilbernapf N_1 mit der Zuleitungsklemme k_3 hergestellt wird. Hiermit kann dann auch die Expositionszeit geeicht werden, falls man nicht gleich die ganze Schwingung, wie es a. a. O. abgebildet ist, graphisch aufzeichnen will, um dann alle beliebigen Expositionsformen auswählen zu können.

57. Die tachistoskopische Analyse der sogenannten Dezimalgleichung.

Da auch relativ einfache Leistungen, z. B. Vergleichungen je zweier fortgesetzt erneuter Reize, die spezifischen Einflüsse angestrengter Dauerarbeit hervortreten lassen, wenn sie nur möglichst genau ausgeführt und auch mit hinreichender Präzision gemessen werden[2]), so gehört bis zu einem gewissen Grade auch ein Versuch mit serienweisen tachistoskopischen Expositionen hierher, der wegen der speziellen Schätzungsfehler, die hier bei jeder einzelnen Darbietung auftreten können, ein besonderes Interesse beansprucht, zumal er auch von allgemeinster praktischer Bedeutung ist: Die bei der Messung einer Distanz im allgemeinen erforderliche Schätzung von Bruchteilen, z. B. Dezimalen der (objektiv nicht weiter geteilten) Skaleneinheit. Während man diese bei längerer Überlegung stets noch richtig angeben kann, wenn die letzte gedachte Einheit bei ihrer objektiven Abgrenzung noch deutlich genug gesehen werden könnte und auch die Einheit im ganzen nicht unübersichtlich groß ist, treten bei begrenzter Zeit oder Ermüdung und sonstiger Indisposition charakteristische Fehler auf, die als individuell und dispositionell schwankende Bevorzugungen bestimmter Bruchteile zur Aufstellung sog. „Dezimalgleichungen" geführt haben. Diese kommen vor allem in Betracht, wenn der Teilungspunkt oder ein Endpunkt der Strecke sich

1) Wollte man nur einen Teil der Hin- oder Herbewegung zu entsprechend kürzeren Expositionszeiten verwenden, die man mittelst eines Spaltschirmes beliebig herausschneiden kann, so wäre natürlich noch eine besondere Vorrichtung erforderlich, um die zweite Exposition bei der Rückkehr (oder beim Abschwingen) des Schirmes abzublenden.

2) Es sei daher in diesem Zusammenhange auch Höflers in mehr theoretischer Absicht diskutierte Aufgabe erwähnt, die Geradheit einer auf einem Telegraphenstreifen gezeichneten Linie beim Abwickeln der Rolle fortgesetzt beurteilen zu lassen. (Psychische Arbeit, Zeitschr. f. Psychol. und Phys. der S. Bd. 8, 1895, S. 44 u. 161 (S. 55).



bewegt, so daß die zu schätzende Situation nur für einen Moment gegeben ist, wie bei den astronomischen Durchgangsbeobachtungen nach der sog. „Auge- und Ohrmethode“, bei der dann zu den Raumfehlern noch charakteristische Zeitfehler hinzutreten, deren Messung uns unten noch besonders beschäftigen wird (s. § 64, a). Bei serienweisen Arbeiten treten aber solche Fehler auch bei ruhender Strecke auf. Auch wurden sie bei analogen Abschätzungen von Distanzen gefunden, die auf einer Schätzung übermerklicher Empfindungsstufen beruhen, nämlich bei der Einordnung der Sterne in Größenklassen (s. S. 306)[1]. Während aber die astronomischen



Fig. 38.
Apparat zur Untersuchung der sog. Dezimalgleichung.

Protokolle oder andere Messungen aus dem alltäglichen Leben die Dezimalgleichung wegen der Unbekanntheit der objektiven Werte nur von der Voraussetzung aus abzuleiten gestatten, daß alle Dezimalen bei sehr großer Versuchszahl ungefähr gleich häufig vorkommen, lassen sich diese Schätzungsfehler bei Bekanntheit der Strecke natürlich auch für jeden Einzelfall angeben. Das vorhin beschriebene Federtachistoskop wurde nun von Ulezko in einer bereits abgeschlossenen Untersuchung dieser Dezimalgleichung am Leipziger psychologischen Institut zur rhythmisch fortgesetzten Exposition einer ruhenden, jedesmal neu eingeteilten Strecke von 6 cm verwendet.

1) Die Literatur über die schon von J. Hartmann (Grunerts Archiv f. Math. u. Phys. 31. 1858, S. 24) bei seinen Beobachtungen der Durchgänge eines künstlichen Sterns gefundene „Dezimalgleichung“ vgl. u. a. bei E. Großmann, Über die Schätzung nach Augenmaß, Astron. Nachr. Bd. 170, 1906, Nr. 4066 S. 150, O. Meißner, Über systematische Fehler bei Zeit- und Raumgrößenschätzung, ebenda Bd. 172, 1906, Nr. 4113, F. M. Urban, Systematic Errors in Time-Estimation, Am. Journ. of. Psych. Bd. 18, 1907, S. 187 und Zeitschr. f. Psychol. und Phys. der S. 1. Abt. Bd. 53, 1909, S. 361, Wirth, Exp. Analyse der Bewußtseinsphänomene, 1908, S. 171, J. Plaßmann, Astronomie und Psychologie, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. 1. Abt. Bd. 49, 1908, S. 267 (Vortrag, gehalten auf dem 3. Kongr. f. exp. Psychologie in Frankfurt).

Die Abstufung des Tempos der von der Baltzarschen Kontaktuhr ausgelösten Darbietungen ließ dabei die Bedingungen für diese speziellen Fehler in weitern Grenzen variieren. Damit aber der Experimentator selbst beim Sekundentempo nach einem ganz bestimmten Versuchsplan von einer Exposition zur anderen immer wieder eine neue Teilung genau und konstant einstellen konnte, wurde ein besonderer Dezimalen-Apparat (Fig. 38) konstruiert, der zwischen zwei Grenzstriche mittelst einer Klaviatur gewissermaßen wie nach Noten einen Teilstrich hineinspielen ließ, der irgendein Vielfaches von Zwanzigsteln der ganzen Strecke abteilte. Während die Praxis stets beliebige Teilungen zu schätzen aufgibt, kann natürlich das Experiment auch hier nach dem Prinzip der „Konstanzmethode“ verfahren und nur ganz bestimmte Abteilungen fortgesetzt wiederholen, wenn nur die Einteilung fein genug ist, um die gesuchten Fehler noch eintreten zu lassen. Hierzu erwies sich aber unter den speziellen Beobachtungsbedingungen sogar die Variation nach Zehnteln hinreichend, auf die sich dann auch Ulezko trotz der feineren Differenzierung des Apparates vorläufig beschränkte.

Fig. 38 zeigt eine Skizze des Dezimalenapparates von rückwärts, d. h. vom Standort des Experimentators aus. Die Wand B, die am Rande der auf der Tischplatte befestigten Grundlage G senkrecht aufsteigt, läßt in Augensitzhöhe einen bis auf die Verbindungsschienen b durchgehenden horizontalen Spalt D frei, hinter dem eine weiße Zelluloidplatte P mit dem rechtsseitig (von der V.-P. aus) festgemachten Grenzstrich der Teilstrecke so befestigt ist, daß sich von unten her jeder der 20 Zähne z, die vorn an die Köpfe von 20 Hebeln angesetzt sind, als Teilstrich (bzw. der zwanzigste als Endstrich) der Strecke hereinschieben kann. Jene Hebel sind um die Achse C drehbar und so genau gearbeitet, daß sie infolge ihrer gegenseitigen Führung und einer festen äußeren Umrahmung ihren Zahn z immer genau in die nämliche, ihrer Nummer entsprechende Stelle treffen lassen, wenn der Experimentator auf die zugehörige der 20 Tasten drückt, die, um die zu C parallele Achse N drehbar, durch einen Faden F am gegenüberliegenden Ende je eines der Hebel angreifen, antagonistisch zum Zuge je einer Feder f, die durch einen Faden am anderen Ende befestigt ist. Um bei der breiteren Lagerung der Tasten und der Federn f keine seitliche Zerrung der z-Hebel einzuführen, laufen die Schnüre unter und über den Hebeln zunächst bis zu einer Reihe von Ringen an den Querstäben O und U genau senkrecht.

Der Beobachter blickt nun wieder ähnlich wie nach Fig. 33, S. 363 durch ein kurzes Rohr in der Öffnung einer Wand S zunächst nach einem etwas seitlich gedrehten Spiegel T, dessen Belag in einer horizontalen Öffnung abgelöst ist, die dem Gesichtswinkel der dahinter liegenden Teilstrecke O genau entspricht. Unmittelbar hinter dem Spiegelspalte liegt der Schirm des Federtachistoskopes (S in Fig. 37). Bei den schnelleren Tempis der Beobachtungsreihen war außer dem Experimentator, den die Einstellung dann voll in Anspruch nahm, noch ein Gehilfe zur Aufzeichnung der Schätzungen der V.-P. erforderlich.

Kapitel 14.

Die Messung von Gedächtnisleistungen an der Beurteilung neuer Vergleichsreize.

58. Das Gedächtnis für einfache Sinneseindrücke.

1. Die Elemente der Methoden, mittelst deren der Einfluß der Vorbereitung und der inhaltlichen Komplikationen auf die Leistung einzelner Zeitpunkte, und zwar eventuell einer längeren Zeitstrecke, untersucht werden kann, lassen sich aber nun weiterhin auch dazu verwenden, bei zwei zeitlich getrennten Vergleichsobjekten oder ganzen Komplexen von solchen die Wirkung der Zwischenzeit zu studieren. Da ein Vergleich unter dieser Voraussetzung nur dadurch möglich wird, daß der frühere Tatbestand auch noch nachträglich vergegenwärtigt wird, nachdem die primäre Phase des Inhaltes längst durch andere Phasen der nämlichen Stellen des Wahrnehmungsfeldes abgelöst ist, so gehören solche Versuche offenbar zur experimentellen Analyse der Gedächtniserscheinungen im allgemeinsten Sinne. Hierzu bilden bereits die gewöhnlichen Vergleichsexperimente einen völlig stetigen Übergang, bei denen die beiden Objekte nicht genau gleichzeitig und unmittelbar benachbart sind und sich auch nicht, wie bei der Beurteilung plötzlicher Veränderungen, als Ausfüllungen der nämlichen Stelle unmittelbar folgen, sondern durch eine kleine Pause von wenigen Sekunden getrennt sind, wie z. B. bei der Vergleichung sukzessiv gehobener Gewichte u. dergl. Doch bleibt dabei natürlich das besondere Problem zu beantworten, in welcher Beziehung die Veränderung der Leistung mit der Zwischenzeit zu den unvermeidlichen Wandlungen steht, welche die Repräsentation des früheren Reizes erfährt, indem sie ihre subjektive Sicherheit und anschauliche Frische unmittelbar nach der Sinneswahrnehmung immer mehr verliert und je nach den Versuchsbedingungen schneller oder langsamer, unstetiger oder allmählicher völlig aus dem Bewußtsein verschwindet, so daß sich die V.-P. beim Auftreten des Vergleichsreizes erst in einer „Reproduktion“ im engeren Sinne (vgl. S. 232) wieder an sie „erinnert“. Daneben interessiert übrigens auch, wie die aktuelle Nachwirkung der primären Wahrnehmung ohne bestimmte logische Beziehung auf diese die späteren Gedächtnisleistungen beeinflußt, wobei hinsichtlich ihres Vorteiles oder Nachteiles im Vergleich zu anderen „Ausfüllungen der Zwischenzeit“ a priori nicht zu entscheiden ist[1]). Eine systematische Beantwortung solcher

1) Die Erinnerung an den früheren Vergleichsreiz darf aber nicht mit der psychologischen Reflexion auf sein mehr oder weniger lebhaftes „Gedächtnisbild“ verwechselt werden, die eine ganz andere Einstellung bedeutet und, wie es von vornherein plausibel erscheint und durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt wurde (vgl. F. Angell [and Harwood], Discrimination of clangs for different intervals of time. Am. Journ. of. Psych. XI, 1, 1899, S. 67 u. XII, 1, 1900, S. 58), bei einer besonderen Anspannung der Apperzeption in dieser Richtung für die Vergleichsleistung sogar nachteilig ist.

Fragen ist natürlich nur möglich, wenn der Bewußtseinsverlauf an der Hand möglichst genau kontrollierbarer Bedingungen zunächst wiederum im allgemeinen mittelst der Selbstbeobachtung studiert wird, worauf hier nicht weiter im einzelnen eingegangen werden kann. Keinesfalls wird man sich aber dabei mit der bloßen Feststellung des Vergleichsurteils bzw. eines bloßen Bekanntheitsgefühles u. dergl. als letzter Resultante der Nachwirkung der früheren Wahrnehmung begnügen dürfen, sondern man hat genau wie bei der Analyse eines einzigen Zeitpunktes, bei dem alle Vergleichsfundamente direkt wahrgenommen werden, die spezielle Einstellung des Bewußtseins auf die verschiedenen Merkmale zu studieren, auf die sich jenes logische Bewußtsein jeweils bezieht. Denn auch bei dem Auftreten eines bloßen Bekanntheitsgefühles liegt natürlich eine ganz verschiedene Gedächtnisleistung vor, je nachdem sich dieses auf allgemeinere oder speziellere Merkmale des neuen Objektes bezieht, insofern doch z. B. die sichere Wiedererkennung einer vierstelligen Zahl nur als Zahl überhaupt trotz größter Intensität der emotionalen Komponenten eines solchen Zustandes unter Umständen eine weit geringere Gedächtnisleistung darstellen kann als das schwächste Bekanntheitsgefühl, das sich auf die einzelnen Ziffern als solche bezieht.

Doch wollen wir bei diesen Gedächtnisversuchen im engeren Sinne zunächst noch von einer gewissen Richtung der Apperzeption absehen, die jederzeit möglich ist, sobald uns ein früherer Tatbestand klarer oder verworrener, mit oder ohne Vergegenwärtigung von Einzelheiten der begleitenden Nebenumstände, als individuelles Einzelerlebnis vorschwebt, nämlich von der ausdrücklichen Vergegenwärtigung der Zeitverhältnisse selbst. Denn diese wird als Auffassung eines besonderen objektiven Tatbestandes, den das Bewußtsein gewissermaßen in einer höheren psychischen Wahrnehmungsfunktion repräsentiert, nach speziellen, im übernächsten Kapitel skizzierten Methoden auf ihren neuen Erkenntniswert hin zu untersuchen sein, wobei vor allem mehrere durch gleichzeitig vergegenwärtigte Vorgänge abgegrenzte Zeitabschnitte unter sich zu vergleichen sind. Wir beschäftigen uns also im 14. und 15. Kapitel nur mit der Untersuchung, wie das Resultat der Vergleichung zeitlich getrennter Wahrnehmungen bezüglich ihrer eigenen inhaltlichen Merkmale und die freie Reproduktion dieser Qualitäten von der Art der Inhalte, der speziellen Form ihrer Einprägung und von der Zeit bis zu ihrer Wiedererneuerung abhängig sind.

Dabei wird aber natürlich der von einem neuen Prozeß angeregte Gedächtnisvorgang nicht nur von dem früheren und der Zwischenzeit, sondern vor allem von dem neuen Vorgang selbst abhängig sein. Vom methodischen Gesichtspunkte aus lassen sich nun im wesentlichen zwei Hauptarten von Gedächtnisversuchen unterscheiden: Es ist zunächst eine besondere Aufgabe, wenn durch eine neue Wahrnehmung einfach ein Vergleich mit einer früheren angeregt wird. Daneben steht die Aktualisierung einer Gedächtnisspur durch eine sogenannte freie Reproduktion des früheren Erlebnisses. Während bei jener Vergleichung die neue Sinneswahrnehmung nur solche Momente in sich enthält, die von den zu reproduzierenden Inhalten nicht viel verschieden sind, werden bei dieser freien Reproduktion zunächst nur andere Wahrnehmungen gegeben, die mit den zu reproduzierenden Inhalten nur „asso-

ziiert" sind. Doch liegt von vornherein die Aufgabe nahe, die enge verwandten Abhängigkeiten der beiden Leistungen von den Qualitäten der Inhalte, von der Art der Einprägung der früheren Wahrnehmung und von der Zwischenzeit miteinander zu vergleichen.

Die Entstehung der Dispositionen könnte übrigens selbst in den zu einer einzigen Messung gehörigen Einzelversuchen variieren. Da nämlich z. B. bei der Ableitung der Unterschiedsschwelle und des Totalfehlers für zwei zeitlich getrennte Wahrnehmungen eine systematische Abstufung des Vergleichsreizes erforderlich wird, so wäre zu genauen Versuchen eine vollständige Umkehrung der „Zeitlage" für den Haupt- und Vergleichsreiz sogar ganz besonders wünschenswert. Indessen behandelt man bei den Gedächtnisversuchen nach der Vergleichsmethode, ähnlich wie es bei der freien Reproduktion nach einer bestimmten Zwischenzeit möglich ist, die frühere Wahrnehmung und die durch sie gesetzte Disposition im allgemeinen als das Konstante und den neuen Reiz gewissermaßen nur als Mittel zum Zweck seiner Untersuchung. — Auf die theoretische Diskussion der Frage, durch welchen Bewußtseinsverlauf eine bestimmte Vergleichs- oder Reproduktionsleistung im einzelnen zustande kommt und inwieweit ihre quantitativen Verhältnisse ein mehr oder weniger direktes Maß der jeweils aktualisierten Gedächtnisdisposition abgeben, können wir natürlich an dieser Stelle wieder so wenig eingehen, wie oben auf den Zusammenhang der Schwellen und Fehler mit der Klarheit und Deutlichkeit der einzelnen Stellen des Wahrnehmungsfeldes je nach der verschiedenen Vorbereitung. Es handelt sich also auch hier zunächst einfach darum, daß die meßbaren Leistungen den genannten Versuchsbedingungen der Einprägung, der Zwischenzeit usw. vorläufig wieder nur als ein rein empirisches Symptom möglichst eindeutig zugeordnet werden (vgl. S. 26).

2. Wenn aber der Verlauf der Nachwirkung bei seiner Prüfung nach einer bestimmten Methode ein einigermaßen konstantes Bild ergeben soll, so muß natürlich vor allem wieder der primäre Vorgang in allen zur Konstruktion dieses Bildes erforderlichen Einzelversuchen jedesmal möglichst gleichartig ausfallen. Bleiben wir im folgenden zunächst bei der Beurteilung des Gedächtnisses nach der Unterschiedsschwelle und dem Fehler beim Vergleich mit einem späteren gleichartigen Objekt, so ist jene Forderung bei einfachen Sinneseindrücken wohl leicht zu erfüllen, da eben hierbei der erste Eindruck wieder ebenso wie bei den gewöhnlichen psychophysischen Versuchen mit voller Aufmerksamkeit zu erfassen ist. Wenn jedoch die V.-P. einmal weiß, daß es sich um die Relation des Reizes zu einem später dargebotenen V handelt, wird sich dann freilich an die einfache Wahrnehmung weiterhin erst noch ein Akt der besonderen Einprägung anschließen, der bei längerer Beschäftigung mit derartigen Vergleichungen über eine größere Zeitstrecke hinweg, ähnlich wie bei einer größeren räumlichen Distanz von N und V, immer erfolgreicher sein wird, wie denn gerade bei solchen Versuchen von Anfang an „eine ungeheuere Wirkung der Übung"[1] auffiel.

1) Wolfe, a. u. a. O. S. 552.

Schon E. H. Weber hat das Gedächtnis für die Schwere gehobener Gewichte und für gesehene Raumstrecken mittelst der Schwellenmethode geprüft und wollte „solche Versuche der Aufmerksamkeit der Psychologen empfehlen“ [1]), und F. Hegelmeyer führte darnach ebenfalls Augenmaßversuche dieser Art mittelst der Methode der r. u. f. Fälle durch [2]). Aber erst nachdem Ebbinghaus seine bekannte Untersuchung „über das Gedächtnis“ nach der unten behandelten Methode des Auswendiglernens veröffentlicht hatte, wurde 1886 auch jene historisch ältere Schwellenmethode von K. H. Wolfe [3]) energisch wieder aufgenommen, der die Unterschiedsempfindlichkeit für Tonhöhen in Abhängigkeit von dem Zeitintervall zwischen N und V ebenfalls nach der Methode der r. u. f. Fälle zu bestimmen suchte. Freilich würde zu einer exakten Ableitung der U.-S., zumal wenn gar noch mit einem Wechsel der Zeitlage von N und V operiert werden sollte, eine meistens ebenso unerschwingliche Anzahl von Einzelversuchen erforderlich werden wie bei der Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der Aufmerksamkeit mittelst der Schwellenmethode (s. S. 343). So hat sich denn Wolfe sogar mit der Ableitung der Zeitkurve der relativen Urteilshäufigkeiten g und k für jeweils nur eine einzige Differenz $d = V - N$ innerhalb der nämlichen Reihe begnügt, die er je nach dem Maximum der in der Reihe geprüften Zwischenzeiten verschieden groß wählte. Aber auch bei einer solchen Einschränkung [4]) wird die Gesamtzeit, die die Untersuchung der zeitlichen Entwickelung auch nur einer einzigen Disposition beansprucht, mit dem maximalen Intervall immer größer. Die exakte Ausnützung dieser Schwellenmethode, die ihrem Wesen nach noch viel feinere Dispositionen zu messen gestattet, also (unter gleichen Einprägungsbedingungen) für viel längere Zeitintervalle anwendbar bleibt, findet daher leider praktisch sehr bald

1) Der Tastsinn und das Gemeingefühl, Wagners Handwörterbuch der Physiologie III, 2, 1846, S. 545 f.

2) F. Hegelmeyer, Über Sinnengedächtnis, Vierordts Archiv, Jahrg. XI, 1859, S. 844.

3) K. H. Wolfe, Untersuchungen über das Tongedächtnis, Wundt, Phil. Stud. III, 1886, S. 534. Seitdem wurde das Gedächtnis für Raumlagen, Strecken, Empfindungsqualitäten u. a. öfters nach dem nämlichen Prinzip untersucht. (Vgl. vor allem die Literaturangaben bei W. v. Tschisch, Über das Gedächtnis für Sinneswahrnehmungen, Bericht des III. Internationalen Psychologenkongresses in München 1896 [1897], S. 95, Wundt, Physiol. Psychol. III⁶, S. 451 ff. und Ebbinghaus, Grundzüge der Psychologie I, § 62.) Die Elemente der Versuchstechnik sind den Abschnitten über die Sinnesphysiologie zu entnehmen, wozu nur eventuell noch Apparate zur exakten Auslösung des Vergleichsreizes V nach bestimmten Zeitintervallen hinzutreten, wie sie oben S. 343 bei der Verfolgung des zeitlichen Verlaufes der Aufmerksamkeit genannt wurden.

4) Bei gleicher Versuchszahl wird hier die Methode der mittleren Fehler derjenigen der r. u. f. Fälle ziemlich ebenbürtig. Sie liefert in dem Präzisionsmaß ein ungefähres Maß der U.-E., was für g oder k bei einem einzigen $d = V - N$ nicht in gleichem Maße gilt; auch kommen bei den Gedächtnisversuchen die motorischen Einstellungsfehler gegenüber den Urteilsschwankungen mit zunehmender Zwischenzeit immer weniger in Betracht. Diese Methode wurde z. B. angewandt von W. Lewy, Experimentelle Untersuchungen über das Gedächtnis, Zeitschr. f. Psychol. Bd. VIII, 1895, S. 231, soweit es sich um die räumliche Lage von Tastreizen handelte (S. 254), die nach einiger Zeit nachgetastet werden sollten. (Seine Anordnung für die Untersuchung des Streckengedächtnisses bei optischer Auffassung hätte wohl ebenfalls diese Methode zugelassen, doch wurde hier eine Art Minimaländerungsmethode angewandt, a. a. O. S. 237.)

ihre Grenze. Die bisherigen genauen Messungen erstreckten sich denn auch höchstens auf 1 bis 2 Minuten, während doch aus einzelnen Beobachtungen bekannt ist, daß einfache Sinneseindrücke, wenn man sich ihrer überhaupt noch zu erinnern vermag, mit einer entsprechend vergröberten Schwelle über beliebig lange Zwischenzeiten hinweg verglichen werden können. Allerdings lassen sich bei dieser Methode andererseits wiederum leicht auch beliebig kleine Zeitintervalle zwischen N und V beiziehen und die untersuchten Intervalle so fein abstufen, als man will, da der einzelne Prüfungsakt selbst keine so lange Zeit erfordert wie bei komplexeren Gedächtnisleistungen.

59. Das Gedächtnis für Wahrnehmungskomplexe.

Die nächste Stufe der Gedächtnisleistung, bei der einzelne, nach mehreren Richtungen variable Objekte oder Simultankomplexe von solchen z. B. Fig. 29 (nach Mittenzwey) bzw. Reihen aus mehreren einfachen Sinneseindrücken bis zur beliebig späteren Darbietung eines Vergleichskomplexes gemerkt werden, ist bisher noch nicht mittelst der Schwellen- und Fehlermethode geprüft worden. In Analogie zu dem Lernmaterial für die Methode des Auswendiglernens wurde vielmehr sogleich zur Einprägung ganzer Reihen von sukzessiv dargebotenen Komplexen übergegangen. Freilich liegt auch hierüber bisher nur die einzige Arbeit von F. Reuther vor, die ursprünglich einfach als Übertragung der S. 320 skizzierten Vergleichsmethode mit kurzdauernden optischen Komplexen auf das Reihengedächtnis gedacht war, aber von Reuther bald zu einer selbständigen, dem speziellen Zwecke angepaßten Methode entwickelt wurde. Um auch dem Material der Lernversuche näher zu kommen, wurden nicht sinnlose optische Zeichen, sondern Ziffern in vierstelligen, allerdings sinnlosen Zahlen verwendet[1]. In dem Diaphragma eines dunklen Schirmes des Expositionsapparates traten nacheinander in gleichem Takte mehrere solcher Zahlen hervor, wobei im Verlaufe der Untersuchung die Anzahl der Wiederholungen der ganzen Reihe, die Dauer und die Aufeinanderfolge der Expositionen jeder Zahl, die Reihenlänge, die, abgesehen von der speziellen Untersuchung ihrer Wirkung, 8 Glieder umfaßte, und vor allem die Zeit des Behaltens zur Prüfung ihres Einflusses auf das Gedächtnis variiert wurden. Während hierbei nicht laut gelesen wurde, um im allgemeinen den relativen Anteil der optischen Komponente an der Leistung möglichst zu erhöhen, kam in besonderen Versuchen zur Bestimmung des Typus der V.-P. nach der Cohnschen Methode (vgl. unten § 62, a) auch wenigstens noch lautes Ablesen zur Anwendung.

Nachdem Ebbinghaus (s. S. 393) in seinen erstmaligen Versuchen über das Reihengedächtnis überhaupt noch keinen besonderen Expositionsapparat benützt, sondern die zusammengestellten Silben einfach nacheinander abgelesen hatte, war bei G. E. Müller und Schumann (s. S. 393) dadurch bereits besser für eine wirklich sukzessive Sinnes-

1) Die Gesichtspunkte für die Herstellung möglichst gleich schwieriger Reihenglieder sind ähnliche wie die, welche im nächsten Paragraphen für die Reihen aus sinnlosen Silben zu erwähnen sind. Zahlen mit der 1 am Anfang und mit einer 0 wurden vermieden, ebenso die natürliche Ziffernfolge 1, 2, 3 usw. und die Übereinstimmung von Ziffern in einer Zahl. Außerdem waren auch alle Tausender einer Reihe und die ersten und letzten Ziffern zweier aufeinanderfolgender Zahlen verschieden.

wahrnehmung gesorgt, daß die Silben auf eine um eine horizontale Achse rotierende Trommel aufgeschrieben waren und sich dabei hinter dem horizontalen Schlitz eines Schirmes vorbeibewegten. Doch ist die gesamte wirksame Expositionszeit hierbei immer noch nicht genau genug bestimmbar; auch wirkt die konstante Bewegung des Lesematerials bisweilen schwindelerregend. Ranschburg konstruierte daher einen von ihm seit 1900 verwendeten elektromagnetisch betriebenen Apparat[1]) (Mnemometer), durch welchen eine Scheibe, auf deren äußeren Ringsektoren die Objekte angebracht sind, ruckweise in beliebigem Tempo weiter gedreht werden kann, so daß die V.-P. in dem Diaphragma des Schirmes, abgesehen von der auf die Lesepausen fallenden Fortbewegung der Reihe um ein Glied, deren Schnelligkeit ein Lesen ausschließt, nur ruhende Objekte wahrnimmt. Den nämlichen optischen Effekt erreichte ich dann mit einem anderen, vor allem sehr geräuschlos arbeitenden Apparate, der auch von Reuther in den genannten Versuchen benützt wurde (vgl. Fig. 39). Hierbei ist die Kraft für die Fort-

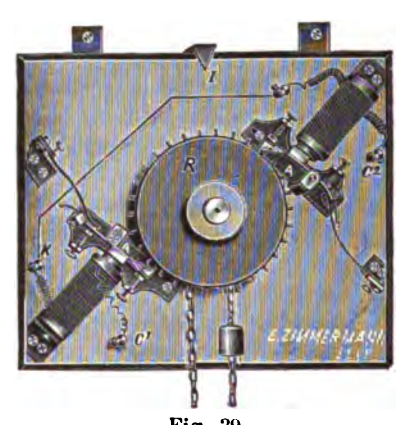


Fig. 39.
Apparat zur Exposition einer Reihe sprungweise fortschreitender, ruhender Gesichtsobjekte (nach Wirth).

bewegung der Kreisscheibe, auf deren Ringsektoren die Zahlen aufgedruckt werden, von dem Mechanismus für die Auslösung und Begrenzung der Bewegung abgetrennt. Das Rad R, auf dessen vorderer Platte die (auf dem Bild abgenommene) Scheibe ähnlich wie auf einem Farbenkreisel fixiert ist, würde von einem Gewicht im Uhrzeigersinne weitergedreht, falls es nicht von außen aufgehalten wäre. Es trägt nun außen einen Kranz von 30 äquidistanten radialen Stiften, von denen immer einer von dem Kopf eines der beiden Hebel A, bzw. von einer in diesem Hebelkopf quer über den Weg der Stifte gespannten Seidenschnur aufgehalten ist. Da der Bogenabstand zwischen diesen Widerhalten der beiden Hebel A gerade um die Hälfte des Stiftabstandes von einem ganzen Vielfachen dieses Abstandes verschieden ist, so wird also die abwechselnde kurzdauernde Zurückziehung dieser Widerhalte aus der Bahn der Stifte, die durch abwechselnde Erregung der zugehörigen Elektromagneten erfolgt, die Scheibe in dem Tempo dieser Stromschlüsse immer um die Hälfte des Stiftabstandes weiterrücken lassen, so daß der ganze Umlauf der Scheibe in 60 äquidistanten Schritten erfolgt. Ein dunkler Schirm, der nach Aufsetzen der Scheibe von oben heruntergeklappt wird, trägt rechts in mittlerer Höhe einen horizontalen Spalt, in welchem nacheinander 60 verschiedene Felder zutage treten[2]). Die Zahlen oder Buchstaben passen also bei einer

1) Monatsschrift f. Psychol. u. Neurologie Bd. 10, S. 321.

2) Für wiederholte Expositionen kleinerer Reihen, also z. B. von 8 Ziffern, muß daher, solange am Apparate keine besondere Repetiervorrichtung angebracht ist, die Reihe mehrmals auf die Scheibe gedruckt werden.

Ruhestellung genau in den Spalt hinein, wenn die Scheibe unter Berücksichtigung der oberen festen Spitzenmarke J richtig aufgesetzt ist[1]).

Soweit man mit der durch das treibende Gewicht herbeigeführten Präzision der Expositionsgrenzen zufrieden ist, wie es z. B. Reuther bei den genannten Versuchen sein konnte, genügt zum Betrieb des Apparates ein Metronom mit zwei Quecksilberkontakten, das sich zur Vermeidung von Geräuschen in einem entfernten Raum befindet und den vom Akkumulator in die Pendelstange eingeleiteten Strom bald einerseits nach der Klemme C_1 an den einen Magneten, bald andererseits nach C_2 an den anderen weitergibt, während der andere Pol des Akkumulators mit der beiden Magneten gemeinsamen Klemme K verbunden wird. Für beliebige Rhythmen muß freilich ein Kontaktapparat verwendet werden, wie er z. B. unten bei den Zeitsinnversuchen (§ 65, b, 2) abgebildet ist. Wünscht man indessen eine präzisere zeitliche Begrenzung, z. B. tachistoskopische Exposition, so ist vor der Scheibe (oder Schleife) des Gedächtnisapparates erst noch ein besonderer Expositionsapparat anzubringen. Als solcher kann z. B. ein Rotationstachistoskop (s. S. 364 A. 1) verwendet werden, das elektromotorisch angetrieben wird. Dieses übernimmt dann zugleich selbst den Betrieb des Gedächtnisapparates, indem der umzuschaltende Pol einem Exzenter auf der Achse des Rotationsapparates zugeführt und von da abwechselnd auf zwei vom Exzenter berührte Kontaktfedern weitergeleitet wird, und zwar immer zeitig genug, um beim Durchgang des Spaltes durch die Gesichtslinie die Fortbewegung der Objektscheibe beendigt sein zu lassen. Für Versuche mit Reaktionen auf das Auftreten des Wortes, bzw. eine sich anschließende Gedächtniswirkung (vgl. auch unten § 61, c) eignet sich endlich auch vor allem das oben S. 37 Fig. 375 beschriebene Federpendel-Tachistoskop, das z. B. auch einfach an jenes außerdem noch mit einem Unterbrechungskontakt versehene Metronom angeschlossen werden kann.

In allen Versuchen Reuthers, in denen nicht speziell der Einfluß der Wiederholungszahl untersucht und somit der Grad der Einprägung variiert werden sollte, wurde ebenso wie bei den Lernversuchen von Ebbinghaus (vgl. § 60, b) als konstanter Ausgangszustand des zeitlichen Verlaufes der Disposition die vollkommene Beherrschung der ganzen Reihe angestrebt, nur eben in einem speziell der Vergleichsmethode entsprechenden Sinne, d. h. es brauchte die Reihe nicht auswendig hergesagt werden zu können, sondern es genügte eine bestimmte Vergleichsleistung bei Darbietung einer Vergleichsreihe. Bei einem stetig abstufbaren Material hätte man also nach einer gewissen Anzahl von Expositionen probeweise jeweils

1) Wirth, Ein neuer Apparat für Gedächtnisversuche mit sprungweise fortschreitender Exposition ruhender Objekte, Wundts Phil. Stud. Bd. 18, 1903 S. 701. E. Zimmermann hat nach dem nämlichen Prinzip auch einen Trommelapparat für ruckweise Fortbewegung beliebig langer über die Trommel gehängter Schleifen hergestellt (vgl. ebenda), die vor allem bei den neuen Modellen durch Dornen auf der Peripherie der Trommel, die in ausgestanzte Löcher am Rande der Schleife eingreifen, sehr sicher vor sich geht. Auch für die gleichzeitige Anwendung des Scheiben- und Trommelprinzipes an dem nämlichen Modell und die Auswechselung von Scheiben mit verschiedener Stiftzahl ist gesorgt worden. Vgl. hierüber auch H. Rupps wertvolle Beschreibung der experimentalpsychologischen Apparate im Geschäftskatalog der Firma Spindler & Hoyer (Göttingen) VII, S. 132ff. Apparate zur Untersuchung des Gedächtnisses. Hier ist auch eine ausführliche Darstellung anderer teilweise bereits wieder verbesserter Hilfsmittel zur Lösung der nämlichen Aufgabe zu finden, wie der Apparate nach Lipmann (Zeitschrift f. Psychol. u. Physiol. der Sinnesorgane Bd. 35, 1904, S. 270, und verbessert ebenda Bd. 49, 1908, S. 270), und nach Rupp (Katalog S. 149) und eines von Rupp verbesserten Apparates mit sinnreicher Verwendung des Spiegelprinzipes nach Hempel. Da der oben ausführlicher beschriebene, besonders einfache Apparat in der Tat bereits für alle praktischen Zwecke genügen wird, so darf ich mich hier wohl mit diesem kurzen Hinweis auf diese späteren Modelle begnügen.

eine irgendwie variierte Vergleichsreihe darbieten und aus der Beurteilung ihrer Relationen zur einzuprägenden „Normalreihe“ auf den Stand der Dispositionen schließen können. Wie aber schon bei jenen Bestimmungen der Schwelle für die einzelnen Stellen geläufiger Komplexe bei sofortiger Nachfolge des Vergleichsobjektes (vgl. S. 320) die V.-P. selbst einfach durch Selbstkontrolle ein hinreichend konstantes Ausgangsstadium herbeiführen konnte, indem sie wartete, bis der Normalkomplex nach einer bestimmten Anzahl von Expositionen in allen zu beachtenden Teilen für den Vergleich hinreichend klar und sicher vorzuschweben schien, so ergab sich auch hier als die natürlichste Kontrolle dieser gleichmäßigen Beherrschung der ganzen Reihe das Bewußtsein der Bekanntheit der einzelnen Glieder bei ihrer objektiv unveränderten Wiederkehr im gleichen Expositionstempo. Die Kenntnis der objektiven Gleichheit der Reihen hinderte also bei dem deutlichen Unterschiede der subjektiven Bekanntheit von der Neuheit und bei der Möglichkeit einer Abtrennung gewisser Vorstufen von der endgültigen Bekanntheit keineswegs daran, daß sich die subjektive Beherrschung aller Glieder als „bekannt“ erst nach einer individuell ziemlich konstanten Zahl von Wiederholungen einstellte, wobei sich die Abhängigkeit der Einprägung von der Zahl der Expositionen mit ihren Verschiedenheiten der allmählichen Entwickelung dieses Endeffektes an den verschiedenen Stellen, vorübergehenden Rückfälle usw. in ganz ähnlicher Weise zeigte wie beim Auswendiglernen. Es war daher nur konsequent, wenn Reuther nun auch weiterhin bei der Prüfung der Gedächtnisspuren dabei verblieb, die V.-P. einfach wieder die Glieder der objektiv unveränderten Reihen unter den nämlichen Wahrnehmungsbedingungen auf ihre Bekanntheit hin betrachten zu lassen, anstatt eine Abstufung der Vergleichsreihen nach irgendeinem der Schwellenmethode entnommenen Prinzipe vorzunehmen, die bei solchem Ziffernmaterial ja auch nur sehr schwer in ihrer Quantität abzuschätzen bzw. vergleichbar zu gestalten wäre. Als Maß der auf eine Reihe bezogenen Gedächtnisleistung betrachtete Reuther dann das Verhältnis $\frac{b}{s}$ der Anzahl b der wiedererkannten zu der Zahl s aller Glieder und nannte dieses Verfahren die „Methode der identischen Reihen“. Bei seinen eigenen Versuchen war deren eigentliches Wesen den V.-P. verborgen geblieben, da sie der Instruktion gemäß auf eine gewöhnliche Abstufungsmethode gefaßt waren. Mit Recht ist nun dagegen von G. E. Müller[1]) der Einwand erhoben worden, daß sich diese Unwissentlichkeit ohne wirkliche objektive Änderungen bei einer allgemeineren Anwendung dieses Verfahrens auf die Dauer nicht aufrecht erhalten lasse. Indessen ist diese Unwissentlichkeit an sich für die Anwendbarkeit der Methode überhaupt noch nicht entscheidend, da sie sich ja, wie schon gesagt, auch beim Einprägungsakt trotz der Wissentlichkeit zur ziemlich präzisen Abgrenzung eines bestimmten Zustandes der Dispositionen bewährt hat. Auch muß man berücksichtigen, daß zwischen den Darbietungen alter Reihen auch fortwährend

1) Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. der Sinnesorgane, Bd. 39, 1905, S. 462. Vgl. dazu Reuther, Einige Bemerkungen über die Methoden und über gewisse Sätze der Gedächtnisforschung, Wundt, Psychol. Stud. II, 1 u. 2 (1906), S. 89.

wieder allmähliche Einprägungen neuer Reihen stattfanden, an denen die V.-P. in besonders natürlicher Weise ohne Voreingenommenheit alle Stufen der Bekanntheit durchlief, so daß eine an sich wohl mögliche Verschiebung des Maßstabes für dieses Kriterium ausgeschlossen war. Außerdem wird aber ja an dem eigentlichen Wesen der Messung von Dispositionen nach dieser Methode nichts geändert, wenn man zur gelegentlichen Kontrolle sowohl bei der Darbietung alter als auch neuer Reihen wirklich auch einmal veränderte Glieder einfügt. Dies wird jedenfalls vor allem bei der Einübung neuer V.-P., aber auch ganz allgemein den objektiven Wert der gefundenen Maße erhöhen. Nur dadurch wäre also bei einem Kenner der Methode die Vergleichbarkeit mit den Reutherschen Resultaten hinreichend zu wahren. In dieser Weise ist denn auch diese Methode in einer nächstens veröffentlichten Untersuchung von K. Jesinghaus am Leipziger Institut (mit dem nämlichen Apparate) wirklich gehandhabt worden, wobei gleichzeitig Lernversuche nach dem unten behandelten Prinzip mittelst eines ganz analogen Materiales durchgeführt wurden, so daß sich die Resultate nach beiden Methoden auch quantitativ vergleichen lassen[1]). Jedenfalls wird der besondere Wert einer auf das Vergleichsprinzip gegründeten Methode zur Analyse des Gedächtnisses für Komplexe, mit der man ebenso wie bei den einfachen Sinnesreizen sehr feine Dispositionen verfolgen kann, hier noch durch die Einfachheit des Verfahrens erhöht, da man zur bloßen Feststellung jenes Quotienten $\frac{b}{s}$ im späteren Zeitpunkt nur eine einzige Exposition braucht. Dadurch läßt sich die Methode also auch in der Praxis über viel längere Zwischenzeiten zwischen N und V als bei einfachen, nur nach der Schwellenmethode zu prüfenden Eindrücken ausdehnen, ohne des Vorteiles der Fähigkeit zur feineren zeitlichen Differenzierung der Analyse verlustig zu gehen. Über das Verhältnis der Werte $\frac{b}{s}$ zu irgendwelchen anderen Maßen, z. B. auch zu den jedenfalls exakteren Schwellenwerten, mit denen sie ja bei stetig abstufbarem Komplexmaterial einmal ausführlicher verglichen werden könnte, ist freilich a priori nichts zu entscheiden. Doch scheint nach Reuthers Resultaten der zeitliche Verlauf der Dispositionen und der Einfluß der Einprägungsart bei Darstellung in diesem Maße von dem Prospekt nach den anderen bisher üblichen Maßen nicht allzuweit abzuweichen[2]).

1) Inzwischen war die Methode auch von Czimbinski in noch nicht veröffentlichten Versuchen auf die Untersuchung der Nebenassoziationen, des Einflusses der absoluten Stelle in der Reihe u. ä. mittelst Umstellungsreihen (vgl. unten § 62, c) angewandt worden.

2) Näheres s. F. Reuther, Beiträge zur Gedächtnisforschung, Wundts Psychol. Stud. I, 1, 1905, S. 4.

Kapitel 15.

Die Messung von Gedächtnisleistungen an der Menge frei reproduzierter Inhalte.

60. Die Einprägung des Lernstoffes.

a) Das Lernen ganzer Reihen sinnloser Silben.

Falls die Nachwirkung eines einmaligen früheren Eindruckes noch kräftig genug ist, um beim Auftreten anderer mit ihm assoziierter Wahrnehmungen eine Erinnerung an ihn selbständig ins Bewußtsein treten zu lassen, kann sich die Analyse des Gedächtnisses einfach in der Weise vollziehen, daß man sich von der V.-P. das von ihr Behaltene eine beliebige Zeit nach dem erstmaligen Eindruck frei wiedergeben läßt (J. Finzi[1], Ranschburg[2]). Einen Grenzfall dieser Methode bildet also die oben S. 356 genannte Ableitung der Konstanten des Umfanges, bis zu welchem geläufige Elemente eines neuen kurzdauernden Komplexes unmittelbar nach seiner Wahrnehmung richtig und subjektiv sicher wiedergegeben werden können, während es bereits wieder als ein Übergang von da zur Untersuchung des Gedächtnisses nach der soeben betrachteten Vergleichsmethode angesehen werden kann, wenn das Behaltene nicht völlig auswendig wiedergegeben werden muß, sondern nur an der Hand der ganzen Reihe von Objekten (z. B. Figuren, Zahlen, Silben), aus denen der Experimentator die Komplexe zusammengestellt hat, nach einer Art von „Methode der Wahl" (vgl. § 67) rekonstruiert zu werden braucht[3]). Bietet man einen simultanen Komplex länger zu einer diskursiven Auffassung nach allen möglichen Seiten dar, so läßt er sich natürlich schließlich auch in beliebig großem Umfange rein aus dem Gedächtnis rekonstruieren. Doch läßt sich die Einprägung eines ausgedehnteren Stoffes wieder besser übersehen, wenn sie sich auf Reihen kurzdauernder sukzessiv wahrgenommener Glieder gründet. Auch wird die Aufgabe besonders eindeutig, wenn man nicht beliebige Gegenstände darbietet und sie aus dem Gedächtnis irgendwie beschreiben läßt, sondern die sog. rein „mechanische" Reproduktion ganz bestimmter Laute verlangt, die bei akustischer Übermittelung der Reihen von akustisch-

1) Über Auffassungsfähigkeit und Merkfähigkeit, Kräpelins Psychologische Arbeiten Bd. III, 1901, S. 343.

2) Über Art und Wert klinischer Gedächtnismessungen bei nervösen und psychischen Erkrankungen, in Sommer, Klinik für psychische und nervöse Krankheiten II. Bd. 1907, S. 365 (367).

3) A. Diehl, Zum Studium der Merkfähigkeit, Berlin 1902. A. Bernstein, Über eine einfache Methode zur Untersuchung der Merkfähigkeit bzw. des Gedächtnisses bei Geisteskranken. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S. Bd. 32, 1903, S. 259. Für einzelne Quadrate wurde diese Methode außer dem Nachzeichnen auch schon früher von Baldwin und Shaw angewendet, Memory f. Square-Size (Stud. f. Princeton Lab.), Psychol. Review II, 1895, S. 237.

motorischen (-artikulatorischen) Assoziationen und bei der meistens verwendeten Exposition von Lesematerial von optisch-akustisch-artikulatorischen, u. zw. im wesentlichen von einem Gliede zum anderen, weiter geleitet wird. Man spricht dann bekanntlich wie bei sonstigen Fertigkeiten von „Lernen", bzw. hier speziell von „Auswendiglernen".

Um bei der Herstellung der Reihen nicht auf zu wenige Kombinationsmöglichkeiten beschränkt zu sein, führte Ebbinghaus, der solche Lernversuche zum ersten Male anstellte [1]), die seitdem oft benützten Reihen aus sinnlosen Silben ein. G. E. Müller und Schumann [2]) stellten dann bei der Nachprüfung und Fortsetzung dieser Untersuchungen (1887—1892) für die Herstellung der Reihen bestimmte Grundsätze auf, nach denen sich die einzelnen Silben jeder Reihe gleich schwierig und die Reihen unter sich möglichst vergleichbar gestalten ließen, während Ebbinghaus seine ursprünglichen Bestrebungen in der gleichen Richtung später zugunsten der Herstellung rein zufälliger Buchstabenkombinationen wieder aufgegeben hatte. In einer von ihnen als „normal" bezeichneten Silbenreihe [3]) waren 1. alle Anfangskonsonanten, Vokallaute und Endkonsonanten verschieden, 2. stimmte der Anfangskonsonant einer Silbe nie mit dem Endkonsonanten der unmittelbar vorhergehenden Silbe überein, 3. war der Anfangskonsonant der ersten und der Endkonsonant der zweiten Silbe, die unter den speziellen Versuchsbedingungen beim rhythmischen Lesen in einen zweiteiligen Takt zusammengefaßt wurden, niemals identisch [4]), und 4. bildeten die Buchstaben zweier oder mehrerer unmittelbar aufeinanderfolgender Silben nie ein bekanntes mehrsilbiges Wort oder eine Phrase. Um nach diesen Vorschriften z. B. Reihen von je 12 Silben zu bilden, wurden die 17 ebenso wie bei Ebbinghaus benützten Anfangskonsonanten b, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, r, s, t, w, z, (sch) — letzteres kam später nicht mehr überall in Betracht — einzeln auf Pappstückchen geschrieben und in einen ersten Kasten gelegt; ebenso enthielt ein zweiter Kasten die 12 Vokallaute a, aa (fehlte bei Ebbinghaus), e, i, o, u, ä, ö, ü, au, ei, eu, und ein dritter die 12 Endkonsonanten f, k, l, m, n, p, r, s, t, z [5]), ch, sch. Aus diesen Kästen wurden die drei Buchstaben je einer Silbe, nach Mischung vor jeder neuen Reihe, ohne Zurücklegung gezogen und unter Erfüllung der übrigen Vorschriften zur Reihe angesetzt. Doch gelangten insgesamt nur 2210 Silben zur Verwendung, weil auch noch euphonische Gesichtspunkte in Frage kamen. Die Benutzung der nämlichen Silbe in einem früheren Versuch sollte mindestens 10 Tage zurückliegen. Dies konnte man an der Hand einer Silbentafel kontrollieren, deren 17 Vertikalkolumnen den einzelnen Anfangskonsonanten und deren 12 Horizontalreihen den Vokallauten entsprachen, so daß zu dem erforderlichen

1) H. Ebbinghaus, Über das Gedächtnis. Leipzig 1885.

2) G. E. Müller und F. Schumann, Experimentelle Beiträge zur Untersuchung des Gedächtnisses, Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S. VI, 1894, S. 81 u. 257.

3) a. a. O. S. 95 ff.

4) Bei gelegentlichen, als „verschärft normal" bezeichneten Reihen oder besser Reihengruppen war außerdem auch noch verlangt, daß am nämlichen Tage keine Silben vorkamen, die hinsichtlich ihrer beiden ersten oder ihrer beiden letzen Buchstaben oder hinsichtlich ihrer Anfangs- und Endkonsonanten miteinander übereinstimmten.

5) z wurde bei Ebbinghaus nicht als Endkonsonant verwendet.

Überblick nur der Endkonsonant mit Angabe des Versuchstages in eines der 17×12 Fächer einzutragen war. Aus den hier angedeuteten Regeln ist wohl auch für alle anderen Reihenlängen und für noch speziellere Ansprüche[1] die bestmögliche Erreichung des Endzweckes aller dieser Detailvorschriften in analoger Weise abzuleiten. Von allgemeinster Bedeutung war schließlich auch noch, daß Müller und Schumann völlige Unwissentlichkeit des Verfahrens einführten, indem die Tätigkeit des Experimentators, der die Reihen herstellte und darbot, und der V.-P. stets streng geschieden wurde. Auch bewirkten sie die Exposition der Silben unter genauen Zeitverhältnissen und annähernd sukzessiv mit ihrem schon S. 383 genannten Apparat, wofür allerdings seitdem in ähnlichen Arbeiten auch schon mehrmals eine der oben erwähnten Vorrichtungen zur sprungweise fortschreitenden Darbietung eingetreten ist. Dabei konnte dann auch die Richtigkeit des freien Hersagens nach Inhalt und Tempo sehr leicht objektiv kontrolliert werden, indem der Experimentator die jeweils genannte Silbe auf der gleichzeitig wieder im nämlichen Tempo ablaufenden Trommel nachsehen konnte. Dagegen findet sich bei Ebbinghaus, der allein arbeitete, nirgends eine Angabe darüber, ob er nicht wenigstens nachträglich Fehler des subjektiv sicher und im richtigen, am Ticken eines Chronometers kontrollierten Tempo Hergesagten festzustellen suchte, bzw. ob er dies vielleicht unter seinen Versuchsbedingungen überhaupt für unmöglich erachtete.

b) Die Einprägung einer Reihe zweigliedriger Verbindungen, insbesondere die reine Paarmethode.

Im alltäglichen Leben beziehen sich solche Aufgaben des Auswendiglernens ganzer Reihen allerdings im allgemeinen nur auf sinnvolle Texte, bei denen die spätere Reproduktion von den nämlichen Hilfsassoziationen geläufiger Wort- und Satzbildungen sowie sachlicher Zusammenhänge unterstützt wird, wie die erstmalige Auffassung. Subjektiv „sinnlose" Assoziationsglieder sind also hier meistens nur dann im Spiel, wenn das Individuum die Laute und Zeichen einer Sprache oder Schrift neu verstehen oder in ein anderes System zu übersetzen lernt. Diese Prozesse vollziehen sich aber im allgemeinen nur in zweigliedrigen Verbindungen, die nur so weit auswendig gelernt zu werden brauchen, daß das ursprünglich neue Element bei der Wahrnehmung des anderen Gliedes der Assoziation ins Bewußtsein tritt. Doch ist meistens wenigstens noch die eine beim Lernen jener sinnlosen Silbenreihen beteiligte Erschwerung dabei, daß ganze Reihen solcher Paare in einem gewissen Rhythmus ununterbrochen nacheinander durchgenommen werden, wie z. B. beim Lernen von Vokabeln, von Geschichtszahlen u. dergl.

Auch wenn eine Reihe in der Absicht gelesen wird, sie zuletzt im ganzen frei hersagen zu können, dominieren übrigens für gewöhnlich enger begrenzte

1) So stellte z. B. O. Lipmann mit etwas weniger Elementen 1300 Silben für 16-gliedrige Reihen her. (Die Wirkung der einzelnen Wiederholungen auf verschieden starke und verschieden alte Assoziationen. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S. 35, 1904. S. 195 (S. 201.)



Assoziationen, da die Silben unwillkürlich zu Takten zusammengefaßt werden. Deshalb bildet ein deutlicher Leserhythmus, der als $^3/_4$ oder $^4/_4$ Takt schon in Ebbinghaus' Selbstinstruktion aufgenommen war, sogar die konstanteste Lern- und Reproduktionsbedingung. Dabei enthält aber jedenfalls der einfachste, zweiteilige Takt mit Betonung der ersten Silbe, also der Trochäus, die elementarsten Voraussetzungen der Assoziation. Es kann daher von irgendeiner betonten Silbe aus auch bei ihrer isolierten Darbietung leicht die folgende Silbe frei reproduziert werden, wie es bei jenen zweiteiligen Assoziationen des alltäglichen Lebens der Fall ist, eine Partialleistung, für die somit die beim Hersagen der Reihe im ganzen sonst noch erforderlichen Assoziationen von Takt zu Takt, die Assoziation einer Silbe mit ihrer relativen Stelle innerhalb der Reihe u. ä. wertlos sind. Nachdem nun G. E. Müller schon in seinen mit Schumann unternommenen Versuchen des Hersagens ganzer Reihen der Bedeutung diesen Binnenassoziationen innerhalb der (trochäischen) Zweitakte nachgegangen war, gelangte er in seiner späteren mit Pilzecker durchgeführten Untersuchung (seit 1892) dahin, auf das Auswendigkönnen der Reihe im ganzen überhaupt kein Gewicht mehr zu legen, sondern nur noch jene Fähigkeit zur Reproduktion des zweiten Taktgliedes bei der späteren Vorzeigung des erstern zu prüfen, u. zw. bei völlig zufälliger und wechselnder Reihenfolge der ursprünglich betonten Silben[1]). Allerdings wurde die Reihe beim Einprägen, äußerlich betrachtet, in der nämlichen Weise exponiert und abgelesen wie bei den früheren Versuchen des Auswendiglernens der ganzen Reihe. Auch war die V.-P. „selbstverständlich angewiesen, über den Zweck der Versuchsreihe nicht weiter nachzudenken" (a. a. O. S. 8). Da aber doch die Art der Prüfung der V.-P. bekannt war und zum mindesten keine Instruktion vorlag, die Reihe beim Lernen so durchzunehmen, als ob sie im ganzen frei hergesagt werden solle, so wird das innere Verhalten der V.-P. der Reihe gegenüber wohl ein prinzipiell anderes geworden sein als in den früheren Versuchen. Die stets unwillkürlich unterlaufenden Versuche zur freien Reproduktion werden sich schließlich im wesentlichen wohl auf die unterschiedliche Wiedererkennung der später als Stichreize dienenden Iktus-Silben und die freie Hinzufügung der unbetonten Silben beschränkt haben, ohne daß freilich eine ganz klare Abtrennung dieser Partialleistungen von Tendenzen zur freien Reproduktion der Stichworte selbst erfolgt sein wird. Eindeutige Versuchsbedingungen dürften daher erst wieder bei der sog. Wortpaarmethode vorliegen, auf die sich Ranschburg bei seinen klinischen Untersuchungen des Gedächtnisses (seit 1900) schon deshalb hingeführt sah, weil bei geisteskranken und nervösen Personen mit verminderter Auffassungs- und Merkfähigkeit das Auswendig-Hersagen ganzer Reihen sinnloser Silben u. dergl. überhaupt nicht mehr möglich sein kann, während sich zweigliedrige Assoziationen, insbesondere zwischen sinnvollen Worten, durch wiederholte simultane Darbietung der Wortpaare noch neu bilden, bzw. bei einer schon vorhandenen Beziehung experimentell so weit verstärken lassen, daß das zweite, z. B. zweisilbig gewählte Wort bei

1) Müller und Pilzecker, Experimentelle Beiträge zur Lehre vom Gedächtnis. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S., Erg. Bd. 1, 1900.

der erneuten Wahrnehmung des ersten (einsilbigen) „Stichwortes" richtig genannt wird[1]). Auch früher suchte man ja schon den nicht experimentell gewonnenen, sondern aus dem alltäglichen Leben fertig mitgebrachten Bestand der Assoziationen bei Gesunden und Kranken zunächst vor allem in zweigliedrigen Einzelverbindungen zu entwickeln[1]). Diese auf das mannig-

1) Studien über die Merkfähigkeit d. Normalen, Nervenschwachen u. Geisteskranken, Monatschr. f. Psychiatrie und Neurologie 1901, Bd. IX, sowie a. S. 388 a. O. (Die Fortsetzung vgl. ebenda (Sommer, Klinik usw.) Bd. III, 2, 1908, S. 2 und Bd. V, 2. 1910. S. 89. Außerdem: Ders., „Die Ergebnisse der experimentellen Psychopathologie des Gedächtnisses" (Sammelreferat beim IV. Kongreß für experimentelle Psychologie in Innsbruck, Ber. herausgeg. von Fr. Schumann, 1911, S. 95 ff.)

2) Die V.-P. ist hier z. B. instruiert, die erste beste Vorstellung zu nennen, die ihr auf ein dargebotenes Reizwort oder Bild hin einfällt, während bei den oben ausführlich behandelten Gedächtnisversuchen eine ganz bestimmte, experimentell entstandene Verbindung zur Geltung kommen und bei vollkommener Wiedergabe auch mit dem Bewußtsein der Richtigkeit in bezug auf die Entstehungsbedingungen auftreten soll. Deshalb ist bei jenen „Assoziationsversuchen" freilich auch nichts Direktes über die Abhängigkeit der Reproduktion von der Entstehung und dem zeitlichen Verlauf der Dispositionen auszumachen. Sie liefern vielmehr nur eine Statistik der fertigen assoziativen Grundlagen des Denkens eines bestimmten Individuums und haben daher allerdings ebenfalls eine große diagnostische Bedeutung. Wenn an Stelle der rein mechanischen Assoziation auf die Reizworte hin die Beantwortung einer Frage verlangt wird, gehen die Versuche in die eigentliche Untersuchung des Denkens über, freilich zunächst ebenfalls in der weniger exakten Form, bei der der ausgefragte Begriff nicht zugleich selbst unter genauer kontrollierbaren Bedingungen gebildet wurde (vgl. S. 8 f. u. 234).

Über diese Assoziationsversuche (und ihre wichtige Verwertung in der psychopathologischen Diagnose) vgl. u. a.:

Fr. Galton, Brain, II 1879, p. 154, und Inquiries into human faculty and its development, London 1883. p. 185 ff.

M. Trautscholdt, Experimentelle Untersuchungen über die Assoziation der Vorstellungen, Wundts Phil. Stud. I, 1882, S. 216 ff.

Münsterberg, Beiträge zur experimentellen Psychologie, Heft 1, 1889, S. 64 ff.

Kraepelin, Der psychologische Versuch in der Psychiatrie, Kraepelins Psychol. Arbeiten I, 1896, S. 9 ff.

Aschaffenburg, Experimentelle Studien über Assoziationen, ebenda, I, 1896, S. 209 II, 1897, 1, IV, 1902, S. 235.

Sommer, Lehrbuch der psychopathologischen Untersuchungsmethoden, 1899, S. 326 ff.

S. Freud, Kleine Schriften zur Neurosenlehre aus den Jahren 1893—1906. Über die von ihm angeregte Literatur vgl. K. Mittenzwey, Versuch zu einer Darstellung und Kritik der Freudschen Neurosenlehre in W. Spechts Zeitschr. f. Pathopsychologie I, 1. H. 1911, S. 164 (S. 168 f).

A. Wreschner, Die Reproduktion und Assoziation von Vorstellungen, Zeitschr. f. Psychologie u. Ph. der S. I. Abt., 1907, Erg.-Bd. 3, I u. II.

Die Gedächtnisversuche nach der „Paarmethode" können zunächst wenigstens den einfachen Assoziationsversuchen (mit freien Assoziationen an einen Stichreiz), nur eben unter jenen exakteren Bedingungen, näher gebracht werden, wenn die Reproduktionsaufgabe durch mehrfache Verwendung des nämlichen Stichreizes vieldeutig wird.

Die höheren Denkvorgänge, die durch eine Frage angeregt werden, schließen aber natürlich bereits teilweise mehrgliedrige Assoziationen ein, also wieder ähnlich wie beim freien Hersagen einer ganzen Reihe. Doch trat bei ihrer Analyse sogleich die Aufgabe zur Wiedergabe derjenigen Momente in den Vordergrund, die das Bewußtsein des Erkennens bei der Operation mit vorwiegend sehr unanschaulich repräsentierten Begriffen charakterisieren. Auch bei den einfachen Gedächtnisversuchen gehört aber

faltigste variierbare „Paarmethode“ Ranschburgs wandte dann z. B. Lipmann auch in der Form an, daß er zweistellige Zahlen als „Stichreize“ für einzelne Buchstaben nahm und z. B. 79 i, 31 z usw. lernen ließ (s. S. 390, A. 1). Auch suchte er ihr weiterhin bei der Rückkehr zu den sinnlosen Silben die Methode von Müller-Pilzecker dadurch noch ähnlicher zu machen, daß er die (betonten) Silben, welche der V.-P. nur als „Stichreize“ unterschiedlich geläufig zu werden brauchten, jedesmal in roten Lettern, die an sie zu assoziierenden (unbetonten) aber in blauen darbot.

c) Die Schwierigkeiten der Bestimmung des Stadiums der Einprägung ganzer Reihen und der hierzu aufgewendeten psychischen Arbeit.

Gleichgültig, ob man aber nun lauter solche Einzelassoziationen untersucht, deren Bildung und Aktualisierung nur durch das reihenweise Einlernen und Reproduzieren kompliziert ist, oder das Auswendiglernen ganzer Reihen, hat man beim Vorgange der Einprägung, dessen eindeutige Bestimmtheit nach S. 381 für den Erfolg der ganzen Untersuchung von entscheidender Bedeutung sein muß, auf die beiden Komponenten des einfachen lauten oder leisen Lesens (bzw. des einfachen Zuhörens) einerseits und des Versuches zur freien Reproduktion des vorher Aufgenommenen andererseits zu achten, von deren beiderseitigem Verhältnis der ganze weitere Verlauf der Dispositionen abhängig ist. Ein Mangel an Kontrolle in dieser Hinsicht kann natürlich um so störender werden, je mehr Wiederholungen der Reihe für den gewünschten Effekt erforderlich werden, so daß die schon oben genannte Vieldeutigkeit bei den Versuchen von Müller und Pilzecker vielleicht noch nicht so schwer ins Gewicht fällt. Denn deren Ansprüche bei der Prüfung der Dispositionen sind so sehr herabgesetzt, daß es sich weiterhin „empfiehlt, soweit nicht anderweite Rücksichten entgegenstehen, den Silbenreihen eine größere Länge zu geben“, sie aber dafür „nicht gar so fest einprägen zu lassen“. Bei den von Ebbinghaus sowie von Müller und Schumann a. a. O. untersuchten Leistungen suchte man dagegen einen möglichst konstant zu definierenden Zustand in der Weise zu erreichen, bzw. nach seinem Verlust wiederzugewinnen, daß man die Reihe so lange lesen ließ, bis sie „zum erstenmal, nach gegebenem Anfangsglied, ohne Stocken in einem bestimmten Tempo[1]) und mit dem Bewußtsein der Fehlerlosigkeit auswendig hergesagt werden konnte“. (Ebbinghaus a. a. O. S. 31.)

---

z. B. jenes Bewußtsein der Richtigkeit zu dieser Kategorie von Bewußtseinsmomenten hinzu. Ja diese sind schließlich auch bei der Analyse der einfachsten Elementarleistung zu berücksichtigen, die niemals ein bloßes Aggregat von Elementen ohne solche höhere Bewußtseinsmomente bilden. Über die Literatur zu diesen z. Z. noch lebhaft diskutierten Streitfragen vgl. Wundt, Grundr. d. Physiol. Psych. III^6, S. 551.

1) Bei Ebbinghaus traf sowohl beim Einlernen als auch beim richtigen Hersagen auf jede Silbe ca. 0,4 Sek. Bei Müller und Schumann konnte das vom Experimentator zu kontrollierende „richtige“ Tempo des freien Hersagens in der Weise definiert werden, daß die Reproduktion sich eingestellt haben müsse, bevor die Silbe auf der wie beim Lernen ablaufenden Trommel in dem hierbei vom Experimentator beobachteten Gesichtsfeld des Apparates auftrat (vgl. S. 390).

Wenn aber nun auch dieser Zustand des momentanen[1]) Auswendigkönnens in solcher oder ähnlicher Form eindeutig genug definiert werden kann, so ist doch die geistige Arbeit, die bis zu seiner Erreichung aufgewendet worden ist, nur schwer einzuschätzen, wenn bei den Lesungen fortwährend schon in unkontrollierbarer Weise Versuche unterlaufen, einzelne Silben bzw. ganze Abschnitte der Reihe bis zum Eintreten einer Stockung[2]) auswendig herzusagen. Sehen wir hier auch einstweilen noch von der besonderen Schwierigkeit ab, die sich hieraus bei einer speziellen Methode zur Messung der späteren Gedächtnisleistung, bei der sog. „Ersparnismethode“ (s. § 61, b) ergibt, so kommt die bei der Einprägung aufgewandte Arbeit doch zunächst schon als selbständige Bedingung der Assoziationsfestigkeit in Betracht, gleichgültig mit welchen Methoden man ihren Effekt messen will. Denn es ist für das Behalten einzelner Assoziationen oder einer ganzen Reihe keineswegs ohne Belang, ob man beim Lernen gerade nur so viel Arbeit aufgewandt hat, um die freie Reproduktion eben vollziehen zu können, oder ob man noch mehr oder weniger darüber hinausgeht. Ja es erscheint sogar ziemlich wahrscheinlich, daß in diesen verschiedenen Fällen auch schon die primären Bewußtseinsprozesse selbst beim sog. richtigen, d. h. von jener Ebbinghausschen Definition des Endzustandes nicht merklich abweichenden Hersagen wesentlich untereinander differieren. Deshalb schob z. B. Knors[3]) zur Erzielung einer größeren Eindeutigkeit des Lernprozesses nach jeder Lesung der ganzen Reihe einen besonderen Versuch zu ihrem freien Hersagen ein.

Bei der in den beiden hier gemeinten Arbeiten von Ebbinghaus und Müller noch ausgeschlossenen Spezialuntersuchung über die Abhängigkeit der freien Reproduktion von der Zahl und Art der Wiederholungen wird man aber ja überhaupt nach einem allgemeineren Kriterium der Eindeutigkeit des Lernprozesses und der Konstanz des jeweils erreichten Stadiums suchen müssen, da eben hier die in jener Definition vorausgesetzten Bedingungen selbst variiert werden und zum Hersagen der ganzen Reihe stets bereits eine gewisse Mindestzahl an Wiederholungen erforderlich ist. Man könnte zunächst sogar einfach wieder ebenso wie bei der Untersuchung der primären Auffassungs- und Vergleichsakte mit der Konstanz der objektiven und subjektiven Bedingungen beim Ablesen der Silben überhaupt und ihrer Kontrolle durch die Konstanz des Resultates der späteren Dispositionsmessung zufrieden sein, gleichgültig, welches Maß man für die Ge-

1) Da diese sichere Beherrschung der ganzen Reihe wegen der unvermeidlichen Dispositionsschwankungen unter Umständen schon beim nächsten Versuch des Hersagens der Reihe wieder verschwunden sein kann, suchte Ebbinghaus eine Zeitlang das als konstant zu betrachtende Endstadium durch die Fähigkeit zu definieren, daß man die Reihe zweimal hintereinander in der oben genannten Weise hersagen könne.

2) Bei den selbständigen, mit dem Durchlesen „zwanglos abwechselnden“ Versuchen des freien Hersagens, die als eine besondere Wiederholung gezählt wurden, las man die Reihe, sobald eine Stockung auftrat, einfach wieder ununterbrochen zu Ende, so daß also die beiden Kombinationen aus den beiden Hauptformen des Ablaufes wenigstens nur zweigliedrig waren, allerdings wohl mit ziemlich irregulären Schwankungen an der Übergangsstelle, d. h. am Punkte der Stockung.

3) C. Knors, Experimentelle Untersuchungen über den Lernprozeß. Archiv f. d. ges. Psych. XVII, 1910, S. 297.



dächtnisleistung bei unvollständiger Beherrschung der Reihe wählen wollte. In diesem Falle brauchte man aber dann die Lesungen, deren Anzahl bei der Untersuchung ihres Einflusses von einer Versuchsgruppe zur anderen abzustufen ist, vor der Prüfung der Reproduzierbarkeit der Reihe überhaupt durch keinerlei ausdrückliche Versuche zum Hersagen unterbrechen zu lassen[1]). Da indessen die V.-P. im allgemeinen doch der Leistung der freien Reproduktion (im ganzen oder nach Teilen) zustrebt und deren Prüfung voraussieht, so wird freilich auch in diesem Falle beim wiederholten Lesen nicht nur das Bewußtsein der Bekanntheit der Glieder wie bei den S. 386 genannten Versuchen auftreten, sondern es werden sich eigenartige neue Kombinationen der passiven Auffassung mit der Selbstbeobachtung, ob man sie auch frei hätte reproduzieren können, herausbilden. Die Verteilung dieser Prozesse über die ganze Reihe und die Verschiebungen des Schwerpunktes der geistigen Verarbeitung an die jeweils schwächsten Stellen werden sich aber in diesem Falle von der Herausbildung der bloßen Bekanntheit in den Versuchen, in denen diese allein erstrebt wird, kaum wesentlich unterscheiden. Dies brauchen freilich noch nicht die günstigsten Bedingungen für das Auswendiglernen einer Reihe im ganzen oder auch nur für die Beherrschung aller Paar-Assoziationen zu sein, sondern diese werden eher bei einem zunehmenden Überschuß der Versuche zur freien Reproduktion über die mehr passive Wiederholung des Lernstoffes anzunehmen sein. Darauf scheint auch Witasek[2]) bei seinem speziellen Lernverfahren hinzustreben, bei dem die Versuche zur freien Reproduktion von dem einfach wiederholten Lesen dadurch durchweg scharf abgetrennt bleiben, daß beim Eintritt einer Stockung nicht die Reihe wieder einfach zu Ende gelesen wird, sondern immer nur die fehlende Silbe der V.-P. nach einer gewissen Zwischenzeit vom Experimentator zugerufen wird, bis die Reihe zu Ende ist, also wie bei dem schon früher zur Messung der Gedächtnisleistung benützten Verfahren der sog. „Hilfen" (vgl. § 61, a, 2). Indessen wird ein solches Lernen wenigstens dann, wenn einmal noch viele Hilfen nötig sind, nach dem soeben Gesagten bezüglich seiner Einprägungswirkung hinter dem einfachen Weiterlesen zurückstehen, zumal wenn als Intervall bis zum Einspringen der Hilfen 10 Sek. gewählt sind, wie es Witasek tat, um die Methode eben zugleich zum Nachweis der bereits vorhandenen Spuren geeignet zu machen.

Da natürlich die früheren Lesungen und freien Reproduktionen stets auch den Effekt jeder späteren Wiederholung mit bestimmen, so würde sich schließlich ein eindeutigeres Bild der Einprägung überhaupt niemals anders als durch Unterscheidung der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten bezüglich beider Operationen gewinnen lassen, die sich zunehmend vermehren, wenn die Reihe unter Variation der Stellungnahme zu ihren einzelnen Gliedern und Unterabteilungen einmal, zweimal usw. durchgenommen wird. Auch in dieser Hinsicht bietet aber wohl die Paarmethode (s. S. 391) bei geeigneter Anwendung, d. h. vor allem nach Beseitigung der Vieldeutig-

1) Vgl. hierzu z. B. Nr. 3 der Instruktion bei Witasek, Über Lesen und Rezitieren in ihren Beziehungen zum Gedächtnis, Zeitschr. f. Psych. u. Ph. d. S. Bd. 44, 1. Abt. 1907, S. 161 (S. 166).

2) Vgl. ebenda.

keit des Verhaltens beim Lernen, die nach S. 391 bei der Müller-Pilzeckerschen Methode droht, einfachere Voraussetzungen dar, da die relative Isolierung der einzelnen Teilassoziationen einen etwas klareren Überblick über jene Kombinationsmöglichkeiten zulassen wird. Doch braucht hier auf diese Fragen der sog. „Ökonomie" des Lernens, zu denen vor allem auch die Probleme bezüglich des Einflusses zeitlich weiter auseinander liegender Wiederholungen hinzugehören, nicht weiter eingegangen zu werden, da sie im wesentlichen nach den allgemeinen methodischen Gesichtspunkten zu bearbeiten sind [1]). Es sei nur noch darauf hingewiesen, daß der Effekt der Versuche zum Auswendiglernen ganzer Reihen und zur Einprägung einer ganzen Reihe von Einzelassoziationen, bei denen schon diese unmittelbare Aufeinanderfolge die Bedingungen für die Ausbildung der Reproduktionsdispositionen wesentlich anders gestaltet als bei isolierten Wahrnehmungen einzelner Paare [2]), natürlich auch durch die Beschäftigung, die der Reihe im ganzen unmittelbar nachfolgt, wesentlich beeinflußt wird. Daher ist also auch bei den Wiederholungen sorgfältig auf die Länge und Ausfüllung der Zwischenpausen zu achten.

Natürlich sind diese Fragen nach der Art der allmählichen Entwicklung leistungsfähiger Assoziationen auch mit anderen Bewußtseinsinhalten, und zwar bei allen möglichen meßbaren Erscheinungsformen des assoziativen Mechanismus zu verfolgen [3]).

61. Die Messung der Gedächtnisleistung.

a) Die Abzählung der sog. „Treffer".

1. Die Bestimmung der Trefferzahl bei unmittelbarer Wiedergabe (ohne Hilfen).

Zur Messung der Gedächtnisleistung in einem bestimmten Stadium des Auswendigkönnens sind zwei Hauptmethoden zur Anwendung gekommen.

---

1) Vgl. hierüber u. a. noch Jost, Die Assoziationsfestigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Verteilung der Wiederholungen, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S. Bd. 14, 1897. S. 459. L. Steffens, Experimentelle Beiträge zur Lehre vom ökonomischen Lernen, ebenda Bd. 22, 1900, S. 321. E. Ebert und E. Meumann, Über einige Grundfragen der Psychologie der Übungsphänomene im Bereiche des Gedächtnisses, Arch. f. d. ges. Psychologie IV, 1905, S. 1. E. Meumann, Ökonomie und Technik des Gedächtnisses. Leipzig 1908. Ders., Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik, II. Bd. 1907, S. 1ff. (u. Literatur ebda. S. 434f). G. E. Müller, Zur Analyse der Gedächtnistätigkeit und des Vorstellungsverlaufes, I. Teil, 1911, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. S., 1. Abt. Erg.-Bd. 5, besonders Abschn. 4 (Über die Komplexbildung beim Lernen, S. 253ff.).

2) Aus diesem Grunde besitzt auch die Methode der freien Wahl der Expositionszeit jedes Reihengliedes beim Erlernen ein besonderes Interesse, die den Bedingungen des Erlernens im alltäglichen Leben am nächsten kommt und dessen experimentelle Verwertbarkeit in noch nicht veröffentlichten Untersuchungen aus dem Meumannschen Institute geprüft wird.

3) Über die allmähliche Ausbildung einer auf Assoziationen beruhenden Gewichtstäuschung vgl. z. B. Laura Steffens, Über die motorische Einstellung. Zeitschr. f. Psychol. u. Phys. d. S., Bd. 23. 1900, S. 241.

Ebbinghaus bestimmte in seinen ersten, oben beschriebenen Versuchen die Zahl WL der Wiederholungen, die später notwendig werden, um den inzwischen verloren gegangenen Ausgangszustand wieder zu erreichen, bei dem die ganze Reihe nach L ursprünglichen Wiederholungen frei hergesagt werden konnte (vgl. S. 393). Die Differenz $\Delta = L - WL$ war für ihn „die bei dem Wiedererlernen gefundene Arbeitsersparnis" (a. a. O. S. 93). Im Anschluß an Jost (a. S. 396, A. 1 a. O. S. 438) nennt man dies kurz das „Ersparnisverfahren". Direkter als diese unten erst an zweiter Stelle weiter zu verfolgende Messungsmethode dürfte dagegen die neue aktuelle Leistung eines bestimmten Stadiums durch die Abzählung der aus dem Gedächtnis richtig wiedergegebenen Elemente dargestellt werden, falls nur geeignete Nebenbedingungen hinzutreten, welche hierbei den Bestand an tatsächlich vorhandenen Assoziationen in möglichst großem Umfange zu aktualisieren gestatten. Jost, sowie G. E. Müller und Pilzecker bezeichneten diese richtig reproduzierten Elemente (a. S. 391 a. O.) als „Treffer" und stellten die Abzählung der Treffer jenem Ebbinghausschen „Ersparnisverfahren" als sog. „Treffermethode" zur Prüfung der Gedächtnisleistung gegenüber. Da dies aber im Zusammenhang mit der von Müller und Pilzecker eingeführten Prüfung einer speziellen Art der Gedächtnisleistung geschah, bei der nach S. 391 die Einstellung der V.-P. während des Erlernens sich derjenigen bei der „Paarmethode" Ranschburgs annähern mußte, so hat man leider den Begriff der „Treffermethode" seitdem allgemein so eingeengt, daß sie sich überhaupt nur auf solche im wesentlichen mit der Paarmethode übereinstimmende Versuchsbedingungen bezog. An sich ist aber dieser Begriff eines Hauptverfahrens zur Prüfung der Gedächtnisleistung in seinem Gegensatz zum Ersparnisverfahren so allgemein, daß er nicht nur die Müller-Pilzeckersche und Ranschburgsche Messung der Leistung in sich befaßt, sondern auch das Abzählen der „Treffer" bei den Versuchen einer freien Wiedergabe ganzer Reihen, mit dem seit 1895 zum ersten Male W. G. Smith auf Anregung Münsterbergs direkter als Ebbinghaus auf das Ziel loszugehen suchte, sowie die sog. „Methode der Hilfen", durch die dann Ebbinghaus selbst diese Aufgabe in vollkommenerer Weise als Smith zu lösen wußte.

Wegen seiner Unvollkommenheiten kann freilich der Smithsche Versuch, der begrifflich unter die Treffermethode fällt, gar nicht als eine gleichwertige Messung der Gedächtnisleistung (i. eng. S., d. h. längere Zeit nach der Einprägung) gezählt werden. Er ist hier nur zu erwähnen, weil er doch wenigstens sogleich auf die spezielle Unterfrage einer Einschätzung der sog. „Teiltreffer" hinführte, und weil er zugleich die methodische Beziehung zu der S. 361 beschriebenen Anwendung des ganz analogen Verfahrens bei der Feststellung des sog. Umfanges der Neuauffassung herstellt. Nach einmaliger Darbietung eines kurzdauernden Simultankomplexes oder einer kurzen, in einem einzigen Akte aufzufassenden Reihe bildet ja in der Tat der Versuch, so viel als möglich von dem Wahrgenommenen unmittelbar darnach frei aus dem Gedächtnis wiederzugeben, die vollwertige Methode zur exakten Abgrenzung jenes für die Neuauffassung charakteristischen Umfanges. Ebenso, wie aber Cattell (a. S. 368 a. O.) mittelst dieses Versuches auch schon den Effekt der wiederholten Darbietung eines diskursiv

aufgenommenen Simultankomplexes verwertete, wollte Smith[1]) hiermit die Wirkung der einzelnen Wiederholungen beim Auswendiglernen ganzer Silbenreihen verfolgen, das unter ähnlichen Bedingungen wie bei Ebbinghaus[2]) geschah. Da nun zwischen der richtigen Wiedergabe eines Komplexelementes mit dem Bewußtsein seiner Richtigkeit und dem völligen Ausfall desselben eine ziemlich stetige Reihe von Zwischenstufen einer nur teilweisen oder unsicheren Reproduktion liegt, so verlangt dieses Gesamtmaß der Leistung auch noch die Abschätzung der teilweisen „Treffer" bzw. der entsprechenden Fehler. Diese ist zunächst durch eine Analyse der verschiedenen Arten der Fehler vorzubereiten, wie sie Smith bereits ausführlich vornahm, indem er zwischen dem völligen Wegfall einer Silbe, ihrer Ersetzung durch eine ähnliche Silbe und ihrer bloßen Umstellung, sowie bezüglich der Ersatzsilbe noch zwischen verschiedenen Graden ihrer Ähnlichkeit unterschied (a. a. O. S. 24). Die quantitative Einschätzung dieser verschiedenen Teilleistungen ist freilich vorläufig kaum ohne willkürliche Konventionen durchführbar. Ranschburg (a. a. O.) und Ephrussi[3]) unterschieden (bei Anwendung der Paarmethode) zunächst nur zwischen der völligen Null-Leistung und halben Treffern, die jener bei nachträglicher (spontaner oder angeregter) Berichtigung, dieser bei der Richtigkeit mindestens zweier Silbenbuchstaben ansetzte, während Ebert und Meumann (bei Versuchen zur Wiedergabe ganzer Reihen, a. S. 396 a. O. S. 11) das Weglassen oder Hinzutun einer Zahl als Fehler 1 (bzw. Leistung 0), den Fehler bei einer Verschiebung um mehr als eine Stelle als $^3/_4$, bei einer solchen um nur 1 Stelle als $^1/_2$ und bei nachträglicher Berichtigung als $^1/_4$ rechneten, und Lipmann (bei seiner S. 393 genannten Paarmethode) einfach einen nach Art und Lage richtigen Buchstaben als $^1/_3$, zwei als $^2/_3$ Treffer betrachtete. Witasek suchte dann bei seinen S. 395 und sogleich nochmals genannten Reproduktionen ganzer Reihen diese quantitativen Abstufungen auf Grund einer ähnlichen Detailanalyse der Fehlerarten[4]) wie bei Smith noch zu verfeinern, wobei er theoretische Überlegungen und empirische Beobachtungen über die zur Vermeidung der verschiedenen Fälle notwendige Leistung zu Rate zog. Die Grade der subjektiven Sicherheit sind jedoch in den genannten Arbeiten nicht besonders in Anschlag gebracht worden.

2. Die Methode der „Hilfen".

Wie aber das unmittelbar Wiedergegebene bereits den Umfang an ursprünglich bewußten Wahrnehmungselementen nicht zu erschöpfen, sondern nur einige wenige, besonders klare Momente herauszuheben vermag, so darf man sich auch bei der Untersuchung des Gedächtnisses nur da auf dieses Maß beschränken, wo eine einzige Assoziation ohne weitere Reproduktions-

1) The Place of repetition in memory, Psych. Rev. III, 1896, S. 21.

2) Es erscheint einigermaßen irreführend, wenn es a. a. O. heißt, daß die Versuche unter ähnlichen Bedingungen wie bei Müller und Schumann ausgeführt worden seien.

3) P. Ephrussi, Experimentelle Beiträge zur Lehre vom Gedächtnis, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. 37, 1904, S. 56 u. 161 (S. 223).

4) a. S. a. O., S. 167ff. (Die Gewichtsskala der Fehler mit einigen Ausgleichungsbestimmungen S. 179.)



hilfe von ihrem Stichreiz aus zu entwickeln und abzuschätzen ist. Wenn aber die Disposition zur freien Wiedergabe einer ganzen Reihe eingeschätzt werden soll, bei der die freie Reproduktion jedes weiteren Elementes nach dem Stichreiz als „Sticherregung“ für die späteren Silben oder Zahlen funktioniert, kann die Leistungsfähigkeit aller Assoziationen natürlich nur dann als hinreichend erschöpft angesehen werden, wenn alle Elemente der alten Reihe einmal darauf hin geprüft worden sind, ob sie nicht durch eine sogenannte „unmittelbare“ Assoziation mit dem nächstfolgenden Glied, oder eine „mittelbare“ mit späteren Gliedern eine Mehrleistung über das Maß hinaus auszulösen vermögen, auf das eine dieser „Hilfen“ entbehrende freie Wiedergabe beschränkt wäre. Dabei wird das Mißverhältnis zwischen den „primären“ [1]) und diesen „sekundären“ Treffern offenbar um so größer sein, je längere Reihen auswendig hergesagt werden sollen, je mehr also bei gleicher Wahrscheinlichkeit einer Stockung an irgendeiner Stelle von jenen inneren oder Binnen-Assoziationen ungenützt bleiben muß.

Zur Erzielung der bestmöglichen Gesamtleistung wäre somit ähnlich wie bei der S. 383 beschriebenen Methode der bloßen Wiedererkennung die Abwicklung der ganzen alten Reihe, nur eben in einem freieren Tempo erforderlich, bei dem die V.-P. möglichst anstrengungslos das Auftreten des nächsten Reihengliedes immer erst dann selbst auslöst, wenn sie es befriedigend reproduziert hat oder die Hoffnung auf seine Reproduktion (bzw. auf seine Verbesserung bei bloßer Unsicherheit) aufgegeben hat, wobei natürlich zur Vermeidung der Uferlosigkeit[2]) des Versuches zugleich mechanisch eine obere Grenze der Pause gesetzt werden muß. Als Maß der Gedächtnisleistung wäre hierbei also schließlich wiederum die Zahl der Treffer einschließlich der Teiltreffer anzusehen, die unter Mitwirkung dieser Hilfen im ganzen zutage gefördert werden.

Das Prinzip dieses Verfahrens wurde zum ersten Male von Ebbinghaus zur Untersuchung des Einflusses der Wiederholungszahl angewandt[3]), indem der Experimentator der V.-P. beim Hersagen die fehlenden Silben einfach zurief. Er bezeichnete dies eben als sog. „Methode der Hilfen“, die Witasek (a. S. 395 a. O.) sinngemäß noch durch die verschiedene Einschätzung der „Hilfen“ weiter auszubilden suchte, je nach den Fehlern, die der Experimentator durch sein Einsagen korrigierte. Der oben erwähnten Tafel der Fehlergewichte entspricht also bei Witasek eine „Hilfengewichtsskala“. Die hiernach berechneten Gesamtsummen der Hilfeleistung bei jeder Reihe lassen an einem von ihm mitgeteilten Beispiele (a. a. O. S. 180) des

1) Ob man zur Erklärung dieser ersten Hauptkategorie der „primären Treffer“, die nach Darbietung des bloßen Reihenanfanges erreicht werden, noch des Begriffes eines eigenen Beharrungsvermögens („Perseveration“) bzw. des „freien Steigens“ der Vorstellung bedarf oder schon mit der bloßen Assoziation mit der Situation im ganzen und dem weiterhin frei Erinnerten ausreicht, ist hier methodisch nur von sekundärer Bedeutung. Die Tatsache, daß bei einer experimentellen Auslösung des Gedächtnisprozesses im allgemeinen stets zum mindesten eine assoziabile Gesamtsituation ins Bewußtsein gehoben werden muß, sollte jedenfalls den Umfang der soeben an zweiter Stelle genannten eigentlichen Assoziationen nicht unnötig beschränken lassen.

2) Vgl. G. E. Müller und Pilzecker, a. S. 391, A. 1 a. O.

3) Mitgeteilt in seinen Grundzügen der Psychologie I, 1. Aufl. 1897.

wiederholten Hersagens der unvollständig beherrschten Silbenreihe unter gleichzeitiger Ergänzung der ganzen Reihe durch „Hilfen“ in der Tat die stetige Erhöhung der Leistung besser hervortreten als die unterschiedslose Abzählung der einzelnen Hilfen als solcher[1]).

Da bei der Prüfung der Gedächtnisleistung aber auch da, wo nicht eine Reihe im ganzen frei hergesagt werden soll, sondern wie bei der Methode der Hilfen oder der Paarmethode mehrere Reihenelemente wieder als Stichreize dargeboten werden, doch wenigstens von diesen letzteren aus immer wieder die freie Wiedergabe eines Komplexes von Buchstaben oder Ziffern notwendig wird, so kehrt bei jedem Treffer das nämliche Problem gewissermaßen nochmals im kleinen wieder. Beruht ja doch auch die ganze Abschätzung der „Teiltreffer“ einfach darauf, daß man die Reproduktion jeder einzelnen Silbe oder Zahl als freie Wiedergabe eines Komplexes versteht, der unter Umständen in einer geringeren Leistung wenigstens teilweise frei reproduziert werden kann. Da aber die Buchstaben und Ziffern sowie das bisher stets konstant gehaltene Schema ihrer Gruppierung zu Silben oder mehrstelligen Zahlen der V.-P. auch ohne äußere Hilfe vorschwebten, so würde im Laufe der Zeit bei einer diskursiven Selbstbefragung, die der S. 388 genannten Wahlmethode verwandt wäre, oder gar bei einer der Reutherschen Methode (s. S. 383) noch mehr angenäherten Darbietung objektiver Detailhilfen noch viel mehr rekonstruiert werden können als bei dem taktmäßigen Hersagen der Reihen. In dieser Richtung kann also, wie schon vorher erwähnt, nur die Einhaltung bestimmter Zeitgrenzen für die Reproduktion die Eindeutigkeit der Messung der noch einzubeziehenden Dispositionen aufrecht erhalten (vgl. c).

3. Die Paarmethode.

Wie öfters hervorgehoben wurde, hängt die Eindeutigkeit des Resultates einer psychologischen Methode überall wesentlich mit davon ab, daß die Leistungen der V.-P. in dem Vorbereitungsstadium bei der späteren Prüfungsleistung sämtlich zur Geltung kommen, also in dem Endresultat objektiv kontrolliert werden können. Bei Gedächtnisversuchen sind nun alle Auffassungen einzelner Elemente und alle Komplexbildungen bei der „Erlernung“ als solche Vorbereitungsleistungen für die spätere freie Reproduktion von den Stichreizen aus zu betrachten. Da aber die besonderen Anstrengungen, die bei dem Auswendiglernen einer ganzen Reihe vorliegen, nach dem eben Gesagten nur nach der „Methode der Hilfen“ voll gewürdigt werden können, so werden viele speziell dieser Reproduktion der ganzen Reihe dienende Komponenten die für den eindeutigen Verlauf der ursprünglichen Lesungen der Reihe nötige Zweckmäßigkeit verlieren, sobald jedesmal eine ganz bestimmte Gruppe der Silben

1) Über die Verwendung solcher Hilfen beim Prozeß der Einprägung vgl. oben S. 395. Doch wird es gut sein, diese beiden Funktionen der Hilfen methodisch auseinanderzuhalten, wie auch die Versuchsbedingungen bei Entstehung und Messung der Assoziationen überhaupt wesentlich andere sind. So wird man also insbesondere auch die Zwischenzeit bis zur Hilfe bei der Prüfung viel länger wählen dürfen, um der V.-P. Gelegenheit zu verschaffen, auch noch schwächere Assoziationen zur Geltung zu bringen.



z. B. die beim trochäischen Lesen betonten, später als Stichreize wieder kehren, ohne Rücksicht darauf, ob man auch die Stichreize infolge des Auswendigkönnens größerer Reihenabschnitte vielleicht frei hätte reproduzieren können. Bei der von Müller und Pilzecker eingeführten Methode der Prüfung erhielt nun die V.-P. ausdrücklich die Instruktion, über den Zweck der Lesungen nicht weiter nachzudenken, ohne daß sich jedoch bei der Konstanz der einseitigen Prüfung durch ein ganz bestimmtes System von Stichreizen das Bewußtsein einer völligen subjektiven Gleichwertigkeit aller möglichen Komplexbildungen aufrechterhalten ließ. Die V.-P. wird also bei den Lern-Lesungen wohl in der Tat zwischen dem Verhalten wie beim Auswendiglernen der Reihe im ganzen und bei der „reinen Paarmethode", wo nur ein Teil der Silben oder Zahlen an Stichreize angeknüpft wird, geschwankt haben, so daß die Assoziationen zwischen den unbetonten Silben und den betonten des nächsten Taktes sowie die Nachwirkungen der absoluten Stelle (s. § 62, c) im Mittel größer gewesen sein werden, als bei der ausdrücklichen Instruktion zur bloßen Komplexbildung innerhalb der Takte im Sinne der späteren Prüfung[1]), die dafür die Assoziationen innerhalb der Takte nicht nur relativ kräftiger, sondern vor allem auch konstanter wird ausfallen lassen. Dabei dürfte die spezielle Versuchsbedingung, die Müller und Pilzecker durch die Variation der Reihenfolge der Stichreize bei der Prüfung[2]) hinzufügten, diese Inkonstanz noch erhöht haben. Denn der Wechsel dieser Stellen erzeugt eine umso stärkere assoziative Hemmung, je weniger bei der ursprünglichen Lesung etwaige Komplexbildungen zur freien Reproduktion der ganzen Reihe ausdrücklich durch die Instruktion ausgeschaltet wurden. Die von Ebbinghaus übernommene Konstanz der Lage des Silbenpaares bei den Wiederholungen behufs der Einprägung ist also bei der Anwendung der reinen Paarmethode überhaupt etwas Unnatürliches. Daher sucht man ja auch bei den praktischen Anwendungen der Paarmethode, z. B. beim Vokabellernen, dieser Einseitigkeit, soweit sie auch hier durch die äußeren Verhältnisse, d. h. den nur einmaligen Abdruck der Vokabelpaare, naheliegt, im allgemeinen wenigstens durch einen Wechsel der Reihenfolge des Ablesens einigermaßen zu begegnen. Doch steht natürlich nichts im Wege, daß man speziell auch einmal der Stellenassoziation

1) Wie das Schema der Reihenfolge der Stichreize bei Müller und Pilzecker in der folgenden Anmerkung erkennen läßt, haben sie denn auch mit Recht gerade diese Assoziationen bei der Prüfung absichtlich so wenig als möglich zur Geltung kommen lassen. Bei Lipmann (a. S. 390 a. O. S. 201) hätte dagegen die Reihenfolge der Stichreize auch ohne die Gefahr, Schwankungen der Einstellungen beim Erlernen der Reihe hereinzubringen, einfacher variiert werden können, wenigstens dann, wenn die Tendenz dieses Autors zur besseren Herausarbeitung der reinen Paarmethode bei der Einlernung (vgl. S. 393) die Assoziationen zwischen den Takten wirklich vermindert hat.

2) Die Reihenfolge der 6 als Stichreize auftretenden betonten Silben (aus Reihen von 12 trochäisch gelesenen Silben) war (a. a. O. S. 25) für einen Turnus aus 24 Versuchstagen

1.—4. Tag:	11,	7,	3,	9,	5,	1
5.—8. Tag:	7,	3,	9,	5,	1,	11
9.—12. Tag:	3,	9,	5,	1,	11,	7
:						
21.—24. Tag:	1,	11,	7,	3,	9,	5.

mittelst der Paarmethode nachzugehen sucht, die hier bei einer nur auf die spezifische Prüfung nach dieser Methode berechneten Komplexbildung in geringerem Maße zu erwarten ist, oder anderen nur bei konstanter Reihenfolge möglichen Faktoren der Einprägung. Will man aber speziell den Grad prüfen, in dem die Stellenassoziation sowie andere nur für das Auswendigkönnen einer ganzen Reihe wichtige Komponenten ohne Einschränkung der Komplexbildung im Sinne der reinen Paarmethode, also z. B. ohne besonderes Nachdenken über den Zweck der Reihe, zur Geltung kommen, so wird man durch einen Wechsel zwischen der reinen „Paarmethode“ und der „Methode der Hilfen“ bei der späteren Prüfung nach einem der V.-P. nicht im voraus bekannten Plane den subjektiven Wert der einzelnen Assoziationskomponenten für die V.-P. gleichmäßiger gestalten müssen, ähnlich wie z. B. auch die Verteilung der Aufmerksamkeit über ein größeres Wahrnehmungsfeld (bzw. eine indifferente Einstellung) im Vorbereitungsstadium dann am konstantesten durchgeführt wird, wenn die V.-P. in jedem einzelnen Versuche eine Veränderung an irgendeiner Stelle des ganzen Verteilungsbereiches zu gewärtigen hat.

Bei allen Formen der in diesem ganzen Paragraphen betrachteten Treffermethoden finden sich nun Angaben darüber, daß manchmal objektiv ganz oder großenteils richtige Glieder ohne das Bewußtsein der Richtigkeit, ja auch ohne jegliches Bekanntheitsgefühl aufgetreten seien. Daher könnte es scheinen, als stehe die Methode der freien Wiedergabe bezüglich der Feinheit der Spuren, die sie noch nachzuweisen gestattet, keineswegs absolut hinter der Vergleichsmethode, z. B. nach dem Prinzip der identischen Reihen (s. S. 386), zurück, weil bei der letzteren das Auftreten des objektiv Richtigen in diesen Fällen doch ebenfalls kein Bekanntheitsgefühl erwarten ließe. Dagegen ist zunächst zu sagen, daß eine freie Reproduktion, die für das Bewußtsein der V.-P. auch nicht die mindeste Beziehung zu der im ganzen bekannten Reihe besäße, überhaupt niemals als ein Treffer in dem hier gemeinten Sinne, auch nicht einmal als Teiltreffer niedrigsten Ranges in Anschlag gebracht werden könnte. Hierzu wäre erst ein ganz neues Verfahren nötig, in dem man alles, was sonst noch von dem benützten Lernmaterial gleichzeitig mit dem subjektiv Richtigen oder wenigstens als hinzugehörig Vermuteten ins Bewußtsein tritt, von der V.-P. registrieren ließe. Es ist a priori noch nicht abzugrenzen, was bei einer solchen Statistik, die bezüglich der psychologischen Entstehungsbedingungen den „Assoziationsversuchen“ im engeren Sinne (s. S. 392), z. B. in einer von Kräpelin gehandhabten Form (a. § 62, a) a. O.), nahesteht, an psychischen Dispositionen zur Geltung gebracht werden kann[1]). Tatsächlich

1) Für die Leistungsfähigkeit einer solchen Statistik spricht auch ihre Verwertbarkeit zur experimentellen Analyse gewisser Gleichförmigkeiten des Vorstellungsverlaufes bei verschiedenen Individuen, die von C. Marbe als Ursache der die mathematische Wahrscheinlichkeit überschreitenden Trefferzahl bei Versuchen über sog. „Gedankenlesen“ nachgewiesen wurden. (Bericht über den IV. Kongreß f. experimentelle Psychologie in Innsbruck, herausgeg. v. Schumann, 1911, S. 185 und ausführlich in Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S. I. Abt. 56, 1910, S. 241. Über das Gedankenlesen und die Gleichförmigkeit des psychischen Gesehehens. Vgl. dort auch die Literatur über das sog. Gedankenlesen und seine experimentelle Analyse.)



traten aber ja die in jenen Berichten gemeinten Silben überhaupt nicht völlig ohne ein Bewußtsein der Hinzugehörigkeit auf. Denn der Trieb, bestimmte Silben gerade in diesem Zusammenhang auszusprechen, enthält mindestens vollwertige artikulatorische Bekanntheitsmomente in sich, die nur eben sonst über den meistens dominierenden optischen und akustischen Grundlagen des Wiedererkennens nicht besonders beachtet werden. Im übrigen ist auch noch gar nicht nachgewiesen, daß die objektive Darbietung des früher Wahrgenommenen in einem Zustande, in dem man die Silben in dieser Weise triebartig aussprechen möchte, wirklich gar kein Bekanntheitsgefühl erwecken würde. Die späteren Gefühle nach dem selbständigen Aussprechen einer Silbe, in dem auch wiederum Störungen der reproduktiven Grundlage des Bekanntheitsgefühls enthalten sind, lassen hierüber noch nicht entscheiden.

b) Das Ersparnisverfahren.

Bei dieser schon S. 397 nach Ebbinghaus definierten Methode wird die Gedächtnisleistung an der Erleichterung gemessen, die sie der Wiederherstellung des ursprünglichen, unmittelbar nach der Bildung der Assoziation vorhandenen Zustandes im Vergleich zum Arbeitsaufwand beim frischen Erlernen verschafft. Diese Formulierung läßt das Wesen des von Ebbinghaus benützten Maßes allerdings noch viel allgemeiner erscheinen. Denn sie gilt für jeden beliebigen kontrollierbaren Ausgangszustand der Assoziation sowie für jede Möglichkeit, die zu seiner Erreichung aufgewendete Arbeit zu messen.

Auf die Schwierigkeiten, die Arbeit abzuschätzen, die speziell zu dem wohl hinreichend eindeutig bestimmten Stadium des sicheren Auswendigkönnens einer ganzen Reihe eben notwendig ist, wurde schon oben S. 393 ff. hingewiesen. Sie kehren offenbar bei der Aufgabe, die Reihe im Zeitpunkte der Nachprüfung von neuem bis zum richtigen Hersagen zu lernen, noch einmal besonders wieder. Immerhin kommen jene schwer kontrollierbaren Eigentümlichkeiten des Lernprozesses zum mindesten bei einer individuellen Konstanz desselben, die sich nach einiger Übung wahrscheinlich bei jeder brauchbaren V.-P. herausbilden wird, für die hier allein verwertete Differenz Δ zwischen der Wiederholungszahl L des ersten und der Zahl WL des späteren Lernens weniger in Betracht, zumal wenn die Reihe überhaupt erst ein einziges Mal vollständig erlernt worden ist.

Es ist natürlich nicht zu erwarten, daß der Wert Δ unter sonst gleichen Bedingungen der Trefferzahl nach der „Methode der Hilfen" proportional ausfalle, wenn auch ein eindeutiger Zusammenhang zwischen beiden nachweisbar sein wird, wenn sich beide wirklich auf eine Einprägung beziehen, in der die nämlichen Reproduktionsleistungen erstrebt wurden[1]). Jedenfalls ist die Arbeitsersparnis ein indirekteres Maß der

1) Eine Vergleichung und systematische Verbindung beider Bestimmungsmodi der Gedächtnisleistung hat Witasek versucht (a. S. 395. a. O.), der die Repetitionen beim Wiedererlernen ausschließlich in der schon oben beschriebenen Weise als freies Hersagen mit Hilfen durchführen ließ. Der erste Reproduktionsversuch ergab also dann die weiterhin auch nach dem Ersparnisverfahren zu messende Gedächtnisleistung zunächst nach der Treffermethode der Hilfen. Freilich werden die schon oben genannten

Gedächtnisleistung als die Trefferzahl. Denn mit dem Wiedererlernen setzen eben ganz neue Vorgänge ein, für welche die zu messende Disposition nur eine zu Anfang vorhandene Teilbedingung abgibt. Da aber doch die schwächere Disposition zu ihrer Wiederherstellung auf alle Fälle die größere Zahl von Wiederholungen erfordert, so muß sich mit dieser Methode wenigstens die Überlegenheit der einen Entstehungs- und Erhaltungsbedingungen über die anderen mit Sicherheit nachweisen lassen. Außerdem wird sich gerade wegen der Mittelbarkeit des Verfahrens wenigstens im voraus keine untere Grenze angeben lassen, von der an eine noch vorhandene Disposition auf den Wert Δ keinen Einfluß mehr erlangen könnte, während ein Treffer selbst bei der Methode der Hilfen und der Paarmethode bereits eine gewisse aktuelle Leistung bildet. Mit diesem Vorbehalt bezüglich der unteren Grenze ist freilich noch nicht gesagt, daß sich die Leistungsfähigkeit des Ersparnisverfahrens höher erweisen werde als die Trefferzählung.

c) Die Messung der Reproduktionszeit.

Bevor Ebbinghaus die Zahl der Wiederholungen als endgültiges Maß des Arbeitsaufwandes beim Lernen und Wiederlernen einführte, hatte er es bereits mit der hierbei verbrauchten Gesamtzeit versucht, deren Feststellung ihm, der V.-P. und Experimentator in einer Person war, leichter fallen mußte. Doch ging er hiervon wieder ab, weil sie doch zu sehr von den Zufälligkeiten des Tempos beim Lesen und Hersagen beeinflußt war. Durch die Verwendung präziser Expositionsapparate wurde dann wenigstens für das (taktmäßige) Lernlesen (ohne Versuche der freien Reproduktion) eine besondere Bestimmung der Zeitverhältnisse überhaupt unnötig. Auch bei der Konstatierung des Auswendigkönnens, wie es z. B. bei der Ebbinghausschen Handhabung des Ersparnisverfahrens erstrebt wird, wäre die Zeit bei Forderung eines streng taktmäßigen Hersagens im allgemeinen noch keine neue Unbekannte. Bei der freien Reproduktion bildet dagegen die Zeit von dem Auftreten des Stichreizes bis zum Einfallen des assoziierten Elementes (bzw. beim Hersagen ganzer Reihen die Zeit von der jeweils vermittelnden bis zur vermittelten Reproduktion) ein selbständiges, für den Stand der Disposition charakteristisches Moment der aktuellen Gedächtnisleistung. Wo die Disposition allerdings, wie beim Ersparnisverfahren, nur indirekt geprüft wird, braucht eine solche Zeit nicht gemessen zu werden, wenn die einzelnen Repetitionen im wesentlichen wieder in einfachen Lesungen an einem exakten Expositionsapparate bestehen. Bei der Treffermethode in allen ihren Formen hingegen, bei der die aktuelle Gedächtnisleistung unter bestimmten dispositionellen Voraussetzungen selbst entwickelt werden soll, gehören die Zeitverhältnisse zur näheren Bestimmung der Leistung eigentlich stets hinzu. Dabei ist freilich an die Zeiten bis zur Reproduktion im Bewußtsein selbst gedacht, die nur in der Selbstbeobach-

Schwierigkeiten dieses kombinierten Lernverfahrens, vor allem die Ungleichmäßigkeit der objektiven Einflüsse bei den einzelnen Wiederholungen hierbei wieder um so störender, je mehr neue Repetitionen erforderlich sind. Zu einem bloßen Vergleich der beiden Methoden wäre also nach dem ersten Reproduktionsversuch eher zunächst wieder eine passende Mischung von Lern- und Reproduktionsversuchen zu empfehlen.



tung unmittelbar zu erfassen sind und die höchstens durch den Vergleich mit nebenhergehenden objektiven Zeitmarken bis auf einen hierbei zu erwartenden Fehler der sog. „Zeitverschiebung" zu bestimmen wären (vgl. § 64, a). Die sog. „Trefferzeit" aber, die bei solchen Versuchen zum erstenmal von Müller und Pilzecker (a. S. 391 a. O.) systematisch verfolgt wurde, ist die Zeit vom Auftreten des Stichreizes bis zur lautlichen Wiedergabe der Assoziation. Dabei kommt dem Vorgange, der zur objektiven Markierung einer vorderen Zeitgrenze benützt werden kann, (hier also dem Stichreize) höchstens bei der reinen Paarmethode die Bedeutung zu, daß er die eigentliche Reproduktionszeit, d. h. die Zeit von der ersten Anregung der Disposition bis zu ihrer Aktualisierung im Bewußtsein, einleitet, während beim Auswendigkönnen ganzer Reihen dieser Zeitpunkt für die Treffer, die von freien Reproduktionen (allein oder unter dem Hinzutreten von Hilfen) angeregt wurden, nicht mit dem (eigenen oder fremden) Aussprechen der vorhergehenden Silbe zusammenzufallen braucht.

Zu solchen Messungen der Trefferzeit nach der Paarmethode ist nun vor allem die schon S. 385 erwähnte zeitliche Präzision des Auftretens der Stichreize erforderlich, weshalb man dem Reihenapparate dann am besten ein besonderes Tachistoskop für fortgesetzte taktmäßige Expositionen vorschaltet. Hierfür wurde S. 385 vor allem das Federpendel-Tachistoskop empfohlen, das sich durch den Kontakt N_1, N_2 auch leicht an die zeitmessenden Instrumente anschließen läßt. Zur Markierung des Zeitpunktes der Wiedergabe aber können die § 81, b beschriebenen Schallschlüssel oder die weniger trägen Apparate zu phonetischen Registrierungen verwendet werden[1]).

Wie aber nun schon S. 16 und S. 229f. bei der Gegenüberstellung der Reproduktions- und Reaktionsmethoden betont wurde, schließen die Zeitverhältnisse der Wiedergabe, falls die V.-P. meint, daß der Experimentator nur den Inhalt, nicht aber auch zugleich die Zeit der Reproduktion wissen will, rein zufällige Momente in sich. Man kommt daher der wirklichen Reproduktionszeit höchstens dann wenigstens bis auf eine gewisse Reaktionszeit nahe, wenn die V.-P. das Aussprechen der Silbe ihrer gedanklichen Reproduktion so schnell oder zum mindesten so gleichmäßig als möglich nachfolgen läßt. Dies erfordert jedoch stets eine bestimmte Instruktion und Einstellung[2]), infolge deren schließlich aber auch die ganze Reproduktion

---

1) In Versuchen von M. Beer (Die Abhängigkeit der Lesezeit von psychologischen und sprachlichen Faktoren, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. I. Abt. 1910, S. 264 ff.) wurde z. B. die Marbesche Rußmethode, die als Verfahren zur Untersuchung der Sprechmelodie u. dergl. von Poirot in der Phonetik (Dies. Handb. III, 6. Abt. 1911, S. 103) beschrieben ist, zur Analyse des Lerntempos verwendet, was sich natürlich auch auf Reproduktionsversuche nach der Paarmethode übertragen läßt.

2) Je längere Reproduktionszeiten in Frage kommen, um so weniger braucht allerdings die Gedächtnisleistung durch die Absicht zu möglichst präzisen Zeitverhältnissen der Wiedergabe belastet zu werden, am wenigsten also wohl bei den S. 392 A. 2 genannten Versuchen mit freien Assoziationen. Außerdem verlangt auch die „adäquate" sprachliche Reaktion, die aus den sicheren und geübten Zuordnungen der Muttersprache zu den Reproduktionen schöpft, keine besondere Leistung zur Unterscheidung verschiedener Reaktionsmöglichkeiten, wie bei der Zuordnung einer allgemeinen Markierbewegung, z. B. einer Handbewegung zu einem bestimmten Reproduktionseffekt von

unter anderen, teilweise sogar störenden Bedingungen verläuft. Die durch solche Zeitbestimmungen erweiterte Treffermethode untersucht daher im allgemeinen bereits wieder eine Leistung von einer höheren Komplikationsstufe [1]).

62. Die Elementaranalyse des Lernens und der Reproduktion.

a) Die Bestimmung der optischen, akustischen und artikulatorischen Komponenten und ihres Verhältnisses bei verschiedenen „Typen".

Die Methodik der Gedächtnisversuche ist von der Bewertung der Gesamtarbeit, wie sie beim Auswendiglernen ganzer Reihen zunächst in den Wiederholungszahlen abgebildet erschien, mehr und mehr zu einer Detailanalyse der hierbei beteiligten elementaren Prozesse weitergegangen. Den augenfälligsten Fortschritt in dieser Richtung bildet natürlich die Ergänzung des Auswendiglernens durch die Paarmethode, welche die Assoziationen zwischen den einzelnen Silben getrennt für sich zur Geltung zu bringen sucht. Aber auch bei der Erlernung ganzer Reihen ließen sich einzelne der hierbei beteiligten Faktoren durch geeignete Variationen der Lern- und Reproduktionsbedingungen voneinander sondern.

An erster Stelle sei die für alle Lernversuche gleich wichtige Unterscheidung der optischen, akustischen und artikulatorischen Komponenten genannt, die bei jeder Reproduktion eines früher abgelesenen Materiales gleichzeitig im Spiele sind, aber bei den verschiedenen Individuen je nach ihrem „Typus" in verschiedenen Stärkeverhältnissen. Hierüber kann zunächst bereits die Selbstbeobachtung Auskunft geben, indem sie die Lebhaftigkeit und Frische dieser verschiedenen Komponenten, die während des Lesens selbst natürlich stets kräftig angeregt werden, bei der geistigen Verarbeitung des Gelesenen und bei der Erinnerung unmittelbar zu erfassen sucht [2]). Doch sind aus der bloßen Beschreibung des eigenen Bewußtseins freilich höchstens extreme Abweichungen von dem gewöhnlichen Anteil der einzelnen Sinnesgebiete zu entnehmen. Daneben gestatten aber auch objektive Befunde gewisse Rückschlüsse auf den Typus der V.-P., z. B. bei der Anwendung von J. Cohns Methode der Variation des Einprägungsmodus unter gleichen visuellen Auffassungsbedingungen. In den meisten seiner sehr variationsfähigen Versuche hatten seine V.-P. 12 Konsonanten

allgemeiner Art, z. B. dem Bekanntheitsgefühl, oder gar bei einer „disjunktiven Reaktion" von der in § 81, c beschriebenen Art, wie sie z. B. vorliegt, wenn auf ein schwaches und ein starkes Bekanntheitsgefühl mit je einer besonderen Bewegung und bei Unbekanntheit gar nicht reagiert werden soll. Wie sehr derartige „Nebenaufgaben" die Ausbildung neuer oder die Aktualisierung alter Dispositionen erschweren können, und wie lange der Erkenntniswert ihrer Lösung noch durch Fehlreaktionen getrübt ist, ersah ich z. B. aus derartigen Versuchen, die ich zur Verfolgung der allmählichen Ausbildung der Bekanntheit und zur Messung der speziellen „Reproduktionszeit" der bloßen Wiedererkennung gelegentlich bei der Reutherschen Untersuchung (s. S. 386) durchführte.

1) Vgl. auch E. Meumann, Über Assoziationsexperimente mit Beeinflussung der Reproduktionszeit. Arch. f. d. ges. Psychologie, Bd. 9, 1907, S. 117.

2) Vgl. u. a. R. M. Ogden, Über den Einfluß der Geschwindigkeit des lauten Lesens auf das Erlernen und Behalten von sinnlosen und sinnvollen Stoffen. Arch. f. d. ges. Psychol. Bd. 2, 1904, S. 93 (speziell S. 183 ff.).

in drei untereinander stehenden wagerechten Reihen zweimal zu lesen und nach 10 Sekunden frei wiederzugeben. „Das Lesen erfolgte bei einem Drittel der Versuche laut, bei einem zweiten Drittel unter möglichstem Ausschluß der Artikulation (Umrollen der Zunge gegen den harten Gaumen, Schluß der Lippen), bei dem Rest mit gleichzeitigem Sprechen eines Vokales"[1]). Der erste Modus sollte den akustischen Typus zur Geltung bringen, der zweite den motorischen, der letzte aber sowohl den motorischen als auch den akustischen in Verlegenheit setzen. Besonders ausführlich hat dann in neuerer Zeit A. von Sybel die Lern- und Reproduktionsbedingungen hinsichtlich der Beteiligung von Wahrnehmungen aus den einzelnen Sinnesgebieten variiert[2]). Das Lernen geschah am Müllerschen Gedächtnisapparat unter Variation des Lesetempos entweder mit lautem Lesen (visuell-motorisch-akustisch VMA) oder bei beliebigem, aber möglichst konstantem motorischem Verhalten leise lesend (V), oder ebenso leise lesend, während der Experimentator möglichst gleichzeitig laut mitlas (VA), oder u. s. gl. U. rein akustisch unter dem Vorlesen des Experimentators (A). Endlich vervollständigte man diese Kombinationsmöglichkeiten durch die weitere Hinzunahme eindeutiger objektiver Instruktionen in motorischer Hinsicht beim V-, VA- und A-Verfahren, indem einmal nur lautlos mitartikuliert (Vm u. s. w.), das andere Mal aber jede Sprachbewegung möglichst unterdrückt werden sollte (Vs u. s. w.), jedoch ohne gezwungene Haltung der Zunge wie bei Cohn. Sybel wollte eben das fremdartige Element ausschalten, das durch diese unnatürliche, gepreßte Haltung entsteht, ebenso wie er auch das akustische Wahrnehmungsfeld bei der Lernweise V nicht durch konstantes Aussprechen eines Vokales wie bei Cohn erfüllte. Auch scheint sich Sybel (a. a. O. S. 262) daran gestoßen zu haben, daß die Mithilfe gleichzeitiger reproduktiver Artikulations- bzw. Gehörsvorstellungen durch jene beiden Versuchsbedingungen Cohns doch nicht absolut auszuschließen ist. Indessen werden sie doch zunächst jedenfalls bedeutend reduziert, so daß solche ausdrücklich antagonistisch wirkende Bedingungen unter den verschiedenen Kombinationen zur Erforschung des Anteiles der verschiedenen Sinnesgebiete immerhin einen selbständigen Wert neben dem bloßen Ausfall bestimmter Sinneswahrnehmungen besitzen. In Cohns Überlegungen hatten dann aber außerdem gerade diese Reste an reproduktiven Vorstellungen wegen ihrer Variabilität auch noch eine besondere Rolle bei der Unterscheidung der verschiedenen Vorstellungstypen gespielt.

Beim VA- und A-Verfahren zeigten sich die Versuche übrigens durch die Aufmerksamkeitsverteilung der V.-P., sowie bisweilen auch durch unvermeidliche Unregelmäßigkeiten des Lesens seitens des Experimentators gestört, Fehler, die vor allem bei phonographischer Vorführung, womöglich mit Einstellung der Richtung des Schalles in die Gesichtslinie der V.-P. beim Lesen

1) J. Cohn, Beiträge zur Kenntnis der individuellen Verschiedenheiten des Gedächtnisses. Bericht des III. intern. Kongr. f. Psychologie, München 1897, S. 456. Ders., Experimentelle Untersuchungen über das Zusammenwirken des akustisch-motorischen und des visuellen Gedächtnisses. Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S., Bd. 15, 1898, S. 161.

2) A. von Sybel, Über das Zusammenwirken verschiedener Sinnesgebiete bei Gedächtnisleistungen. Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. I. Abt. Bd. 53, 1909, S. 257.

zu vermeiden wären. Die Prüfung der Gedächtnisleistung geschah durch freies Hersagen der Reihen oder durch Trefferzählung nach der Müller-Pilzeckerschen Anwendung der Paarmethode mit Zeitmessung, bei der wiederum zwischen optischer und akustischer Darbietung der Stichreize unterschieden wurde. Aus dem Vergleich der Resultate nach den verschiedenen Verfahrungsweisen, bei denen V, M und A möglichst variiert wurde, ist freilich niemals ohne weiteres das gesuchte Verhältnis der Beteiligung der einzelnen Sinnesgebiete zu erschließen, da, ganz abgesehen von der bereits erwähnten Unmöglichkeit, die reproduktiven, von starken Assoziationen getragenen Elemente von disparater Qualität auszuschließen, auch schon aus der andersartigen Gesamtform des variierten Verlaufes besondere Bedingungen bezüglich der Aufmerksamkeit u. dergl. resultieren, so daß die theoretische Bearbeitung der Ergebnisse, wenn auch deren Zuordnung zu den Bedingungen V, VA usw. wertvolles empirisches Material bietet, doch bezüglich der eigentlich erstrebten Elementaranalyse der Beteiligung der verschiedenen Sinnesgebiete häufig vieldeutig oder wenigstens sehr hypothetisch ausfällt.

Die Einordnung einer V.-P. in eine bestimmte Kategorie auf Grund solcher Resultate ist natürlich um so mehr gerechtfertigt, je mehr sie mit den Ergebnissen der Prüfung des Gedächtnistypus nach den anderen Methoden übereinstimmt und zugleich durch die Art der Leistungsfähigkeit der V.-P. bei elementaren Aufgaben auf den verschiedenen Gebieten wahrscheinlich gemacht wird. Außerdem gestattet aber doch auch schon die Art der positiven Reproduktionen und der Teiltreffer, sowie der Fehler, ohne Variation der Einprägungsbedingungen, einen Rückschluß auf die an der Leistung vorwiegend beteiligten Sinnesgebiete. Hierbei gingen Müller und Schumann von der plausiblen Voraussetzung aus, daß die relativ häufigere Verwechslung gleich klingender, aber verschieden aussehender Buchstaben auf akustischen Typus schließen lasse, die umgekehrten Fehler auf visuellen[1]). Als spezifisch visueller Typus gilt z. B. auch, wer in Gedanken Worte besonders schnell rückwärts lesen kann[2]).

---

1) a. S. 389, A. 2 a. O. S. 153 (auch M. und Pilzecker a. S. 391 a. O.) Einen ähnlichen Rückschluß aus der Art der Fehler auf die vorwiegende Beteiligung akustischer Momente bei einer Neuauffassung zogen dann auch Lehmann und F. C. C. Hansen in ihrem Versuch, die Bedeutung des unwillkürlichen Flüsterns für die sog. Gedankenübertragung nachzuweisen. (Wundt, Phil. Stud. 11, 1895 S. 471.) Vgl. übrigens hierzu S. 402, A. 1.

2) Um den sensoriellen Gedächtnistypus überhaupt, also nicht gerade die Art seiner Wirkung bei solchen Lernversuchen festzustellen, hatte Kräpelin schon früher (a. S. 392 a. O.) Assoziationsversuche im engeren, oben erläuterten Sinne mit freier Beantwortung einer allgemein gestellten Frage, vorgeschlagen: der optische Typus sei z. B. daraus zu erkennen, daß die V.-P. die Frage nach Gegenständen mit ausgesprochener Farbe innerhalb einer bestimmten Arbeitszeit (5 Minuten) reicher beantworte als die Frage nach akustisch eindringlicheren Vorgängen, die dafür dem akustischen Typus nahe liegen. Vgl. auch L. W. Stern, Über Psychologie der individuellen Differenzen, Schriften der Gesellsch. f. Psychol. Forschung 1900, S. 58. (Weitere Literatur s. ebenda S. 138 f.)

b) Die Bedeutung von Nebenvorstellungen.

Bei allen Gedächtnisversuchen helfen ferner Nebenvorstellungen mit, die zu den visuellen Symbolen einschließlich ihrer lautlichen Bedeutung hinzutreten. Schon Ebbinghaus erkannte jedoch die Schwierigkeiten einer quantitativen Abschätzung des jedenfalls erleichternden Einflusses, der beim Erlernen sinnvoller Stoffe zu konstatieren ist. Aber auch bei dem sog. „sinnlosen Material“, also z. B. den nach den oben erwähnten Vorschriften gebildeten Silben, sind Nebenvorstellungen überhaupt selten ganz auszuschließen, während dies bei 4-stelligen Zahlen der auf S. 383, A. genannten Art (Reuther) noch am ehesten möglich erschien, die aber freilich für Versuche des Auswendiglernens längerer Reihen ein zu schwieriges Material bilden würden. Wie man den Einfluß dieser Nebenvorstellungen z. B. an der Zahl und Reproduktionszeit der Treffer bei der Paarmethode prüfen kann, zeigte u. a. auch Ephrussi in seinen Versuchen „über das mechanische und das unterstützte Lernen der sinnlosen Silbenreihen“.[1])

c) Die Forschung nach sog. „mittelbaren“ Assoziationen und „Assoziationen im Unbewußten“ mittelst Umstellungsreihen und die Abtrennung des Einflusses der Bekanntheit der Elemente durch Vergleichsreihen.

Was dann weiterhin die Herauslösung einzelner Assoziationen zwischen je zwei Reihengliedern anlangt, so ist auch hier deren jeweilige Stärke, ähnlich wie bei den Cohnschen Versuchen das Verhältnis der visuellen, akustischen und motorischen Komponenten der Reihenglieder, zunächst einmal schon von vornherein durch die Art der Einprägung systematisch zu beeinflussen. So wird die Aufgabe, die Reihe im ganzen frei reproduzieren zu können, schon bei der Neuauffassung zu viel weiteren Einheitsbildungen führen, als sie zur bloßen Hinzufügung je eines frei zu reproduzierenden Elementes zu jedem Stichreiz erforderlich wären, zumal wenn bei der letzteren auch noch der natürlichste Lernmodus der extremen Paarmethode durchgeführt würde, daß die Reihenfolge der Stichreize von einer Wiederholung zur anderen variiert wird. Beim Auswendigkönnen der ganzen Reihe schweben der V.-P. dann außer den jeweils ausgesprochenen bzw. im Blickpunkt der Apperzeption befindlichen Silben meistens doch auch noch andere Reihenelemente oder zum mindesten ein dunkles Bild der Hauptgliederung der ganzen Reihe gleichzeitig vor, deren höhere Komplexqualitäten auch bei der weiteren Reproduktion eine besondere Wirksamkeit entfalten werden. Hierbei ist die Reproduktion auch deutlicher als bei anderen Assoziationen als eine assimilative Ergänzung simultan bewußter Elemente zu erkennen und kann daher auch nicht so leicht auf das Schema einer Elementarkonstruktion aus lauter binären Zusammenhängen gebracht werden, wie der Verlauf nach der extremen Paarmethode.

Die Analyse der tatsächlich vorhandenen Binnenassoziationen zwischen zwei bestimmten Reihengliedern, gleichgültig, wie sie vermittelt sind, wird sich dann natürlich immer nur so ermitteln lassen, daß der Experimentator alle möglichen paarweisen Kombinationen zwischen den einzelnen

1) a. S. 398 A. 3 a. O. § 3 (S. 75).

Gliedern in Betracht zieht, wobei gemäß des primären Wahrnehmungsverlaufs vor allem die sukzessiven Assoziationen von einem Gliede zu einem späteren interessieren[1]). Doch braucht die experimentelle Prüfung deshalb keineswegs etwa nur nach Art der „Paarmethode" mit Bestimmung der Trefferzahl und -zeit zu erfolgen, wobei die V.-P. zu einem gegebenen Stichreiz das ihm in der primären Reihe unmittelbar folgende Glied oder auch (absichtlich) ein späteres oder eine früheres zu nennen hat. Auch in dieser Richtung haben vielmehr Ebbinghaus und Müller und Schumann a. a. O. bereits früher mittelst der „Ersparnismethode" wertvolle Aufschlüsse gewonnen, wobei der Experimentator die Durchmusterung der Reihe nach allen möglichen in ihr enthaltenen Silbenpaaren nur vornimmt, um geeignete Umstellungsreihen zu konstruieren, deren Erlernung (bis zu einem bestimmten Grade der Beherrschung) bei einer Wirksamkeit der fraglichen Binnenassoziationen eine Erleichterung im Vergleich zur alten Reihe mit sich bringen muß.

Die Prüfung der Binnenassoziationen mittelst der Paarmethode und Trefferzählung wurde nun von Müller-Pilzecker, Lipmann u. a. von vornherein so vorgenommen, daß möglichst nur die von dem Inhalt des Stichreizes ausgehende Anregungen zur Geltung kamen, also die Unterstützung seitens der in der alten Reihe vorhergehenden Glieder und vor allem seitens der Vorstellung der Lage in der Reihe, die sogen. „Stellenassoziation" möglichst ausgeschaltet wurde. Denn es wurde hier z. B. nach dem S. 401 A. 2 erwähnten Schema die Lage der Stichreize in der Prüfungsreihe stets so vollständig als möglich variiert. Freilich kann durch solche Variationen weder hier noch bei dem Ersparnisverfahren jemals der Beitrag der auszuschaltenden Assoziationshilfen rein herausgelöst werden, weil die Herabminderung der Trefferzahl im Vergleich zur Wiederholung in der alten Reihenfolge (bzw. die relativ größere Schwierigkeit der Erlernung einer Umstellungsreihe unter analogen Bedingungen) teilweise zugleich der positiven Hemmung zuzuschreiben ist, die von der Tendenz zur Reproduktion der alten Glieder an ihrer früheren Stelle ausgeht[2]). Natürlich liegt diese Elimination des Stelleneinflusses[3]) keineswegs im

1) Vgl. dagegen über die Feststellung der sog. „initialen Reproduktionstendenz" u. a. Müller-Pilzecker, a. a. O. § 39 S. 200.

2) Über die Erklärung der falschen Fälle bei der Paarmethode aus solchen Nebenassoziationen vgl. auch Müller und Pilzecker a. a. O. Kap. 7, S. 204 ff.

3) Einen interessanten Einblick in die spezielle Wirkung der Lokalisation einer Silbe gewährt die Untersuchung von W. Jacobs „Über das Lernen mit äußerer Lokalisation", Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. I. Abt. 45, 1907, S. 43. Die nicht gelesenen, sondern nur angehörten Silbenreihen wurden hier bei einer ersten Einstellung so memoriert, daß die V.-P. sich bemühte, die gehörten (12) Silben beim Lernen und freien Reproduzieren nacheinander in je eine von 12 schwarzen Kreisflächen, die vor ihr auf einem weißen Blatt angeordnet waren, visuell hineinzuphantasieren, während in einer zweiten zum Vergleich durchgeführten Versuchsgruppe bei geschlossenen Augen nach Belieben verfahren werden konnte. Solche Versuche liefern zugleich einen neuen wertvollen Beitrag zur experimentellen Analyse der willkürlichen Phantasietätigkeit (vgl. S. 9), wie sie außerdem z. B. in den Versuchen zur willkürlichen Variation der sog. umkehrbaren pseudoskopischen Tiefentäuschungen, d. h. der plastischen Auffassung von mehrdeutigen Zeichnungen stereometrischer Gebilde, in Angriff genommen wurde (über die Wichtigkeit dieses Faktors hierbei vgl. Wirth, Experimentelle

Wesen der Paarmethode, wie sie denn auch z. B. von Ranschburg zunächst ohne jede Umstellung der Stichreize durchgeführt wurde. Insbesondere kann dann aber die Änderung der Lage natürlich auch graduell geschehen, wobei man die Verschlechterung der Trefferzahl mit der Abnahme der Ähnlichkeit der ganzen Anlage der Reihe stufenweise verfolgen kann. Auch braucht man sich, falls nicht gerade die reine Paarmethode schon bei der Erlernung vorlag, nicht darauf zu beschränken, die einzelnen Silben entweder nur als Stichreiz oder als das zu reproduzierende Element zu verwenden, sondern kann sämtliche Silben bei einer Umstellung je einmal als Stichreize vorkommen lassen, so daß also jede Silbe einmal als reproduzierende und als reproduzierte figuriert. Endlich wären auch sog. „mittelbare Assoziationen" zu entfernter stehenden Silben nach dieser Methode (in einem rein empirischen Sinne dieses Begriffes) erwiesen, wenn die V.-P. bei der Aufforderung, zu einem Stichreiz nicht bloß die nächste Silbe, sondern, wie beim Hersagen ganzer Reihen, auch die späteren zu nennen, nicht die unmittelbar folgende, wohl aber wieder eine spätere Silbe zu nennen vermöchte. (Vgl. übrigens S. 399, A. 1.)

Zur Darstellung der anderen, historisch früheren Methode zur Ermittelung des Einflusses der Nebenassoziationen, des Ersparnisverfahrens, bedient man sich der einfachen, von Ebbinghaus überkommenen Markierung der Silben durch römische Ziffern mit je einem arabischen Index, welche die Relation der an zweiter Stelle gelernten „Umstellungsreihen" zu den zuerst gelernten „Vorreihen" leicht überschauen läßt: Die gleichen römischen Ziffern bedeuten Silben aus der nämlichen Vorreihe, und die ehemalige Stelle der Silbe innerhalb der Vorreihe ist aus dem arabischen Index zu ersehen. So suchte z. B. Ebbinghaus das Dasein der schon vorhin genannten „mittelbaren Assoziationen"[1]) durch den Nachweis zu erhärten, daß z. B. die Erlernung von Umstellungsreihen

$$I_1\ I_3\ I_5\ I_7\ I_9\ II_1\ II_3\ II_5\ II_7\ II_9$$
$$I_1\ I_4\ I_7\ \text{usw.}$$

eine Ersparnis im Vergleich zum Erlernen einer frischen Reihe mit sich bringe, die mit der früheren Distanz der in der Umstellungsreihe unmittelbar

Analyse der Bewußtseinsphänomene 1908, S. 181 und E. Becher, Über umkehrbare Zeichnungen, Arch. f. d. ges. Psychologie 16, 1910, S. 396) oder auch in Benussis optischen Täuschungen auf Grund der Phantasievorstellung von Linien, die sich die V.-P. in vorgeschriebener Weise zwischen gegebenen Punkten gezogen denkt. (Benussi, Experimentelles über Vorstellungsadäquatheit, Zeitschr. f. Ps. u. Ph. d. S. 42, I. Abt. 1906, S. 22.)

1) Über die Versuche zur Ermittelung sog. „mittelbarer Assoziationen" durch Anregung nicht experimentell entstandener Assoziationen, also nach dem Prinzip der S. 392, A. 2 genannten Assoziationsversuche im engeren Sinne vgl. E. W. Scripture, Über den assoziativen Verlauf der Vorstellungen, Wundt, Phil. Stud. VII, 1892, S. 50ff. W. G. Smith, Zur Frage der mittelbaren Assoziation, Dissertation, Leipzig 1894. Münsterberg, Beiträge H. 4, 1892, S. 7; H. C. Howe, American Journal of Psychol. VI, 1894, S. 239 und Wundt, Grundzüge der Phys. Ps. III[6], S. 529. Eine solche mittelbare Assoziation kann aber natürlich immer auch bei der deutlichen Bewußtheit des Zwischengliedes mit im Spiele sein, wenngleich dann ohne speziellere quantitative Analysen keine anderen als paarweisen Zusammenhänge angenommen zu werden brauchen. Im übrigen ist selbstverständlich das Fehlen der Erkennung des Zwischengliedes niemals ein sicherer Grund zur Annahme seiner völligen Unbewußtheit.

benachbarten Silben abnehme. Müller und Schumann zogen jedoch bei ihrer Aufnahme dieser Methode der Umstellungsreihen zugleich in Erwägung, daß das Lernen einer Umstellungsreihe, wie schon oben S. 410 angedeutet wurde, stets gewisse Nachwirkungen allgemeinster Art aktualisiere, welche die Ersparnis positiv und negativ beeinflussen und bei der Beurteilung speziellerer Nebeneinflüsse, wie mittelbarer Assoziation, Stellenassoziation u. dergl, von der gesamten Differenz Δ der Wiederholungen erst in Abzug gebracht werden müßten. Es ist dies vor allem die Wirkung der Bekanntheit der Silben als solcher, welche jede neue Verbindung dadurch erleichtert, daß nicht auch noch die Elemente jeder einzelnen Silbe neu assoziiert werden müssen, daß also diese „Umstellungen" niemals, wie bei der Bildung „frischer" Reihen, auch auf die Buchstaben übergreifen. Daher führten Müller und Schumann in die Methode der Umstellungsreihen die wichtigen Vergleichsreihen ein, bei welchen die Silben ganz analoger Vorreihen in einer so irregulären Weise umgestellt werden, daß eben womöglich nur die Bekanntheit der Silben als solcher erleichternd wirken kann und zugleich deren Nachteil, die Hemmung der Herstellung neuer Verbindungen durch die alten, ungefähr ebenso stark ist wie in den Prüfungsreihen. Als Beispiel seien die Umstellungsreihen aus 4 je 12silbigen Vorreihen erwähnt, deren Erlernung die besondere Festigkeit der Assoziation zwischen den zum nämlichen Takt der Vorreihe gehörigen Silben (bei trochäischem Lesen) erkennen läßt, zumal wenn bei der neuen Erlernung diese Silbenpaare wieder ebenso betonte Takteinheiten bilden. (Da im ganzen am ersten Versuchstag 6 Vorreihen und am zweiten 6 Umstellungsreihen erlernt wurden, um gleichzeitig auch noch ähnliche Assoziationen zwischen dem zweiten Gliede des einen und dem ersten des nächsten Taktes zu prüfen, so gehen die römischen Zahlen von I bis VI.)[1]

Die erste Prüfungsreihe R war:

$$R:\ II_{11}\ V_{12}\ |\ II_9\ II_{10}\ |\ V_7\ V_8\ |\ II_5\ II_6\ |\ V_3\ V_4\ |\ II_1\ II_2\ |$$

Die Vergleichsreihe V aber, in der die Reihenfolge bekannter und wie früher betonter[2]) Silben dieser speziellen Beziehung zu dem früheren Rhythmus entbehrte, war:

$$V:\ I_{11}\ IV_{12}\ |\ I_9\ IV_{10}\ |\ I_7\ IV_8\ |\ I_5\ IV_6\ |\ I_3\ IV_4\ |\ I_1\ IV_2\ |$$

Aus je 12 Silben zweier Vorreihen konnten natürlich auch zwei Umstellungsreihen von demselben Charakter konstruiert werden[3]), z. B. eine

1) Müller und Schumann, a. S. 389, A. 2 a. O. §. 4.

2) Bei einer Umstellungsreihe kann natürlich nur der grobe Hauptunterschied von betont und unbetont erhalten bleiben.

3) Ich führe wenigstens noch die zweite Vergleichsreihe an, um an diesen beiden den nämlichen Vorreihen I und IV entstammenden Umstellungsreihen V und V' von gleichem Charakter den Kunstgriff zu erläutern, durch den Müller und Schumann dafür sorgten, daß nicht nur die Vorreihen, sondern auch die Umstellungsreihen im Sinne der S. 389 genannten Regeln „normal" waren. Zu diesem Zweck wurde die eine Vorreihe, die mit der anderen zusammen die Grundlage für zwei Umstellungsreihen gleicher Art abgeben sollte, in zwei Abteilungen hergestellt. Da z. B. die Silben 2, 4, 6, 8, 10, 12 von Vorreihe IV mit den Silben 1, 3, 5, 7, 9, 11 von Vorreihe I in einer Umstellungsreihe zusammenkommen sollten, mußten sie aus den 3 Buchstabenkästen nach Heraus-

zweite Vergleichsreihe V' von gleicher Schwierigkeit der Erlernung:

$$V': IV_{11}\ I_{12} \mid IV_9\ I_{10} \mid IV_7\ I_8 \mid IV_5\ I_6 \mid IV_3\ I_4 \mid IV_1\ I_2 \mid .$$

Die Prüfungsreihen waren immer von 5 Assoziationen der zu untersuchenden Art unterstützt, ohne daß dieser Charakter von der V.-P. sogleich am ersten Paare erkannt werden konnte, das überhaupt, ähnlich wie das letzte, eine aus seiner günstigen Apperzeptionsbedingung resultierende Sonderstellung einnimmt, weshalb man beide beim Vergleich besser ausscheiden läßt.

Dieses Beispiel zeigte uns also die spezielle Art der Anwendung des Ersparnisverfahrens auf die Bestimmung von Nebenassoziationen durch Ableitung der Differenzen Δ zwischen Wiederholungen zur Erlernung ganzer Reihen[1]. Auch in dieser Richtung ist aber das Ersparnisverfahren nicht auf die Messung der Gedächtnisleistung durch L — WL eingeschränkt. Vielmehr könnte die Schwierigkeit der Umstellungsreihen auch wieder nach dem Trefferverfahren mittelst der Methode der Hilfen oder der Paarmethode eruiert werden, wobei wiederum der Vorteil hinzutritt, daß die Reihen nicht immer bis zum Auswendigkönnen wiederholt zu werden brauchen, wie es wenigstens zu einer möglichst exakten und direkten Abgrenzung der Wiederholungszahlen L und WL erforderlich ist.

Am weitesten reichte der Rückschluß aus der Arbeitsersparnis unter neuen Bedingungen, dessen theoretische Unbegrenztheit bezüglich der Feinheit der indirekt ermittelten Dispositionen schon S. 404 hervorgehoben wurde, an dem Punkt über die unmittelbare Erfahrung der Selbstbeobachtung hinaus, wo man durch ihn eventuell geradezu Assoziationen zwischen unbewußten Elementen nachweisen zu können meinte. Hierbei sind allerdings nicht mehr nur zwei, sondern drei auf die nämlichen Silben bezogene Operationen vorausgesetzt, also Vorreihen und Umstellungsreihen erster und zweiter Folge. Würde z. B. nach zwei 10-silbigen Vorreihen I und II eine Umstellungsreihe erster Folge

$$U_1: I_3\ II_8 \mid I_7\ II_2 \mid I_1\ II_4 \mid I_5\ II_{10} \mid I_9\ II_6 \mid$$

gelernt und später beim Memorieren der weiteren Reihe

$$U_2: II_7\ I_4 \mid II_1\ I_8 \mid II_3\ I_2 \mid II_9\ I_6 \mid II_5\ I_{10} \mid$$

nahme der Buchstaben für diese Silben der Vorreihe I gebildet werden, also ähnlich wie die übrigen Silben 2, 4, 6, 8, 10, 12 der Vorreihe I. Die Buchstaben für letztere wurden daher nach Ziehung der Silben in 3 besondere Kästen gelegt, aus denen dann nach Mischung IV_2, IV_4 usw. gebildet wurden. Ebenso kamen die in 3 besondere Kästen gelegten Buchstaben der Silben I_1, I_3, I_5 usw. für die Silben der nicht mit ihnen in einer Umstellungsreihe verbundenen Silben IV_1, IV_3, IV_5 usw. zur Verwendung. Wenn jedoch durch die spezielle Anordnung der Silben hierbei Verstöße gegen die S. 389 genannten Regeln vorkamen, konnten u. a. noch die 5 bei 12 Silben zunächst nicht benützten Anfangskonsonanten von allen 17 beigezogen werden.

1) In neuester Zeit hat F. Nagel, ein Schüler von E. Meumann, nach dieser Methode auch den Einfluß der Stellenassoziation möglichst rein herauszuarbeiten gesucht, indem er Umstellungsreihen aus so vielen Vorreihen herstellte, daß er in einer Prüfungsreihe aus jeder Vorreihe immer nur eine einzige Silbe, diese aber auch an ihrer alten Stelle vorbrachte, so daß keinerlei direkte oder mittelbare Asso-

eine Erleichterung bemerkt, die diejenige einer Vergleichsreihe ohne dieses Bildungsgesetz, aber auch ohne sonstige Hilfen außer der Bekanntheit der Silben (bei der nämlichen Zeitlage zu den Vorreihen) übertrifft, so wäre dies vielleicht wirklich ein Hinweis darauf, daß beim Lernen von U_1 gleichzeitig die Silben der Reihe U_2 angeregt wurden, so daß U_2 gewissermaßen gleich mitmemoriert worden ist, u. z. die Silben von I durch einfache sukzessive Assoziationen, die von II aber durch die „initiale Reproduktionstendenz“ (vgl. S. 410 A. 1). Freilich dürfte es nicht leicht sein, Vergleichsreihen zu finden, die wirklich durch ganz gleiche Ähnlichkeit mit den Vorreihen, vor allem bezüglich der Lageverwandtschaft, einen nur geringen Vorteil der Prüfungsreihe unverfälscht erkennen lassen. Am ehesten wird dies vielleicht noch bei der reinen Paarmethode zu erwarten sein, falls umfassendere Komplexbildungen wirklich vermieden wurden. Freilich wäre auch bei einer relativen Erleichterung der Erlernung von U_2 noch keineswegs der Nachweis erbracht, daß die Silben dieser Reihe beim Lernen von U_1 völlig unbewußt geblieben und nicht in geringerem Grade der Lebhaftigkeit und Frische gegenwärtig gewesen seien. In der Tat fallen ja dem Beobachter beim Lernen der Umstellungsreihe häufig genug Silben der Vorreihen ein, die mit den neu auftretenden unmittelbar assoziiert waren, also der Umstellungsreihe U_2 zugehören würden.

Es braucht wohl schließlich nach dem S. 390 und S. 396 Gesagten nicht mehr besonders darauf hingewiesen zu werden, daß bei der Elementaranalyse solcher Lernversuche mit Reihen vor allem auch die Komponenten der Arbeitskurve (s. S. 372 f.) zu berücksichtigen sind. Dabei wird sich übrigens speziell bei der reinen Paarmethode eine Annäherung an die „Gleichgewichtspause“ (s. S. 15) erreichen lassen, bei der sich die Analyse der Leistung unter besonders günstigen Bedingungen vollzieht.

Kapitel 16.

Die Analyse der Zeitvorstellung.

63. Die Zeitwahrnehmung und die Antizipation.

1. Die Zeitvorstellung ist im entwickelten Bewußtsein, das unserer Selbstbeobachtung und experimentellen Analyse allein zugänglich ist, ebenso wie die Raumvorstellung eine nicht weiter zurückführbare Vergegenwärtigung einer eigenartigen objektiven Beziehung zwischen unmittelbaren Erlebnissen oder gedachten Vorgängen. Die Zeitrelationen bilden in der Gesamtvorstellung ein besonderes Etwas, das die V.-P. ebenso wie die speziellen inhaltlichen Merkmale ausdrücklich beachten muß, falls sie ihre Quantitätsver-

ziation der Silben als solcher beim Lernen der Umstellungsreihe mitwirken konnte und die Hemmung gleichmäßig über die Reihe verteilt war. In den ähnlich konstruierten Vergleichsreihen war dagegen auch die Stelle der Silbe eine andere geworden (vgl. auch S. 396 A. 2).



hältnisse genauer auffassen, merken und vergleichen will, wenn auch das Zeitbewußtsein als solches nicht erst durch diese Beachtung entsteht, sondern von der speziellen Auffassungstätigkeit relativ unabhängig ist. Da man aber im alltäglichen Leben längere Zeiträume, wo es einigermaßen auf Genauigkeit und Pünktlichkeit ankommt, im allgemeinen nicht unmittelbar aus dieser Zeitvorstellung heraus abschätzt, sondern nur Raumlagen eines Uhrzeigers beobachtet, so bringt die V.-P. freilich trotz der allgemeinen Bedeutung des Gegenstandes höchstens in der Auffassung und Vergleichung kürzerer Zeitstrecken einige Übung in das Laboratorium mit, wie sie bei den alltäglichen rhythmischen Vorgängen des Marschierens, Turnens, Musizierens usw. fortgesetzt durch hervorstechende Eindrücke abgegrenzt werden, bei denen sich das Zeitliche von selbst aufdrängt und außerdem, zum Zweck der genaueren Ausführung ohne indirekte Hilfen, noch besonders beachtet wird. Doch läßt sich auch die Fertigkeit der Zeitschätzung durch eine systematische Beschäftigung mit dem Gegenstande je nach der Anlage noch wesentlich steigern.

2. Im ganzen betrachtet schließt nun die Zeitvorstellung eine analoge Stufenfolge immer vermittelterer und dabei freilich immer weniger anschaulicher Repräsentationen in sich, wie irgendeine elementare sinnliche Qualität eines Tones oder einer Farbe. Die experimentelle Analyse wird sich aber wieder vor allem an die primäre Vergegenwärtigung der Zeit zu halten haben, in der uns wirkliche eigene Bewußtseinserlebnisse in einer bestimmten Zeitlage zur unmittelbar erlebten Gegenwart vorschweben. Dabei können wir entweder ein einzelnes fertiges Erlebnis eines bestimmten Augenblickes, bzw. eine diskrete oder stetige Mannigfaltigkeit von solchen, nachträglich fortgesetzt in ihrem stets zunehmenden Zeitabstand von der jeweiligen Gegenwart ins Auge fassen oder ein neues Erlebnis erwarten, bzw. einen Willensimpuls für eine bestimmte Zukunft vorbereiten. Jenes Zeitbewußtsein bei der nachträglichen Vergegenwärtigung eines Vorganges möchte ich im Unterschiede von der freien Phantasievorstellung irgendwelcher Zeitverhältnisse als „Zeitwahrnehmung" bezeichnen, da bei ihm das Bewußtsein der Zeitlage durch die Nachwirkung der wirklichen Erlebnisse gewissermaßen wie durch einen unabhängigen Reiz zustande kommt, falls wir uns überhaupt an das ehemalige Erlebnis erinnern. Hierin ist dann auch zugleich der Hauptvorteil der eindeutigen Beherrschung und Kontrollierbarkeit des Verlaufes angedeutet, die diese Vorstellung ebenso wie die direkten Sinneswahrnehmungen einzelner Qualitäten oder räumlicher Relationen als Gegenstand des Experimentes besonders geeignet erscheinen läßt. Selbstverständlich ist die normale experimentelle Erzeugung der Zeitwahrnehmung auf die Ausdehnung bis zurück zur erstmaligen Gelegenheit einer Einwirkung beschränkt, da eben die weiter zurückliegende Vergangenheit nicht mehr experimentell zu beeinflussen ist. Ausgedehntere Distanzvorstellungen können also höchstens noch als fertig gegebene „beobachtet" werden.

Die zweite der beiden oben genannten Formen der Zeitvorstellung aber, die im folgenden „Antizipation" heißen soll, ist zwar in ihren Quantitätsverhältnissen im einzelnen jederzeit von Zeitwahrnehmungen oder einer aus solchen noch mittelbarer abgeleiteten Vorstellung abhängig. So schließt sich

z. B. an einen neuen markanten Sinneseindruck mit besonderer Lebhaftigkeit und Anschaulichkeit die Erwartung eines gleichmäßigen Fortganges an, wenn gleichartige Eindrücke in konstanten und gleich ausgefüllten Zeiträumen unmittelbar vorhergingen, also z. B. nach dem Anhören einer Reihe nicht zu langsamer regelmäßiger Taktschläge. Auch die Bereitschaft, einen Willensimpuls, z. B. zur aufmerksamen Auffassung eines neuen Eindruckes oder zu einer äußeren Willkürbewegung, in einem bestimmten antizipierten Augenblick auszuführen, führt sich stets auf einen assoziativen Mechanismus zurück, in dem vorher wahrgenommene Zeitverhältnisse wirksam werden. Doch ist die unmittelbare Vergegenwärtigung des tatsächlichen Eintrittes eines erwarteten Erlebnisses nach einer von der Gegenwart aus gerechneten, fortgesetzt abnehmenden Zeit als solche ebenfalls eine besondere, nicht weiter zurückführbare Bewußtseinserscheinung, die aus der bloßen nachträglichen Vergegenwärtigung eines alten Eindruckes als solchen, also aus der Zurückversetzung in die Vergangenheit in der Erinnerung, nicht ableitbar ist. Zudem richtet sich auch das praktische Interesse im alltäglichen Leben stets vor allem antizipierend auf die nächste Zukunft, so daß uns im allgemeinen nur besonders kräftige, nachhaltige Eindrücke bei dem eben oder früher Vergangenen verweilen und dabei eine eigentliche „Zeitwahrnehmung" erleben lassen. Experimentell gewinnt nun diese „Antizipation" eine zweifache Bedeutung. Zunächst kommt sie als mögliche Einstellung der V.-P. bei jedem Vergleich zweier gegebener Zeitstrecken a und b in Betracht, da die V.-P., wenn sie einmal weiß, welche Vergleichsobjekte auftreten werden, von Anfang an den ganzen Prozeß in seinen Hauptzügen antizipiert, besonders lebhaft aber natürlich den Endpunkt einer mit a übereinstimmenden Strecke a', wodurch das Erlebnis bei einer eventuellen Abweichung der wirklichen Vergleichsstrecke b von der subjektiv gleichen Strecke sowie bei ihrer Übereinstimmung das für solche Vergleichsversuche charakteristische Gepräge erhält. Es ist von dem nachträglichen Vergleich zweier irgendwie abgegrenzter Zeitstrecken, die man beim unmittelbaren Erleben noch nicht zueinander in Beziehung setzte, wesentlich verschieden und für die Präzision des Resultates, aber freilich auch zugleich für bestimmte Fehlertendenzen entscheidend.

Während es sich aber hierbei zunächst nur um die Antizipation eines Auffassungsaktes handelte, kann diese zweite Einstellungsform weiterhin auch noch zu einer besonderen Form der experimentellen Analyse der Zeitvorstellung führen, wobei die V.-P. anstatt eines bloßen Apperzeptionsaktes (s. S. 7) eine äußere Willkürhandlung für einen bestimmten antizipierten Zeitpunkt oder kurz „antizipierend" ausführt, also z. B. den Abschluß einer Vergleichsstrecke a' zu einer unmittelbar vorhergehenden Normalstrecke a durch eine Handbewegung markiert. Da der äußere Effekt des Impulses objektiv registriert und dadurch sein Zeitabstand von dem Beginn der Vergleichsstrecke gemessen werden kann, so ergibt sich hieraus eine besondere Art der „Herstellungsmethode" auf diesem Gebiete, von der schon Vierordt Gebrauch machte[1]). Man liest bisher freilich noch bisweilen, daß von der hergestellten Zeit in diesem Falle immer erst

1) Zeitsinn. 1868, S. 34.

eine „Reaktionszeit“ in Abzug gebracht werden müsse, um die der V.-P. subjektiv gleich erscheinende Zeitstrecke zu erhalten. Hierbei ist also angenommen, daß die V.-P. auf den Abschluß der subjektiv gleichen Strecke wie auf einen äußeren Reiz, dessen Eintritt im voraus nicht genau vorauszusehen war, gewartet oder „auf ihn reagiert“ habe (s. S. 15). Wie aber unten bei den Reaktionsversuchen noch weiter ausgeführt werden soll, ist eine antizipierende Willkürhandlung von einer solchen „Reaktion“ im engeren Sinne wohl zu unterscheiden, da bei ihr das Anschwellen des Willensimpulses eben schon in die Zeit der Antizipation oder der Voraussicht des Zeitpunktes, in dem der äußere Effekt fertig sein soll, hineinfallen darf, während bei der Reaktion auf das fertige Erlebnis, auf das man reagieren soll, gewartet werden muß [1]). Bei dem wiederholten Versuch, Registrierbewegungen auszuführen, die mit einer äquidistanten Reihe von Reizen, z. B. Gehörseindrücken, im einzelnen möglichst genau zusammentreffen, läuft bei einem bequemen Takt schließlich nur noch eine kleine zufällige Variation von ca. $\pm 30\ \sigma$ im Mittel unter, so daß also die V.-P bei der antizipierenden Auslösung des Impulses die psychophysische Zeit von diesem speziellen Bewußtseinserlebnis seiner Auslösung bis zu dem gewollten äußeren Effekt schon sehr genau in Rechnung ziehen kann. [2]) Bei einmaligen Versuchen dieser Art wird natürlich nicht die gleiche Genauigkeit erreicht, doch ist der Prozeß im Prinzip der nämliche.

Allerdings könnte man auch erst auf die Vollendung der ganzen der Strecke a gleich erscheinenden Zeit a′ „reagieren“, was freilich bei der Schwierigkeit eines derartigen Reflexionsaktes die ziemlich lange Zeit einer sog. Erkennungsreaktion (s. § 81, a) ergeben würde [3]). Jedenfalls wäre aber diese Einstellung der V.-P. viel unnatürlicher als die sinngemäße Anwendung der Fähigkeit zur „antizipierenden“ Auslösung der Impulse. Nach unserer Haupteinteilung gehören aber nun alle objektiven Registrierungen von Markierbewegungen zu den „Reaktionsmethoden“ (im weiteren Sinne), während wir uns hier bei den Reproduktionsmethoden im wesentlichen auf die Beurteilung der Zeitverhältnisse möglichst passiv hingenommener Eindrücke zu beschränken haben. In der Tat sind die Inhalte des Bewußtseins im Verlaufe der Zeitstrecke bei der Registriermethode vor allem während der unmittelbaren Vorbereitung des Willkürimpulses andersartige. Die subjektive Ausfüllung ist aber für den Ausfall der Schätzung stets von Bedeutung. Nur bei längeren Zeitstrecken, bei denen das kritische Endstadium mit der Impulsentwicklung im Verhältnis zum Ganzen und sogar zur Unterschiedsschwelle weniger in Betracht kommt, wird dieser Gegensatz so gut wie verschwinden [4]). Auch sonst ist er freilich insofern schließlich doch nur

1) Vgl. Experimentelle Analyse der Bewußtseinsphänomene, S. 266 ff.

2) Diese Genauigkeit beobachtete zuerst F. Martius bei dem Versuch, die Zahl der Pulsschläge durch Nachtaktieren an einer Registriervorrichtung zu bestimmen (s. u. Kap. 20).

3) Vgl. solche Zeiten z. B. bei E. Meumann, Beiträge zur Psychologie des Zeitbewußtseins in Wundts Phil. Stud. Bd. 12, 1896, S. 238.

4) Auch bei relativ kurzen Zeiten nehmen die Schwierigkeiten ab, wenn man auch bei der Registriermethode die Gesichtspunkte berücksichtigt, die aus dem Wesen der einheitlichen Auffassung einer Zeitstrecke überhaupt zu entnehmen sind (vgl. unten). So ist auch hier die unmittelbare Aneinanderreihung der beiden Strecken ohne Pause,

ein relativer, als die Ausfüllung der Vergleichszeit auch bei den Versuchen nach der reinen „Reproduktionsmethode“ [1]) keinen Zustand der reinen Passivität bedeutet, sondern, wie schon oben erwähnt, von antizipierenden Apperzeptionsimpulsen erfüllt ist. Diese sind aber in der natürlichen Koordination der inneren Willenshandlung (s. S. 7) mit zahlreichen Innervationen der willkürlichen und unwillkürlichen Muskulatur verbunden und besonders bei ausgesprochen rhythmischer Auffassung der aufeinanderfolgenden Zeitabschnitte manchmal so intensiv, daß die antizipierende Spannung gegen das Ende der Vergleichsstrecke hin bei dem Anschwellen eines bestimmten einzelnen Markierimpulses kaum sehr viel stärker ausfallen könnte.

64. Drei Hauptprobleme für eine experimentelle Untersuchung.

a) Die sog. Zeitschwellen und Zeitverschiebungen.

1. Ähnlich wie bei der Raumvorstellung lassen sich nun auch hier im einzelnen mindestens drei Hauptgruppen von Problemen unterscheiden, die mittelst der Vergleichsmethode in der soeben allgemein skizzierten Weise exakt bearbeitet werden können. Betrachtet man zunächst einen einzelnen Zeitpunkt, so kann man die den „Raumschwellen“ analogen „Zeitschwellen“ messen, bei denen aber ebenfalls ähnlich wie bei jenen zwei verschiedene Erscheinungsformen auseinander zu halten sind. Es läßt sich nämlich erstens fragen, wie groß das Zeitintervall zwischen zwei auf die nämliche Stelle des Sinnesorganes applizierten Reizen sein muß, damit die Empfindungen nicht mehr stetig verschmelzen, sondern eine Intermission merklich bleibt. Dieses Problem wurde schon bei den sinnesphysiologischen Methoden behandelt, da ja die gefundenen Zeitwerte zunächst aus dem Ablauf der Sinneserregung zu deuten sind. Es werden also auf diese Weise keineswegs etwa kleinste natürliche Elemente des Zeitbewußtseins überhaupt aufgefunden. Vielmehr kann die Intermission ebenso wie die Empfindung des kürzesten positiven Reizes, des elektrischen Induktionsfunkens, wenn sie überhaupt einmal merklich wird, sogleich als eine gewisse Dauer oder ein Verlauf bewußt werden [2]).

---

bei der die dritte von der Registrierung gebildete Marke die zweite Strecke abschließt. eine wesentliche Fehlerquelle (s. S. 426). Der Einfluß der Zeitlage wäre durch die Vergleichung einer ersten „aktiven“ und zweiten „passiven“ Strecke zu ermitteln.

1) Die Herstellungsmethode von Vierordt, die später vor allem Glaß unter exakteren Bedingungen verwertete (Kritisches und Experimentelles über den Zeitsinn, Wundt, Phil. Stud. Bd. 4, 1888, S. 423f.), wurde wegen der freien Reproduktion des antizipierten Endpunktes der Vergleichsstrecke auch als „Reproduktionsmethode“ bezeichnet. Nach unserer Haupteinteilung (s. S. 228) bezeichnet dieser Name dagegen gerade das Wesen der anderen Methode mit bloßer Beurteilung wahrgenommener Zeitstrecken, was zur Vermeidung von Verwechslungen hier ausdrücklich hervorgehoben sei.

2) Eine andere Frage ist es hingegen, ob die Trägheit der Sinneserregungen nicht doch wenigstens insofern für die Untergliederung der bewußten Zeiträume in unserer Auffassung, also auch unsere anschaulichen Begriffe von kleinsten Zeiteinheiten von Bedeutung ist, daß diese niemals unter die Zeitschwellen des Sinnesgebietes mit der feinsten Differenzierung des Ablaufes, nämlich des Gehörssinnes, heruntergehen können.



Diese Zeitschwelle für zwei nur zeitlich getrennte Reize entspricht in gewissem Sinne offenbar der Raumschwelle zweier nur räumlich getrennter Eindrücke, d. h. der Simultan-Raumschwelle. Bei dieser ist schon wegen der Irradiation für das Auftreten eines nicht bzw. anders ausgefüllten Zwischenraumes nicht die Minimalschwelle zu erwarten, nach deren Überschreitung man allerdings schon die Lage der beiden an ihrer Grenze noch verschmolzenen Erregungen im ganzen in einem Bewußtsein der Ausdehnung unterscheiden kann. Wie diese Differenz aber dann eventuell bei sukzessiver Reizung zweier benachbarter Stellen deutlicher hervortreten kann, so wird auch die Auffassung eines minimalen Zeitunterschiedes erleichtert, wenn zwei benachbarte Stellen des nämlichen Sinnes, z. B. des Sehfeldes, sukzessiv erregt werden. (Vgl. S. 348.) Jedenfalls läßt sich das Bewußtsein einer Zwischenzeit stetig unter sonst gleichen Umständen zum völligen Verschwinden bringen und, bei weiterer Verschiebung des Zeitpunktes des neuen Reizes in der nämlichen Richtung, in dasjenige eines Zeitabstandes in entgegengesetzter Richtung überführen, wenn beide Reize nicht auf die nämliche Stelle, sondern auf verschiedene Stellen oder als „disparate" auf verschiedene Sinne einwirken. Die Ableitung einer Zeitschwelle für disparate Reize, unter denen hierfür wegen der präziseren Abgrenzung der Reize und Erregungen bisher wieder nur Gesicht, Gehör und Tastsinn in Frage kamen, wird in Anlehnung an den Herbartschen Begriff gewöhnlich als „Komplikationsversuch" schlechthin bezeichnet. Dabei kann man, wie es bisher immer geschah, Momentanerregungen, die sich von dem bisherigen Zustand abheben, im ganzen zueinander in Beziehung bringen, wobei dann die Zeitlagen des Anstieges und des Abklingens der durch einen Momentanreiz hervorgebrachten Erregungen gleichmäßig berücksichtigt werden. Man kann aber auch nur Zeitgrenzen von länger dauernden Erregungen, die dabei natürlich ebenfalls möglichst präzise sein müssen, einander zuordnen. Bei dem letzteren Falle, der gegenwärtig im Leipziger psychologischen Institut untersucht wird, kommt also nur der Anstieg oder das Abklingen in Betracht, wobei sich wiederum für je zwei Reize vier verschiedene Möglichkeiten ergeben, je nachdem der Anstieg oder das Abklingen des einen und des anderen Reizes miteinander kombiniert werden.

Da die Zeitabstände, in denen eine richtige und sichere Unterscheidung der beiderseitigen Zeitlage möglich wird, jederzeit noch in die Zeit eines einzigen psychischen Auffassungsaktes hineinfallen (s. S.361), so beschäftigt man sich bei den bisher genannten Versuchen offenbar mit einer ganz analogen Apperzeptionsleistung wie bei tachistoskopischen Beobachtungen. Dies muß vor allem bei der theoretischen Deutung der Aussagen berücksichtigt werden: Die Urteile über die Zeitlage zweier benachbarter oder disparater Reize erlangen die Eindeutigkeit, die der Wiedergabe zugrunde liegt, immer erst auf Grund einer nachträglichen Verarbeitung des kurzdauernd Wahrgenommenen. Selbst stärkere Anachronismen bezüglich zweier voneinander relativ unabhängiger Eindrücke, die nicht mehr auf Unterschiede des Erregungsablaufes zurückführbar sind, brauchen also keineswegs auf „halluzinatorischen" Verschiebungen des Wahrnehmungsbildes gegenüber der Reizlage zu beruhen, wenngleich bei bestimmten Vor-

bereitungen illusionäre Prozesse ähnlich wie beim tachistoskopischen Verlesen von Buchstaben u. dgl. auch hier wohl möglich sind[1]).

Natürlich tritt bei weniger nah benachbarten und disparaten Reizen noch die besondere Erschwerung der Beurteilung durch die Unnatürlichkeit der Relation überhaupt hinzu, wobei die Einflüsse der Aufmerksamkeitsverteilung, sowie willkürlicher oder unwillkürlicher Einstellungen auf die Auffassung spezieller Zeitfolgen überhaupt interessante Spezialprobleme bilden. Jedenfalls erhält man daher vor einer besonderen Einübung bei nur einmaliger Darbietung jeder einzelnen Zeitdifferenz, die zur Ableitung von Vollreihen dargeboten wird, sehr große Schwellen, weshalb hier S. Exner, der die Zeitschwellen für einzelne isolierte Momentanreize zum ersten Male untersuchte (s. u.), sogleich zu einer mehrfachen Wiederholung jeder einzelnen Distanzstufe griff, die aus technischen Gründen außerdem sogar taktmäßig erfolgte. Diese ganz speziellen Versuchsbedingungen, die den S. 368 genannten bei wiederholter tachistoskopischer Darbietung vergleichbar sind, führen freilich auf diesem Gebiete auch zugleich ganz besondere Fehlerquellen für die Auffassung der Zeitlage mit sich.

Als Übergang von hier zur Streckenvergleichung könnte in gewissem Sinne die Auffassung der Zeitfolge einer ganzen Reihe von Eindrücken betrachtet werden. Diese Aufgabe kann natürlich auch wieder bei Applikation aller Reize auf die nämliche Stelle gestellt werden, wo sie z. B. auch schon in der Methode der unmittelbaren Wiedergabe einer einmal dargebotenen Reihe von kurzdauernden Eindrücken, z. B. von sinnlosen Silben, vorkommt, bei der die richtige Wiedergabe zugleich die Vergegenwärtigung einer bestimmten Reihenfolge voraussetzt[2]).

2. Auch bei den Komplikationsversuchen werden aber bereits größere Zeitstrecken in den eigentlichen Versuch einbezogen, soweit eine spezielle Vorbereitung hinzutritt, wenn auch die entscheidende Wahrnehmungsgrundlage des Urteiles immer nur in einem kleinen Zeitabschnitt des Ganzen gewonnen wird. Auch bei dem einfachsten Versuch wäre natürlich diesem kritischen Zeitpunkt schon nach den allgemeinen Vorschriften zur Erlangung einer eindeutigen Einstellung überhaupt ein Vorsignal oder eine Selbstauslösung vorauszuschicken. Doch ist hier mit der speziellen Vorbereitung schon eine engere inhaltliche Beziehung der vorhergehenden Zeitausfüllung zum Hauptgegenstande gemeint, wie sie z. B. in der schon genannten rhythmischen Wiederholung der disparaten Reize in der nämlichen zeitlichen Gruppierung bei jeder Exposition vorliegt. Außerdem kann aber die Auffassung der Reize

1) Daß bei falschen Urteilen vor allem auch die bloße nachträgliche Verwechslung der Zeitlage der in richtiger Folge aufgetretenen Erregungen eine gewisse Rolle spielt, ersieht man wohl auch schon daraus, daß z. B. in Versuchen dieser Art von Weyer (s. u.) die falschen Urteile, also jedenfalls Unterschiedsurteile, von der Reizstufe an, bei der auch die richtigen Unterscheidungen begannen, zunächst wieder häufiger wurden. (Die Zeitschwellen gleichartiger und disparater Eindrücke, in Wundt, Phil. Stud. Bd. 14. 1898, S. 616 u. Bd. 15, 1900, S. 67.

2) Bei der mit der Wahrnehmung gleichzeitigen Wiedergabe von Raumverhältnissen sind allerdings höchstens in den unklareren Regionen der Peripherie des Sehfeldes und des Tastsinnes Umstellungsfehler möglich, beim Gesichtssinn aber auch besonders bezüglich der Tiefenordnung, wie überhaupt die Relationen innerhalb der „Zeitwahrnehmung“ mit der „Perspektive“ des Tiefenbewußtseins manche Verwandtschaft besitzen.



oder eines derselben in dem kritischen Moment auch stetig vorbereitet werden, z. B. wenn man ein Gesichtsobjekt mit konstanter Geschwindigkeit oder wenigstens in einer hinreichend geläufigen Bewegungsform, z. B. einer Pendelbewegung, sich fortbewegen sieht, so daß man die kommenden Lagen in den einzelnen Zeitpunkten antizipierend voraussieht. Dies ist sogar die ursprüngliche Form, in der das Problem als eines der ältesten der experimentellen Psychologie seinerzeit von den Astronomen übermittelt wurde: Es soll die Stellung eines gleichförmig durch das Gesichtsfeld des Fernrohres wandernden Sternes zu den Fäden des Fadenkreuzes angegeben werden, die dieser im Moment eines Sekundenschlages der astronomischen Uhr gerade innehat. Sind parallel zum Meridianfaden mehrere (nicht gerade äquidistante) Fäden gespannt, die im Verlauf mehrerer Sekunden durchwandert werden, so ist wiederholt die Teilung dieser Distanzen durch die jeweiligen Sternstände bei den einzelnen Sekundenschlägen nach Dezimalen abzuschätzen (vgl. S. 376). Dies ist bekanntlich die sog. „Augen- und Ohrmethode“ der astronomischen Zeitbestimmung, die schon S. 294 und S. 377 erwähnt wurde. Offenbar bedeutet es aber nach dem S. 416ff. Gesagten keine prinzipielle Änderung des psychologischen Charakters der Methode, wenn man an die Stelle der Auffassung des rhythmisch gehörten Taktschlages der Uhr einen Impuls zu einer objektiven Registrierbewegung einführt, der antizipierend gleichzeitig mit der Wahrnehmung der Sternbewegung so vorbereitet wird, daß er möglichst gleichzeitig mit dem vorausgesehenen Sterndurchgang selbst erfolgt. Nur strebt die Komplikation dem Durchgangsmoment selbst zu und die rhythmische Dezimalschätzung ist durch die Wahl der günstigsten Impulszeit ersetzt. Auch die Auffassung des Zeitpunktes des Taktschlages bei der Auge- und Ohrmethode ist ja ganz wesentlich durch die Antizipation mitbestimmt, so daß sich also ein völlig neues Verfahren erst ergeben würde, falls die Antizipation des Taktschlages aufgehoben bzw. die antizipierende Auslösung des Impulses vor dem Durchgang verboten würde. Doch werden wir die Zeitbestimmungen nach der Registriermethode, unserer Einteilung entsprechend, erst bei den Reaktionsversuchen behandeln. — Wie bei der Dezimalgleichung kommen hier natürlich nur die Beobachtungen am künstlichen Stern in Betracht, während man auch hier die Tatsache von Fehlern der Zeitschätzung überhaupt ohne Möglichkeit ihrer absoluten Messung bereits aus den persönlichen Differenzen, der sog. „persönlichen Gleichung“, bei der Bestimmung des nämlichen astronomischen Vorganges erschlossen hatte, dessen absolute Zeitlage nicht bekannt ist. Führt man aber an diesen „Passage-Apparaten“ aus praktischen Gründen, zur Annäherung an die Bedingungen bei der Auge- und Ohrmethode, einen rhythmischen akustischen Reiz ein, so wird die Auffassung des Zeitlagenverhältnisses zwischen den optischen und akustischen Eindrücken im kritischen Durchgangsmomente eben nicht nur durch die vorangehende Wahrnehmung der Sternbewegung vorbereitet, sondern auch zugleich durch den Rhythmus der Taktschläge der Uhr oder der dafür eintretenden Reizreihen aus einem anderen Sinnesgebiete, z. B. von Funkenreihen (C. Wolf), und bisweilen auch durch den Rhythmus mehrerer unmittelbar aufeinanderfolgender Durchgänge, weshalb dann die Auffassung der kritischen Sternstände im wesentlichen eine antizipierende wird. Doch trägt die geradlinige Be-

wegung des künstlichen Sternes durch das Gesichtsfeld nicht noch außerdem einen Rhythmus in sich, falls nicht mehrfache und dabei äquidistante Fäden passiert werden. Bei den Instrumenten hingegen, die im Anschluß hieran zuerst von Wundt zu rein psychologischen Zwecken konstruiert wurden, trat auch noch eine periodische Rotationsbewegung eines Zeigers hinzu, der über eine Skala entweder mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschritt oder hin und her pendelte, wobei die Perioden der Zeigerbewegung und der Komplikation (zunächst eines Glockenschlages) zusammenfielen[1]. Statt daß elementarere Versuchsbedingungen eingeführt wurden, fügte man dann vorerst sogar noch weitere Komplikationen hinzu, indem man nicht nur das Glockensignal durch einen andersartigen Reiz (Tastreiz, elektrischen Hautreiz) oder mehrere ersetzte, sondern es auch selbst zu einem ganzen Komplex von disparaten Momentanreizen in verschiedenen Kombinationen ergänzte, zu dem dann die gleichzeitige Zeigerstellung herauszufinden war (Tschisch)[2].

Da nun in allen diesen Versuchen stets wieder mehrere Umläufe oder Schwingungen des Zeigers hintereinander beobachtet wurden, so war die endgültige Entscheidung stets von der Antizipation bestimmter Zeigerstellungen für den ebenfalls vorausgesehenen Zeitpunkt des nächsten Glockenschlages beeinflußt, die sich auf die in der Vorbereitungszeit gewonnenen Zeitwahrnehmungen aufbaut. Aber selbst die Beobachtung eines einzigen Umlaufes des Zeigers mit konstanter Geschwindigkeit bringt durch die räumliche Gliederung der Skala nach den natürlichen Hauptrichtungen der Vertikalen und Horizontalen auch in die Auffassung der Zeitverhältnisse eine bei geradliniger Bahn nicht vorhandene Gliederung hinein, welche die Zeitschätzung beeinflußt. Weiterhin brachte aber dann bei diesen Skalenbeobachtungen auch noch die Einteilung in viele Teilstriche neue Haltepunkte, aber auch zugleich Ablenkungen mit sich, die bei der astronomischen Beobachtung selbst bei mehrfachen Fäden wegen der größeren relativen Fadendistanz nicht oder wenigstens nicht in gleichem Maße vorhanden waren. Diese besonderen Bedingungen für die Auffassung der Zeitverhältnisse der optischen Eindrücke können sich z. B. auch ohne alle Komplikationsreize in dem Erlebnis der Beobachtung eines wiederholt gleichförmig umlaufenden Zeigers als solcher zur Geltung bringen. Als rhythmischer Prozeß wird der Umlauf leicht an irgendeiner bevorzugten Stelle mit einem besonderen Akzent versehen werden, der dann bei „zu schneller“ Periode bei jedem

1) Die ganze Beobachtungsweise bei einer dem Zifferblatt der Uhr vergleichbaren Skala brachte es dann zugleich mit sich, daß die gemessenen Auffassungsfehler nicht mehr wie bei der astronomischen Auge- und Ohrmethode als Fehler der vom Beobachter gefundenen astronomischen Zeit angegeben, d. h. nicht mehr auf die objektive Zeitlage der akustisch erfaßten Vorgänge als Norm bezogen wurden. Wundt und seine Schüler bezeichneten vielmehr als negativen bzw. positiven Zeitfehler gerade umgekehrt die Lokalisation des Komplikationsreizes bei einer zu frühen oder zu späten Zeigerstellung. Hierbei wäre also die Zeitangabe dieser hier als Nullpunkt der Fehlermessung gewählten Zeigerstellung, nach Glockenschlägen gerechnet, immer umgekehrt mit einem positiven, bzw. negativen Fehler behaftet.

2) Über die Zeitverhältnisse der Apperzeption einfacher und zusammengesetzter Vorstellungen, untersucht mit Hülfe der Komplikationsmethode. Wundt, Phil. Stud. Bd. 2, 1895, S. 603.

weiteren Umgang auf eine immer spätere Stelle trifft, bei „zu langsamer“ auf eine immer frühere. Wird dann beim Hinzutreten rhythmischer Komplikationsreize der Akzent vor allem von diesen bestimmt, so werden sich bei der Verarbeitung des Wahrgenommenen ähnliche Verschiebungstendenzen des Akzentes wie bei rein optischer Wahrnehmung wirksam zeigen können. Allerdings wäre zur Sonderung der beiderseitigen Einflüsse gleichzeitig auch einmal ein ganz verschiedener Takt in den einzelnen Sinnesgebieten anzuwenden.

Eine systematische Analyse dieser Einflüsse einer speziellen Vorbereitung hätte jedenfalls von den geringsten Voraussetzungen zu bestimmten Antizipationen zu immer spezielleren und komplizierteren fortzuschreiten, eine methodische Weiterentwicklung der Wundtschen Versuchsanordnungen, die bereits durch die Untersuchung von Geiger begonnen wurde[1]). Bei einer stetigen Bewegung wäre sogar zunächst auch einmal bei völlig ungeteilter Bahn die Stellung des bewegten Objektes im Augenblicke eines nur einmal einwirkenden und nur im allgemeinen avisierten Komplikationsreizes nachträglich anzuzeigen. Ist aber schon während des kritischen Momentes eine feste Marke oder eine ganze Reihe von solchen gegeben[2]), so kann einfach die Lage zu ihr im Komplikationsmoment im allgemeinen beurteilt bzw. auch noch durch Anzeigen der Stelle genauer wiedergegeben werden. (Bei Vertauschung der Sinnesgebiete brächte etwa die Einordnung eines einmaligen optischen Eindruckes in eine Reihe wiederholter Glockensignale oder in eine Melodie ähnlich einfache Voraussetzungen mit sich.) In der Stufenreihe der Probleme folgt dann erst die stetige geradlinige Bewegung mit mehreren vorhergehenden Signalen, weiterhin die sonstwie gegliederte und die im ganzen periodische Bewegung, und zwar ebenfalls zunächst ohne Wiederholung des Momentaneindruckes, dann mit einer von der optischen Periode unabhängigen, bzw. im Grenzfall mit ihr übereinstimmenden Wiederholung desselben. Über die Komplikation eines Glockenschlages mit einer Stellung des konstant rotierenden Zeigers nach rein akustischem und rein optischem Takt liegen übrigens bereits Versuche von Heyde vor[3]).

Heyde untersuchte dann aber auch noch die Unterschiedsschwellen und Fehler, die sich bei der Zuordnung mehrerer Zeiger zu einem Glockenschlag ergeben, wenn diese alle gleichförmig wie Speichen eines Rades rotieren, u. zw. ebenfalls unter Variation der akustischen und optischen Antizipationsbedingungen. Es hat also hierbei die V.-P. ähnlich wie bei der S. 355 genannten Fragestellung eine umfassendere Situation (bis zu vier Zeigerstellungen) zu beschreiben, die nur während eines einzigen, von dem Glocken-

1) Neue Komplikationsversuche, Wundt, Phil. Stud. Bd. 18, 1903, S. 347.

2) Da eine Anziehung der Teilstriche sowie jeder irgendwie ausgezeichneten Stelle des Raumes nachgewiesen ist, so bedeutet die Verwendung von mehreren Teilstrichen unter Umständen zugleich eine teilweise Kompensation einer Fehlertendenz, je nach der Stellung im kritischen Moment.

3) K. Heyde, Versuche an der Komplikationsuhr mit mehreren Zeigern; Wundt, Psychol. Stud. VI, 5. u. 6. H., 1910, S. 317. Auch hier mußte man sich natürlich, ähnlich wie es für die S. 352 ff. genannten Versuche notwendig war, auf die Beobachtung einzelner, mehr zufällig herausgegriffener Kombinationen der Zeiger beschränken, wenn nicht die Fehler- und Schwellenbestimmung zu viele Einzelversuche erfordern sollte.



schlag bezeichneten Momentes gegeben ist. Nur tritt hier eben außer der kürzeren Zeitdauer der entscheidenden Wahrnehmungen die stetige Vorbereitung und Fortsetzung der kritischen (optischen) Situation hinzu, die einerseits Erleichterungen, andererseits aber freilich auch besondere Fehlerquellen einführt. Die Problemstellung läßt sich natürlich auch verallgemeinern, indem man den engen Zusammenhang zwischen den einzelnen, gleichförmig rotierenden Zeigern aufhebt. Auch braucht der kritische Moment für die Beurteilung einer kurzdauernden optischen Situation nicht durch einen disparaten Sinnesreiz angegeben zu werden, sondern kann durch Nebenreize innerhalb des Sehfeldes oder auch durch eine Unstetigkeit der beobachteten Bewegungen selbst herausgehoben werden. So untersuchte z. B. Biener die Vergleichung von Raumstrecken, die von einem zwischen zwei ruhenden Punkten sich bewegenden Punkte im Momente seiner Umkehr abgeteilt werden, Versuche, die sich natürlich schließlich so weit komplizieren lassen, daß man die Raum- und Geschwindigkeitsverhältnisse lauter bewegter Objekte beurteilen läßt, die in einem bestimmten, irgendwie markierten Augenblicke vorhanden sind, wie es ja im praktischen Leben, z. B. bei der Orientierung in einer belebten Straße, fortwährend unter relativ komplizierten Bedingungen ausgeübt werden muß. Die Schätzungsfehler hierbei können als eine spezielle Gruppe „optischer Täuschungen" bzw. Bewegungstäuschungen bezeichnet werden.

Da aber die Auffassung der Zeitlagen der Eindrücke eines bestimmten Augenblickes, falls sie durch einen zeitlich gegliederten Verlauf vorbereitet wird, von der hierbei gewonnenen Zeitvorstellung in der Form der Antizipation beeinflußt wird, so ist das volle Verständnis für die Fehlertendenzen hierbei erst aus der Analyse der Schätzung ganzer Zeitstrecken zu entnehmen. Diese bildet die zweite Hauptgruppe der Probleme bezüglich des Zeitbewußtseins.

b) Die Schätzung von Zeitstrecken.

Auch bei der Schätzung von Zeitstrecken sind natürlich die quantitativen Resultate immer nur nach einer möglichst genauen qualitativen Analyse der Einstellung der V.-P. während der entscheidenden Wahrnehmungen richtig zu deuten, die vor allem darüber Aufschluß geben muß, wie die Eindrücke überhaupt zur Vorstellung einzelner Strecken zusammengefaßt werden, da das Vergleichsurteil offenbar nur von den tatsächlichen subjektiven Einheitsbildungen der V.-P. abhängig ist. Die Auffassungsbedingungen wären in dieser Hinsicht noch einfacher, die Urteile aber unsicherer, als es tatsächlich bisher meistens der Fall war, wenn die zu vergleichenden Längenstufen niemals mit dem Bewußtsein ihrer objektiven Idendität wiederholt würden. Denn das Optimum der Streckenauffassung, bei dem der Endpunkt der Strecke unmittelbar erlebt, und diese somit in ihrer ganzen Ausdehnung den Inhalt einer primären Zeitwahrnehmung in dem oben (S. 415) erläuterten Sinne bildet, ist bei einer einmaligen Wahrnehmung auch hier nur während eines einzigen Momentes vorhanden, und so vollzöge sich dann auch die Vergleichung ganzer Zeitstrecken wieder unter ähnlichen Bedingungen wie bei der Vergleichung einzelner tachisto-

skopischer Reize. Doch wurde z. B. von Vierordt bei der Bestimmung der Unterschiedsschwelle eine von zwei Metronomschlägen abgegrenzte Strecke taktmäßig siebenmal nacheinander gegeben und mit einer zweiten analogen, etwas schnelleren oder langsameren Taktreihe auf ihre Geschwindigkeit hin verglichen. Bei den neueren Versuchen mit Vergleichung zweier einzeln dargebotener Strecken hat man aber doch wenigstens den Normalreiz immer für eine ganze Versuchsgruppe wissentlich konstant erhalten, so daß auch hierbei anstatt einer stets voraussetzungslosen Neuauffassung eine Art spezieller Einübung[1]) auf die gegebene Länge stattfinden konnte, die gerade für den antizipierenden Vergleichsmodus von besonderer Bedeutung ist.

Naturgemäß hat die absolute Länge der zu vergleichenden Strecken auf die Lebhaftigkeit der Vergegenwärtigung ganzer Strecken einen entscheidenden Einfluß. Im allgemeinen können nur bei kurzen Zeiten, während deren die die beiden Strecken ausfüllenden Eindrücke auch ohne besondere Anstrengungen der Apperzeption noch nicht aus dem Bewußtsein verschwunden sind, also bei Strecken von 1—2 Sek., auch die Zeitverhältnisse so auffällig werden, daß die subjektive Gleichheit mit den charakteristischen Begleiterscheinungen des rhythmischen Bewußtseins auftritt, bei dem die von der Antizipation geleiteten, triebartigen Impulse zur Auffassung, bzw. aktiven Markierung der Zeitgrenzen jeweils mit besonderer Aufdringlichkeit anschwellen. Eine Verschiedenheit aber löst dann alle Nebenerscheinungen der Störung einer rhythmischen Reihe aus. Doch sei hier ausdrücklich hervorgehoben, daß es sich hierbei stets nur um den höchsten Grad von Wirkungen handelt, die bei einer besonderen Anstrengung in Richtung einer analogen aktiven Vereinheitlichung der Teilstrecken auf viel weitere Grenzen als die soeben angedeuteten ausgedehnt werden können, die noch nicht genügend festgestellt sind. Hierbei kommt es ja auch gar nicht darauf an, daß auch die ganze Ausfüllung der Strecke im einzelnen so klar und deutlich vergegenwärtigt werden kann, wie es etwa für das präzise Vergleichsresultat nach S. 365ff. erforderlich ist. Auch die in der Natur der Apperzeption gelegenen Intermissionen einer solchen Konzentration heben den hier gemeinten Endeffekt nicht prinzipiell auf. Ein wesentlich anderes Erlebnis liegt erst dann vor, wenn eine Streckenvorstellung in den Vergleich eingeht, bei der der Anfang nicht bis zur Wahrnehmung des Schlusses in Gedanken festgehalten wurde, sondern erst ad hoc mit einem größeren oder kleineren Vorderteil der Strecke wieder auftaucht, wie es bei kurzen einige Sekunden übersteigenden Zeiten möglich, bei sehr langen aber sogar notwendig ist. Doch haben wir es auch hierbei immer noch mit einer Zeitwahrnehmung in dem S. 415 definierten Sinne zu tun. Dagegen bedeutet es eine weniger tiefgreifende Modifikation jener optimalen Bedingungen, wenn nach einer einheitlichen Auffassung der ersten Vergleichsstrecke zunächst eine längere Pause folgt. Mit der Ausdehnung dieser Zwischenzeit zwischen den beiden Vergleichsstrecken gehen solche

1) Auf die besondere Bedeutung einer allgemeinen Einübung auf Zeitvergleichungen überhaupt (s. S. 415) und einer solchen speziellen Einübung auf bestimmte Strecken hat u. a. Thorkelson hingewiesen. (Undersogelse af Tidssansen af S. Thorkelson, 1885. Vgl. Meumanns Beitr. z. Psychol. des Zeitsinns, Wundt, Phil. Stud. 8, 1893, S. 432.)



Vergleichsversuche freilich wiederum stetig in eine Untersuchung des Zeitgedächtnisses über. Kürzere Pausen aber schädigen den Vergleich nur relativ wenig, ja sie können unter Umständen sogar vorteilhaft sein. Nachdem die Einheitsbildung auf diesem Gebiete mit jenen besonderen Nebenmomenten verbunden ist, die uns bei regelmäßigen Reihen am geläufigsten sind und die jeder Stelle der einzelnen Einheit einen verschiedenen Schätzungswert verschaffen können, kommt es natürlich bei der Auswahl der Vergleichsbedingungen vor allem darauf an, dafür zu sorgen, daß mit dem Beginn der Vergleichsstrecke ein neuer analoger Auffassungsprozeß dieser Art einsetzt. Beim Vergleich sehr kurzer Zeiten ist daher eine relativ lange Pause (bei 0,2 bis 1 Sek. Normalzeit eine Pause von etwa 1,2 bis 2 Sek.)[1]) notwendig, um zu verhindern, daß N und V als verschiedenwertige Teile einer einzigen Einheit aufgefaßt werden. Insbesondere ist bei solchen kurzen Zeiten bei der Pause 0, also beim Vergleich zweier unmittelbar aufeinanderfolgender Strecken, die von drei Momentaneindrücken abgegrenzt sind, ein Unterschied der rhythmischen Stellung von N und V in der Gesamtauffassung beider Strecken nur schwer zu vermeiden. Bei mittleren Zeiten wird eine der ersten Zeit gleiche Pause ein Optimum mit sich bringen, da hier eben die Pause selbst als ein koordinierter Takt aufgefaßt wird. Da lange Zeiten aber unwillkürlich zu einer weiteren Untergliederung der Auffassungstätigkeit führen, so wird die Pause hier am besten als Schlußglied einer größeren Haupteinheit gefaßt, die bis zur Vergleichsstrecke reicht, mit der dann ein neuer analoger Wechsel von Haupt- und Nebenbetonungen der subjektiven Untergliederung einsetzt. Bei entsprechender Antizipation ist auch die Auffassung der Pause als Auftakt der zweiten Strecke möglich. Meumann empfiehlt daher, auch hier nicht über Pausen von 3—5 Sek. hinauszugehen, während er für mittlere Zeiten (1—6 Sek.) eine Pause von etwa 2—3 Sek. am günstigsten fand[2]). Gerade in diesem Punkte wird alles auf eine sorgfältige subjektive Analyse der als Rhythmen funktionierenden Einheitsbildungen ankommen, die ja bezüglich der absoluten Zeiten große Freiheit lassen, wie aus der Ungestörtheit des Genusses von Rhythmen bis zu einem gewissen Grade des ritardando und accelerato bekannt ist.

Diese Feststellung der rhythmischen Momente ist dann vor allem auch für die Beurteilung des Einflusses einer verschiedenen Begrenzung oder Ausfüllung der Zeitstrecken wichtig, wobei außer dem Verhältnis der Vergleichsstrecken unter sich auch das Verhältnis ihrer beiderseitigen Ausfüllung zu dem Inhalt der Pause in Betracht kommt. Das letztere wurde z. B. bisher in der Weise variiert, daß man entweder kontinuierlich, aber gleichmäßig ausgefüllte Vergleichsstrecken oder, wie es aus technischen Gründen meistens der Fall war, leere, durch Momentanreize begrenzte Zeitstrecken verglich. Die klare Abhebung von der Pause erleichtert im ersten Fall wahr-

1) Meumann, a. S. 417, A. 3 a. O.

2) Wenn dagegen während der Wahrnehmung der Zeitstrecke überhaupt noch keine einheitliche Auffassung durch Festhaltung des Anfanges der Strecke erlebt wird, also z. B. bei der ausdrücklichen Ablenkung von den Zeitverhältnissen als solchen durch Lesen u. dgl., ist jede Pause überhaupt sehr störend (Meumann a. a. O. Bd. XII. S. 236). Mit der einheitlichen Auffassung der Hauptstrecke während der Wahrnehmung fällt offenbar auch die klare Einordnung der Pause in die rhythmische Hauptbewegung hinweg, die sie von den eigentlich zu vergleichenden Hauptteilen des Taktes absondert.

scheinlich das richtige Einsetzen eines analogen Auffassungserlebnisses beim Beginn der Vergleichsstrecke. Auch Meumann hat die kontinuierlich ausgefüllten Strecken gewissermaßen als ideales Versuchsmaterial für den Vergleich von Zeitstrecken betrachtet. Weiterhin untersuchte er zum ersten Male sowohl die Fehlertendenzen, die bei irgendwelchen Unterschieden der Begrenzung zweier leerer Vergleichsstrecken auftreten, z. B. bei Intensitäts-, Qualitäts- oder Lageunterschieden kurzdauernder Grenzgeräusche[1]) oder bei disparater Begrenzung der Strecken, als auch den Einfluß einer verschiedenen Ausfüllung der beiden Vergleichsstrecken, wobei außer verschiedenen Einteilungen der Strecken durch Momentanreize auch verschiedene kontinuierliche Ausfüllungen eingeführt wurden (Rasselgeräusch eines Induktoriums, Stimmgabelton, konstantes Licht). Natürlich bilden die spezifischen Begleiterscheinungen der wiederholten einheitlichen Auffassung ähnlicher, nicht zu langer Strecken, die das rhythmische Bewußtsein ausmachen, selbst wiederum eine besondere Art der Ausfüllung, die durch die Anregung der natürlichen dispositionellen Grundlagen des Rhythmus auch dessen Tendenz einführt, eine bequeme absolute Zeiteinheit einzuhalten, und dadurch ebenfalls charakteristische Vergleichsfehler mit sich bringt. Diese nehmen um so mehr zu, je mehr der Rhythmus der Auffassungstätigkeit durch unwillkürliche oder willkürliche Muskelbewegungen ergänzt wird, z. B. durch Taktierbewegungen mit dem Kopf, Händen oder Füßen u. ä., oder in bereits vorhandene periodische Bewegungen, z. B. die Atmung, regulierend eingreift und ihre Auffälligkeit innerhalb des gesamten augenblicklichen Bewußtseinsbestandes erhöht. Der Beweis für ihre völlig sekundäre Bedeutung ergab sich für Meumann aus der schon von Nichols gefundenen Tatsache, daß eine möglichst passive Zeitwahrnehmung die günstigsten Bedingungen für die Zeitschätzung darbietet, während eine absichtliche Ausfüllung von beiden Vergleichsstrecken mit jenen Hilfen nur charakteristische konstante Fehler erkennen ließ[2]).

1) Diese Versuche wurden in neuerer Zeit von Benussi mit ausführlichen Versuchsreihen nach der Konstanzmethode wieder aufgenommen. Er untersuchte einstweilen wenigstens 11 von den Möglichkeiten, die bei vier momentanen Grenzgeräuschen zweier durch eine Pause getrennter Strecken sich dadurch ergeben, daß man jedes derselben entweder stark oder schwach wählt, wobei also nur zwei Intensitätsstufen in Frage kommen. (Zur experimentellen Analyse des Zeitvergleichs, I. Zeitgröße und Betonungsgestalt, Arch. f. d. ges. Psychol. IX, 1907, S. 366.)

2) Meumann bediente sich zur Ermittelung der Fehlerrichtung, was er ausdrücklich nicht als eine exakte Methode der Fehler- und Schwellenmessung betrachtet wissen will, eines abgekürzten Verfahrens, indem er die von uns als E_o bzw. E_u bezeichneten Extreme der Urteilsfunktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ zu bestimmen suchte (s. S. 176). Bei den bloßen Betonungsunterschieden der Grenzreize ließ sich schon bei 6 Darbietungen hinreichend eindeutig feststellen, welche Differenz jedesmal richtig, bzw. (bei großem „konstanten Fehler") eindeutig im Sinne der subjektiven Schätzung beurteilt wurde (a. a. O. Bd. IX). Bei größeren Unterschieden der Ausfüllung von N und V, die den Vergleich sehr erschweren, mußte jedoch oft bis zu viel höheren Wiederholungszahlen der kritischen Stufen (meistens 10, doch auch bis 25 und mehr) hinaufgestiegen werden (a. a. O. Bd. XII, S. 152). Auch lag in letzterem Fall eine viel größere Differenzierung der Sicherheitsstufen des Urteiles nahe (dreifache, bei manchen V.-P. sogar fünffache Abstufung), was natürlich die Eindeutigkeit der Resultate bei einem solchen Ausprobieren noch mehr in Frage stellte.

Überall wurde auch die Zeitlage des abgestuften Reizes V gewechselt, wie es auch zu einer exakten Anwendung der Methode vollständiger Reihen unerläß-

Im übrigen bietet natürlich die Abhängigkeit des rhythmischen Bewußtseins von den absoluten Zeitverhältnissen der Reize sowie die Entstehung der subjektiven Untergliederung bei rascherem Tempo ein selbstständiges Problem, das nach Anregungen von Mach und Vierordt zuerst von Bolton experimentell genauer behandelt wurde (s. u. § 65). In neuester Zeit hat Wallace (s. u.) auch untersucht, wie groß die Abweichung der absoluten Zeit eines einzelnen Elementes (des letzten Taktes einer kurzen Taktreihe) sein darf, damit dieses spezifische Bewußtsein nicht gestört werde. Er bezeichnet diese Abweichung als „Schwelle des Rhythmus". Äußerlich betrachtet bildet eine solche Versuchsanordnung einen speziellen Fall der viel allgemeineren Fragestellung, bei der sämtliche Taktelemente einer kurzen rhythmischen Reihe zeitlich verändert werden können, wobei die V.-P. ähnlich wie bei der „zeitlichen" Aufmerksamkeitsverteilung nach S. 343 nicht im voraus weiß, welches Element verändert werden wird. Solche Versuche führte O. Klemm[1]) mit dem S. 346 f. beschriebenen Kontaktpendel aus, wozu die in Fig. 26 dargestellte Schaltung der drei Kontakte C_1, C_2, und C_3 diente,

---

lich ist. Ebenso geschah es z. B. bei Benussi (allerdings unter fortgesetzter Wiederholung eines konstanten Schemas der Abstufung mit regelmäßigem Auf- und Absteigen) und bei Hüttners Vergleichungen der Zeitdauern kontinuierlicher Lichtreize (s. unten). In Versuchen von Katz über den Einfluß der Pause (s. unten) wurde jedoch auf diesen Wechsel der Zeitlage ausdrücklich verzichtet, was zwar den Wert der tatsächlich angestellten Versuche als solcher nicht vermindert, aber keineswegs etwa für deren theoretische Verwertung irrelevant ist.

Ich erwähne diese nach S. 244ff. selbstverständliche Umkehrung hier besonders, weil gelegentlich behauptet wurde, daß auf dem Gebiete des Zeitvergleiches überhaupt kein eigentlicher Wechsel der Zeitlage möglich und daher auch die Methode der r. u. f. Fälle, die diesen Wechsel fordert, nicht anwendbar sei (vgl. Wundt, Physiol. Psychol. III[6] 1911, S. 481). Versteht man aber unter diesem Wechsel, wie es allgemein üblich ist, denjenigen der Lagen des variablen bzw. des konstanten Reizes V und N, die der Konstruktion eines Systems von Urteilsfunktionen $F_g(x)$ und $F_k(x)$ zugrunde gelegt werden, so ist gar kein Zweifel, daß auch hier, wie ja Meumanns u. a. eigene Versuchspraxis bewies, dieser Wechsel in ganz analoger Weise geschehen kann, wie denn auch hier die Methode der Vollreihen wiederum die einzig exakte ist und bei entsprechend geringer Häufigkeit weniger, passend ausgewählter Stufen auch praktisch wohl durchführbar bleibt. Vielleicht war an der Verwechslung mit schuld, daß Meumann den beurteilten Reiz mit V und den andern mit N bezeichnet, also mit den für den variablen und konstanten Reiz benützten Symbolen. Die Beziehung des Urteils auf den zweiten Reiz wird allerdings bei allen Zeitvergleichungen die naturgemäße sein, weshalb sie auch von Meumann stets beibehalten wurde. Für die richtige Umkehrung der Zeitlage des N und V (im gewöhnlichen Sinne) ist es dagegen gerade wesentlich, daß die Urteilsrichtung konstant bleibt. Außerdem wäre ja auch selbst bei größter Konstanz aller sonstigen Nebenumstände keine Erfüllung unseres „Korrespondenzsatzes" zu erwarten. Dagegen ist es weiterhin auch wohl möglich, in einer besonderen Untersuchung auch die Urteilsrichtung zu ändern, da diese einen wesentlichen Einfluß ausüben dürfte. Eine präzise Ermittelung ihres Einflusses würde aber natürlich ebenfalls wiederum eine Umkehrung der Zeitlage des N und V notwendig machen, wobei also beide Male die erste Strecke zu beurteilen wäre. Ganz das nämliche gilt ja für alle Versuche mit einem Unterschiede der Zeitlage, also auch z. B. bei der Vergleichung der Intensitäten sukzessiver Geräusche.

1) G. F. Arps und O. Klemm, Der Verlauf der Aufmerksamkeit bei rhythmischen Reizen, Wundts Psychol. Studien IV, 6. H. 1909, S. 505 (S. 518).



die zusammen mit einem bei Stromunterbrechung niederfallenden elektromagnetischen Schallhammer (s. ebenda), der sich in dem entfernten Zimmer der V.-P. befand, in einen Stromkreis geschaltet wurden. Da C_1 den Strom völlig unterbrach, zu C_2[1]) und C_3 aber die gleichen Widerstände W_2 und W_3 parallel lagen, so ergab sich beim Dauerschwung des Pendels eine daktylische Reihe, bei der nun jeder Taktschlag verschoben werden konnte. Natürlich fällt jene Schwelle für die Störung des Rhythmus nicht mit der von Klemm gesuchten Unterschiedsschwelle für die Erkennung einer Unregelmäßigkeit der Taktreihe überhaupt zusammen und wird aus dem S. 426 genannten Grunde überhaupt nicht sehr präzis abzuleiten sein. Doch haben auch Klemms Versuche für die Analyse des Rhythmus insofern Bedeutung, als sich die Bedingungen für die Auffassung objektiver Unterschiede der Zeitlagen von den Betonungsunterschieden abhängig erweisen. Ja solche Versuche könnten eventuell sogar dazu dienen, die subjektiven Betonungsunterschiede objektiv festzustellen.

c) Die Vergleichung der Unterschiede von Zeitstrecken. (Methode der mittleren Abstufung.)

Auch bei dem dritten Hauptproblem dieses Gebietes, das sich auf die Vergleichung von Unterschieden oder Verhältnissen zwischen Zeitstrecken, also auf sog. „übermerkliche" Unterschiede bezieht, ist überall die Möglichkeit einer einheitlichen rhythmischen Untergliederung für sämtliche Vergleichselemente ins Auge zu fassen, wobei wiederum die Möglichkeit eines Tempowechsels komplizierend hinzukommt. Das Problem wurde bisher in verschiedener Weise in Angriff genommen, jedoch nur von Wrinch[2]) auf Anregung von Külpe mittelst der schon S. 306ff. erörterten Methode der mittleren Abstufungen, wobei immer drei durch eine Pause von 2 Sek. getrennte Zeitstrecken aufeinander folgten. Eine Abschätzung des Verhältnisses zwischen zwei (übermerklichen) Zeitstrecken überhaupt liegt aber bereits vor, wenn man eine gegebene Zeitdauer in Hälften, Drittel oder Viertel teilen soll, was bei kleinen Gesamtstrecken kaum von der Herstellung eines $^1/_2$, $^3/_4$, $^4/_4$-Taktes abzutrennen ist[3]). Von Avord und Searle wurde eine längere und eine kürzere Strecke gegeben, und die V.-P. befragt, wie oft die letztere in der größeren Strecke enthalten ist[4]). Es steht übrigens mit dem S. 427 Gesagten in Übereinstimmung, wenn Wrinch bei Zeitstrecken, die mit telephonisch übertragenen Stimmgabeltönen kontinuierlich ausgefüllt waren, eindeutigere Resultate erhielt als bei leeren Strecken.

---

1) Bei diesem Kontakt ist die S. 346 genannte Wippe der Kontakte C_1 und C_3 durch eine einfache federnde Lamelle ersetzt, die so weit gedämpft ist, daß der Hammer nach der Rückkehr zum Haltemagneten nicht mehr abreißt.

2) Über das Verhältnis der ebenmerklichen zu den übermerklichen Unterschieden im Gebiete des Zeitsinns, Wundt, Phil. Stud. XVIII, 1902, S. 274.

3) Vgl. Exp. Anal. d. Bew. Phän. S. 281 u. 298.

4) Edith A. Avord and Helene E. Searle. A study in the comparison of time intervals (Min. Stud. f. th. Psych. Lab. of Vassar College), Am. Journ. XVIII, 1907, S. 177.

65. Die experimentellen Hilfsmittel im einzelnen.

Jede Anordnung zu einer Untersuchung über das Zeitbewußtsein besteht aus einem oder mehreren Reizapparaten und dem Zeitinstrument, von dem die Reizzeiten abhängig sind. Die Präzision dieser Vorrichtungen muß hierbei außerdem fortgesetzt durch besondere, erst bei den Reaktionsversuchen beschriebene Zeitmeßinstrumente kontrolliert werden.

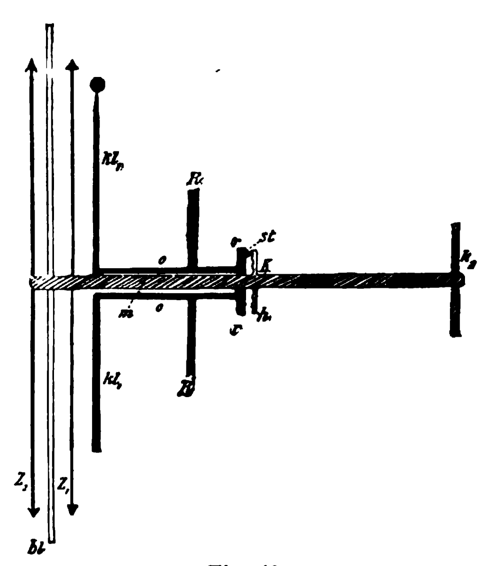


Fig. 40.
Durchschnitt durch das Stellwerk der sogenannten **Komplikationsuhr.**

a) Die Vereinigung von Zeitinstrument und Reizapparaten in sog. Komplikationsuhren.

Die beiden Hauptteile der Anordnung können natürlich, insbesondere bei rein mechanischer Auslösung der Reize, zu einem einzigen Apparate verbunden sein. So war es z. B. bei Beobachtungen von künstlichen Sternen nach Art der Auge- und Ohrmethode und von rotierenden Zeigern. Eine besonders einfache Vorrichtung ergibt sich, wenn ein Uhrzeiger auf einem irgendwie eingeteilten Skalenkreis mit konstanter Geschwindigkeit rotiert und in den Umlauf rhythmische Glockenschläge von der gleichen Periode eingeschaltet werden sollen. Fig. 40 zeigt den Mechanismus eines solchen von Geiger und Heyde benützten Apparates, den Wundt als „Komplikationsuhr" bezeichnet, im Unterschied von seinem sogleich zu nennenden Komplikationspendel mit Pendelbewegungen des Zeigers. Doch läßt sich der Begriff der „Komplikationsuhr" ganz allgemein für alle in diesem Abschnitt behandelten Kombinationen von Zeitinstrument und Reizapparaten verwenden.

Ein starkes Gewichtsuhrwerk mit verstellbarer Windflügelregulierung dreht die röhrenartig durchbohrte horizontale Achse o mit dem zum Uhrwerk gehörigen Rade R, an der außerdem noch das schwere Schwungrad kl_1, mit einem federnden Klöppel

an der Peripherie, befestigt ist. An der Wand des Uhrgehäuses ist eine Glocke ausschaltbar so angebracht, daß der Klöppel kl_1 sie während der Rotation bei einer bestimmten Stellung des Rades streift. Die Intensität des Glockenschlages, der natürlich bei gleicher Glockenlage von der Umlaufsgeschwindigkeit des Rades abhängt, kann durch die Einstellung und besondere Dämpfungen reguliert werden. (Beim Anschlag kann der Klöppel mit der gegenüberliegenden Seite seines Knopfes außerdem auch noch die Wippe eines ebenfalls ausschaltbaren Öffnungskontaktes zur Seite drücken, wodurch gleichzeitig mit dem Glockenschlag oder, bei Zurückziehung der Glocke, auch allein ein Induktionsfunke auszulösen ist.) Die objektive Zuordnung der Zeigerstellung zu diesem Momentanreiz kann nun durch einen einzigen Handgriff bis auf Hundertstel der Skala beliebig reguliert werden. Der Zeiger Z_2, der vor der Skala bl rotiert, ist nämlich vorne an der Achse m befestigt, die ihrerseits in der mit dem Klöppel fest verbundenen Röhre o des Uhrwerkes beliebig verdreht werden kann, wenn man sie an dem rückwärtigen Handgriff h_2 gleichzeitig gegen eine in o angebrachte Feder so weit zurückzieht, daß der Stift st an dem mit o fest verbundenen Rad r nicht mehr in die Zähne des an ihr selbst befestigten 100-teiligen Kronrades K eingreift. Die Einstellung ist auch während der Rotation ausführbar, und der Experimentator kann von rückwärts an dem zweiten zu Z_2 parallelen Zeiger Z_1 diesseits der Skala die Einstellung kontrollieren. Der Komplikationsmoment wird genau bestimmt, wenn man den Zeiger, u. zwar diesmal unter Druck gegen h_2, mitsamt dem Werk langsam bis zur Berührung von Klöppel und Glocke weiterführt. Zur Beobachtung im Dunkeln sowie für Demonstrationszwecke ist das Uhrgehäuse mit Lampen versehen und eine 100-teilige Kreisskala auf einer Milchglasplatte bl angebracht, auf die natürlich für besondere Zwecke beliebige anders eingeteilte Skalen aus Kartonpapier aufgesetzt werden konnten, ebenso wie bei Heydes Versuchen mit mehreren Zeigern außerdem auch auf die Zeigerachse mehrere Scheiben nach Art der Maxwellschen mit je einem Strich aufgesetzt wurden. Die rhythmische Wiederholung des Glockensignales, die nach S. 420 ff. die Schätzung wesentlich beeinflußt, konnte durch Zurückziehung der Glocke für beliebige Umgänge aufgehoben werden.

Die zeitliche Einschränkung der optischen Zeigerwahrnehmung, die bei Heydes Versuchen hinzutrat, geschah mittelst einer ganz analogen Spiegelanordnung, wie sie schon S. 363 und 278 ausführlicher beschrieben wurde. Der Spiegelbelag bei T (vgl. Fig. 33) war hierbei kreisförmig so weit abgenommen, daß er den Zeiger, nicht aber die Skala direkt sehen ließ, die man sich in der Ebene O der Fig. 33 zu denken hat. Hinter der Belagöffnung befand sich nun, unmittelbar anliegend, ein zweiter, in Schlittenfugen laufender Spiegel, durch den sie beliebig geöffnet und wieder verschlossen werden konnte. Die Skala war an der Wand S angebracht, durch die der Beobachter sah, und wurde daher zur Einstellung der Aufmerksamkeit konstant schon vor der Öffnung des Zeigerfeldes im Spiegel gesehen. Dabei lag die Spiegelebene hier genau senkrecht zur Gesichtslinie (nicht schräg wie in Fig. 33), zu der dann auch das Zifferblatt der Uhr sowie die gespiegelte Skala konzentrisch angeordnet waren. Denn es störte die Beobachtung nicht, wenn an Stelle der Schraube vorne an der Zeigerachse zunächst im Spiegel das Okular gesehen wurde. Bei Klemms[1]) Versuchen mit dem Wundtschen Komplikationspendel (s. u.), bei denen wieder die nämliche Spiegelbeobachtung angewandt wurde, konnte außerdem der als Skala im Spiegel gesehene Kreisring in der Wand S, durch die der Beobachter hindurchsah, mitsamt dem konzentrischen Okular an Handgriffen steuerradähnlich vom Beobachter selbst gedreht werden. Hierdurch konnte der

1) Versuche mit dem Komplikationspendel nach der Methode der Selbsteinstellung, Wundt, Psychol. Stud. 2. Bd., 5. u. 6. H. 1907, S. 324.



Beobachter in einer besonderen Form der Herstellungsmethode[1]) den Skalenstrich an die Stelle der rhythmisch wiederholten Komplikation bringen, bzw. an die Grenzen, von denen an die Zuordnung eben noch möglich war.

Die direkte Auslösung des Momentanreizes durch den gleichzeitig beobachteten Bewegungsvorgang hatte Wundt schon 1861 bei Befestigung des Zeigers an einem schweren Pendel angewendet, an dem ein weiterer, auf eine tönende Feder aufschlagender Hebelarm angebracht war, der hier je nach der Lage der verstellbaren Feder den Schall bei einer verschiedenen Skalenstellung bewirkte[2]). Später führte er dann eine etwas mittelbarere Bewegung sowohl des Zeigers als auch des Glockenklöppels durch ein von einem Gewichtsuhrwerk im Gange gehaltenes Pendel ein. Durch eine Zahnradübertragung ist hierbei die Amplitude der beobachteten Zeigerbewegung erweitert, und der Klöppel wird erst von einem eingeschalteten Zwischenmechanismus geführt, der aber ebenfalls von dem Pendel direkt weitergeschoben wird, so daß keine Zeitdifferenz zwischen der letzten Angriffsoperation des Uhrwerkes und dem Schallreiz eintritt. Auch besteht der Klöppel hier aus einem Doppelhebel, dessen anderer Arm zur direkten mechanischen Applikation eines mit dem Schall gleichzeitigen Tastreizes benützt werden konnte (s. S. 422), und außerdem sind an ihm Kontaktspitzen anzubringen, die in Quecksilbernäpfe tauchen und so eingestellt werden, daß sie sich im nämlichen Momente wie der Glockenschlag von dem Quecksilberspiegel ablösen und Induktionsreize hervorbringen. Für die Einzelheiten muß auf Wundts eigene Beschreibung verwiesen werden[3]), ebenso für die gleichfalls etwas kompliziertere Vorrichtung, mit der Hartmann

1) Die Herstellungsmethode (s. S. 264) kann bei solchen Beobachtungen in verschiedener Weise angewendet werden. Bei einmaliger Darbietung einzelner disparater Momentanreize zur Ableitung ihrer Zeitschwelle kommt sie zunächst noch nicht weiter in Betracht. Ist jedoch der die Reihen einschließende Zeitraum in eindeutig greifbarer Weise ausgefüllt, wie z. B. bei der Bewegung eines Punktes über eine Skala, so kann schon nach einem einzigen Durchgang die Stelle des Punktes im Moment des disparaten Reizes im einzelnen rekonstruiert werden, was zur Methode der mittleren Fehler führt. Tritt aber dann auch noch eine Wiederholung der Komplikation in wissentlich regelmäßigen, nicht zu langen Zeiträumen hinzu, so läßt sich auch die Erfahrung bei jedem Durchgang dazu verwerten, um mittelst besonderer Mechanismen, wie sie oben mehrfach angegeben sind, eine bestimmte zeitliche Zuordnung für den nächsten Durchgang antizipierend vorzubereiten, wobei immer der Takt des einen Reizes den konstanten Haltepunkt für die relative Zuordnung des disparaten (bzw. anders lokalisierten) abgibt. Solche Einstellungsversuche sind also der S. 416 ff. genannten Herstellung einer Zeitstrecke verwandt. Nur laufen hier eben die beiden disparat begrenzten Strecken gleichzeitig nebeneinander ab.

Nur im letzteren Falle, der daher auch kein einfacher Zeitschwellenversuch mehr ist, läßt sich dann auch wieder ebenso, wie bei der Streckenvergleichung, eine Vertauschung der variierten „Strecke", also ein Wechsel von N und V einführen. Bei einer einmaligen Beobachtung einer einzelnen Komplikation momentaner Reize ohne bestimmte Beziehung zu einem vorhergehenden Signal gibt es dagegen überhaupt keinen Gegensatz eines bei der Abstufung konstanten und variablen Elementes. (Der wohl mögliche Wechsel der Beurteilung ist als ein ganz neuer Beobachtungsmodus mit dem für die Fehlerbestimmung mittelst der Methode der Vollreihen wichtigen Umkehrung der Lage von N und V nicht zu verwechseln, s. oben S. 427, A. 2.) Die letzten Bemerkungen gelten natürlich ganz allgemein auch für die Methode der Vollreihen.

2) Vgl. Vorlesungen über die Menschen- und Tierseele, 4. Aufl. 1906, S. 297.

3) Grundzüge der physiologischen Psychologie III[6], S. 71.



die Bedingungen der astronomischen Beobachtung eines (geradlinigen) Sterndurchgangs nach der Auge- und Ohrmethode imitiert hatte[1]). Für geradlinige Bewegungen bedient man sich aber nunmehr wohl am besten der Schleifenkymographien, wie sie in der physiologischen Graphik beschrieben sind[2]), wobei nur durch Kettenvorrichtungen oder dergl. für eine sichere Führung der den bewegten Punkt (den künstlichen Stern) tragenden Schleife seitens der übrigen Teile des Apparates gesorgt werden muß, insbesondere falls diese den Momentanreiz auslösen sollen.

Die Rotation mit gleichförmiger Geschwindigkeit kann natürlich durch Ketten- und Hebelübertragung, Führung von Stiften in Räderausschnitten von entsprechender Kurvenform u. ä bei genügender Vermeidung von totem Gang auch zur exakten Auslösung beliebiger periodischer Bewegungsformen benutzt werden. Soweit es aber hierbei nur auf den optischen Effekt ankommt, leistet dies in besonders einfacher Weise das Stroboskop, das Biener für seine (noch nicht publizierten) Versuche (s. S. 424) verwendete. Da es ihm zunächst nur auf die Fortbewegung eines einzelnen Punktes ankam, genügte sogar die primitivste Form dieses Prinzipes, bei der unmittelbar hinter einem sehr schmalen Spalt ein Zylinder rasch vorbeirotierte, der hier den Rand eines großen Metallrades von 42 cm Durchmesser bildete, das von einem Elektromotor sehr konstant getrieben wurde. Auf der mit weißem Papier bezogenen Zylinderfläche war eine Linie gezogen, von der im Spalt unter geeigneten optischen Bedingungen nur ein hin und her wandernder Punkt zu sehen war. Der Zylinder ist bei diesem Stroboskop mit dem Boden, dessen Ebene während der Rotation trotz seiner Größe durch besonders sorgfältige Bearbeitung und präzise Führung keinerlei Schwankungen erleidet, durch 4 Mikrometervorrichtungen verbunden, an denen er mitsamt der Linie genau parallel zur Zylinderachse verschoben werden kann. Dadurch konnte also der Umkehrpunkt des zwischen zwei festen Punkten der Spaltebene hin und her wandernden Objektes von einem Versuch zum anderen leicht nach der Methode der Vollreihen mikrometrisch genau abgestuft werden. Mit dem Rade ist durch Zahnräderübertragung zugleich eine Kontaktvorrichtung verbunden, welche durch Stromschluß in einer elektromagnetisch bewegten Blendenvorrichtung die Zeit des Ausblickes auf die bewegte Fläche in weiten Grenzen zu regulieren gestattete[3]). Von dieser oder von dem Zylinder selbst können dann natürlich auch wieder Komplikationsreize in beliebigen Zeitverhältnissen ausgelöst werden.

b) Die Trennung von Zeitinstrument und Reizapparaten.

1. Die Untersuchung von Zeitschwellen bei momentanen Reizen.

Wenn man nicht die stetige Bewegung des Zeitinstrumentes selbst, sondern z. B. nur einzelne Momentanreize beobachten läßt, wie bei den

1) Über die übrige Literatur vgl. Exper. Anal. d. Bewußtseinsphän. S. 189ff. u. 304ff.

2) Vgl. dieses Handbuch I, 4. Allg. Meth. II, S. 8. Ein einfaches Pendel, das vor der Lichtquelle des Meridianzeichens vorbei schwang, verwendeten Hirsch und Plantamour für die Bewegung des künstlichen (transparenten) Sternes bei ihren Versuchen nach der Registriermethode (s. u. § 81, a).

3) Das Prinzip dieser leicht gebauten Hebelvorrichtung, die auch zur zeitlichen Begrenzung akustischer Reize (durch Unterbrechung der Luftleitung zwischen zwei nach

einfachsten Komplikationsversuchen nach S. Exner[1]), bedient man sich am besten wie Weyer[2]) eines doppelseitig elektromagnetisch aufgehängten Pendels. Denn hierbei wird man bezüglich der Bewegungsform und Geschwindigkeit des Zeitinstrumentes von der Vorbereitungszeit unabhängig, was der Präzision der Abstufung im kritischen Zeitpunkt selbst zugute kommt. Außerdem läßt sich dann die Komplikation leicht entweder nur ein einziges Mal in einem beliebigen Zeitpunkt auslösen, oder wenn man das Pendel dauernd in Schwung erhält[3]), auch rhythmisch wiederholen. Bei einer Rotationsvorrichtung, wie sie z. B. auch Exner verwendet hatte, ist man dagegen ohne besondere Zusatzvorrichtungen zunächst immer an die Umlaufsperiode gebunden. Außerdem trägt aber das Pendel, wenn es einmal geeicht ist, seine Zeiteinteilung unabhängig von Betriebsmitteln in sich, was vor allem bei der Ableitung von Zeitschwellen innerhalb des nämlichen Sinnesgebiets wichtig ist, weil hier sehr feine Abstufungen bis auf 0,001 Sek. konstant ausführbar sein müssen, bei akustischen Zeitschwellen aber auch noch feinere. Bei disparaten Reizen kann man zwar eventuell mit einer etwas geringeren Feinheit der Abstufungen auskommen, die Konstanz der absoluten Stufen ist aber natürlich auch hier für Schwellen- und Fehlerbestimmungen sehr wichtig. Es wäre daher auch hier das schon S. 330 erwähnte Helmholtzsche Modell mit Vorteil zu verwenden.

Die Auslösung der Reize kann zunächst wieder nach dem vorigen Prinzip rein mechanisch erfolgen[4]), d. h. beim Lichtreiz tachistoskopisch und beim Schallreiz eventuell auch durch mechanische Ventile, wenn nur das Zeitinstrument so geräuschlos funktioniert, daß es sich unmittelbar bei der V.-P. befinden kann[5]). Auch C. Minnemann[6]) ließ bei seinen neuesten Komplikationsversuchen mit Licht- und Schallreizen den Lichtreiz von dem hierbei als Zeitinstrument verwendeten Martiusschen Lichtunterbrechungsapparat, bei dem Spaltscheiben durch einen Elektromotor in rasche Rotation versetzt werden, direkt tachistoskopisch exponieren (s. S. 358, A. 3), nachdem bereits Hüttner mit diesem Apparat allein die Vergleichung der Zeitdauer

---

Urbantschitsch in die Schallleitung eingefügten Spitzen) dient, s. bei Kafka, a. S. 365 A. 2 a. O. S. 270.

1) S. Exner, Experimentelle Untersuchungen über die einfachsten psychischen Prozesse. Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie Bd. 11, 1875, S. 403 (406).

2) a. S. 420 A. 1 a. O.

3) s. S. 346.

4) Dies geschah z. B. auch beim optischen und akustischen Reiz des Reizapparates von Deuchler für Reaktionen auf Komplikationen. Vgl. § 81, a.

5) Für Schallreize wurde bei solchen Untersuchungen diese direkte Begrenzung durch das Zeitinstrument selbst außer in den bisher genannten Formen auch noch in der Weise vorgenommen, daß man eine mit sektorenförmigen Ausschnitten versehene Scheibe zwischen der Öffnung eines Helmholtzschen Resonators und einer elektromagnetischen Stimmgabel ohne Resonanzkasten rotieren ließ, womit schon von A. M. Mayer u. a. Intermissionen von Tönen erzeugt worden waren (Am. Journ. of sciences, 3, vol. 8, 1874, p. 241). So verfuhren in Untersuchungen über den Rhythmus Bolton (Rhythm. Am. Journ. of Psych. VI, 1894, S. 145) und kürzlich wiederum Wallace Wallin (Experimental Studies of Rhythm and Time, Psychol. Rev. Bd. XVIII 1911, S. 100).

6) Untersuchungen über die Differenz der Wahrnehmungsgeschwindigkeit von Licht- und Schallreizen, 3. Abschn. (Experimentelle Untersuchung usw.) Archiv f. d. ges. Psychologie XX, 3. 1911, S. 311.

kontinuierlicher Lichtreize untersucht hatte [1]). Allerdings wurde nur bei einem Teile der Minnemannschen Versuche auch der Schallreiz direkt an diesem Apparat durch den Anschlag eines mit einer der Scheiben rotierenden Klöppels an einer Glocke erzeugt. [2]) Später wurde jedoch der Klöppel durch eine Metallfeder und die Glocke durch einen Schleifkontakt, der Glockenschlag also durch einen kurzdauernden Kontaktschluß ersetzt, der einen elektromagnetischen Schallhammer in Bewegung setzte (vgl. unten b, 3, β). Dadurch kam freilich noch eine Latenzzeit von ca. 27 σ vom Kontaktschluß bis zum Aufschlag des Hammers auf den Ambos hinzu, die Minnemann mit dem Chronoskop (s. § 82, b) und außerdem noch mit einer photochronographischen Eichung, bei der allerdings noch eine Relaiszeit zu eliminieren war, gesondert bestimmte [3]).

2. Universal-Kontaktapparate, insbesondere zur Herstellung von Zeitstrecken (Zeitsinnapparate, Taktierapparate).

Diese zuletzt genannte Auslösung elektromagnetischer Reizapparate ist natürlich die universellste. Hierbei ist dann das Zeitinstrument nur noch Kontaktapparat, der je nach der Art der Reizapparate Stromöffnungen oder -schließungen herzustellen hat. Während aber für kurze Zeiten, also für die Ableitung von Zeitschwellen und zur Vergleichung kleinster übermerklicher Zeiten, ein Kontaktpendel den Vorzug verdient, sind zur gleichmäßigen Abstufung längerer Zeiten Apparate mit konstanter Rotation eines Kontaktauslöser-Hebels über eine horizontale, kreisförmige Kontaktbahn am handlichsten. Die experimentelle Psychologie erreichte die auf diesem Gebiete erforderliche Genauigkeit und eine rasche und ausreichende Variationsmöglichkeit etwa seit Anfang der 90er Jahre, als auch die Muskel- und Nervenphysiologie am Rheotom Erfahrungen in ähnlicher

1) Zur Psychologie des Zeitbewußtseins bei kontinuierlichen Lichtreizen, in Martius' Beiträgen zur Psychol. und Philos. I, 3, 1902, S. 367.

2) Dabei konnte auch die Methode der Selbsteinstellung angewendet werden, jedoch in ganz anderer Form, als sie z. B. bei Klemms Versuchen mit Skalenbeobachtung (s. S. 431) möglich war, und auch wiederum anders, als es mittelst einer ähnlichen Vorrichtung wie Fig. 40 geschehen könnte. Diesmal war nämlich umgekehrt die Glocke gegen den mit dem optischen Apparat fest verbundenen Klöppel durch eine Kurbel zu verstellen, so daß der Glockenschlag beim nächsten Vorgang, unter Aufrechterhaltung des optischen Taktes, im Vergleich zum Lichtreiz früher oder später zu erwarten war. Außerdem war die Glocke immer erst durch eine elektromagnetische Hebung senkrecht zur Rotationsebene einzuschalten, wofür der letzte entscheidende Kontaktschluß vom Rotationsapparat selbst periodisch hergestellt wurde.

3) Minnemann glaubt, daß dieser Zeitfehler des Schallhammers genauer zu bestimmen sei als die Latenzzeit zwischen dem Anschlag des Klöppels an der Glocke und deren hellem Klang. Bei den oben erwähnten Anordnungen mit gedämpfter Glocke lag indessen der für die Zuordnung entscheidende Akzent im Schallvorgange wohl immer auf der intensivsten Anfangsphase des Aufschlages selbst, für die somit überhaupt keinerlei Latenzzeit in Rechnung gezogen zu werden braucht. Wohl ist aber für sämtliche Versuche dieser Art bei größerer Entfernung der V.-P. vom Apparate die Fortpflanzungszeit des Schalles in Betracht zu ziehen.

Richtung gesammelt hatte[1]). Während aber für die dort notwendigen Reizfrequenzen Motorbetrieb notwendig war, wurde der zuerst von E. Meumann[2]) benützte „Zeitsinnapparat" bei seinen Versuchen wie auch bei den meisten späteren Anwendungen von dem Uhrwerk eines Baltzarschen Kymographions[3]) mit Windflügelregulierung betrieben. Die Umlaufsgeschwindigkeit der Trommelachse, deren Umdrehungszeit in einfacher Weise zwischen $1^1/_2$ Stunden und 2 Sek. zu variieren ist, wird durch Zahnräder auf die Achse des in Fig. 41 dargestellten Rotationsapparates



Fig. 41.
Kontaktapparat zur Untersuchung des Zeitbewußtseins nach Meumann mit drei Kontaktformen. (Nr. 1 Schleifkontakt, Nr. 2 Sternkontakt, Nr. 3 Wippe.)

übertragen[4]), auf die einer oder mehrere ausbalancierte Auslöserhebel aufgesetzt werden können, deren peripheres Ende über dem Kreisring von 28 cm Durchmesser rotiert und hier die Kontakte bedient, die in einer Rinne des Ringes verschiebbar und an jedem Punkt derselben durch eine Druckschraube zu fixieren sind. Diese auf Hartgummi montierten Kontakte sind von jener Metallrinne des Teilkreises isoliert, während der in den Apparat eingeleitete Strom in den Auslöserhebel gelangt. Die Minimalzeit, die mit einem Hebel durch Änderungen in zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden

1) Vgl. wiederum S. Garten, a. S. 330 a. O. dieses Handbuches, S. 364ff.

2) Beiträge zur Psychologie des Zeitsinnes. Wundt, Phil. Stud. IX, S. 270.

3) Vgl. dieses Handbuch I, 4. Abt. Allgemeine Methodik II. 1911. O. Frank. Kymographien, Schreibhebel usw. S. 6. Hierbei ist auf die Achse a^2 (a. a. O. Fig. 1), die sonst die Trommel trägt, ein Zahnrad aufgesetzt, das in ein Rad des Kontaktapparates eingreift.

4) Wie aus der Figur zu ersehen ist, setzt sich die Achse des Übertragungsrades nach unten in eine Riemenscheibe fort, mittelst deren dieser Kontaktapparat auch durch einen Elektromotor zu betreiben ist. (Vgl. unten.)

Kontakten zu begrenzen ist, hängt natürlich von der Breite dieser Kontakte ab. Doch war bereits von Meumann auch die Verwendung eines Doppelhebels vorgesehen, der z. B. bei gestrecktem Winkel seiner Arme Kontakte an diametral gegenüberliegenden Stellen bedient und dabei dann auch beliebig kleine Zeiten bzw. Zeitdifferenzen herzustellen erlaubt, wovon erst vor kurzem Pauli bei seinen Versuchen über die subjektive Zeitordnung verschieden lokalisierter optischer Reize Gebrauch machte [1]). Der Kreisring für die Kontakte ist in $^1/_2$ Grade geteilt, so daß $^1/_4$ Grade noch genau zu schätzen sind.

In Anlehnung an das Engelmannsche Polyrheotom [2]) konstruierte dann Schumann [3]), der schon früher die horizontal gestellte Achse eines Baltzarschen Kymographions zur Herstellung von drei aufeinanderfolgenden kurzen Quecksilberschließungen verwendet hatte [4]), ein größeres in Fig. 42 dargestelltes Modell eines ähnlichen Kontaktapparates, wie er soeben beschrieben wurde, aber nur für den Betrieb mittelst eines hier konzentrisch angreifenden Motors. Schumann fand den Gang bei Verwendung des Helmholtzschen elektromagnetischen Rotationsapparates, nachdem er ihn mit Trockenkontakten versehen hatte, überaus konstant (s. unten) [5]). Die Kreisscheibe für die Kontakte hat hier einen Durchmesser von 42 cm und ist bei ihrem größeren Umfange in $^1/_4{}^0$ geteilt. Im Bilde ist auf die Achse a, a der

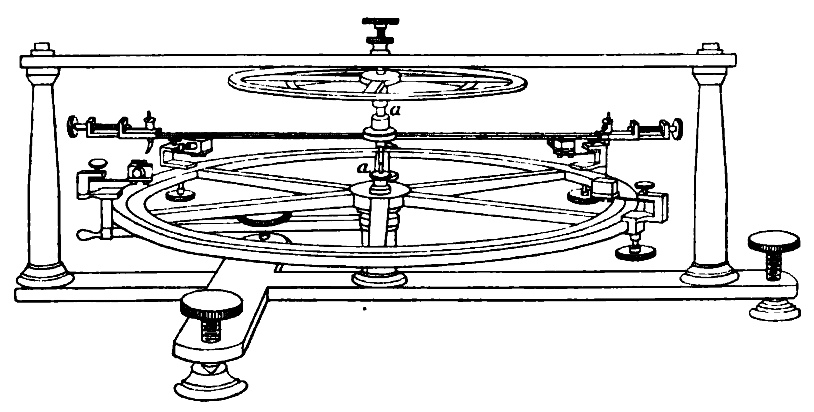


Fig. 42.
Kontaktapparat nach Schumann.

1) R. Pauli, Über die Beurteilung der Zeitordnung von optischen Reizen (im Anschluß an eine von C. Mach beobachtete Farbenerscheinung). Arch. f. d. ges. Psychologie XXI, 1911, S. 133. Hierbei diente also der Rotationsapparat auch zu Zeitschwellenversuchen.

2) Vgl. Garten a. S. 330 a. O. S. 357ff. und Lit. 71.

3) Ein Kontaktapparat zur Auslösung elektrischer Signale in variierbaren Intervallen. Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. Bd. 17, 1898, S. 253.

4) Über die Schätzung kleiner Zeitgrößen, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. Bd. 4, 1893, S. 1 (S. 48).

5) Auch S. Exner hatte (vgl. a. S. 434, A 1 a. O.) seinerzeit seine rotierende Scheibe mit verstellbaren Zeigerspitzen für die Quecksilberkontakte bereits mittelst eines Helmholtzschen Elektromotors (älterer Konstruktion) betrieben.

schon beim vorigen Modell erwähnte Doppelhebel zur Herstellung kürzester Zeiten aufgesetzt, der auch hier durch einen abgesehen vom Gegengewicht einarmigen Hebel zu ersetzen ist.

Außerdem ist hier noch ein besonderer mit Handgriff versehener Hebel unter dem Kreisring konzentrisch mit stärkerer Reibung zu verdrehen. An seinem Ende, das zu dem Kontaktkreis heraufreicht, kann ebenfalls ein Kontakt in richtiger Lage zum Auslöserhebel befestigt werden, den dann der Experimentator rasch von einem Umlauf des Zeigers zum andern exakt in eine andere Lage bringen kann, wie es vor allem zur raschen Abstufung der von diesem variablen Kontakt abgeschlossenen Vergleichsstrecke von Wert ist [1]). Ja für Versuche mit einem fortwährenden Wechsel der Zeitlage der variierten Strecke, wie sie oben von allgemeinen Voraussetzungen aus gefordert wurden (s. S. 427 A. 2), wäre geradezu die Befestigung sämtlicher Kontakte auf solchen Hebeln anstatt auf der Skala ins Auge zu fassen.

Über die Zeitpräzision solcher Apparate lassen sich natürlich nur schwer allgemeingültige Vergleiche anstellen, da nicht alle Exemplare eines Modelles gleich gut arbeiten. Es kommt hier nicht nur darauf an, daß die Zeiten der einzelnen Umläufe im ganzen nicht zu viel schwanken, sondern daß die Geschwindigkeit des Auslöserhebels auch in allen Teilen der Bahn konstant bleibt [2]). Meumann gibt an (Phil. Stud. IX, S. 271), daß beim Betrieb mit dem Baltzarschen Kymographion bei größter Geschwindigkeit (2 Sek. pro Umlauf) sich aus 10 Umläufen nur eine m. Var. von 1 bis 2 σ ergab. Doch seien nur bei mittlerer Federspannung der Uhr völlig konstante Zeiten zu erlangen. Die Angaben von Wrinch [3]) und vor allem von Pauli [4]) über ein anderes Exemplar sind dagegen sowohl bezüglich der Gesamtzeit als auch der Gleichmäßigkeit im einzelnen weniger günstig (z. B. bei 200 σ eine m. V. von 6—7 %). Beim Betrieb mittelst eines Helmholtzschen Motors mit Trockenkontakt fand dagegen Schumann an seinem Apparat für 10 Umdrehungen à 1,232 Sek. eine m. Var. von nur 0,9 σ (bzw. bei einer Teilstrecke von 0,3 Sek. nur 0,4 σ), was D. Katz [5]) an dem Göttinger Exemplar bestätigt fand. (Bei jeweils neuem Anlauf stieg die m. Var. des ganzen Umlaufes allerdings auf 2 σ.) Indessen hat der Antrieb mittelst Uhrwerkes den schon von Meumann betonten Vorteil, daß die absolute mittlere Zeit, wenn die Skala der Friktionsscheibe am Kymographion einmal geeicht ist, jederzeit

1) Meumann gibt übrigens an, daß er den entsprechenden Schlußkontakt in der Rinne des Teilkreises seines Apparates auch schon ohne weiteres in ähnlicher Weise rasch verschieben konnte, da der geringe Widerstand beim Durchgang des Auslösers eine festere Fixierung erließ.

2) Da dieser Gang bei jedem neuen Anlauf des Apparates immer erst nach einiger Zeit erreicht wird, die rein empirisch festzustellen ist, so muß natürlich in den vom Kontaktapparat zu schließenden Stromkreisen stets noch ein besonderer Schlüssel, bzw. in den zu unterbrechenden eine vorläufige Nebenschließung vorhanden sein. Selbstverständlich sind alle Eichungen unter den nämlichen Widerstandsverhältnissen der Kontakthebelbewegung, nicht etwa bei freiem Kreisring, vorzunehmen, wenn man nicht nur das Zeitinstrument, sondern die Präzision der Anordnung im ganzen kontrollieren will.

3) a. S. 307 A. 4 a. O.

4) a. S. 437 A. 1 a. O.

5) Experimentelle Beiträge zur Psychologie des Vergleichs im Gebiet des Zeitsinns. Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S. 1. Abt. Bd. 42, 1906, S. 302 u. 414.

schnell wieder aufgefunden werden kann, während man beim Motor auch neben der Stromstärkemessung stets noch der Kontrolle mittelst der Fünftelsekundenuhr u. dergl. bedarf.

Zu Untersuchungen der Rhythmisierung und der Vergleichung von Taktreihen (s. S. 428), bei denen eine längere Reihe von kurzdauernden Schließungen des nämlichen Stromkreises für einen Reizapparat herzustellen und in ihrer Geschwindigkeit innerhalb weiter Grenzen rasch zu variieren ist, verwendete man auch besondere Taktierapparate. Einen solchen konstruierte z. B. Bolton (a. S. 434, A. 5 a. O.) im Anschluß an das Gewichtsuhrwerk des großen Wundtschen Chronographen[1]), wobei an Stelle der Trommel, ähnlich wie bei Schumanns älterem Apparat (s. S. 437, A. 4), eine Achse

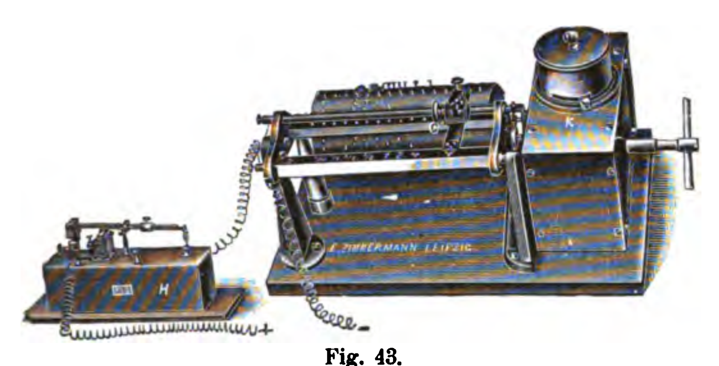


Fig. 43.
Taktierapparat mit kleinem elektromagnetischen Schallhammer nach Wundt.

mit einer Reihe von Hebelarmen mit variabler Winkeldistanz aufgesetzt war, die für kurze Zeit Quecksilberkontakte schlossen bzw. unterbrachen (s. unten). Wundt verwendet dagegen einfach eine durch ein Gewichtsuhrwerk getriebene Horizontaltrommel mit verschieden engen Reihen äquidistanter fester Kontaktstifte (Fig. 43). Eine auf diesen Stiften schleifende Feder c, die von der Trommel isoliert ist und in die der eine Pol des Stromkreises geleitet wird, während der andere zur Trommel gelangt, kann auf einem zur Achse parallelen Stab rasch verschoben und vor jeder Stiftreihe genau fixiert werden[3]). Die gewöhnlichen Metronome, die für manche Versuche dieser Art und zu vorläufigen Beobachtungen wohl ausreichen, sind wegen der Verschiedenheit der beiden Schläge und ihrer Zeitabstände beim Hin- und Herschwingen wenigstens für Versuche mit rein subjektiver Rhythmisierung nicht genügend.

3. Reizapparate und Kontakte zu ihrer Auslösung mittelst eines Kontaktapparates.

a) *Auslösung von Momentanreizen ohne wesentliche Latenzzeit (Funkeninduktion, Telephonknall).*

Die Wahl der einzelnen Kontaktvorrichtungen, die auf die Gleitschiene des Pendels oder Rotationsapparates aufgesetzt werden, hängt natürlich davon

1) s. § 82, a.
2) **Wundt**, Grundzüge der Physiol. Psychologie III⁶, 1911, S. 30.

ab, welcher Reizapparat angeregt werden soll. Will man Zeitschwellen nach diesem Modus ableiten, so erregt man am besten ein Induktorium, dessen Elektroden unmittelbar einen Licht-, Tast- oder Schallreiz mit einer hier zu vernachlässigenden Latenzzeit und Reizdauer auszulösen gestatten und so vor allem zur Ableitung von Zeitschwellen disparater Momentanreize in Komplikationsversuchen geeignet sind (S. Exner, Weyer u. a.). Einen reinen Lichtreiz ohne Funkengeräusch erhält man entweder durch Einbauen der Funkenstrecke in einen schalldichten Kasten[1]) oder mittelst einer Geißlerschen Röhre[2]). Über die Herstellung einer Reihe möglichst konstanter elektrischer Tastreize macht Meumann bei seinen Versuchen über ausgefüllte Strecken Erfahrungen[3]). Als Schallreiz kommt dem bei kleiner Funkenstrecke nur schwachen Funkengeräusch vor allem das Telephon darin praktisch gleich, daß der absoluten Reizzeit keine Latenzzeit hinzugefügt zu werden braucht. Im sekundären Stromkreis eines starken Induktoriums geben größere Modelle mit Resonatoren (vgl. S. 336) auch schon bei nur einmaliger Unterbrechung oder Schließung des primären Stromkreises einen im ganzen Raum deutlich hörbaren Knall. Doch kam das Telephon für Momentanreize zunächst auch im primären Stromkreis zur Verwendung.

Für die Erregung des Induktoriums bedient man sich hierbei jetzt meistens nur noch der Trockenkontakte und macht die Schließung so kurz, daß Schließungs- und Öffnungseffekt in einen einzigen Eindruck verschmelzen. Man erreicht dies am besten mit der Helmholtzschen Wippe (Nr. 3 der Kontakte in Fig. 41 links). Bei Einleitung des Stromes durch den vorn platinierten Auslöserhebel und Ableitung durch die Wippe erhält man eine Schließungszeit von nur ca. $^1/_{3000}$ Sek.[4]) Doch ist der Reizeffekt noch einfacher, wenn man nur die Unterbrechung des primären Stromkreises auf den sekundären wirken läßt. So arbeiteten bei dem S. 439 genannten Taktierapparat Boltons je ein Kontakthebel im primären und im sekundären, das Telephon enthaltenden Stromkreis in der Weise zusammen, daß zunächst der primäre Kreis, dann erst der sekundäre geschlossen wurde, worauf die Reizung durch Unterbrechung im primären erfolgte und schließlich auch der sekundäre wieder geöffnet wurde, Schaltungen, für die ebenfalls die Praxis der Rheotome mancherlei Anregung an die Hand geben kann. Das nämliche ließe sich auch mittelst der Fig. 41, Nr. 1 abgebildeten Schleifkontakte erreichen, die in etwas anderer Form auch die vier in Fig. 42 auf den Schumannschen Apparat aufgesetzten Kontakte bilden. Diese geben einen kurzdauernden Schluß, wenn in die Spitze des den einen Pol leitenden Auslöser-Hebelarmes eine Metallfeder (aus Kupfer

1) Meumann fand bei einer 1 mm großen Funkenstrecke eines Induktoriums mit 4 cm Schlagweite einen starkwandigen Holzkasten, der mit Filz ausgelegt und vorn mit zwei 1 cm voneinander entfernten Glasscheiben abgeschlossen war, zur Schalldämpfung ausreichend (Phil. Stud. Bd. 12).

2) Pauli verwendete in seiner S. 437 genannten Untersuchung in den beiden Lampenkästen des Wundtschen Perimeters, deren Lichtreize auf ihr Zeitverhältnis hin zu beobachten waren, hinter einem Mattglas je eine taschenuhrförmige Geißlersche Röhre, die, mit Kohlensäure gefüllt, ein nahezu weißes, etwas bläuliches Licht ziemlich gleichmäßig über die beobachtete Fläche verteilt zeigte.

3) Phil. Stud. Bd. 12.

4) Vgl. Garten, a. S. 330 a. O., S. 364, Fig. 29.

eingesetzt wird [1]). Man stelle nun einen solchen Schleifkontakt so ein, daß er von dem Arm eines Doppelhebels in der eben genannten Weise unmittelbar vor der durch den anderen, vom Apparat isolierten Arm bewirkten Öffnung einer Wippe berührt und vor dem Zurückschnellen der Wippe von dem zweiten Doppelhebel wieder verlassen wird. Liegt hierbei der Schleifkontakt mit seinem Auslöserhebelarm im primären und die innere Unterbrechungsstelle der Wippe im sekundären Stromkreise, so hat man die von Bolton angewendete Auslese der Unterbrechungsinduktion.

β) Trägere Apparate für Momentanreize (Schallhammer u. ä.).

Vor allem dienen diese Schleifkontakte aber nun zur Erregung etwas trägerer Reizapparate, denen ein wenigstens etwas längerer Stromimpuls von mehreren σ erteilt werden muß [2]). So legt man sie z. B. mit dem elektromagnetischen Schallhammer in einen Stromkreis [3]), der Fig. 44 abgebildet ist und bereits von Estel [4]), Mehner [5]) und Glaß [6]) zu Versuchen über das Zeitbewußtsein verwendet wurde.

Die Säule S trägt das Achsenlager, in dem der Hammerstiel als doppelarmiger Hebel in Spitzenlagerung frei schwingen kann. Auf dem Arm mit dem Kopf H ist ein Anker angebracht, der bei Stromschluß im Elektromagneten E (Klemmen 1 u. 2) den Kopf H gegen den Amboß A schlagen läßt, wodurch zugleich ein bei 4 (bzw. 3) nach H und bei 6 in den Amboß geleiteter Strom geschlossen und außerdem auch noch eine Verbindung zwischen zwei Quecksilbernäpfen durch die isolierte Platinspitzengabel g hergestellt werden kann, Hilfsvorrichtungen, die wieder zu anderen Reizkomplikationen, zu Zeitkontrollen und bei Reaktionsversuchen verwendbar sind. Die Elastizität des Hammers und mit ihr die Fallzeit und Schallintensität bei gegebener Stromstärke und Kontaktdauer lassen sich durch die verstellbare Gegenfeder f regulieren [7]).

---

1) Wegen der dreieckigen, nach der Achse zugespitzten Form der meistens neusilbernen Schleifplatten kann die Kontaktdauer durch eine radiale mikrometrische Verschiebung (M in Fig. 41) der Hebelfeder verändert werden. Bei den Kontakten zum Schumannschen Apparat läßt sich durch eine Druckschraube auch der ganze Kontakt gegen die Kreisfläche heben und senken (s. Figur 42), was übrigens auch mit der Schleifplatte an den Meumannschen Kontakten geschehen kann*). Bei jenen schneidet außerdem die dreieckige Metallplatte des Schleiffeldes an der von der Metallfeder des Auslösers zuerst berührten Stelle genau radial ab, wie es natürlich auch für das Modell Fig. 41, Nr. 1 herstellbar ist.

2) Pauli verwendete a. S. 437 a. O. die Schleifkontakte übrigens auch zur Erregung des Induktoriums bzw. der Geißlerschen Röhre.

3) In den öfter genannten Versuchen von E. Meumann kamen sie allerdings noch nicht zur Anwendung. Bei den damaligen Kontakten stand vielmehr u. a. eine dreieckige Feder aus feinstem Uhrfederstahl senkrecht zur Kreisscheibe und wurde von dem festen, platinierten Kopfende des Auslöserhebels gestreift, ähnlich wie auch bei Weyer an dem Kontaktpendel eine federnde Platte befestigt war, die auf eine feste, mit Zahnbetrieb auf der Kontaktbahn verstellbare Spitze traf.

4) Phil. Stud. Bd. 2, 1885, S. 37.

5) Ebenda, S. 546.

6) a. S. 418 A. 1 a. O.

7) Soll der Schallreiz in gleicher Weise durch eine Stromöffnung ausgelöst werden, so braucht man nur den Elektromagneten z. B. über dem Hebel anzubringen und die Feder auf der nämlichen Seite antagonistisch nach unten ziehen zu lassen, wie es schon früher S. 436, A. 1 u. S. 429 angegeben wurde.

---

*) Ein Modell dieser Art wurde mir vor einiger Zeit von dem Frankfurter Mechaniker Jost zur Verfügung gestellt.



Wird der Hammer in Komplikationsversuchen mit anderen Reizapparaten zugleich verwendet, so ist natürlich die absolute Latenzzeit jedes einzelnen Apparates zu kennen, wie sie Minnemann a. S. 434, A. 6 a. O. für den Hammer ableitete. Zunächst wurde er jedoch nur zur Abgrenzung leerer Zeiten beim Streckenvergleich benützt. Falls aber hier der nämliche Hammer alle „Grenzreize"[1]) gibt, kommt es offenbar nicht auf die absolute Dauer der Latenzzeit, sondern nur auf deren Konstanz an. Die Kontrolle geschieht nach Meumann und Schumann am besten graphisch. Man versieht den Hammerkopf mit einer Schreibfeder und registriert die ganze Bewegung neben einer bekannten Stimmgabelschwingung unter gleichzeitiger Markierung

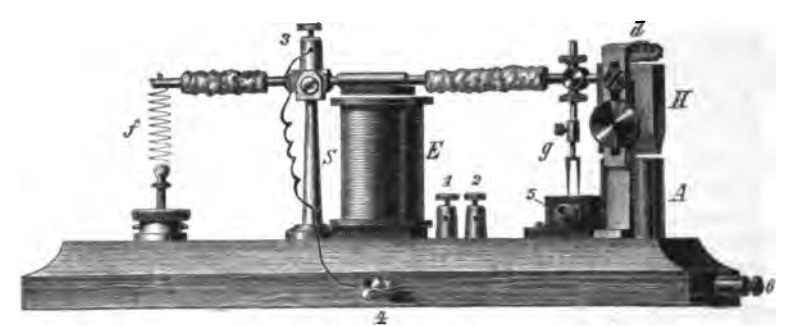


Fig. 44.
Elektromagnetischer Schallhammer.

des Stromschlusses, z. B. mittelst eines Pfeil-Signales, das nach Tigerstedt nur 0,3 σ Latenzzeit und 0,1 σ mittl. Var. besitzt[2]), oder mittelst ähnlicher Vorrichtungen[3]). Natürlich ist bei unmittelbar aufeinanderfolgenden Erregungen eine Konstanz überhaupt nur dann möglich, wenn die Nachschwingung im Augenblicke des neuen Impulses vollständig abgeschlossen ist. Zur Verkürzung dieser Eigenschwingung ist der Hammer mit dem verstellbaren Kopfpolster d (Fig. 44) versehen, gegen das er von der Feder f gedrückt wird und das auch die Ausgangslage des Hebels zum Magneten bzw. zum Ambos regelt. Wenn also Schumann gelegentlich Nachschwingungen von 150 σ beobachtete, so lag das nur an der zufälligen Einstellung aller dieser Bestandteile. Für besonders schnell aufeinanderfolgende Schläge ist überhaupt ein kleines Modell zu empfehlen, wie es z. B. auch für Wundts Taktierapparat hergestellt wurde (s. H in Fig. 43). Außerdem ist bei unmittelbar aufeinanderfolgenden Schließungen der Anstieg des Magnetismus zu berücksichtigen[4]).

---

1) In diesem Sinne der Zeitbegrenzung, der in diesem Zusammenhange natürlich nicht mit der Bedeutung der Grenzabszissen r_o und r_u (z. B. auf S. 259) zu verwechseln ist, wurde dieser Begriff von Meumann gebraucht.

2) Vgl. Garten, a. S. 330 a. O., S. 361 u. Lit. 76.

3) Vgl. O. Frank, Kymographien, Schreibhebel usw. S. 12 f.

4) Bei Verwendung zweier Stromquellen ließe sich übrigens auch der Strom nach jedem Schlag umkehren, indem man die unter sich isolierten Schleifkontakte abwechselnd an eine der beiden Batterien, u. z. an verschiedene Pole anschließt, die beiden anderen entgegengesetzten Pole mit einer Klemme des Schallhammermagneten verbindet und von der anderen Klemme zum Auslöserhebel ableitet.

Legt man vor die einzelnen Schleifkontakte verschiedene Widerstände oder schaltet man verschiedene elektromotorische Kräfte ein, so kann man auf die einfachste Art die Schallintensität ändern, wie es z. B. für die S. 427 genannten Probleme erforderlich ist. Doch hat Meumann dies auch durch verschieden eingestellte Hämmer bewirkt, deren unmittelbare Nachbarschaft keine Lokalisationseinflüsse auf die subjektive Betonung ausübte. Die Latenzzeit muß in dem einen wie in dem anderen Fall gesondert bestimmt werden. Auch Benussi verwendete a. S. 427, A. 1 a. O. für den Betonungsunterschied zwei verschiedene Reizapparate von ähnlicher Konstruktion[1]).

Die nämlichen Gesichtspunkte wie für den Schallhammer gelten natürlich auch für alle anderen Reizapparate von ähnlichen Trägheitsverhältnissen. So wurde von K. Dunlap[2]) eine dem Schallhammer ähnliche Vorrichtung zur Begrenzung von Zeitstrecken durch Tastreize benützt, wozu vor allem auch der v. Freysche Tasthebel geeignet ist (s. S. 333).

γ. *Ausfüllung von Zeitstrecken mit kontinuierlichen Reizen.*

Will man bestimmte Zeitstrecken mit einem dauernden Reizzustand ausfüllen, so bedient man sich ebenfalls am besten elektromagnetischer Apparate. Diese können unter Umständen nur durch je eine momentane Leistung die Abblendung einer bereits dauernd vorhandenen Wirkung aufheben und unmittelbar darnach wieder einführen, wobei die beiden Latenzzeiten insbesondere bei Doppelblenden oder Doppelhähnen sehr gleichmäßig ausfallen, wie sie zur Untersuchung des Ansteigens der Sinneserregung verwendet wurden[3]). Hierzu, sowie vor allem auch zur direkten Dauerschließung oder Unterbrechung eines Arbeitsstromes sind dann, falls man nicht etwa von Relaisvorrichtungen Gebrauch machen will, die von kurzdauernden Schließungen der Schleifkontakte umgestellt werden[4]), besondere Kontakte

1) Eine an einem Doppelhebel befestigte Stahlspitze stößt senkrecht nach unten gegen eine eventuell auf einen Resonanzkasten zu stellende Platte, wenn ein Elektromagnet das andere Hebelende nach oben zieht.

2) Tactual time estimation, Harvard Psychological Studies, I, 1903, S. 101 (Mon. Suppl. IV, 1).

3) Vgl. Kafka, a. S. 365, A. 2 a. O. und Bode, Die Zeitschwellen für Stimmgabeltöne mittlerer und leiser Intensität, in Wundt, Psychol. Stud. II, 5 u. 6, 1907 S. 293.

4) Ein solches sicher arbeitendes Relais mit Trockenkontakten, die auch hier den Vorzug verdienen, zeigt Fig. 45. Ein Doppelhebel H besteht aus einem festen und einem durch Einfügung einer Bandfeder f etwas elastischen Arm. Beide können durch je ein Elektromagnetpaar antagonistisch niedergezogen werden und wegen der Federung auch beide gleichzeitig von ihren Magneten angezogen sein. Der dem ersten Grenzreiz bei leeren Zeitstrecken entsprechende Schleifkontakt schließt zunächst den bei Klemme 1, 2 eingeleiteten Stromkreis für den festen Arm, wodurch eine an ihm angebrachte Federlamelle L mit Platinblättchen den isolierten Arbeitsstrom der Klemmen 3,5 schließt, bzw. 3,4 unterbricht. Gleichzeitig wird aber ein Nebenschluß 8, (9)*) zu dem Schleifkontakt im Zeitinstrument hergestellt, so daß der Strom im Elektromagneten auch nach Aufhebung des Schleifkontaktes noch geschlossen bleibt, bis der zweite Schleifkontakt des Streckenschlusses durch die Klemme 6, (7)*) gleichzeitig den Elektromagneten des federnden Armes schließt und den Arbeitsstrom des Reizapparates samt der Nebenschließung 8, (9) wieder unterbricht. Die Vergleichsstrecke wird dann von

*) Die Klemmen mit eingeklammerter Ziffern sind in der Figur verdeckt.

erforderlich, die von dem Auslöserhebel bei bestimmten Stellungen in einen bis auf weiteres konstant zurückgelassenen Schließungs- oder Öffnungszustand gebracht werden. Wo ein schweres Kontaktpendel die Auslösung besorgt, können einfach die Kontakte des Helmholtzschen Pendels (vgl. S. 330) oder ähnliche Konstruktionen benützt werden, bei denen die Schließung vor einer plötzlichen Unterbrechung bzw. die plötzliche Schließung eines zunächst geöffneten Stromes durch große Reibung, eventuell auch noch durch besondere Sicherungen, aufrecht erhalten bleiben[1]).

Bei Rotationsapparaten ist man dagegen wegen der Störung des Ganges durch einen stärkeren Widerstand des Kontaktes gegen den Auslöserhebel auf besondere Konstruktionen angewiesen. Man verwendet schon seit langer Zeit eine zur Schließung und Öffnung gleich brauchbare Konstruktion, bei der



Fig. 45.
Doppelrelais zur Herstellung und Wiederaufhebung einer konstanten Schließung (oder Unterbrechung) durch je einen kurzdauernden Schluß eines besonderen Stromkreises.

eine zur Rotationsebene senkrechte, walzenförmige Achse, die einen Hebel in die Bahn des hierbei mit einem festen Kopfende versehenen Auslösers hineinragen läßt, von diesem beim Vorbeigang ohne nennenswerten Widerstand etwas gedreht wird. Dadurch kommt entweder eine den Strom zuführende Feder, die zunächst auf einem Hartgummisektor der Walze schleift, mit einem leitenden Sektor der Walze in Berührung, oder es wird eine Leitung, die bei etwas anderer Lage der Sektoren zunächst in dieser Weise bestand, durch die Verdrehung unterbrochen, und zwar beides bei einer ganz bestimmten Stellung des Auslösers zur Kreisteilung. — Während hier aber die Kontakthebel nach dem Umlauf des Apparates immer wieder (gegen einen festen Anschlag) zurückgestellt werden müssen[2]), läßt der Auslöserhebel die Meumannschen Stern- oder Drehkontakte[3]) (s. Fig. 41 No. 2) nach jedem Vorbeigang genau in der Lage zurück, daß der nächste Umgang ohne weiteres den nämlichen Kontaktverlauf bringt, nur eventuell, nach Ver-

zwei weiteren Schleifkontakten in ganz analoger Weise begrenzt. Das Relais arbeitet nicht laut. Doch läßt sich natürlich bei entsprechendem Bau der Schall der Kontaktschließungen auch zur Herstellung gleicher leerer Strecken verwenden.

1) Dies gilt also z. B. auch für die S. 419 genannte Untersuchung, bei der die Zeitverschiebungen der Grenzen kontinuierlicher Eindrücke mittelst eines Kontaktpendels festgestellt werden sollen.

2) Bei dem Kontaktpendel nach Ach (a. § 82, b a. O. S. 254) wird diese Wiederherstellung pneumatisch vollzogen. Auch sog. Bob-Auslöser fanden schon Verwendung.

3) Wundt, Phil. Stud. Bd. 12, S. 146 ff.

schiebung der Kontakte in der Rinne der Kreisteilung, mit einer anderen Gesamtzeit. In der gewöhnlichen Ausführung sind die Kontakte gegen stärkere Funkenbildung im Innern zu schützen, was z. B. bei der Verwendung zur Schließung eines schwachen Telephonstromes ohne weiteres erfüllt ist. Außer bei Meumanns eigenen Versuchen mit kontinuierlich ausgefüllten Zeitstrecken (a. S. 444 a. O.) haben sich diese Drehkontakte u. a. auch bei Wrinchs Versuchen nach der Methode der übermerklichen Abstufungen gut bewährt. Meumann gibt an, daß die durch sie eingeführte m. Var. weniger als 1 σ betragen habe.

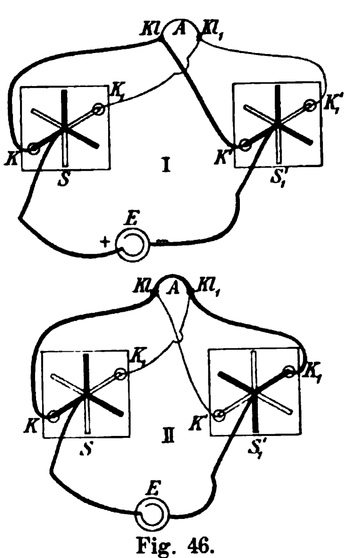


Fig. 46.
Die Schaltungen zweier Meumannscher Sternkontakte S und S_1' zur Ausfüllung einer Zeitstrecke mit Stromschluß in A bei jedem Vorbeigang des Kontaktauslösers (I vor und II während dieser Zeitstrecke).

Die Schaltung der zwei Drehkontakte S und S'_1, die eine mit Arbeitsstrom in dem Stromzweig A erfüllte Zeitstrecke begrenzen, ist aus dem Schema der Fig. 46 zu ersehen, worin die jeweils mit Strom versehenen Zweige der Leitung stark ausgezogen sind. In die Hartgummiplatte jedes Kontaktes sind, mit der Oberfläche glatt abschneidend, zwei kleine metallische Flächen K und K_1, bzw. K' und K_1' eingelassen, die mit seitlichen Klemmen (s. Fig. 41, Nr. 2) verbunden sind. Auf der Platte wird nun ein regelmäßiger Stern aus sechs genau gleich geformten Hebeln bei jedem Vorbeigang des Auslöserhebels gerade um 60° weiter gedreht. Die drei in der Figur schwarz gezeichneten Hebel tragen unten platinierte Stifte. Diese leiten den zunächst den beiden Sternen zugeführten Strom durch die leitenden Stellen der Grundplatte während der hergestellten Zeitstrecke nach dem Arbeitszweig A (eventuell also auch den sekundären Stromkreis eines Induktoriums oder einer elektromagnetischen Stimmgabel nach einem in A liegenden Telephon). In dem Schema I, das den Zustand vor der ausgefüllten Zeitstrecke repräsentiert, ist A zunächst stromfrei, da die zu K_1 und K_1' gehörigen Metallflächen der Grundplatte unter Hebelarmen ohne Platinspitze (manchmal auch im ganzen aus Hartgummi gefertigt) liegen und daher die Leitung von K nach Kl und K' an A vorbeiführt. Nun kommt der Auslöser von rechts, vertauscht nach Drehung von S_1' um 60° die Leitungswege Kl K' mit Kl, Kl_1, K_1 und schaltet dadurch A ein, die Hauptphase des Prozesses, die in Schema II dargestellt ist. Nach einer minimalen Verschiebung des Sternes von S wird dann am Schlusse der auszufüllenden Strecke A wieder stromlos, und nach Drehung von S um 60° ist die Stromleitung Kl_1 Kl K durch Kl_1 K_1 ersetzt. Das nächstemal vertauscht der Auslöser wieder von rechts her bei S'_1: Kl_1 K_1 mit Kl_1 Kl K', schaltet also A wieder ein, bis schließlich nach Drehung von S beide Hebel um 120° gedreht sind, also wenigstens bezüglich der Leitungsverhältnisse wieder alles genau so ist, wie es in Fig. 45, I als Ausgangslage gezeichnet war. Die nämlichen Sternelemente kehren natürlich erst nach sechs Umläufen wieder. Meumann gibt übrigens noch eine einfachere Schaltung an, bei der immer erst jeder zweite Umgang die Strecke zwischen S und S'_1 mit Arbeitsstrom ausfüllen läßt.

Kapitel 17.

Die experimentelle Analyse der Gefühle und Willensakte.

66. Der allgemeine Charakter der Methode.

1. Nachdem schon in den einleitenden Kapiteln die psychischen Leistungen, die eine exakte Erforschung nach der Reproduktionsmethode zulassen, in dem umfassenderen Zusammenhange des Bewußtseins, also vor allem auch seiner emotionalen Momente, betrachtet wurden, möchte ich zum Schlusse auch die freilich noch in den ersten Anfängen befindliche experimentelle Analyse der Gefühle und Willenserlebnisse, die unter Voraussetzung einer bestimmten Einstellung der V.-P. aus ihrer Beschäftigung mit einer objektiv kontrollierbaren Reizlage entspringen, wenigstens in ihren Hauptzügen der allgemeinen Reproduktionsmethode einordnen. Da diese Analyse in der „Reizmethode“ ebenfalls die eindeutigste Form der Reproduktionsmethode anwendet, die wir auch bei den übrigen Zweigen derselben bisher allein ins Auge faßten, so muß sie sich zu diesen in ein gewisses Verhältnis bringen lassen. Insofern die emotionalen Inhalte von dem experimentell beherrschten Reize nicht so direkt wie dessen adäquate Sinneswahrnehmung ausgelöst werden, sondern erst auf Grund einer besonderen Miterregung entstehen und von jenem Wahrnehmungsinhalte zu unterscheiden sind, stehen diese Versuche, rein äußerlich betrachtet, dem experimentellen Verfahren der Prüfung von Assoziationsleistungen mittelst eines „Stichreizes“ am nächsten.

Bei der Analyse der Gefühle der Lust und Unlust oder des ästhetischen Wertbewußtseins und der hier nicht weiter zu analysierenden Zustände der Erregtheit oder Ruhe des Gemütes begnügte man sich im allgemeinen mit der einfachen Feststellung eines Zusammenhanges zwischen Reiz und Gefühlswirkung, den die V.-P. aus dem alltäglichen Leben in die Untersuchung mitbringt und den man höchstens durch eine entsprechende Einstellung, eventuell sogar unter Anwendung der Hypnose[1]), möglichst rein herauszuarbeiten suchte. Man wollte die bestehenden natürlichen Zusammenhänge, die sog. Gefühlsbetonung der Wahrnehmung, möglichst ungestört kennen lernen, bemühte sich also insbesondere keineswegs etwa gar ausdrücklich, solche Zusammenhänge neu zu schaffen, wie es vor allem bei den komplexeren Prozessen des ästhetischen Genießens und Erlebens überhaupt, die erst eine spezielle, der V.-P. eventuell noch fehlende Vorbereitung voraussetzen, an sich wohl möglich wäre. Man nahm höchstens notgedrungen die Einflüsse mit in Kauf, die jede, also auch die experimentell erzeugte Gemütsbewegung, zumal bei ihrer speziellen Apperzeption und Reproduktion, auf die Entwicklung analoger zukünftiger Prozesse ausübt. Somit berührt sich diese Analyse nach der Reizmethode am nächsten mit der S. 392 eben-

1) O. Vogt, Die direkte psychologische Experimentalmethode in hypnotischen Bewußtseinszuständen. Zeitschr. f. Hypnotismus Bd. 5, 1897, S. 7 und 180ff.

falls nur kurz angedeuteten Statistik der bereits fertig mitgebrachten Assoziationen aus jenen „Assoziationsversuchen" im engeren Sinne, mit der sie auch gemeinsam hat, daß es dem Experimentator dabei häufig sofort auf die Vergleichung möglichst vieler Individuen, also auf die Unterscheidung individueller Differenzen von generellen Zusammenhängen ankam. Natürlich bestehen auch hier alle möglichen Abstufungen der Innigkeit des Zusammenhanges zwischen dem Eindruck und der Gemütsbewegung. Dessen Unmittelbarkeit ist z. B. bei der Unlust, die eine intensive Schmerzempfindung begleitet, der direkten Erfassung einer geläufigen „Bedeutung" des Sinneseindruckes, wie etwa beim Lesen, ja sogar der direkten Erregung durch den äußeren Reiz selbst verwandt, während allmählich ansteigende Erregungszustände, z. B. die Gefühlswirkungen von Farben, der Aktualisierung weniger geübter oder mittelbarer Assoziationen vergleichbar sind. Dies gilt selbstverständlich erst recht, wenn die Gefühlswirkung des Reizes selbst erst durch weitere Assoziationen vermittelt wird, wie es vor allem bei ästhetischen Genüssen und der Erregung von Affekten auf Grund zusammenhängender Vorstellungen vorkommt[1]). Es liegt freilich in der Natur der Sache, daß gerade die vielseitigste Darstellungskraft des Wortes, das besonders in lyrischen und dramatischen Dichtungen ohne weitere „Reize" alle möglichen Gemütsbewegungen anzuregen vermag, bis zu diesem Enderfolg in dem Genießenden die meisten Zwischenglieder zu überwinden hat. Auch ist natürlich selbst die intensivste Stimmung, die ein guter Schauspieler durch die Hineinversetzung in eine ihm geläufige, aber nicht unmittelbar wahrgenommene Szene bei sich erreicht, einem primären Erlebnis höchstens ähnlich und daher zu dessen Studium niemals vollkommen ausreichend. Dennoch garantiert die Entwicklung aus einer objektiven Darstellung, nachdem das ästhetische Verständnis derselben gewissermaßen ein stationäres Stadium erreicht hat, unter Umständen eine größere Konstanz der Gefühlswirkung[2]), als wenn sich die V.-P., wie es bei der einfachen Selbstbeobachtung, abgesehen von der Erinnerung an eigene zufällige Gefühlserlebnisse, geschah, in einen nur mit Namen genannten Affekt[3]) oder in eine im einzelnen selbsterfundene Situation von bestimmtem Gefühlswert hineinversetzt oder, was allerdings den höchsten auf normalem Wege erreichbaren Grad der Lebenswahrheit ermöglicht, vom Experimentator irgendwie mystifiziert wird[4]).

Auf die allgemeinen oft genannten formalen Schwierigkeiten jeder Gefühlsanalyse brauche ich nach dem in der Einleitung über die Selbstbeobachtung Gesagten wohl nicht mehr besonders zurückzukommen. Nur die materielle

---

1) Külpe versuchte durch tachistoskopische Darbietung von Gesichtsobjekten auch die zeitliche Entwicklung des Gefühles, soweit es von der lebhaften und frischen Vergegenwärtigung der Objekte (z. B. von Kunstgegenständen) abhängig ist, in analoger Weise genauer zu verfolgen, wie es bezüglich der sinnlichen Qualitäten und der intellektuellen Auffassung möglich ist. (Ein Beitrag zur experimentellen Ästhetik, Am. Journ. of Psych. XIV, 1903, S. 479 ff. sowie a. S. 449, A. 3 a. O. S. 14 f.).

2) Vgl. F. Rehwoldt, Über respiratorische Affektsymptome (Wundt, Psychol. Stud. VII, 3. 1911 (144 ff.).

3) P. Mentz, Die Wirkung akustischer Sinnesreize auf Puls und Atmung, (Wundt, Phil. Stud. XI, 1894. S. 384) u. a. (Lit. vgl. bei Rehwoldt a. a. O.).

4) C. Minnemann, Atmung und Puls bei aktuellen Affekten (Martius, Beiträge zur Psychol. u. Philos. I. 4, 1905, S. 514).

Gefährdung der Ableitung allgemeingültiger Zuordnungen zwischen experimenteller Einwirkung und Gefühlswirkung sei noch hervorgehoben, die darin besteht, daß bei allen diesen assoziativ vermittelten Gefühlswirkungen wie bei allen Gemütsbewegungen überhaupt der Effekt bestimmter Reize und willkürlicher Einstellungen immer auch von dem übrigen Gesamtbestand des Bewußtseins und den allgemeinen psychophysischen Dispositionen abhängig ist. Aber auch dies trifft ja teilweise bei den genannten Assoziationsversuchen zu und bereitet leider hier wie dort der experimentellen Analyse besondere methodische Schwierigkeiten.

2. Demgegenüber besitzt die Analyse einfacher Willkürtätigkeiten den schon in der Einleitung betonten Vorteil, daß sich infolge der Selbstbeherrschung der V-P. auf Verabredung hin mehr oder weniger genau definierte Impulse oder Impulskomplexe zu bestimmten äußeren Sinneseindrücken oder irgendwie bestimmten Zeitpunkten überhaupt zuordnen lassen. Deshalb spielte ja die experimentelle Analyse der Willkürhandlung auch schon in dem Abschnitt über das Zeitbewußtsein eine wichtige Rolle, das in der Form der Antizipation des Augenblickes der Tat die entscheidende Grundlage für die richtige Entwicklung des Impulses inmitten der sonstigen objektiven, dem Intellekt vorschwebenden Prozesse bildet. Aber auch bezüglich aller sonstigen Einzelheiten der Tat selbst, was Koordination, Schnelligkeit und Intensität anlangt, pflegt die experimentelle Analyse der Willkürhandlung nicht nur mit fertig mitgebrachten Eigenschaften der Zuordnungen zu arbeiten, sondern diese selbst in vielen Fällen erst neu herzustellen, also ganz ähnlich, wie die exaktere Assoziationsanalyse bei den Gedächtnisversuchen im engeren Sinne in einem Prozesse der Einprägung die später zu prüfende Assoziation selbst bereits in wohl kontrollierbarer Weise entstehen läßt[1]). Umgekehrt liefern natürlich auch die Gedächtnisversuche, soweit sie nicht nur mit der Wiedererkennung früher wahrgenommener Gegenstände operieren, sondern eine freie artikulatorische Reproduktion erlernen lassen, ebenso wie die später behandelten Reaktionsversuche experimentelles Material für die Analyse äußerer Willkürtätigkeiten, alle Auffassungsversuche überhaupt aber zum mindesten Material für die Analyse des Bewußtseins der Apperzeptionstätigkeit, wobei natürlich außerdem stets auch noch die Gefühle im engeren Sinne ins Auge gefaßt werden können. Eine gleichzeitig eingestreute Prüfung des Ergebnisses dieser speziellen Leistungen nach den oben und im folgenden behandelten Methoden wird aber dabei jeweils auch wieder festzustellen haben, ob die Resultate der Gefühls- und Willensanalyse mit ihrer neuen Einstellung der Reproduktionstendenz wirklich zu den Erlebnissen bei der alleinigen Anwendung jener früheren Methoden auf die intellektuelle Seite der Leistung (bzw. auch zu den von den Reaktionsmethoden festgestellten Ausdruckssymptomen) in direkte Beziehung gesetzt werden dürfen. Die Kenntnis von dieser Kontrolle kann die V.-P. übrigens vielleicht auch von dem kaum völlig zu vermeidenden Einflusse der nachträglichen Verwertung ihrer Be-

1) Trotzdem darf die Willkürtätigkeit selbst nicht mit der Aktualisierung einer Assoziation der im Verlaufe der Tat auftretenden Sinneswahrnehmungen in der Form ihrer Antizipation verwechselt werden.



wußtseinserlebnisse für diese oder jene Aufgabe der Selbstbeobachtung wenigstens etwas unabhängiger machen.

67. Die experimentellen Methoden zur Ableitung einer ästhetischen Wertskala.

Obgleich nun nach dem Gesagten für alle möglichen emotionalen Inhalte eine tatsächlich bestehende Abhängigkeit von experimentell beherrschten Situationen bestimmter Art dadurch ermittelt werden kann, daß man die Erlebnisse bei systematisch abgestuften „Reizlagen" paarweise unter sich vergleicht, hat man bisher nur die Korrelation zwischen dem Grade der Lust oder Unlust bzw. der ästhetischen Bewertung und der Quantität bestimmter Merkmale von Wahrnehmungsobjekten etwas genauer untersucht, nachdem Fechner zum ersten Male seine berühmte Statistik über die relative Häufigkeit aufgestellt hatte[1]), mit der die verschiedenen als Argumente eines K.-G. betrachteten Seitenverhältnisse von Rechtecken bei Befragung vieler Personen jeweils als die gefälligsten bezeichnet worden waren. Einen Überblick über die Methoden, die bis 1900 von Fechner und anderen bei diesen und ähnlichen Versuchen mit Raumformen und Farben angewandt wurden, gab Larguier des Bancels[2]). In neuester Zeit hat dann Külpe in seinem Sammelreferat[3]) über die gesamte experimentelle Ästhetik auf dem Würzburger Psychologenkongreß der Darstellung ihrer wichtigsten Ergebnisse eine vortreffliche Sichtung der dabei angewandten spezifischen Maßmethoden vorausgeschickt, auf die ich hier im wesentlichen wohl einfach verweisen darf. Es handelt sich hier um ein ähnliches Problem wie bei der sog. übermerklichen Abstufung, bei der einer gegebenen Größenfolge der einzelnen Reize bestimmte Quantitätsverhältnisse von Empfindungsinhalten zugeordnet werden sollen (S. 300). Doch ist man hier vorläufig mit viel weniger zufrieden und sucht nur nach einer eindeutigen Abhängigkeit der Änderungsrichtung des Gefühles von derjenigen der Reize, aus der sich also vor allem das Maximum einer bestimmten Gefühlswirkung, insbesondere ein Optimum der ästhetischen Wirkung bestimmen läßt. Aus Unstetigkeiten der Kurven, die sich durch wiederholte Ableitung der rel. H. als nicht zufällige erweisen, kann dann eventuell auch auf das Eingreifen neuer Faktoren bei bestimmten Reizstufen geschlossen werden.

Prinzipiell müssen sich nun alle Versuche dieser Art auf eine paarweise Vergleichung der Gefühlswirkungen von jeweils zwei Objekten der ganzen Reizreihe zurückführen lassen, die zuerst von Witmer[4]) und

---

1) Zur experimentellen Ästhetik I. Teil (IX. B. d. Abh. der math.-phys. Kl. der K. S. Ges. der W. 1871, S. 555) und Vorschule der Ästhetik 1876, I. Teil S. 190, II. Teil, S. 273.

2) Les méthodes de l'esthétique expérimentale. Formes et couleurs. Année psychologique, VI. 1900, S. 144ff.

3) Külpe, Der gegenwärtige Stand der experimentellen Ästhetik. Bericht über den II. Kongr. f. exp. Psychologie in Würzburg her. v. Schumann (1906) 1907, S. 1ff.

4) L. Witmer, Zur exp. Ästh. einfacher räumlicher Formverhältnisse. Wundt, Phil. Stud. IX, 1894, S. 96 u. 209.

Cohn[1]) angewandt wurde. Indessen bringt die Kombination der beiden Gegenstände, deren Gefühlswirkungen verglichen werden sollen[2]), besondere Bedingungen mit sich, die bei dem Genuß des einzelnen für sich betrachtet nicht vorhanden wären. Wenn nun auch trotzdem die relative Einschätzung hierbei im wesentlichen von dem Genusse bei ausschließlicher Bewußtheit der einen von beiden Wahrnehmungen abhängig sein dürfte, so kann doch durch die besonderen Nebenumstände der paarweisen Kombination der relative Wert des Gegenstandes a gelegentlich auch kleiner als der von c erscheinen, obgleich die Werte a > b und b > c. Soweit es sich hierbei aber nur um Zufälligkeiten handelt, wird man nach der paarweisen Vergleichung jedes Gegenstandes der Wertreihe mit allen übrigen seinen relativen Wert unter allgemein vergleichbaren Auffassungsbedingungen immerhin noch am ehesten durch die Summe der relativen Häufigkeiten aller Arten von Bewertungen repräsentiert denken können, in der man die höhere oder geringere Einschätzung positiv bzw. negativ rechnet und unentschiedene Werturteile gleich Null setzt. Bei zufälliger Untermischung aller möglichen Paare (bis zur einmaligen Absolvierung aller) dürften die Versuchsbedingungen nur einer exakter kontrollierbaren Durchführung der „Wahlmethode" Fechners gleichkommen, bei der die V.-P. aus allen gleichzeitig voliegenden Objekten das Optimum frei heraussuchen konnte. Külpe hält übrigens eine gewisse Regelmäßigkeit bei der Durchnahme der Paare für vorteilhaft. Wo indessen eine Nachwirkung trotz einer entsprechenden Pause zwischen den Versuchen und absichtlichen Abstraktion vom Vorangegangenen überhaupt nicht auszuschalten ist, wo also insbesondere die dargebotenen Reihenglieder sich unwillkürlich leicht zu ästhetisch wirksamen Sukzessionsgebilden zusammenschließen, wie z. B. bei Vergleichung einzelner Zweiklänge[3]), bei der es durch Perseveration von Tönen oder absolutes Tongedächtnis leicht zu Melodiewirkungen kommen kann, da wird gerade die Regelmäßigkeit spezifische Wirkungen hervorbringen können. Das nämliche gilt in erhöhtem Maße von der sog. „Reihenmethode", bei der die einzelnen Glieder von der V.-P. unmittelbar in eine Wertreihe geordnet werden sollen. Denn auch hier treten durch die Einordnung in das Ganze neue Wertfaktoren hinzu, wenn es nicht gelingt, wieder rein paarweise zu vergleichen. Allerdings wird, wie Külpe vor allem betont, bei dieser Form der „Wahlmethode" das gesamte Urteilsmaterial vollständiger zur Darstellung gebracht, als wenn man nur ein Optimum bestimmt. Eine Art von Vorstufe zur Reihenmethode bildet die sog. „mehrfache Wahlmethode", bei der ebenfalls nicht nur das Optimum gesucht, sondern auch einzelnen oder mehreren geringeren Graden der Wertskala Reihenglieder zugeordnet werden sollen.

---

1) J. Cohn, Experimentelle Untersuchungen über die Gefühlsbetonung der Farben. Helligkeiten und ihre Kombinationen. Ebenda X, 1895, S. 562.

2) Bei dem Vergleich konzentriert man natürlich die Aufmerksamkeit, wenn auch genießend, (s. S. 10) zunächst auf das Objekt, da ja nur dadurch die Stimmung wirklich von diesem bedingt, das „Werturteil" also „richtig" wird.

3) Versuche dieser Art mit paarweiser Vergleichung wurden von G. Kästner angestellt (Untersuchungen über den Gefühlseindruck unanalysierter Zweiklänge. Wundt, Psychol. Stud. IV, 1909, S. 473).

In ihren einzelnen Faktoren, ebenso wie bei der Unterschiedsschwelle, weniger kontrollierbar und außerdem noch viel mehr von den technischen Momenten beeinflußt ist endlich die „Herstellungsmethode", die bereits Fechner auch als Methode der experimentellen Ästhetik anerkannte. Mit Recht wurde aber außerdem auch noch hervorgehoben, daß hier die Tatsache der eigenen Herstellung als solche einen neuen und dabei sogar besonders wichtigen Gefühlswert hinzufüge, der dieses Verfahren überhaupt nicht mehr als einfache Reizmethode betrachten läßt.

IV. Reaktionsmethoden.

Kapitel 18.

Die psychologischen Symptome in der willkürlichen Bewegung und Ruhe.

68. Einschränkung der Aufgabe des IV. Abschnittes.

In einer selbständigen Methodik der experimentellen Psychologie würde die Darstellung der zweiten Hauptgruppe, die nach § 7 die Reaktionsmethoden im weiteren (Wundtschen) Sinne umfassen soll und in § 32 den Reproduktionsmethoden gegenübergestellt wurde, mindestens den nämlichen Raum wie die erste Gruppe beanspruchen. Wäre doch hierzu vor allem eine genaue Beschreibung der teilweise sehr schwierigen physiologischen Methoden erforderlich, die zur richtigen Registrierung der objektiv greifbaren Rückwirkungen des Bewußtseinslebens auf den Körper dienen können. Da diese jedoch als spezifisch physiologische Methoden in anderen Teilen dieses Handbuches in weiterem Zusammenhange ausführlich behandelt sind, so kann ich mich hier unter Hinweis darauf mit einer Rekapitulation der in der experimentellen Psychologie vorkommenden Apparate und Arbeitsweisen begnügen [1]).

Da sämtliche physiologischen Funktionen irgendwie mit dem Zentralnervensystem zusammenhängen, das mit dem Bewußtsein in direkter Wechselwirkung steht, so können sie auch alle ohne Ausnahme irgendwie psychisch beeinflußt werden. Doch ist die Ablenkung vom bisherigen Ver-

1) Eine vor allem auch methodisch wertvolle Monographie über die experimentelle Analyse der unwillkürlichen Ausdruckssymptome gab erst in jüngster Zeit E. Weber in seinem Buche „Der Einfluß psychischer Vorgänge auf den Körper" 1910. Die vollständigste Darstellung der einschlägigen Methoden vom psychologischen Standpunkte aus findet man in Wundts Grundzügen der Physiologischen Psychologie II⁶ 1910, S. 278ff. und III⁶ 1911, S. 187ff. und 359ff., wo auch ihre Ergebnisse für seine Gefühlstheorie verwertet sind. Meinerseits habe ich im dritten Teil der Exp. Anal. d. Bewußtseinsphänomene (1908) S. 341 (Versuche nach der Reaktionsmethode) eingehend dazu Stellung genommen. Für die psychologische Deutung der unwillkürlichen Ausdruckssymptome dürfte der entscheidende Gesichtspunkt darin bestehen, daß man den jeweiligen Gesamtinhalt des Bewußtseins auf die Impulselemente (nicht Innervationsempfindungen!) hin betrachtet, deren Komplexe man als „Erregung" verschiedener Qualität zu bezeichnen pflegt, während ihr Fehlen oder ihre Herabminderung einen entgegengesetzten Zustand des Gemütes ausmacht. Diese sind offenbar der zielbewußten Willkürtätigkeit nicht nur inhaltlich sondern vor allem auch bezüglich der zentrifugalen Wirkungsfähigkeit nahe verwandt.



laufe bei einer Bewußtseinsänderung oft nur unmerklich gering, und manchmal läßt sie sich erst bei längerer Dauer der Abweichung des psychischen Lebens von seiner Normallage konstatieren, wie z. B. eine organische Störung oder Besserung nach längeren traurigen oder freudigen Stimmungen[1]). Aus diesem unbegrenzten Gebiete der einfachen Beobachtung und des Experimentes, für das natürlich auch sämtliche physiologische und klinisch-diagnostische Methoden überhaupt in Betracht kommen, seien aber im folgenden nur die wichtigsten der bisher in psychologischen Laboratorien gebräuchlichen Untersuchungsarten genannt, bei denen die Rückwirkung eine ähnliche Unmittelbarkeit, Schnelligkeit und klare Abhebung von einem vorher und darnach übereinstimmend auffindbaren Normalzustand aufweist, wie etwa der äußere Effekt eines Willkürimpulses zu einer kurzdauernden Änderung der ursprünglichen Haltung. Bildet doch diese Willkürtätigkeit auch hier, genau wie bei der soeben skizzierten Anwendung der Reproduktionsmethode auf die Gemütsbewegungen, den Idealfall der Erkennbarkeit eines eindeutigen Zusammenhanges zwischen einer Änderung des Bewußtseins und des körperlichen Zustandes, dessen genaues Studium auch für das Verständnis der sog. unwillkürlichen triebartigen oder rein reflektorischen (nicht bewußt ausgelösten) Äußerungen manche Gesichtspunkte beibringen kann.

69. Die ergographische Analyse von Maximalleistungen.

Was zunächst die Registrierung von Willkürleistungen anlangt, so liegt es in der Natur ihrer psychologischen Entstehungsbedingungen, daß die Aufzeichnung eines beliebigen einzelnen Effektes rein für sich betrachtet keinen besonderen wissenschaftlichen Wert besitzt. Bildet doch dieser nur einen Spezialfall aus einer unerschöpflichen Fülle von Kombinationsmöglichkeiten. Auch wenn die konkreten variablen Elemente der resultierenden Komplexe, wie sie bei dem jeweiligen Stande der Selbstbeherrschung isoliert innerviert werden könnten, nach den Methoden der speziellen Bewegungslehre analysiert werden[2]), was bei jedem Studium spezieller psychologischer Symptome in dem Ablauf einer Willkürhandlung geschehen sollte, bleibt natürlich immer noch der bei gegebenem Widerstand von ihrer Innervation abhängige Kraftaufwand im einzelnen unbestimmt. Hierbei werden sie also ähnlich wie bei der Konstatierung der Erregung bestimmter Sinneselemente zunächst nur den Dispositionen zu ganzen Kontinuen elementarer Innervationserlebnisse überhaupt eingeordnet. Erst die Unterordnung der „Willkür“ unter bestimmte Vorschriften über den Zeitpunkt und den Ablauf der Bewegung im einzelnen, und sei es auch nur die Wiederholung einer zufällig frei ausgeführten Bewegung nach rein kinästhetischen Anhaltspunkten oder an der Hand sonstiger Erfahrungen über den Bewegungseffekt, führen eine bestimmte Norm ein, welche unter Voraussetzung einer bestimmten Vorbereitung ganz allgemein für jede beliebige Bewegungsform gewisse Aussagen bezüglich der Präzision dieser Unterordnung zu machen gestatten, ebenso wie es bei den Urteilen durch ihre Beziehung auf gegebene Objekte möglich war. Nur zwei

1) Vgl. z. B. G. Dumas, La tristesse et la joie 1900, S. 279.
2) Dieses Handbuch II, 3. Abt. (Muskelphysiologie) III, S. 120 (O. Fischer, Methodik der speziellen Bewegungslehre).

Spezialfälle jener Willkürmöglichkeiten sind jeweils schon rein in sich selbst so eindeutig bestimmt, daß sie auch besondere psychische Nebeneinflüsse herauserkennen lassen: die beiden Extreme des Effektes bei der Absicht zur größtmöglichen Ruhe einer zusammengehörigen Muskelgruppe einerseits und bei dem stärksten in dieser Richtung auslösbaren Willensimpulse andererseits. Bleiben wir zunächst bei dem zweiten, seit längerer Zeit und am ausführlichsten untersuchten Extreme, so können wir bezüglich der Methoden zur Untersuchung einzelner Maximalleistungen bestimmter Muskelpartien, z. B. der Handbeuger, bereits auf die ausführliche Beschreibung der sog. Dynamometer verweisen, die W. Caspari und N. Zuntz bei den Apparaten zur Messung der Arbeitsleistung im Zusammenhange mit der Untersuchung des Stoffwechsels gaben[1]). Dort sind auch die von Binet und Vaschide[2]), A. Lehmann[3]) u. a. gerügten Nachteile der alten Federdynamometer erwähnt, um derentwillen A. Lehmann eine besondere, bequem anzufassende Zugvorrichtung hinzufügte (a. a. O.). Treves[4]) wandte sich ganz allgemein gegen dieses Prinzip der annähernd isometrisch arbeitenden Federwage, das übrigens schon bei dem Gummiball-Dynamometer mit Vorteil durch eine hydromanometrisch vermittelte Steigerung des bei der Kompression auftretenden Widerstandes ersetzt wurde[5]), und suchte seinerseits die Eindeutigkeit der jeweiligen Maximalleistung nach dem zweiten, zuerst von Mosso eingeführten isotonischen[6]) Prinzip des Ergographen zu erreichen, bei dem ein Gewicht gehoben wird. Dieser ist a. a. O. S. 54f. (Fig. 34) in einer besonders variationsreichen Form beschrieben und abgebildet, die sich aus der ursprünglichen Mossoschen infolge der seinerzeit vor allem von Hoch und Kraepelin[7]) erhobenen Forderungen bezüglich der Handlagerung und

1) Dieses Handbuch I, 3. Abt. (Ernährung) I., S. 1. W. Caspari und N. Zuntz, Stoffwechsel, S. 53ff. (Vgl. auch II, 3 (Muskelphysiologie) II v. Frey, Allgemeine Muskelmechanik, S. 107.)

2) Binet et Vaschide, Critique du dynamomètre ordinaire, L'année psychologique IV, 1898, p. 303.

3) A. Lehmann, Die körperlichen Äußerungen psychischer Zustände, II. (Die physischen Äquivalente der Bewußtseinserscheinungen) übers. von Bendixen, 1901, S. 118ff.

4) Treves, Über die Gesetze der willkürlichen Muskelarbeit, Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie 78, 1899, S. 163 u. Über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnis die Ergographie betreffend ebenda Bd. 88, 1902, S. 7. (Vgl. auch Caspari und Zuntz.)

5) Caspari und Zuntz a. a. O. S. 54 (Fig. 33) nach Henry. Einen kompressiblen Gummiball verwendete auch Scripture, Education of muscular control and power. Stud. f. Yale Psychol. Labor. II, 1894, S. 114 (118) (Scripture beschreibt ebenda Bd. IV, 1896, S. 69ff. (Researches on voluntary effort) auch ein scherenartiges Daumen-Fingerdynamometer).

6) Der Begriff der „Isotonie" ist hier allerdings in einem allgemeineren Sinne verwendet, als er aus der Muskelphysiologie von Versuchen mit Muskelpräparaten her bekannt ist; denn der Muskel selbst arbeitet hier in seinen natürlichen Verbindungen wegen der Skelettverschiebungen keineswegs unter gleicher Spannung. Doch besteht diese hier wenigstens auch wieder an dem Punkte, an dem der Apparat am Körper angreift. Die spezielle Bewegung des Fingerskeletts bei der Arbeit am Mossoschen Ergographen ist von Zoth genauer analysiert worden. (Über die Form der Arbeit am Mossoschen Ergographen, Pflügers Arch. f. d. ges. Physiol. 112, 1906, S. 311.)

7) Über die Wirkung der Teebestandteile auf körperliche und geistige Arbeit, Kraepelins Psychol. Arbeiten, Bd. 1, 1896, S. 378.

Fixierung [1]) allmählich herausgebildet hat. An einem solchen Apparate ist aber innerhalb des freien Spielraumes der Hebung ein maximaler Kraftaufwand nur möglich, wenn das angehängte Gewicht eben noch vollständig gehoben werden kann. Treves suchte nun für jeden Arbeitsmoment dieses „Maximalgewicht" und konstruierte auch andere Apparate für dieses Prinzip [2]).

Die tatsächliche Willensanstrengung zu einer einmaligen Maximalleistung am Dynamometer oder dergl., welche die V.-P. in einem ihr anheimgegebenen oder nur ungefähr avisierten Zeitpunkt ausführt, ist natürlich erst dann völlig eindeutig bekannt, wenn man auch den Verlauf der Handlung bis zur Endlage kennt. Nun gibt es allerdings auch hier ein Optimum der Kraftentwicklung, das bei Übung und Geschicklichkeit in der Hantierung mit dem speziellen Apparat auch tatsächlich erreicht und wohl jederzeit wenigstens angestrebt wird. Bei den in psychologischen Versuchen stets notwendigen Wiederholungen tritt zugleich die Ausbildung einer Gewohnheit, gleichgültig ob sie die optimale ist oder nicht, also das S. 453 genannte Moment der Unterordnung unter erfahrungsgemäße Inhalte, konstanzerhöhend hinzu. Jedenfalls ist es aber bei der Beurteilung von Nebeneinflüssen von Wert, wenn man aus einem Überblick über den ganzen Verlauf beurteilen kann, wieweit die Variation des Endeffektes sich schon aus der Verlaufsform erklären läßt, wieweit also der Nebeneinfluß den Endeffekt schon um dessentwillen modifizieren muß, weil er die Impulsentwicklung im einzelnen verändert. So hat schon Féré sein Federdynamometer (nach Hammon und Verdin) mit einem Mareyschen Schreibtambour verbunden, der die Kompression graphisch zu registrieren gestattete. Diese Verbindung nannte er „Dynamograph" [3]). Sie ist auch in A. Lehmanns und Henrys Apparat hergestellt, bei letzterem aber direkter, wodurch die besondere Eichung des zugleich niemals völlig konstanten Tambours unnötig wird. Der Ergograph Mossos war von vornherein auf eine solche Aufzeichnung des Hebungsverlaufes eingerichtet [4]). Doch geht hier, zumal bei Belastung mit dem „Maximalgewicht" nach Treves, für die Aufzeichnung ein viel größerer Teil jeder Muskelkontraktion bis zum Anhub verloren, als bei einem passend eingestellten Dynamographen, während allerdings dafür andererseits der weitere Verlauf gleichmäßiger zur Geltung kommt.

Bei der Verwendung des Ergographen oder Dynamographen [5]) zu fortgesetzten Leistungen, z. B. zur Verfolgung der Ermüdung, wozu Mosso

---

1) U. a. kritisierten auch Binet und Lehmann a. a. O. den Mossoschen Ergographen.

2) Vgl. Caspari und Zuntz, S. 56 und Treves, L'énergie de contraction dans le travail musculaire et la fatigue nerveuse, Arch. di Fisiologia I, 1904, S. 171.

3) Sensation et mouvement 1. Aufl. 1887. (Schon seit Anfang der 80er Jahre waren von ihm hierüber einzelne Abhandlungen erschienen in Compt. rend. de Soc. de Biol.)

4) Mosso versuchte übrigens die Spannung in jedem Momente der Hebung noch besonders durch sein Ponometer zu bestimmen (a. Bd. I, 3. S. 54, A. 1 a. O., S. 119), wogegen G. E. Müller (Zeitschr. f. Psychol. 1, S. 187 ff.) Einwände erhob.

5) Lehmann bezeichnet übrigens seinen modifizierten Dynamographen auch als Ergographen. Es ist oben der Ausdruck nur für die (im Angriffspunkte) isotonischen Gewichtsergographen beibehalten, obgleich natürlich auch jeder Dynamograph, indem er den Verlauf der Kraftentwicklung im einzelnen angibt, eine „Arbeit" registriert. Auch beim Gewichtsergographen liegen aber freilich die Arbeitsverhältnisse für die

seinen Apparat zunächst überhaupt bestimmt hatte [1]), wäre freilich zur vollen Eindeutigkeit des Resultates, abgesehen von einer Vorschrift über das Tempo, die hier hinzutreten muß, vor allem erforderlich, daß die wiederholten Handlungen ihrer Tendenz nach die nämlichen bleiben, d. h. daß stets die nämlichen Muskelpartien in der gleichen simultanen und sukzessiven Koordination maximal angespannt werden. Diese Konstanz der speziellen Arbeitsbedingungen ist jedoch kaum jemals zu erreichen. Wenigstens haben bisher mit der Ermüdung immer entferntere Muskelgruppen helfend eingegriffen [2]). Man kann also höchstens wieder damit rechnen, daß die Verschiebungen, die im Laufe der Ermüdung eintreten, infolge einer allmählich erlangten Arbeitsgewohnheit immerhin konstant genug sind, um schließlich doch einen typischen Normalverlauf herbeizuführen, von dem sich etwaige vor allem im Ermüdungsstadium wirksame exzitierende und deprimierende Nebeneinflüsse unterscheiden lassen. Nachdem Féré (a. a. O.) schon frühe solche Änderungen des Dynamogrammes durch gleichzeitige Reize von bestimmter Gefühlswirkung zahlreich festgestellt hatte, wurden von A. Cleghorn [3]), Hofbauer [4]) und auch wiederum von Féré [5]) mittelst des Mossoschen Ergographen die besonders kräftigen Hemmungen oder Verstärkungen, bzw. selbständigen unwillkürlichen Nebenzuckungen studiert, die im Ermüdungsstadium durch plötzliche „Tuschreize“ (S. Exner), z. B. Pistolenschüsse, heiße Wassergüsse u. dergl., je nach ihrem Zeitabstand von der normalen Impulsentwickelung ausgelöst werden, woraus sich auch interessante Rückschlüsse auf die Zeitverhältnisse dieser Entwickelung unter jenen speziellen Bedingungen ziehen ließen.

Entspricht diese Einführung von Nebenreizen bei der Aufnahme von Ergogrammen analogen, S. 315 genannten Versuchen bei Auffassungsleistungen, so hat man auch die in jenem Teile unserer Methodik besonders ausführlich behandelte Kombination mehrerer gleichzeitiger Willkürleistungen auf die Untersuchung der Muskelarbeit übertragen. Dabei suchte man aber nicht nur den speziellen Einfluß simultaner und alternierender Muskelarbeit verschiedener Glieder auf die Einzelleistung festzustellen (Patrizzi [6]), Féré [7]),

---

beteiligten Muskeln in ihrer natürlichen Verbindung nicht so einfach wie beim Muskelpräparat. Vgl. S. 454, A. 6.

1) Auf die Kritik des Versuchs, den Apparat zur Messung der allgemeinen psychophysischen Ermüdung beizuziehen, wurde schon S. 373 hingewiesen.

2) Dieser Einwand, der in allen bisher genannten Kritiken der ergographischen Ermüdungsversuche von Binet, Hoch und Kraepelin, Lehmann u. a. erhoben wurde, ist am konkretesten von R. Müller dargelegt worden. (Über Mossos Ergographen mit Rücksicht auf seine physiologischen und psychologischen Anwendungen. Wundt. Phil. Stud. XVII, 1901, S. 1 ff.

3) The Reinforcement of voluntary muscular contractions. Am. Journ. of Physiol. 1898, 1, S. 336.

4) Interferenz zwischen verschiedenen Impulsen im Zentralnervensystem. Pflügers Arch. f. Physiol. 68, 1897, S. 546 ff. Hofbauer suchte ebenso wie vor ihm Pregl die Konstanz der Haltung im Ermüdungsstadium (s. oben A. 2) dadurch zu erreichen, daß er von Anfang an eine so gepreßte Haltung einführte, daß keinerlei weitere unwillkürliche Hilfen seitens anderer Muskelgruppen mehr möglich waren.

5) Compt. rend. de Soc. de Biol. 1900, S. 845 und Travail et plaisir 1904, S. 216 ff.

6) Arch. Ital. de Biol. XIV, 1893, p. 126.

7) Travail et Plaisir 1904, p. 387.

A. Lehmann[1])), sondern vor allem auch die Konkurrenz zwischen gleichzeitiger körperlicher und geistiger Arbeit (Kopfrechnen), und zwar benützte Loeb[2]) hierbei zunächst einfach ein Dynamometer, A. Lehmann (a. a. O.) und Féré (a. a. O. S. 429) wieder den Ergographen. Zu einem genaueren Verständnis des Konkurrenzeffektes auf der motorischen Seite, der am systematischsten bei A. Lehmann berechnet wurde[3]), wäre jedoch überall auch das jeweilige Quantum der gleichzeitigen geistigen Arbeit zu ermitteln.

Außerdem lassen sich bei dieser Verbindung des Kopfrechnens mit den Zügen der Hand am Ergographen höchstens die mittleren Leistungen des ganzen kritischen Zeitraumes in körperlicher und geistiger Hinsicht auf einander beziehen, ohne daß man immer je zwei bestimmte Bewußtseinsakte aus beiden Tätigkeitsreihen im einzelnen als gleichzeitig in Wechselwirkung stehend annehmen könnte. Hierzu wäre man höchstens bei einer Einrichtung imstande, bei der die Exposition eines kurzdauernden Wahrnehmungsmateriales für Neuauffassungen von dem Dynamometer oder Ergographen selbst bei ganz bestimmten Spannungen oder Hubhöhen ausgelöst würde[4]).

70. Die Registrierung minimaler Bewegungen bei willkürlicher Ruhe.

Das andere S. 454 genannte „Extrem" der Willkürtätigkeit, die Ruhe einer bestimmten willkürlich kontraktilen Muskelpartie, ist für hinreichend feine Registriermethoden insofern ein interessantes Objekt, als bei ihr die unwillkürlichen, rein reflektorischen oder auch bewußt triebmäßigen Innervationen unmittelbar, von dem „eigentlich gewollten" Effekt gesondert, hervortreten. Wer einmal einen gewissen Typus willkürlicher Tätigkeiten oder Haltungen bestimmter Personen, ihr Sprechen, Gehen, Stehen u. dergl., genauer kennen gelernt hat, wird nicht nur die groben landläufigen Affektäußerungen, sondern auch schon feinere Abweichungen von jener Norm infolge bestimmter Gemütsbewegungen oder wegen gleichzeitig konkurrierender Tätigkeiten usw. aus dem Gesamteindruck ohne weiteres herauserkennen und „sympathisch" deuten können. Dieses unmittelbare Verständnis fremder Gemütsbewegungen aus dem mimischen oder pantomimischen Ausdrucke ist eine nicht nur theoretisch besonders interessante, sondern auch methodisch sehr wertvolle natürliche Verbindung der einfachsten Form der „Reaktionsmethode" einerseits und des unmittelbaren be-

---

1) A. S. 454, A. 3 a. O., S. 192ff.

2) Muskeltätigkeit als Maß psychischer Tätigkeit (Vorl. Mitteilung), Pflügers Arch. 39, 1886, S. 592.

3) Lehmann bestimmte für die Zeit während des Kopfrechnens die Differenz zwischen der wahrscheinlichen motorischen Leistung As ohne Störung, die, allerdings um einen noch zu ermittelnden Fehler zu groß, aus den Hubhöhen vor und nach dem Kopfrechnen interpolatorisch ergänzt wurde, einerseits, und der tatsächlichen verminderten Leistung Av andrerseits. Diese Differenz wurde zu der wahrscheinlichen ungestörten Leistung ins Verhältnis gesetzt und der Quotient $\frac{As - Av}{As} = M$ als Maß der Konkurrenzwirkung betrachtet. Vgl. auch a. S. 238, A. 3 a. O. S. 121ff.

4) Bezüglich dieser speziellen psychologischen Einzeluntersuchungen über Muskelarbeit vgl. auch Exp. Analyse der Bewußtseinsphänomene S. 368ff.

wußten Nacherlebens, also einer Seite der Selbstbeobachtung, bzw. der „Reproduktionsmethode“ andererseits[1]). Diese unterstützte man dann auch weiterhin sinngemäß durch die photographische, bzw. kinematographische Aufnahme des ganzen Verhaltens von Personen, bzw. besonders ausdrucksvoller Partieen, was längst zum Inventar der speziellen Bewegungslehre (vgl. II. Bd., 3. Abt. III, S. 278 ff.) und des künstlerischen und physiologischen Studiums der Mimik gehörte[2]), von R. Sommer[3]) aber insbesondere auch der Psychopathologie als diagnostische Methode empfohlen wurde. Hiermit wird sich, unter Verwendung geeigneter chronophotographischer Methoden (vgl. I, 1. Abt., S. 65 S. Garten, Die photographische Registrierung), auch die unten erwähnte Elementaranalyse einzelner Komponenten der Oszillation bei „willkürlicher Ruhe“ ohne jede Störung der bewegten Glieder und daher am exaktesten erreichen lassen, wie es vor allem für das empfindlichste Bewegungungsorgan, das Auge, unerläßlich war (s. S. 357, A. 2).

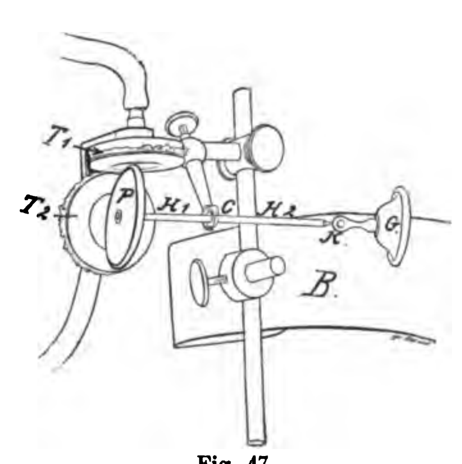


Fig. 47.
Apparat zur zweidimensionalen Registrierung von Bewegungen der Stirnhaut nach R. Sommer.

Vor allem versuchte man aber zunächst die rein mechanische Aufzeichnung von Ausdrucksbewegungen und zwar vor allem auch der „mimischen“ Muskulatur des Antlitzes, was bei Rousselot speziell phonetischen Studien diente[4]). Auch zum Nachweis unwillkürlicher Flüsterbewegungen beim innerlichen Hersagen, die Lehmann und Hansen (a. S. 408, A. 1 a. O.) nach rein akustischen Methoden festzustellen suchten, wurde die phonetische Graphik von H. S. Curtis[5]) mit Erfolg verwendet. Sommer, der übrigens, auch die akustisch-phonetischen Methoden (den Phonographen) in den Dienst der Diagnostik stellte[6]), registriert von den mimischen Ausdrucksmomenten insbesondere die Bewegungen der Stirnmuskulatur, wobei die in Fig. 47 abgebildete Vorrichtung die horizontalen und vertikalen Verschiebungen einer Stelle der Stirnhaut mit je einem Mareyschen Tambour gleichzeitig auf

1) Vgl. Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 343 ff.

2) Vgl. auch die Photographien bei Sante de Sanctis, die Mimik des Denkens (Übersetzt von J. Bresler), 1906. Zu psychologisch-pädagogischen Experimenten wurde die einfache Photographie in neuerer Zeit vor allem auch von R. Schulze angewandt (Die Mimik der Kinder beim künstlerischen Genießen, ausführlich aufgenommen in sein Buch: Aus der Werkstatt der experimentellen Psychologie und Pädagogik 1909, S. 117 ff und 147 ff.)

3) R. Sommer, Lehrbuch der psychopathologischen Untersuchungsmethoden, 1899. S. 5 ff.

4) Vgl. J. Poirot, Die Phonetik (Dies. Handb. III, 6. Abt., S. 1 (S. 9 ff.))

5) Automatic movements of the Larynx. Am. Journ. of Psychol. XI,2. 1900, S. 237.

6) a. a. O. S. 140 ff.

einer Trommel gesondert zu registrieren gestattet[1]). Der Mechanismus ist aus der Figur ohne weiteres ersichtlich, wenn man berücksichtigt, daß der im Kugelgelenk C drehbare Hebel H_1H_2 die Bewegungen des bei K angesetzten und auf der Stirnhaut fixierten Saughütchens G aufnimmt und durch seine Platte P deren vertikale Komponente an die Mareysche Aufnahmekapsel T_1, deren horizontale aber an T_2 weitergibt. Der Träger des Ganzen wird mittelst der Binde B so am Kopfe befestigt, daß die Stirne bis auf die von G berührte Stelle frei bleibt. Diese Befestigung solcher und ähnlicher Apparate am Kopfe und eine spezielle Belastung einzelner Partieen wirkt bei der Registrierung allerdings leicht störend auf die Einstellung des Bewußtseins im ganzen ein und läßt die Verwendung dieser Apparate zur Analyse von Gemütsbewegungen weniger geeignet erscheinen[2]), als analoge Vorrichtungen zur Aufzeichnung der kleinsten unwillkürlichen Bewegungen der Extremitäten, die an das Arbeiten gegen äußere Widerstände gewöhnt sind, weshalb z. B. auch die ganze Ergographie günstige allgemeine Versuchsbedingungen darbietet. Mit dieser Verfeinerung der „pantomimischen" Analyse hatte denn auch Sommer seine graphische Registrierung der kleinsten unwillkürlichen Bewegung nach den drei Hauptkomponenten zunächst begonnen, nachdem schon Jastrow auf die psychologische Bedeutung der Registrierung solcher Vorgänge überhaupt hingewiesen hatte.[3]) Bei den beiden Apparaten Sommers, mittelst deren man die Bewegungen der Hände und der Beine aufzeichnen kann, werden diese jedoch nicht pneumatisch, sondern unmittelbar mechanisch durch ein Hebelsystem auf drei Schreibhebel an einer Schreibtrommel übertragen[4]).

Bei dem Handapparat ruht der Ellbogen in der Schlinge am Stativ A_2A_2, während ein oder mehrere Finger ausgestreckt auf die Platte B_1 eines steigbügelartigen Rahmens gelegt werden, die zunächst bis zum Beginn des eigentlichen Versuches von dem verstellbaren Stativ A_5 fest gestützt wird. Von dem oberen Ende des Rahmens geht nun ein Stab nach oben, der zunächst bis zum Angelpunkt a um den oberen Teil des Gerüstes A_3A_3 herum (auf der Figur nach links) ausbiegt, in a selbst mit einer vertikal nach unten gerichteten Spitze für ein Spitzenlager versehen ist, und von da aus noch um den senkrecht nach oben reichenden Stab V verlängert ist. Läßt man nun zur Registrierung der Hand-

---

1) Zur Messung der motorischen Begleiterscheinungen psychischer Zustände. Sommers Beiträge zur psychiatrischen Klinik. I. Heft 3. 1902, S. 143 (S. 145, Messung physiognomischer Ausdrucksbewegungen an der Stirnmuskulatur).

2) Die Fixierung der Apparate außerhalb des Körpers würde nicht nur ganz andere Bewegungen, eben die unwillkürlichen Schwankungen des Kopfes im ganzen, hereinbringen, sondern außerdem auch eine ganz gezwungene willkürliche Anstrengung zur größtmöglichen Ruhe einführen.

3) Jastrow, A Study of involuntary movements (Stud. f. Univ. of Wisconsin) Amer. Journ. of Psych. IV, 1892, S. 398, und A further study of involuntary movements V, 1893, S. 223. Auch die dreidimensionale Analyse von Bewegungen war in psychologischen Versuchen, allerdings viel komplizierter wie bei Sommer, von Solomons und Stein versucht worden (Normal motor automatisme (Psychol. Lab. of Harvard Univ.), Psych. Rev. III, 1896, S. 492).

4) a. S. 458 A. 3 a. O. S. 93 ff. und „Die dreidimensionale Analyse der Ausdrucksbewegungen" Zeitschr. f. Psychol u. Ph. der S. Bd. 16, 1898, S. 275, Ber. d. III. intern. Kongr f. inn. Medizin 1896, S. 574, „Eine graphische Methode des Gedankenlesens", Ber. d. III. intern. Kongr. f. Psychol. in München 1896 (1897), S. 383 und „Die Ausstellung von exp.-psychol. Apparaten und Methoden bei dem 1. Kongr. f. exp. Psychologie in Gießen". Leipzig 1904, S. 46.

bewegungen das Stativ A_5 herab, so daß sich B_1 frei bewegen kann, so dreht sich das soeben beschriebene System B_1 a V um die Spitze bei a. Wäre deren Lager s fest, so würden zunächst nur einerseits die seitlichen Bewegungen von B_1 (rechts und links von der V.-P.) durch Zwischenhebel in Vertikaldrehungen des an dem oberen Gerüst A_4A_4 befestigten mittleren Schreibhebels B_4 umgesetzt, und andererseits die Vor- und Rückwärtsbewegungen von B_1 bzw. V (die Stoßbewegungen der Hand) in Vertikalbewegungen des oberen Schreibhebels B_5. Da aber nun auch das Lager s der Spitze von a in der Hülse h vertikal verschiebbar ist und nur bei B_2 durch den einen Arm des an dem Gerüstansatz st wie eine Wage schwingenden Hebels (mit dem Gegengewicht g am anderen Arm) getragen wird[1]), so können auch Vertikalbewegungen der

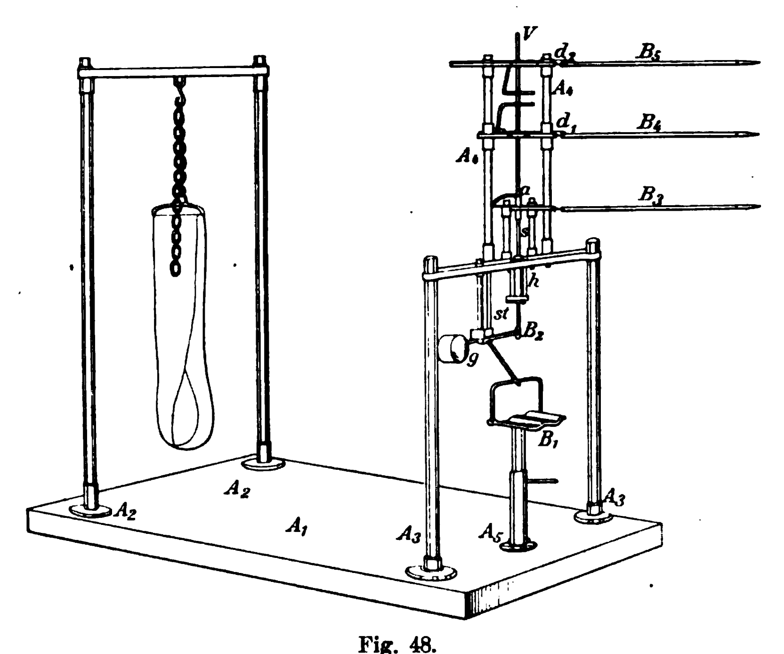


Fig. 48.
Apparat zur dreidimensionalen Analyse von Bewegungen der Hand nach R. Sommer.

Grundplatte B_1 durch s unmittelbar auf den Schreiber B_3 übertragen werden. Die Empfindlichkeit dieses Hebelsystems ist so groß, daß sich in den Niveaulinien der drei Hebel die Oszillationen kundgeben, die auch die Hand des Normalen z. B. bei dem leisen Affekt der Wahrnehmung eines intensiv erwarteten Objektes in einer für dieses bisweilen charakteristischen Form ausführt und die auch bei dem taktilen „Gedankenlesen" eine Rolle spielen sollen.

Der etwas widerstandsfähigere Apparat zur Registrierung kleiner unwillkürlicher Beinbewegungen ist im wesentlichen analog gebaut. Ein langer gerader Stab, der mit einer seitlichen Muffe am Sprunggelenk befestigt und vermittelst eines ihn durchsetzenden Hebels und eines über Rollen laufenden Gewichts äquilibriert ist, reicht durch eine Tischöffnung nach oben, in der er innerhalb eines Rollenlagers vertikal verschiebbar und zugleich in jeder Höhenlage wie ein Zentrifugenpendel beweglich ist. Die letztere Bewegung des über den Tisch reichenden Stabendes wird nun wie bei dem Handapparat (Fig. 48) in die Stoßkomponente für einen mittleren und in die Horizontalkomponente für einen unteren Schreibhebel zerlegt. Für die Vertikal-

1) Zum Verständnis der Figur darf man also vor allem nicht den Hebel an st mit B_1 und seinem hinter st vorbeigehenden gebogenen Arm verbunden denken.

komponente tritt auch hier erst noch eine besondere zu dem oberen Schreiber führende Hebelvorrichtung ähnlich wie bei einem verkleinernden Storchschnabel dazwischen, in welcher der vorhin genannte Äquilibrierungshebel ein Verbindungstück bildet.

Mit dem Beinapparate untersuchte Sommer übrigens auch den Verlauf des Kniesehnenreflexes, zu dessen konstanter Auslösung durch exakt abstufbare Schlagintensitäten er auch noch einen besonderen Reizapparat konstruiert hatte[1]), der die gewöhnliche Art, den Reflex freihändig mittelst eines Hammers auszulösen, nur unter genau regulierteren Bedingungen nachahmt. Bei der großen diagnostischen Bedeutung dieses Reflexes, der sich im wesentlichen in einer Pendelebene abspielt, wurde von Sommer hierzu auch ein besonderer Registrierapparat (sog. Reflexmultiplikator) konstruiert[2]), bei dem der frei bewegliche Unterschenkel durch den über dem Fußgelenk angreifenden Zug eines Gewichtes äquilibriert ist. Die Schnur, an der das Bein aufgehängt ist, läuft über eine an einem Gerüst befestigte Rolle und führt in dem genau vertikal hängenden Teile, der das Gewicht trägt, zugleich den Schreiber am Kymographion[3]).

Im Zusammenhange der Reaktionsversuche (vgl. Kap. 20, § 77, d, 3) war man übrigens schon früher auf die unwillkürlichen Bewegungstendenzen aufmerksam geworden, die sich trotz der Absicht zur Ruhe in dem Vorbereitungsstadium jederzeit ergeben, wenn man in Erwartung des Reizes innerlich zu der tatsächlichen Bewegung im nächsten Augenblicke bereit ist[4]). Doch wurden bei Reaktionsversuchen zunächst erst noch andere ungewollte Bewegungen graphisch aufgezeichnet, die sich bei sogen. disjunktiven Reaktionen (s. unten § 81 c) im Hauptstadium einstellen, bei denen man z. B. gleichzeitig bereit ist, mit dem einen Finger zu reagieren, wenn das Reizmotiv a_1 auftritt, mit einem andern auf a_2 usw. Féré wies nämlich hierbei kleine unwillkürliche Mitbewegungen sämtlicher tätigkeitsbereiter Finger bei jedem beliebigen Reizmotiv nach, indem er alle arbeitenden Finger auf je einen Mareyschen Tambour aufsetzen ließ und als die eigentliche Reaktion einen Druck auf den Tambour verabredete. Bei diesen Versuchen Férés wird also, ähnlich wie auch bei allen Reaktionen durch Niederdrücken eines federnden Tasters bis zum Schluß eines zunächst offenen elektrischen Kontaktes, im Ruhestadium überall die nämliche freie, bzw. nur ganz wenig unterstützte Haltung des reagierenden Gliedes gegen einen federnden Widerstand eingehalten, wie bei dem Sommerschen Handapparat. Unter solchen Bedingungen läßt sich aber dann auch schon im Vorbereitungsstadium jeder beliebigen einfachen Reaktion (s. § 81, a) eine oszillierende Unruhe nachweisen, die je nach den unten weiter zu erörternden Versuchsbedingungen charakteristische Verschiedenheiten zeigen kann, wozu wiederum auch der Sommersche Apparat gut zu gebrauchen ist, wenn auch zum Nachweis einer Bewegung überhaupt hier im allgemeinen die Druckkomponente genügt.

---

1) a. a. O. S. 24f.

2) Ebenda, auch schon veröffentlicht in der deutschen medizin. Wochenschrift 1894, Nr. 45.

3) a. a. O. S. 24ff.

4) Vgl. Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 409.

Gerade weil man aber im Vorbereitungsstadium der Reaktion in gespannter Erwartung ist, fühlt man sich hierbei ruhiger und sicherer, wenn die Schließung oder Unterbrechung des entscheidenden Kontaktes erst durch eine energische Muskelspannung erreicht wird, hinter der die kleinen gleichgerichteten Spannungsänderungen der Ungeduld weit zurückbleiben. Obgleich dies nun auch bei der eben genannten Haltung, die z. B. bei der Reaktion mittelst einer Druckvorrichtung (wie für elektrische Klingeln) vorliegt, durch eine entsprechende Stärke der Gegenfeder und Entfernung des kontaktschließenden Stückes von der Endlage wohl erreichbar ist, bedient man sich in psychologischen Laboratorien zur Vermeidung einer toten Bewegung des Reaktionsapparates[1]) jetzt wohl meistens der Unterbrechung eines Kontaktes, die bereits bei der geringsten Bewegung der Vorrichtung in der entscheidenden Richtung eintritt. Dabei verwendet man vor allem die Unterbrechung eines Kontaktes, der im Vorbereitungsstadium zunächst durch Anspannung der Antagonisten der zur Reaktion berufenen Muskeln aufrecht erhalten wird, könnte aber hierzu natürlich auch einen plötzlich verstärkten Druck in der nämlichen Richtung wählen, in der das reagierende Glied schon im Vorstadium an den Tasterknopf sich anlegt, wobei man also gegen eine kontaktschließende Feder arbeitete. Da aber nun in diesen beiden Fällen die kleinen unwillkürlichen Spannungen bzw. Spannungssteigerungen in Richtung der Kontaktbrechung durch den Widerstand der Antagonisten bzw. der Apparatfeder vollständig überwunden werden, so kann man sie natürlich auch nicht mehr unmittelbar von dem hierbei völlig ruhig bleibenden Reaktionsapparat aus registrieren, sondern die V.-P. kann sie höchstens in ihren Tastempfindungen konstatieren. Iudd[2]) hat nun vor allem zur Kritik der Versuche von W. G. Smith[3]), die eine antagonistische Vorbewegung unmittelbar vor der eigentlichen Reaktion bei vielen Personen beweisen sollten, wenigstens bei einer Annäherung an jene Reaktionsweise mit Unterbrechung eines antagonistisch aufrecht erhaltenen Kontaktes die unwillkürlichen Bewegungen des Vorstadiums zu registrieren versucht, indem er den Taster im ganzen auf eine elastische Unterlage brachte, deren Feder aber stärker als die innerhalb des Kontaktes war[4]). Ein mit der Unterlage verbundener Schreiber zeichnete somit bis zur Unterbrechung des Kontaktes alle Änderungen der Spannung getreu auf, also auch die noch nicht zur Unterbrechung des Kontakes hinreichenden Verminderungen. Indessen wird mit einer solchen Vorrichtung doch gerade der Hauptcharakter der Einstellung verschoben, daß eben das reagierende Glied bis zur Handlung auf einem objektiv absolut ruhigen Punkt aufruht. Denn bei objektiven Verschiebungen außerhalb der elastischen Teile des Fingers selbst können besondere unwillkürliche

1) Eine tote Spannungsänderung der Muskulatur ist natürlich niemals zu vermeiden. wenn der Kontakt nicht bereits von den unvermeidlichen unwillkürlichen oder zufälligen Bewegungen der Hand verändert werden soll.

2) Iudd McAllister and Steele, Analysis of reaction Movements. Psych. Rev. Monogr. Suppl. Vol. VII. 1. 1905 (Stud. f. Yale) S. 141.

3) Antagonistic Reactions. Mind, Jan. 1903, S. 47.

4) Die analoge Konstruktion bei der Unterbrechung durch eine gleichgerichtete Bewegung läßt sich aus dem Gesagten wohl leicht ableiten.



Bewegungstendenzen entstehen, die dort fehlen. Man könnte also höchstens die Feder der Unterlage so kräftig wählen, daß die Tastempfindungen denen bei unelastischer Fundierung hinreichend gleichkommen, könnte aber dann natürlich auch die Spannungsänderungen höchstens durch vergrößernde Übertragungen, eventuell mit optischen Hilfsmitteln deutlich genug registrieren. Auch bei den Sommerschen Apparaten sind entsprechende Änderungen der Spannungsverhältnisse durch Regelung der Gegengewichte (z. B. g in Fig. 48) erreichbar.

19. Kapitel.

Symptomatische Veränderungen an unwillkürlichen oder völlig unbewußt ausgelösten Vorgängen.

71. Mechanisierte Willkürhandlungen.

Während einzelne neue Willkürimpulse, wie gesagt, höchstens bei der Forderung gewisser Extreme unter hinreichend eindeutigen Voraussetzungen ablaufen, enthält nun eine geläufige Willkürtätigkeit in ihren einzelnen Zügen, wie sie nicht mehr erst durch neue Willkürimpulse dirigiert zu werden brauchen, sondern in gewissen Quantitätsverhältnissen rein gewohnheitsmäßig ablaufen, selbst bereits eine genügend feste Norm, um aus etwaigen Abweichungen hiervon auf Änderungen des gewohnten Bewußtseinszustandes im ganzen oder auf spezielle Nebeneinflüsse einzelner gleichzeitiger Akte schließen zu lassen, ähnlich wie bei neuen Willkürbewegungen, die erst im einzelnen nach bestimmten Vorschriften vollzogen werden sollen (vgl. S. 453). Auch in dieser Richtung lassen sich vor allem wieder mit Hülfe der kinematographischen Methode, die leicht einen Überblick über den ganzen Körper verschafft, psychologische Symptome ableiten, indem man die V.-P. bei der Ausführung gewohnter Beschäftigungen aufnimmt[1]). Da aber bei den Rückschlüssen auf die sonstige Bewußtseinslage hierbei, wie gesagt, stets ihre Interferenz mit dem gewohnten Ablauf der Impulse ohne spezielle Konzentration auf die Einzelheiten der Handlung vorausgesetzt ist, so wird alles darauf ankommen, daß die V.-P. entweder von der gleichzeitigen Aufnahme der gewohnten Beschäftigung überhaupt nichts weiß, oder daß sie wenigstens von einer solchen Kenntnis so weit zu abstrahieren vermag, daß sich die Verhältnisse zwischen den Bewußtseinsgraden der einzelnen Impulse nicht wesentlich verschieben[2]).

1) Vgl. Sommer a. S. 458, A. 3 a. O.

2) Bezüglich der Methoden zur Analyse dieser Bewegungsvorgänge der willkürlichen Muskulatur im einzelnen kann hier wieder nur ganz im allgemeinen auf die Spezialliteratur verwiesen werden. In vieler Hinsicht können die vorhin in § 70 erwähnten Methoden Verwendung finden, soweit sie eine hinreichende Exkursion der Bewegung gestatten. Der speziellen Bewegungslehre über die Fortbewegung des Körpers, über die

72. Allgemeine methodische Gesichtspunkte bei der Konstatierung psychischer Symptome in den ganz oder teilweise unbewußt ausgelösten Lebensvorgängen.

Den symptomatischen Veränderungen mechanisierter[1]) Willkürhandlungen sind aber ihrem ganzen Wesen nach offenbar die ebenso verursachten Modifikationen des gewohnten Ablaufes automatischer Lebensprozesse nahe verwandt. Bei diesen Prozessen können ja auch teilweise ebenfalls neue Willkürimpulse auslösend oder verändernd eingreifen, während allerdings andere, wie der Blutkreislauf, einer isolierten[2]) willkürlichen Beeinflussung im allgemeinen völlig entzogen sind, so daß gewisse Veränderungen derselben nur nach den nämlichen objektiven Induktionsregeln als von Bewußtseinszuständen kausal abhängig zu erweisen sind, nach denen man eben auch zwischen lauter außerpsychischen Vorgängen eine eindeutige Abhängigkeitsbeziehung wissenschaftlich abzuleiten pflegt. Wie schon S. 229 und früher in der Einleitung hervorgehoben wurde, ist hierzu natürlich stets eine möglichst genaue Kenntnis des jeweiligen Bewußtseinsverlaufes, und zwar auch in seinen dunkleren Regionen vorauszusetzen, die jedoch hierbei womöglich nicht aus der stets störenden Analyse während der Registrierung der Symptome selbst, sondern aus den allgemeinen Versuchsbedingungen[3]) und den früheren Erfahrungen entnommen werden soll.

Hierbei sind die Zeitpunkte[4]) der Reizeinwirkungen wie bei rein physiologischen Versuchen möglichst fehlerfrei zu registrieren, ebenso aber auch der Eintritt etwaiger reproduktiv erzeugter Gemütszustände. Bei letzteren gefährdet allerdings die eigene Reaktion der V.-P. unter Umständen die

Sprechbewegungen u. a. hat sich in neuerer Zeit vor allem auch die Graphologie als ein besonderer Wissenszweig angeschlossen, der für die psychologische Symptomatik ebenfalls von Wichtigkeit ist (vgl. E. Javal, die Physiologie des Lesens und Schreibens, deutsch von Haas 1906). Ich erwähne hier nur die Schriftwage Kraepelins, durch welche die Druckverhältnisse beim Schreiben untersucht werden können (Kraepelins Psychol. Arbeiten, Bd. I, 1896, S. 20 und Ad. Groos, Untersuchungen über die Schrift Gesunder und Geisteskranker, Ebda. II, 1899, S. 450). Vgl. außerdem die Literaturangaben in Wundts Grundz. der Physiol. Psychol. III⁶, 1911, S. 584f.

1) Wundt, Grundzüge der Physiol. Psychologie III⁶ 1911, S. 288.

2) Vgl. Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 47 und 347.

3) Seitdem O. Vogt die Hypnose bei der Gefühlsanalyse verwendete (a. S. 446 A. 1 a. O.), hat man sich ihrer insbesondere auch bei dem Studium der Ausdruckssymptome gern bedient. Abgesehen von der normalen Veränderung des psychischen Zustandes im allgemeinen können aber hierbei auch die speziellen Funktionen, auf denen die Ausdruckssymptome beruhen, modifiziert sein. Dies gilt wohl vor allem auch für die vasomotorischen Symptome, bei deren Untersuchung besonders E. Weber (a. S. 452 A. 1 a. O.) die Hypnose bevorzugt. Wie diese beim normalen Schlafe eigenartige sind, so wird wohl auch die Hypnose ihre vasomotorischen Eigenheiten besitzen, welche die Ergebnisse am Hypnotisierten nicht ohne weiteres auf den Normalzustand übertragen lassen.

4) Die fortlaufende Zeitmarkierung, z. B. mittelst der Baltzarschen Kontaktuhr, muß wegen der kräftigen Wirkung aller Rhythmen auf die Ausdruckssymptome so geräuschlos als möglich sein. Man schließt daher am besten die in einem entfernten Raum befindliche Uhr an einen Elektromagneten an, dem gegenüber man eine mit einer Eisenplatte beklebte Aufnahmekapsel in einer den Anschlag der Platte am Magnet verhindernden Entfernung montiert, die mit einem Mareyschen Schreiber verbunden wird. Auch das Kymographion ließ Wundt für solche Versuche mit möglichst geräuschlosem Gange konstruieren. Die bei vielen anderen psychologischen Versuchen eingeführte Isolierung der V.-P. in einem besonderen Raume ist allerdings hier bisher nicht üblich

äußere Haltung[1]) und innere Einstellung, weshalb man sich bezüglich solcher ohnehin niemals ganz präzis registrierbarer und träger ablaufender Prozesse auch mit der indirekten Registrierung durch den seitens der V.-P. mit leisem Zurufe avisierten Experimentator begnügte.

Bei der großen Menge zufälliger Nebeneinflüsse muß man sich freilich auf diesem besonders schwierigen Gebiete vor allzu frühen Behauptungen allgemeiner Korrelationen hüten, wenn ein paarmal bestimmte psychologische und physiologische Änderungen gleichzeitig beobachtet worden sind, und darf seine Schlüsse nur auf ein für jede V.-P. umfassendes Material ohne willkürliche Auslese gründen. Auch das alte Baconsche Prinzip der „Tafel der Grade" kann bei der Induktion solcher neuer Zusammenhänge zwischen quantitativ abstufbaren psychischen und physiologischen Vorgängen wertvolle Dienste leisten. Keinesfalls dürfte aber aus der Tatsache, daß die registrierbaren physiologischen Ausdruckssymptome der Atmung, des Blutkreislaufes usw. von den dem Bewußtsein zunächststehenden zentralen Prozessen durch eine Reihe rein physiologischer Zwischenglieder mit allerlei komplizierenden Wechselwirkungen getrennt sind, ein prinzipieller Einwand gegen eine wissenschaftlich exakte Fixierung der Ausdruckssymptome zu entnehmen sein[2]), deren Vorhandensein als solcher zweifellos feststeht. Nur wird natürlich die richtige Deutung bestimmter Befunde im allgemeinen schließlich immer sehr viele Möglichkeiten zu berücksichtigen haben.

Soweit die registrierten physiologischen Vorgänge noch willkürlich zu beeinflussen sind oder wenigstens mit bewußten, nur eben rein triebartigen Impulsen oder Erregungszuständen in einem der Willkürhandlung analogen Zusammenhange stehen, was beides vor allem bei der Atmung der Fall ist, wird man die symptomatischen Änderungen auch in der Selbstbeobachtung unmittelbar erfassen oder wenigstens wiedererkennen können, nachdem man durch das objektive Symptomenbild einmal auf sie aufmerksam geworden ist. Schließlich ist wohl auch sogar zu erwarten, daß diese dem

gewesen, da man die Schreiber am Kymographion fortgesetzt kontrollieren mußte und allzu große Schlauchlängen, die durch die Wand in einen benachbarten Raum reichen, vermeiden wollte.

1) Dies kann insbesondere bei der Registrierung der Kreislaufssymptome stören, die vor allem bei der Plethysmographie eine möglichst ruhige Haltung erfordert. In Versuchen von Slaughter über den Parallelismus zwischen den S. 345 erwähnten Aufmerksamkeitsschwankungen und dem Plethysmogramm (The fluctuation of the attention. The Am. Journ. of Psych. 12, 1900, S. 313), bei denen die Remissionen der Aufmerksamkeit von der V.-P. selbst registriert wurden, soll hierdurch nach Berger und E. Weber (vgl. a. S. 452 a. O., S. 346) geradezu ein dem wahren entgegengesetzter Verlauf vorgetäuscht worden sein.

2) Es ist erfreulich, daß solche an sich sehr beachtenswerte und jedenfalls von reichem physiologischen Wissen getragene Einwände R. Müllers*) gegen A. Lehmanns erstmaligen Versuch einer umfassenderen psychologischen Deutung eines Teiles dieser Erscheinungen (a. S. 454, A. 3 a. O. I. Teil 1899) auch von seiten der Physiologen mit Entschiedenheit als viel zu weitgehend bezeichnet werden. Vgl. H. Berger a. S. 473 a. O. und E. Weber, a. S. 452 a. O. S. 59. Über die aus jenen physiologischen Wechselwirkungen entspringenden methodischen Schwierigkeiten der Deutung der Ausdruckssymptome, vgl. auch Wundt, Grundzüge der Physiol. Psychol. II[6] 1910, S. 279ff.

*) Zur Kritik der Verwendbarkeit der plethysmographischen Kurve für psychologische Fragen, Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. der S. 30, 1902, S. 340.

Bewußtseinsbestande selbst angehörigen Momente, also z. B. die bewußten Atmungsimpulse, von den psychophysischen Miterregungen und Wechselwirkungen, welche die funktionelle Grundlage der ganzen Symptomatik überhaupt ausmachen, relativ am meisten betroffen werden, ähnlich wie jene zuerst genannten mechanisierten, an sich jeweils willkürlich einsetzenden Handlungen.

73. Atmungssymptome.

Schon am Schlusse der allgemeinen Betrachtungen über die Konstatierung psychischer Einflüsse auf die Lebensprozesse war soeben auf die vorteilhafte Stellung der Atmungserscheinungen hingewiesen worden. Außerdem wird auch der Umstand, daß die Atmung als solche nicht einmal als Ganzes erst willkürlich ausgelöst zu werden braucht und für gewöhnlich noch mehr als solche gewohnte, nebenbei vollzogene Willkürtätigkeiten im Hintergrund des Bewußtseins verbleibt, zugleich die Abstraktion von der Tatsache ihrer Registrierung erleichtern, deren besondere Beachtung freilich hier dafür auch um so fremdartigere Nebeneinflüsse einführen würde[1]). Der Blutkreislauf vollzieht sich demgegenüber in viel festeren Formen, die momentanen Einflüssen seitens spezieller Bewußtseinszustände viel mehr entzogen sind, wenn sich auch dafür die Veränderungen präziser von gewissen mittleren Zuständen abheben können. So könnte es verwunderlich erscheinen, daß erst Meumann und Zoneff auf die besondere symptomatische Bedeutung der Atmung hingewiesen haben, wenn man nicht zugleich berücksichtigte, daß bei den Versuchen, die Symptome zu deuten, auf seiten des Bewußtseins häufig gerade die Tätigkeitsmomente gegenüber dem Gegensatz der Lust und Unlust vernachlässigt wurden, der in dieser Hinsicht (abgesehen von der gleichzeitigen Erregung) in den Affektzuständen weniger entscheidend zu sein scheint[2]).

Nach psychologischen Atmungssymptomen gesucht hat man aber bei ihrer populären Anerkanntheit schon so lange, als man überhaupt die Einflüsse der Gemütsbewegungen auf die Lebensfunktionen exakt registrierte. Mosso verwendete hierzu zunächst den Mareyschen Pneumographen[3]),

1) Die Gefahr dieses Nebeneinflusses, die bei der Auffälligkeit der Registriervorrichtungen nicht leicht durch Unwissentlichkeit zu beseitigen ist, hat schon Mosso hervorgehoben, der z. B. ihre Ausschaltung bei der Registrierung der Atmung im Schlafe für einen besonderen methodischen Vorzug vor den Versuchen mit wachen Personen betrachtete (a. S. 467 A. 2 a. O.). Am meisten dürfte ein solcher Fehler bei Ungeübten in Betracht kommen. R. Schulze fand es daher z. B. auch bei seinen Versuchen mit Schulkindern ratsam, der V.-P. zu suggerieren, daß es bei einem Versuch um den andern überhaupt nicht auf die Atmung, sondern auf andere Dinge abgesehen sei, und daß das Kymographion nur der Bequemlichkeit halber in Gang bleibe, ein an sich wohl ganz zweckmäßiges Verfahren, das nur leider nicht auf unterrichtete V.-P. anwendbar ist. Vgl. a. S. 458, A. 2 a. O. S. 102. Auch E. Weber glaubt diesen Nachteil der Symptomatik willkürlich modifizierbarer Prozesse höher als Meumann und Zoneff veranschlagen zu müssen. Vgl. a. S. 452 a. O. S. 23.

2) Vgl. Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 352ff.

3) Dieses Handbuch II, 2. Abt. 1908, I, F. Schenk, Atembewegungen, S. 16 (dort als „Thorakograph“ bezeichnet). Vgl. auch III, 6. Abt., J. Poirot, Phonetik, S. 9ff. (Die Atembewegung beim Sprechen) und S. 53ff. (Die aërodynamischen Eigenschaften des Luftstromes).

der jedoch wegen der relativen Starrheit seiner Unterlage nur für die Montierung über den Rippen oder am Brustbein, aber weniger zur Registrierung der Bauchatmung geeignet ist[1]). Für diese letztere verwendete daher schon Mosso bei ihrer erstmaligen Parallelaufnahme neben der thorakalen, (die allerdings zunächst im wesentlichen an Schlafenden zu einer rein physiologischen Orientierung unternommen wurde[2]), einen einfachen Hebel (d. h. einen Vierordtschen Sphygmographen, vgl. II, 4. Abt. S. 73), und ging somit vom pneumographischen zum stethographischen Prinzip über (vgl. Bd. II, 1. Abt., S. 4 ff). Meumann und Zoneff[3]) betonten ebenfalls die charakteristischen Unterschiede der thorakalen und abdominalen Atmung[4]), über die sie zum ersten Mal psychologisch gedeutetes veröffentlichten Material[5]). Sie nahmen aber doch auch die abdominale Atmung ebenso wie die thorakale mit dem Mareyschen Modell auf, da die Vergleichung der absoluten Ausschläge durch möglichst gleiche Aufnahmebedingungen begünstigt wird. Dabei erscheint es aber dann wohl vorteilhafter, umgekehrt auch für die Brustatmung ein Modell zu verwenden, das abdominal bequem zu tragen ist, weshalb jetzt öfter der schon von Lehmann benützte Brondgeestsche[6]) Pneumograph als besonders universell bevorzugt wird[7]), dessen Spannung allerdings jeweils sorgfältig zu kontrollieren ist[8]). Ähnlich, wie es oben bei der mechanischen Registrierung des mimischen Ausdruckes geltend gemacht wurde, wenn auch in etwas geringerem Grade, müssen freilich alle diese an sich ungewohnten, die Atmung und den Blutkreislauf selbst erschwerenden Bandagen bei psychologischen Versuchen als besonders unnatürliche Zutaten erscheinen, wenn auch wegen der Unbestimmtheit der Grenzen normaler Lebensbedingungen hierbei

1) Zur Vermeidung von Kältereizen an Brust und Bauch, die Atmung und Kreislauf in spezifischer Weise beeinflussen, sind Pneumographen im allgemeinen über einer leichten Kleidung zu montieren.

2) A. Mosso, Über die gegenseitige Beziehung der Bauch- und Brustatmung. Arch. f. Physiol. 1878, S. 441. (Umarbeitung eines schon 1878 im Archivio p. l. Sc. med., A. II erschienenen Aufsatzes.)

3) Über Begleiterscheinungen psychischer Vorgänge in Atem und Puls; Wundt, Phil. Stud. XVIII, 1903, S. 1 ff.

4) Von vier kreuzweise vernähten unelastischen Bändern umschnürte das obere horizontale Band mit dem thorakalen Pneumographen das Segment zwischen der ersten und zweiten Rippe. Das untere horizontale Band mit dem abdominalen Apparat lag unterhalb des Sternums.

5) Schon im W.-S. 1898/99 hatte G. Störring zum ersten Male in psychologischem Interesse die beiden Atmungskomponenten gleichzeitig registriert, aber sein Material erst 1906 veröffentlicht. (G. Störring, Experimentelle Beiträge zur Lehre vom Gefühl, Arch. f. d. ges. Psychol. 6, S. 325 ff.) Im Zusammenhange phonetischer Untersuchungen war auch H. Gutzmann auf die Wichtigkeit dieser Parallelaufnahme aufmerksam geworden. (Verh. des 20. Kongresses für inn. Medizin 1902, S. 508.)

6) II, 2. Abt. VI, S. 16.

7) Das von Gent (Wundt, Phil. Stud. 18, 1903, S. 715) benutzte Modell von Knoll (nicht das Mareysche!), das in einem einfachen Gummibeutel mit Schlauchspitze besteht, ist in seinen Elastizitätsverhältnissen für eine ausgedehntere Untersuchung kaum konstant genug. (Vgl. II, 2. Abt. ebenda.)

8) Eine Einheitlichkeit bezüglich des verwendeten Prinzipes wäre auch schon deshalb zu wünschen, weil sich die Mareysche Kurve bei der Ein- und Ausatmung der Brondgeestschen entgegengesetzt bewegt und daher auch nach Drehung um 90° der Brondgeestschen erst im Transparent oder Spiegelbild gleich ist.

nicht gerade von Versuchsfehlern, sondern eben nur von sehr speziellen Bedingungen gesprochen werden kann. Immerhin wird die Gewöhnung auch der Anordnung zu einer mehrfachen pneumographischen Registrierung manches von ihrer Lästigkeit benehmen. Während es aber bei an sich unbewußt verlaufenden Lebensprozessen, abgesehen von ihrer eventuellen Änderung durch direkte Auslösung von Reflexen, im wesentlichen bei der Ablenkung der Symptome nach seiten derjenigen der Stimmung der Beengtheit sein Bewenden hätte, kommt bei der Atmung freilich noch hinzu, daß diese Aufdringlichkeit der Apparatur die oben genannte Gefahr der Verschiebung der normalen Stellung der Atmungsimpulse im Bewußtsein (s. oben) und der willkürlichen Nachhilfe hierbei wesentlich erhöht, zumal die Behinderung nicht nur die Stimmung im allgemeinen verändert, sondern auch speziell Atmungsstörungen, insbesondere den Trieb zu tiefem Aufatmen mit sich bringt. Jede deutlicher hervortretende Seite der Behinderung regt dabei eine besondere Beachtung und Innervierung spezieller Komponenten an, die ohnedies überhaupt niemals isoliert heraustreten würden. Doch sind diese Störungen wohl noch am geringsten, wenn der allgemeine Bewußtseinszustand, dessen Atmungssymptome untersucht werden sollen, in einer auf bestimmte Wahrnehmungen oder Gedanken konzentrierten Willenstätigkeit besteht, wie z. B. bei der pneumographischen Analyse des ganzen Verlaufes einer Auffassungs- oder Reaktionsleistung, deren Präzision außerdem noch gleichzeitig kontrolliert wird. Die V.-P. wird also der unnatürlichen Beachtung der Atmung vor allem da zu begegnen haben, wo mehr passive Stimmungen, z. B. beim ästhetischen Genuß von Farben, Tönen usw., entstehen sollen, bei denen an und für sich eine gewisse Expansionstendenz der Apperzeption vorhanden ist.

In neuester Zeit wurde die Analyse selbständig variabler Komponenten der Atmung noch bedeutend verfeinert, insbesondere durch die Feststellung verschiedener Hauptformen des gesanglichen und rhetorischen Vortrages[1]). Diese spezifisch willkürliche Funktion der Respirationsmuskeln steht hierbei mit den Innervationen der übrigen bei der Stimmbildung beteiligten Muskulatur sowie mit der Haltung und Bewegung des ganzen Körpers im engsten Zusammenhange. Die Nachprüfung der zunächst ohne besondere physiologische Apparate ausgesuchten Punkte, welche sich je nach dem „Typus“ in charakteristischer Weise verschieben, ist jedoch Aufgabe der phonetischen Methoden. Die bedeutende Steigerung der instrumentellen Belastung der Körperfläche, die eine gleichzeitige Kontrolle mehrerer der in Betracht kommenden Punkte mit sich bringt, vermehrt natürlich die Gefahr einer unnatürlichen Bewußtseinsstellung der Atmungsimpulse, die allerdings bei der Registrierung des aktuellen Vortrages selbst wieder durch die Konzentration auf den Gegenstand wesentlich vermindert werden kann. Letzteres gilt auch für die schon S. 477 genannte Anwendung der „Reproduktionsmethode“ im engeren, S. 10 erläuterten Sinne, bei der Rehwoldt in einem nach O. Rutz' Angaben erweiterten Umfange Atmungssymptome registrierte. Fig. 49 zeigt schematisch die fünf Stellen der Brust und des

1) Vgl. Ottmar Rutz, Neue Entdeckungen von der menschlichen Stimme, 1908. Ders. Neue Ausdrucksmittel des Seelischen, Arch. f. d. ges. Psychol. Bd. 18, 1910, S. 234.



Unterleibes für fünf an unelastischen Bändern montierte Brondgeestsche Pneumographen, deren Kurven von Rehwoldt samt einem Sphygmogramm auf einem Kymographion mit Heringscher Schleife untereinander aufgezeichnet wurden[1]. Soweit diese Punkte freilich, wie A_1, A_2 oder A_4, A_5 auf dem nämlichen Segmente liegen, könnten ihre Verschiebungen unabhängig voneinander höchstens durch sog. Stethographie[2]) registriert werden. Jedenfalls sind nach alledem, wie auch Meumann und Zoneff besonders betonen, die Symptome je nach der Abnahmestelle verschieden genug, um Pneumogramme nur bei gleicher Applikation des Apparates vergleichbar erscheinen zu lassen.

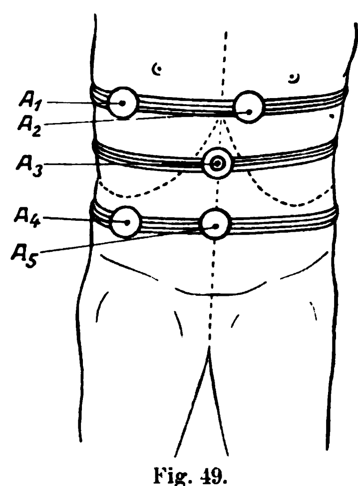


Fig. 49.
Die Anordnung zur gleichzeitigen Registrierung der Atmung mit fünf Brondgeestschen Pneumographen auf Brust und Unterleib in den Versuchen von Rehwoldt.

Außerdem ist aber vor allem auch erforderlich, daß sich die Anordnung sowie die allgemeinen subjektiven Bedingungen der Respiration[3]) während der Untersuchung nicht ändern. Bezüglich der instrumentellen und der muskelphysiologischen Bedingungen böte nun gerade die Atmung wegen ihrer willkürlichen Auslösbarkeit den besonderen, bei den unbewußten Lebensprozessen fehlenden Vorteil dar, daß die V.-P. auch wieder jene eindeutigen Haltepunkte in der Einschätzung des Effektes einfacher Impulse, nämlich die Extreme der größtmöglichen Inspiration und Exspiration, zu einer jeweiligen Kontrolle willkürlich einführen könnte[4]). Gerade bei diesem

1) Vgl. den der Abhandlung Rehwoldts beigegebenen Kurvenatlas.

2) Vgl. Bd. II, 2. Abt., S. 4 ff.

3) Bezüglich der spirometrischen Untersuchung, die noch mehr Störungen der V.-P. durch die Anordnung nötig macht, aber außerhalb der eigentlichen psychologischen Versuche zu Kontrollen beigezogen werden kann, vgl. Bd. I, 3. Abt. II, Tigerstedt, Respirationsapparate und III, 6. Abt. Poirot, Phonetik S. 53ff.

4) Da diese extremen Amplituden bei einer Einstellung des Schreibers, die für eine möglichst differenzierte Aufzeichnung der tatsächlich vorkommenden Atemzüge am zweckmäßigsten ist, häufig gar nicht mehr registriert werden könnten, wären hierzu die Spannungsverhältnisse des Systems durch Eröffnung eines zweiten konstanten Manometerraumes jeweils erst passend abzuändern.

Unternehmen tritt aber wieder die verschiedene psychologische Stellung der einzelnen Komponenten deutlich hervor. Der Versuch, eventuell bestimmte Segmente, über denen die Pneumographen montiert sind, in extreme Stellungen zu bringen, könnte offenbar zu sehr unnatürlichen Einstellungen mit ungünstigen Nachwirkungen für den ganzen Versuch führen. Rekurriert man aber doch einmal auf ein natürliches Innervationsverhältnis der einzelnen Komponenten, wie es ja schließlich auch bei der Ableitung der Extreme an sich wohl möglich wäre, so ist man doch wiederum auf die Konstanz von Koordinationen im Verlauf des ganzen Versuches angewiesen. Daher war man denn bisher auch mit dem Nachweis des gleichen Prospektes der Kurve bei möglichst natürlicher mittlerer Normalatmung in den verschiedenen Zeitpunkten der Untersuchung zufrieden, der dann zugleich die instrumentelle Konstanz verbürgt.

Psychologische Atmungssymptome können, ebenso wie es oben von den Willkürbewegungen gesagt wurde, in allen Einzelheiten des konkreten Pneumogrammes gefunden werden. Bisher begnügte man sich aber im wesentlichen mit der Feststellung der Dauer eines Atemzuges und seiner beiden Hauptphasen der Inspiration und Exspiration einerseits (der „Längen“ in Kurvenmaßen)[1]) und der Atemtiefe (bzw. der Kurvenhöhe und des jeweiligen Niveaus) andererseits. Dabei ist vor allem nach der Exspiration, die gewissermaßen den Abschluß eines einheitlichen Atmungsaktes darstellt, häufig eine besondere Pause zu erkennen, und bisweilen, wie es schon der Einteilung von Vierordt und Ludwig zugrunde lag, auch nach der Inspiration. Um auch die oft charakteristische Form des Ablaufes im einzelnen wenigstens noch in einem weiteren Zahlenwert zum Ausdruck zu bringen, bestimmte Rehwoldt auf Vorschlag von Salow auch noch die Höhen Hi und He des Pneumogrammes in den Zeitpunkten, die zwischen dem Beginn und dem Abschluß der Inspiration bzw. der Exspiration gerade in der Mitte liegen, und setzte diese zu der Höhe im Maximum der Einatmung ins Verhältnis[2]). Insbesondere bei der Untersuchung der Konkurrenz zwischen der Atmung und einer intensiven Konzentrationsleistung fanden Meumann und Zoneff auch noch den abgeleiteten Wert der sog. „Atmungsgröße“ charakteristisch[3]), die als das Produkt aus der mittleren Summe der thorakalen und der abdominalen Atemhöhen in je 10 Sek. einerseits und der mittleren Atemfrequenz in dieser Zeitstrecke andererseits definiert wird, und „in gewissem Maße dem Quantum der aus- und eingeatmeten Luft entspricht“. (Vgl. S. 469, A. 3.)

---

1) G. Störring gab a. S. 467, A. 5 a. O. zum ersten Male die charakteristischen Verhältnisse J : E zwischen den Längen der Inspiration und der Exspiration an.

2) Vgl. Rehwoldt, a. S. 447, A. 2 a. O. S. 149. Über die Charakterisierung des symptomatisch wichtigen Grades der Regelmäßigkeit der Atmung durch die Angabe mittlerer Variationen (Schwankungsbreiten) vgl. auch Salow, Der Gefühlscharakter einiger rhythmischer Schallformen in seiner respiratorischen Äußerung. Psychol. Stud. IV, 1908, S. 1.

3) a. a. O, S. 47.

74. Symptomatische Änderungen im Blutkreislauf.

a) Druck- und Volumpuls, insbesondere das Unterarmplethysmogramm.

Die psychischen Einflüsse auf den Blutkreislauf wurden seit A. Mosso bisher vor allem am Sphygmogramm (s. Bd. II, 4. Abt. S. 70 ff.) und am Plethysmogramm (ebenda S. 272 ff.) studiert[1]). Zu der S. 465 geforderten Unterscheidung rein physiologischer Einflüsse von den gesuchten psychologischen Symptomen muß dabei vor allem die gleichzeitige Atmungsperiode bekannt sein, also womöglich stets gleichzeitig ein Pneumogramm aufgenommen werden. Denn die Dauer der einzelnen Pulse, die auch hier am exaktesten festgestellt werden kann, ist während der Inspiration im Mittel kürzer als während der Exspiration, was insbesondere bei der Beurteilung kurzdauernder Symptome wichtig ist[2]). Beim Volumpuls hat man außerdem die ebenfalls mit der Atmung synchronen Traube-Heringschen Wellen als solche zu erkennen, wozu dann freilich auch noch andere automatische Niveauverschiebungen kommen, sog. Mayersche Wellen, die aber bei genauer Markierung der Reizzeiten im allgemeinen von psychischen Einflüssen zu unterscheiden sein werden.

Die schon beim Pneumographen erwähnten Störungen der V.-P. durch die direkte Montierung der Apparate am Körper, die vor allem mit der Häufung gleichzeitiger Registrierungen zunehmen, sind bei der Aufnahme des Radialis-Sphygmogrammes noch relativ am geringsten und auch beim Kardiogramm für bloße Frequenzmessungen sehr zu vermindern[3]). In dieser Hinsicht hat auch hier für psychologische Zwecke die kinematographische Aufnahme (Bd. II, 4, S. 213) oder die z. B. für den Herzton verwendete Aufzeichnung von akustischen Fernwirkungen u. ä. (ebenda S. 195) besondere Vorzüge. Da aber bei allen Registrierungen des Blutkreislaufes die dem Apparat mitgeteilten Impulse viel feinere sind als bei der robusteren Atmungsbewegung, so haben sie leider den besonderen Nachteil, daß sich die V.-P. während der ganzen Aufnahme möglichst ruhig halten muß, insbesondere dann, wenn die Körperoberfläche, wie bei den bisher am meisten gebräuchlichen Unterarmplethysmographen, zur Registrierung der Blutbewegung gegen eine außerhalb des Körpers fixierte Wandung zu arbeiten hat[4]).

---

1) Die a. a. O. S. 216 ff. ausführlich dargestellte Messung des Blutdruckes, der beim Menschen erst durch die Gefäßwandung und die aufgelagerten Gewebe hindurch auf das Manometer wirken kann, ist deshalb weniger zur psychologischen Symptomatik beigezogen worden, weil sie nur den Druck in einzelnen Augenblicken exakt zu messen gestattet, aber keine fortlaufende Kurve der zur Unterdrückung des Pulses jeweils notwendigen Belastung ergibt. Wie a. a. O. dargelegt ist, können jedoch auch aus dem Sphygmogramm bei konstanten Spannungsverhältnissen der Manometer Rückschlüsse auf den jeweiligen Blutdruck gezogen werden.

2) Vgl. z. B. auch G. Martius, Über die Lehre von der Beeinflussung des Pulses und der Atmung durch psychische Reize (Martius, Beiträge zur Psychologie und Philosophie 1, 4. H. 1905, S. 411) (S. 421 ff.).

3) So fanden Meumann und Zoneff (a. S. 467 a. O.) das einfache Umhängen des Mareyschen Kardiographen (s. II, 4. Abt. S. 182 f.) ausreichend, dessen Pelotte hierbei nur durch ein an den Apparat gehängtes Gewicht leicht gegen den Thorax gedrückt wurde.

4) Die am Kopf fest montierten Luft-Plethysmographen (vgl. unten) werden dagegen z. B. wiederum durch die Bewegungen der Kopfmuskulatur z. B. beim Schlucken beeinflußt, selbst wenn der Kopf im ganzen fixiert ist (vgl. E. Weber a. a. O. S. 340.)

Bezüglich der Verwendung des Sphygmographen für unsere Zwecke ist nur auf die genannten Stellen zu verweisen. Der Plethysmograph für den Unterarm hat jedoch erst durch A. Lehmann die gegenwärtig in psychologischen Untersuchungen gebräuchliche Form erhalten (s. Fig. 50)[1].

Dieser Apparat unterscheidet sich von dem II, 4. Abt. S. 277 angegebenen Modell Mossos in mancher Hinsicht. In die Armröhre aus Zinkblech, die hier mit schlechten Wärmeleitern umhüllt ist, wird, ähnlich wie es schon bei dem II, 4. Abt. S. 222ff. ausführlich beschriebenen Apparate zur Blutdruckregistrierung nach Hürthle (1896) geschah, erst ein (hier am offenen Rande festgebundener) Sack aus feiner Gummimembran eingestülpt, der den Wasserraum gegen den Arm abschließt. Außerdem wird das Zuflußrohr, nach Einlauf des gut erwärmten Wassers und sorgfältiger Entfernung von Luftblasen durch vorsichtige Bewegungen, mittelst eines Hahnes verschlossen und das bei

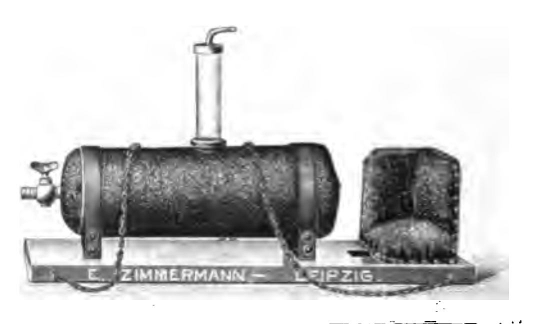


Fig. 50.
Unterarm-Plethysmograph nach A. Lehmann.

den gewöhnlichen Versuchen noch bis etwa 10 cm mit Wasser gefüllte Wasserstandsrohr pneumatisch an einen Mareyschen Schreibtambour angeschlossen, die Volumzunahme also zu einer gegen eine Wassersäule und eine Tambourmembran wirkenden Drucksteigerung verwendet[2]). Zur Sicherung der Armlage gegen die schon A. Fick[3]) wohlbekannte Gefahr unwillkürlicher Bewegungen, die bei Erregung durch Reize und sonstigen Affekten oder auch bei gleichzeitigen Registrierbewegungen der V.-P. (s. S. 465) natürlich noch vermehrt ist, soll jedoch die von A. Lehmann eingeführte, verstellbare Ellenbogenlagerung nicht ausreichen[4]). Wollte man aber den Arm noch fester an den Apparat montieren, also z. B. den Gummisack ähnlich wie am genannten Apparat von Hürthle befestigen, so würden nur die oben erwähnten allgemeinen Störungen zunehmen, ohne daß eine völlige Sicherheit erreicht wäre.

b) Erweiterung der Plethysmographie.

(Registrierung der Volumänderungen des Hirnes, der Unterleibsorgane, gleichzeitige Untersuchung mehrerer Regionen.)

Besonderes Interesse hat aber natürlich in diesem Zusammenhange der Untersuchung psychischer Einflüsse die Registrierung der Volumpulse des

1) a. S. 465, A. 2 a. O. 1899.

2) Vgl. dagegen bezüglich der Registrierung mit dem Piston-Rekorder oder dem Brodieschen Bellow-Rekorder Bd. II, 4. Abt. S. 91ff. und S. 277.

3) Druckkurve und Geschwindigkeitskurve in der Arteria radialis, Würzburg 1886.

4) Vgl. vor allem die Kontrollen von Martius mit eingegipstem Unterarm a. S. 471. a. O. S. 430ff. Günstiger lauten die Ergebnisse von E. Weber a. S. 478, A 2 a. O. S. 61ff.

Hirnes, wie sie bei Schädeldefekten möglich ist[1]). Die Geschichte dieser ebenfalls von Mosso[2]) zuerst auf psychische Symptome angewandten Methode ist von E. Weber (a. a. O. S. 335 ff) dargestellt[3]). Folgende Vorschriften sind von allen Experimentatoren von Mosso an beobachtet worden: „Man darf nur solche Personen benutzen, deren Wunde am Schädel völlig vernarbt ist, obwohl man natürlich an der Stelle des Knochendefektes die Pulsationen des Gehirnes unter der Haut deutlich fühlen muß. Auch dürfen die Apparate, nachdem sie angelegt sind, in keiner Weise auf die pulsierende Stelle des Schädels drücken. Außerdem muß natürlich ganz besonders beachtet werden, ob die Funktion des zu untersuchenden Gehirns noch immer normal ist oder ob sie etwa durch den Schaden, der zu dem Schädeldefekt geführt hat, gelitten hat" (a. a. O. S. 338). Besondere technische Schwierigkeiten ergaben sich z. B. bei einem von Brodmann untersuchten Kranken mit einem Trepanloche über dem linken Hinterhaupte[3]). Hierbei mußte ein „gut Hühnerei großer" nur mit einer ganz dünnen Hautlamelle bedeckter Vorfall von Hirnsubstanz erst durch eine mittelst Gipsabgusses hergestellte Guttaperchakappe überwölbt werden, die sich, wie es allgemein auch bei glatten Formen notwendig ist, „durch leichtes Erwärmen absolut luftdicht auf der glatt rasierten Haut der knöchernen Umrandung ..... festkleben und jederzeit bequem abnehmen ließ" (Brodmann a. a. O. S. 12 u. 14)[4]).

Auf Grund dieser neueren Untersuchungen, bei denen gleichzeitig z. B. der Volumpuls des Hirns und Armes oder des Hirns und Ohres aufgenommen wurde, ist der ursprüngliche einfache Rückschluß Mossos aus den Plethysmogrammen der Extremitäten auf das Hirnvolumen hinfällig geworden. Es ergab sich zunächst im besonderen eine große Selbständigkeit der vasomotorischen Verhältnisse des Hirns und im allgemeinen ein ziemlich verwickeltes und von der sonstigen Verfassung des Zentralorgans (z. B. Schlaf, Ermüdung) abhängiges Bild der Blutverschiebungen zwischen

---

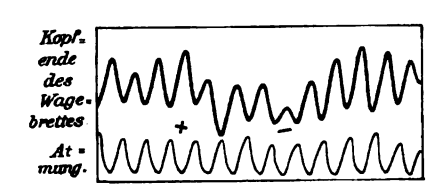
1) E. Weber hat auch die ebenfalls schon von A. Mosso begonnene Untersuchung psychischer Einflüsse auf das Plethysmogramm anderer Körperteile wieder aufgenommen und erweitert. Über diese Apparate (Plethysmographen für Fuß, Ohr usw.) vgl. E. Weber a. S. 452 a. O. S. 51 ff.

2) Über den Kreislauf des Blutes im menschlichen Gehirn, Leipzig 1881.

3) Das ausgedehnteste Material hat H. Berger gewonnen. Außer seiner Habilitationsschrift „Zur Lehre von der Blutzirkulation in der Schädelhöhle des Menschen, namentlich unter dem Einfluß von Medikamenten (Experimentelle Untersuchungen)", Jena 1901, kommt vor allem sein Buch in Betracht: Die körperlichen Äußerungen psychischer Zustände. Experimentelle Beiträge zur Lehre von der Blutzirkulation in der Schädelhöhle des Menschen I. Teil 1904, II. Teil 1907, dem die Resultate von mehreren Personen mit jeweils verschieden gelegenen Schädeldefekten zugrunde liegen. Vgl. außerdem vor allem K. Brodmann, Plethysmographische Studien am Menschen, I. Teil: Untersuchungen über das Volumen des Gehirns und Vorderarmes im Schlafe. Journ. f. Psychol. u. Neurol. 1, H. 1 u. 2, 1902, S. 10 und E. Weber a. a. O. S. 339 u. 353, wo außerdem auch noch eine neuere Arbeit von Shepard (Proc. Am. Physiol. Soc. 21 an. meeting) zitiert ist. Über die Literatur zwischen Mosso und Brodmann, die von diesen neueren Arbeiten mit exakteren Methoden teilweise überholt ist, gab Brodmann a. a. O. ein ausführliches Verzeichnis.

4) Brodmann wendet sich a. a. O. auch noch gegen die sonst übliche weitere Befestigung der Kappe mit Bindentouren u. ä., bei der man sie nur wieder auf ungünstige Stellen verschieben und Undichtigkeiten herbeiführen könne.

den einzelnen Körperteilen, das bis zur Ermöglichung der Aufstellung umfassenderer plethysmographischer Symptomenbilder bestimmter Gesamtzustände noch viele recht voraussetzungslose Detailarbeit erfordern wird. Nach E. Weber stehen noch am ehesten die Blutmengen der Bauchorgane und der Extremitäten in dem antagonistischen Verhältnis, das Mosso ursprünglich zwischen Hirn und Extremitäten angenommen hatte. Er entnahm dies zunächst einer direkten Bestimmung eines im allgemeinen 15 cm langen Gummisackes von 8 cm Durchmesser, der über eine hohle, fast eben so lange Sonde gesteckt, in den Mastdarm der V.-P. eingeführt und von der Sonde aus aufgeblasen werden konnte[1]). Zur graphischen Registrierung war der Schlauch durch den Rohrstuhl, auf dem die V.-P. saß, unmittelbar



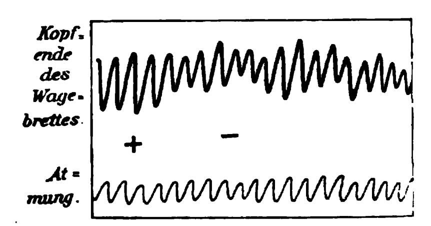


Fig. 51 a. (Jedesmal von + bis − Kopfrechnen.) Fig. 51 b.
Lage: Bauch kopfwärts der Achse. Lage: Bauch fußwärts der Achse.
Zur Bestimmung der Blutverteilung bei geistiger Arbeit mittelst der Menschenwage (E. Weber a. S. 452 a. a. O., S. 228).

zu einem kräftigen Schreibtambour geleitet. Obgleich mit einem solchen „inneren Plethysmographen“, der den Onkographen (s. II, 4. Abt., S. 278ff.) der Tierphysiologie ersetzen soll und mit ihm auch durch Parallelversuche bei einer Katze kontrolliert wurde (a. a. O. S. 118), seitens eines klinisch geschulten Physiologen unbedenklich wertvolles Material gesammelt werden kann, bringt seine Anwendung doch jederzeit eine eigenartige psychische Einstellung mit sich, die den Apparat für feinere psychologische Normalversuche höchstens unter ganz besonderen Voraussetzungen gebrauchen läßt. Das nämliche gilt für die von Mosso und Pellacani[2]) vorgenommene Registrierung der psychisch ausgelösten Bewegungen der Blase, die (bei Mädchen) wie der Gummisack jenes „inneren Plethysmographen“ vermittelst eines Katheters direkt mit einem Mareyschen Tambour in Verbindung gesetzt wurde.

c) Die direkte Ermittelung von Änderungen der Blutverteilung mittelst der Menschenwage.

Ganz ungefährlich, aber freilich technisch schwieriger und indirekter ist dagegen die Kontrolle der Blutfülle der inneren Organe mittelst der Mossoschen[3]) Menschenwage (vgl. II, 4. Abt. S. 304), bei der nur der Gesamtzu-

1) a. a. O. S. 115ff.

2) A. Mosso e T. Pellacani, Sulle funzione della vesica, R. Accad. d. Lincei. 1881/82 (zit. nach E. Weber S. 24).

3) A. Mosso, Archives Ital. de Biol. 1884, S. 130. Ders. „Die Furcht“ 1889, S. 89. Vgl. E. Weber, a. a. O. S. 211ff.

stand wiederum durch die horizontale Lage einseitig beeinflußt wird, die man zur möglichst vollständigen Ausnutzung der Kräftekomponenten bei der Wägung einführen muß [1]). E. Weber verwendete dieses Verfahren speziell zur Beantwortung seiner Frage, wie sich die Blutfülle der Bauchorgane bei psychischen Einflüssen ändere. Er wog einfach zweimal bei dem nämlichen Verlaufe (vorübergehendes Kopfrechnen), wobei nur der fragliche Körperabschnitt der V.-P. beide Male auf verschiedenen Seiten des Drehpunktes der Wage lag [2]). Figur 51 a und b zeigt den entgegengesetzten Ausschlag des Kopfendes der Wage in diesen beiden Fällen, der sich der Atmungsoszillation superponiert, die als Hebung bei der Inspiration, Senkung bei der Exspiration zugleich das Kriterium der richtigen Äquilibrierung abgibt. Deshalb wurde auch hier stets die Atmung gleichzeitig registriert, außerdem auch bisweilen die Kurve des Armplethysmographen, der hierbei auf dem Wagebrett seitlich festgeschraubt war.

75. Pupillenmessungen.

Den vasomotorischen Ausdruckserscheinungen verwandt, aber doch durch selbständige Innervationen vermittelt [3]) sind die psychischen Einflüsse auf den Pupillenreflex. Die Beschreibung der Apparate zu ihrer Messung ist jedoch vor allem Aufgabe der Ophthalmologie (s. III, 3. Abt. I). Auch gehört das Studium der Irisbewegung bei dem wichtigsten Reizeinflusse, der Lichterregung des Auges, bereits zu den sinnesphysiologischen Methoden. Ferner beobachtete z. B. Heinrich auch den Einfluß der seitlichen Einstellung und der Ablenkung der Aufmerksamkeit auf die Pupillenweite mittels des Ophthalmometers [4]) ebenso wie den Einfluß auf die Linsenakkommodation [5]). Eine selbständige Konstruktion ist der Sommersche Apparat [6]), bei dem durch einen für die Beobachtung durchbohrten Spiegel, ähnlich wie beim Helmholtzschen Ophthalmoskop, in das Auge der V.-P. direkt von vorne das Licht einer in einem Kasten darüber befindlichen Glühlampe einfällt, das mit einem Rheostaten nach einer photometrisch exakt zu eichenden Skala abgestuft werden kann [7]). Stellt der Experimentator die Parallelfäden, aus deren Distanz die Pupillenweite zu berechnen ist, ähnlich wie bei einer astronomischen Durchgangsreaktion (s. § 81, a) ein, so läßt sich auch die eben-

---

1) Es wäre vielleicht nicht unmöglich, daß auch die Veränderungen der Schwingungszeit des schaukelnden Körpers oder der Effekte anderer Beschleunigungsweisen, aus denen man auch die Massenverteilung in dem vertikal stehenden Körper ermitteln könnte, schon bei kleinen, der V.-P. kaum merklichen Bewegungen mit entsprechend feinen Apparaten genügend zur Geltung gebracht werden könnten. Auch bei der Aufnahme der sog. „Erschütterungskurve“ nach Gordon kommt zunächst die vertikale Stellung auf einer Federwage in Betracht.

2) Über das Verfahren von Ottfried Müller (Arch. f. klin. Med. 1905), bei dem die V.-P. horizontal auf mehreren neben einander befindlichen Wagschalen liegt, vgl. E. Weber a. a. O.

3) Wernicke, Virchows Arch. Bd. 56, S. 403 (zit. nach. E. Weber, a. a. O. S. 26).

4) Heinrich, Die Aufmerksamkeit und die Funktion der Sinnesorgane. Zeitschr. f. Psychol. u. Ph. d. S. Bd. 9, 1896, S. 342.

5) Ebenda (Fortsetzung) Bd. 11, S. 410.

6) a. S. 458, A. 3 a. O. S. 82 ff.

7) Weitere Literatur vgl. bei E. Weber a. S. 452 a. O. S. 25.

falls symptomatische Geschwindigkeit der Pupillenreaktion ermitteln. Auf die speziellen psychologischen Gesichtspunkte, die für die Verwendung solcher „Reaktionen" des Messenden vor allem bei Beobachtungen der eigenen Irisbewegung in Frage kommen, die aber teilweise doch auch bei Beobachtungen der fremden Iris Geltung haben können, ist schon von Donders aufmerksam gemacht worden[1]).

76. Temperaturmessungen.

Psychologische Symptome von allgemeinerer Bedeutung[2]) enthalten endlich auch die Veränderungen der Temperatur und der elektrischen Spannung der verschiedenen Körperteile, deren exakte Messung hier aber ebenfalls nicht mehr im einzelnen dargelegt zu werden braucht. Da jedoch auch die empfindlichsten Thermometer eine gewisse Zeit von $^1/_2$ bis 1 Minute brauchen, um einen stationären Zustand zu erreichen, so kommen bei fortlaufenden Registrierungen der Körperwärme an irgend einer Stelle vor allem mittlere Wirkungen kleiner Zeitabschnitte zur Geltung, ähnlich wie bei den früher genannten Methoden und Messungen der geistigen Arbeit durch Kopfrechnen (s. S. 373). Für die Messung psychischer Einflüsse[3]) kämen natürlich im wesentlichen nur die gewöhnlichen klinischen Methoden der Temperaturmessung in Betracht, die bei Verwendung des Thermoelementes oder Bolometers die bei der Thermodynamik des Muskels in der Tierphysiologie erforderliche Genauigkeit ($10^{-3\,0}$ C.) noch sicher erreichen lassen, während das Quecksilberthermometer nur noch Differenzen von 0,01° C. abzulesen gestattet[4]). Auch hat man z. B. die Apparate für eine so genaue Messung im Rektum bei rein physiologischen Untersuchungen bereits so bequem gemacht, daß sie kaum in irgend einer Haltung als Störung des allgemeinen Zustandes in Betracht kommen[5]). Eine Deutung der an verschiedenen Stellen des Körpers eventuell gleichzeitig abgenommenen Temperaturen hat

1) Vgl. M. v. Vintschgau, Zeitbestimmungen der Bewegungen der eigenen Iris. Pflügers Archiv f. Physiol. Bd. 26, 1881, S. 324ff., der aus Donders Abhandlung: Reflexiebeweging der beide Pupillen bij het invallen van licht aan eene zijde (Nederlandsch Archief voor Genees en Naturakunde) nach F. Arlt, Archiv f. Ophth. XV, I. S. 294ff zitiert: „Bei diesen Versuchen machte jedoch das einfallende Licht einen so starken Eindruck, daß man, in der Spannung, möglichst schnell zu reagieren, geneigt war, sogleich den Strom zu schließen, und nicht wartete, bis man die Verengerung wirklich sah." Hier ist also eine methodische Einübung auf eine bestimmte kontrollierbare Reaktionsweise von Wichtigkeit (vgl. unten § 78ff.).

2) Ich übergehe die Methodik der für die experimentelle Psychologie bisher kaum irgendwie ergebnisreichen Arbeiten über die psychischen Einflüsse auf die Speichelsekretion des Tieres (Pawlow u. a.), zu deren Feststellung ein vivisektorischer Eingriff notwendig ist, weshalb am Menschen bisher höchstens nach einer Operation analoge Beobachtungen gemacht werden konnten, ferner die Beobachtungen über den Einfluß von Gemütsbewegungen auf die Milchsekretion u. ä. Zur Lit. vgl. E. Weber a. a. O. S. 26ff. und L. Drozynski, Atmungs- und Pulssymptome rhythmischer Gefühle. Wundts Psychol. Stud. VII, 1. u. 2. S. 1911 S. 83 (S. 90f.).

3) Vgl. Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 357.

4) Vgl. II, 3. Abt. (I. K. Bürker, Methoden zur Thermodynamik des Muskels S. 29). Vgl. daselbst auch über die fortlaufende Aufzeichnung S. 36.

5) Vgl. z. B. F. G. Benedict und J. Ferguson Snell, Eine neue Methode, um Körpertemperaturen zu messen. Pflügers Arch. f. d. ges. Physiol. Bd. 88, 1902, S. 492.



allerdings sehr viele Gesichtspunkte zu berücksichtigen, wenngleich eine Parallele der an einer tiefer gelegenen Stelle abgeleiteten Wärme zu der psychischen Erregung überhaupt zu den plausibelsten aller Symptome gehören würde. Am unmittelbarsten suchte Mosso wieder die Temperatur des Hirnes selbst bei Schädeldefekt zu messen, indem er ein kleines Quecksilberthermometer durch eine noch unverheilte Schädellücke tief in das Gehirn selbst einführte, womit aber wohl zugleich besondere Störungen verbunden sein mußten[1]). Über die weitere Entwickelung dieser letzteren Methode und die physiologischen Gesichtspunkte, die bei ihrer Deutung in Frage kommen, vgl. W. Trendelenburg a. A. 1 a. O.

77. Die Untersuchung der elektrischen Begleiterscheinungen.

Bei der fortlaufenden Registrierung der elektrischen Begleiterscheinungen der Lebensprozesse können im Unterschiede von der Wärme die Einzelzustände zeitlich und in ihren jeweiligen Maßverhältnissen sogar ganz besonders fein differenziert werden, vor allem bei Anwendung des Saitengalvanometers[2]). Wie das Elektrokardiogramm[3]) zeigt, ist es dabei möglich, sogar den Wechsel der geringen Potentialdifferenzen zu verfolgen, die von der Leitung der Ladungen einzelner Teile der im Innern arbeitenden Organe nach der Körperoberfläche herrühren und sich dem konstanteren Strome, der bei leitender Verbindung der nämlichen Hautstellen entsteht, superponieren. Da die Aktionsströme jedenfalls eine besondere Seite der Kreislaufsprozesse ausmachen, so ist es zum mindesten nicht von vornherein auszuschließen, daß sie auch spezielle psychophysische Symptome erkennen lassen werden. Wie Tarchanow[4]) fand, lassen sich aber kurz nach dem Eintritt einer psychischen Erregung auch vorübergehende Änderungen des Hautstromes im ganzen nachweisen, die er auf die Aktionsströme der Schweißdrüsen und eventuell auch der glatten Hautmuskeln zurückführte und die als unmittelbare Begleiterscheinungen der psychischen Erregung von Veraguth[5]) geradezu als „psychogalvanisches Reflexphänomen" bezeichnet wurden. Tarchanow schloß die auf ihre Potentialdifferenz hin zu untersuchenden Hautstellen, z. B. eine Stelle der Innenfläche und des Rückens der Hand, mit Du-Rois-Reymondschen unpolarisierbaren Elektroden an den äußeren Stromkreis an, der ein Spiegelgalvanometer nach Meißner und Meyerstein und außerdem eine den konstanten Körperstrom im psychischen Ruhezustand kompensierende Stromquelle enthielt. Die Elektroden

1) Mosso, Die Temperatur des Gehirns 1894. Vgl. außerdem III, 4. Abt. W. Trendelenburg, Das zentrale Nervensystem der warmblütigen Tiere, S. 33 und Lit. S. 144, Nr. 221 u. 222, auch E. Weber a. a. O. S. 338.

2) Vgl. II, 3. Abt., S. 428ff.

3) Über seine Ableitung vgl. II, 4. Abt. S. 203.

4) Über die galvanischen Erscheinungen in der Haut des Menschen bei Reizung der Sinnesorgane und bei verschiedenen Formen der psychischen Tätigkeit. Pflügers Arch. Bd. 46, 1890, S. 46. (Die Resultate wurden bestätigt von Sticker: Über Versuche einer objektiven Darstellung von Sensibilitätsstörungen. Wiener klin. Rundschau 1897, Nr. 30 31. Vgl. auch W. Trendelenburg a. A. 1 a. O. S. 34.)

5) Das psychogalvanische Reflexphänomen, 1909 (auch Monatshefte f. Psych. und Neurol. 1907 u. 1908.)

waren dabei in der von Garten Bd. II, 3. Abt. S. 340 beschriebenen Weise mit Wattebäuschen verlängert, die mit Kochsalzlösung getränkt waren. Läßt sich hierbei noch nicht ganz ausschließen, daß an der Stromschwankung teilweise eine Widerstandsänderung zwischen Elektroden und Haut durch das Schweißsekret selbst schuld sei, so kam eine solche Änderung jedenfalls bei den Versuchen von L. Binswanger[1]) mit Eintauchen der Hände in die Kochsalzlösung, wie sie auch bei der Aufnahme des Elektrokardiogramms vorgenommen wird, sicher nicht mehr in Betracht (s. II, 4. Abt. a. a. O. Fig. 29).

Wesentlich andere physikalische Grundlagen des Vorgangs ergeben sich dagegen, wenn man Metallelektroden in der Hand hält. Dann ist die beobachtete Stromstärke, wie Sommer und Fürstenau fanden, unter Voraussetzung des nämlichen Metalles von der Größe der Berührungsfläche und der Stärke des Druckes abhängig, so daß durch Druckänderungen in der einen Hand sogar die Stromrichtung umgekehrt werden kann[2]). Natürlich wird hierbei, abgesehen von den genannten Aktionsströmen, auch dem Schweißsekret selbst, das bei der Erregung auftritt, ein Einfluß auf die Stromstärke zukommen. Im wesentlichen scheint aber Sommer die Stromänderungen unter seinen Versuchsbedingungen nur für eine besondere Art der Registrierung von „Ausdrucksbewegungen" der Hände zu halten. Auch in Veraguths Versuch, bei dem die bei Tarchanow nur kompensierende äußere Stromquelle dauernd einen konstanten Strom durch den Körper schickt, dem sich die psychischen Einflüsse nur superponieren, wurden Metallelektroden (Nickel) verwendet. Übrigens muß sich nach den allgemeinen Prinzipien der rein physikalischen Methodik entscheiden lassen, welcher Anteil an der hierbei beobachteten Änderung der Stromstärke speziell den elektromotorischen Kräften oder den Widerständen zukommt. So führte denn auch Albrecht[3]) einfach sukzessiv zwei sehr verschiedene Widerstände in dem äußeren Stromkreise ein und suchte die elektromotorische Kraft und den inneren Widerstand dann einfach aus dem beide Male beobachteten Ausschlag nach dem Ohmschen Gesetz zu berechnen. Damit aber in beiden

1) L. Binswanger, Journ. f. Psychol. und Neurol. 1907 (vgl. E. Weber a. a. O., der diesen direkten Nachweis der Hautströme (unter möglichstem Ausschluß eines trockenen Kontaktes und besonderer elektromotorischer Kräfte an der Berührungsfläche) bei Tarchanow selbst und Binswanger, wie mir scheint, mit Recht für die ideale und allein übersichtliche Anordnung hält).

2) Klinik f. psych. und nerv. Krankh. 1906, S. 197 und „Deutsche mediz. Wochenschrift" 32, 1906, 1448. (Die scheinbaren elektrischen Ladungen des menschlichen Körpers.) Sommer und Fürstenau suchten auch durch Auswahl passender verschiedenartiger Elektroden, die in der Spannungsreihe von der Haut etwa gleich weit in entgegengesetzter Richtung entfernt liegen, die Wirkung der elektromotorischen Kräfte an beiden Stellen zu summieren, wofür Kohle und Zink geeignet erscheinen. (Vgl. auch die älteren Versuche Sommers (1901) a. S. 459, A. 1 a. O. S. 157 (Zur Messung elektromotorischer Vorgänge an den Fingern), sowie die Diskussion bei dem unten genannten Vortrag von Albrecht.)

3) Über eine neue Methode zur Untersuchung elektrischer Vorgänge am menschlichen Körper, Ber. über den IV. Kongr. f. exp. Psychol. in Innsbruck, 1910 (1911) S. 191ff. (Vgl. auch die Diskussion zu dem Vortrage ebenda S. 195.) Es erscheint nächstens auch eine Veröffentlichung Albrechts hierüber im Britisch Journal of Psychology.

Fällen wirklich die nämlichen physiologischen Zustände zugrunde liegen, ließ er die beiden Schaltungen durch einen entsprechenden Stromwender rasch alternieren und bestimmte die den kurzdauernden Stromimpulsen entsprechenden Auschläge, was allerdings mit einem Drehspulengalvanometer gewisse Schwierigkeit bereitete. In neuester Zeit verwendete er auch ein Saitengalvanometer. Jedenfalls ließ sich mittelst dieses Apparates sowohl eine Änderung des inneren Widerstandes als auch der elektromotorischen Kraft berechnen[1]).

---

20. Kapitel.

Willkürliche Reaktionen auf verabredete Reizmotive.

78. Die methodischen Voraussetzungen eindeutiger Verhältnisse bei Reaktionsversuchen.

a) Das Wesen und die Komponenten jeder Reaktionshandlung.

Der einfachste Fall der oben S. 453 abgegrenzten Spezialaufgaben, bei denen auf Grund einer Verabredung der Verlauf einer Willkürhandlung im einzelnen möglichst vollständig von objektiv gegebenen Bedingungen abhängig wird, besteht in dem unmittelbaren zeitlichen Anschluß eines einfachen, isoliert auslösbaren Willensimpulses, z. B. einer Hand- oder Fingerbewegung, an einen äußeren Sinnesreiz. Die Sinneswahrnehmung bildet also dann infolge der freiwilligen Unterordnung der V.-P. unter die Instruktion das hinreichende Motiv für den sofortigen Vollzug einer bestimmten Handlung. Ihr tatsächlicher Eintritt richtet sich aber natürlich auch noch nach allerlei teilweise experimentell beherrschten Nebenbedingungen, deren Einfluß auf die psychologische Entwickelung der bloßen Absicht, unter bestimmten Voraussetzungen die Bewegung auszuführen, zu dem tatsächlichen Impulse jedoch immer nur bei einer eindeutigen Motivation ermittelt werden kann.

Durch die Instruktion, die Bewegung unmittelbar dem Reize folgen zu lassen, ist offenbar neben der Art des Impulses, bzw. seines zur Registrierung erforderlichen Effektes, nur das einzige „Detail" seines Anfanges festgelegt, während die sonstige Form des weiteren Verlaufes der Bewegung der V.-P. vollständig freigestellt ist. Dieser wird allerdings durch die Absicht zur sofortigen Beantwortung des Reizes wenigstens indirekt mitbestimmt sein und somit bei konstanter Lösung der eigentlichen Aufgabe im allgemeinen ebenfalls nur in ziemlich engen Grenzen variieren. Die Bewegung wird mit einem Ruck einsetzen und daher vor allem eine ziemliche Wucht haben, die ohne besondere Zusatzbestimmungen eine größere Schleuderung des Gliedes

---

1) Außerdem ist noch zu erwähnen F. Peterson and C. G. Jung, Psycho-physical investigations with the galvanometer and pneumograph in normal and insane individuals, Brain, 1907. S. 153. (Vgl. auch Peterson und Scripture, Münchener Med. Wochenschr. Nov. 1909.)

Verlaufes im einzelnen Abweichungen von seinem Optimum hinsichtlich eines möglichst schnellen Einsetzens der ganzen Bewegung je nach der Geschicklichkeit der V.-P. konstatieren und durch Übung entsprechend reduzieren. Doch könnte dies höchstens nach einer vollständigen „Mechanisierung“ der neuen Form (s. S. 463) auch der Lösung der ursprünglichen Aufgabe wieder zugute kommen. Denn jede ausdrückliche Forderung einer allgemeiner oder spezieller bezeichneten Bewegungsform, die eine gewisse Aufmerksamkeit verlangt, geht über die zunächst so einfach als möglich gestellte Aufgabe hinaus, die sich ausschließlich auf den Eintritt einer im übrigen sich selbst überlassenen Handlung bezieht.

Eine solche Leistung nennt man eine „Reaktion auf den Reiz schlechthin und das ganze Experiment einen „Reaktionsversuch“ im engeren Sinne (s. S. 15), nachdem schon Donders[1]) diesen Ausdruck in diesem Zusammenhange gebraucht und S. Exner[2]) dann das objektive Hauptresultat eines solchen Versuches, das Zeitintervall zwischen dem Reiz und der registrierbaren Bewegung als „Reaktionszeit“ bezeichnet hat. Die instruktionsgemäße Reaktionsleistung ist aber nun offenbar nur durch den wohlgeordneten Vollzug dreier Partialleistungen möglich: Die V.-P. hat sich zunächst die Befolgung der Aufgabe, wonach sie auf einen bestimmten Reiz mit einer verabredeten Bewegung reagieren soll, für eine gewisse Zeit, in welcher der Versuch stattfinden soll, so sicher vorzunehmen, daß sie bei der Wahrnehmung dieses Reizes wirklich zur „richtigen“ Tat „bereit“ ist. Diese Seite der Vorbereitung der Reaktionsleistung, die in gewissem Sinne mit dem Akte der „Einprägung“ bei Gedächtnisversuchen nach der Paarmethode (s. S. 390 ff.) zu vergleichen ist, bezieht sich also auf die „Zuordnung“ einer Bewegung zu einem Reizmotiv überhaupt. Diese wäre als solche aber natürlich auch bei einer beliebigen Zwischenzeit zwischen Reiz und Bewegung einzuhalten, falls die V.-P. nur einen Motivationszusammenhang überhaupt erleben soll. Irgend eine Eindeutigkeit besitzt daher auch diese Aufgabe wieder erst beim Hinzutritt einer Extrembestimmung, wonach sich die Bewegung ohne jeden Zeitverlust dem Reize anschließen soll. Hierzu sind aber eben noch zwei weitere Partialleistungen erforderlich: Die V.-P. muß das verabredete Reaktionsmotiv bei seinem Auftreten so schnell als möglich als solches erkennen, bzw. wiedererkennen, und muß darnach wirklich sogleich zur Tat übergehen. Natürlich sollen diese drei Seiten jeder korrekten Reaktion[3]) hiermit nicht als völlig selbständige, scharf voneinander abtrennbare Prozesse hingestellt werden. Die beiden zuletzt genannten sind vielmehr in der „Zuordnung“

---

1) Die Schnelligkeit psychischer Prozesse, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1868. S. 657 (666 ff.).

2) Experimentelle Untersuchungen der einfachsten psychischen Prozesse, 1. Abh.: Die persönliche Gleichung. Pflügers Arch. f. Physiol. VII, 1873, S. 601 (609).

3) Auf diese Gliederung des inneren Erlebnisses in jeder korrekten Reaktion, die nicht nur für das theoretische Verständnis der Resultate, sondern zunächst auch schon für die zweckmäßige Ausgestaltung der Methode von entscheidender Bedeutung ist, hat zuerst G. Martius nachdrücklich hingewiesen. (Über die muskuläre Reaktion und die Aufmerksamkeit, Wundt, Phil. Stud. Bd. VI 1891, S. 167.)

bereits ganz einheitlich vorgebildet. In dem Maße als sich die V.-P. im Vorbereitungsstadium dem kritischen Augenblick zu nähern glaubt, konkretisiert sich nur die vorher allgemeiner gehaltene und dunklere Vergegenwärtigung jener „Zuordnung" zu einer lebhafteren Antizipation der Handlung, d. h. des unmittelbaren Anschlusses des Bewegungsimpulses an die Auffassung des Reizes.

Der tatsächliche Eintritt des Reizes bleibt aber freilich bei dieser Verabredung einfach abzuwarten, wenn auch eine intensive und korrekte Tätigkeit der aufmerksamen Erwartung wenigstens jeden weiteren Zeitverlust nach dem tatsächlichen Reizeintritt auf der intellektuellen Seite des Reaktionsprozesses verhüten kann, so daß von einer besonderen Auffassungsleistung in jeder korrekten Reaktion gesprochen werden muß. Eben deshalb darf aber die V.-P. bei einer zweckmäßigen Vorbereitung der Reaktion im ganzen auch andererseits auf der motorischen Seite niemals über die bloße „Bereitschaft" zu dem verabredeten Impulse hinausgehen, bis das Reizmotiv als solches erkannt ist, worauf auch die dritte Komponente der Reaktionshandlung voll zur Geltung kommen kann.

b) Die Wichtigkeit einer konstanten Vorbereitung.

(Ihre Berücksichtigung seit der Begründung der Methode durch Helmholtz.)

Dies alles würde jedoch bei nur mäßiger, längere Zeit hindurch möglicher Anstrengung noch keineswegs die kleinste Reaktionszeit ergeben (bei größerer Anspannung aber höchstens dann und wann und untermischt mit um so schlechteren Leistungen), wenn man den Reiz innerhalb eines ganzen Intervalles von mehreren Sekunden oder gar Minuten zu erwarten hätte, ohne den Zeitpunkt genauer voraus zu wissen. Man kann natürlich die Oszillationen, die unter dieser erschwerenden Bedingung der unbestimmten Erwartung ähnlich wie bei der Ableitung von Schwellen nach S. 343 auftreten, wieder ausdrücklich zum Gegenstand der Untersuchung machen, indem man die Zeitlage des Reaktionsreizes, ebenso wie dort die minimalen Veränderungsstufen, innerhalb eines gewissen Zeitraumes, der bei jedem Einzelversuch immer wieder von neuem subjektiv konstant einzuleiten ist, beliebig variieren läßt. Ordnet man dann den einzelnen Zeitintervallen als Abszissen einer Abhängigkeitskurve die Mittel der bei ihnen gemessenen Reaktionszeiten als Ordinaten zu, so läßt sich auch die Frage nach gewissen Gesetzmäßigkeiten in dem zeitlichen Verlauf der Reaktionsbereitschaft beantworten[1]), vorausgesetzt, daß durch die unten genannten Hilfsmittel die Konstanz der übrigen Einstellung erwiesen ist.

1) Nachdem schon Dwelshauwers (Untersuchungen zur Mechanik der aktiven Aufmerksamkeit, Wundts Phil. Stud. Bd. VI, 1891, S. 217ff.) diese Einflüsse durch Reaktionsversuche ohne Vorsignal und mit verschiedenen, jedoch nicht in der früher (S. 343) genannten Weise variierten Intervallen zwischen Vorsignal und Reizmotiv studiert hatte, wurden von Della Valle auch bereits Versuche der oben angedeuteten Art angestellt. Vgl. seine vorläufigen Mitteilungen: Der Einfluß der Erwartungszeit auf die Reaktionsvorgänge, Wundts Psychol. Stud. III, 1907, S. 294.

Reaktionszeit untersuchen will und daher auf eine möglichste Konstanz der Entwicklung des Impulses aus der Motivwahrnehmung bedacht sein muß, gibt man der V.-P. jedesmal ungefähr gleich lang vor dem Reizmotiv ein Vorsignal. An dieses schließt sich dann ein spezielles Vorbereitungsstadium an, in welchem die Aufmerksamkeit auf die Reizlage und die Bereitschaft zum Impuls gerade zu einem Maximum ansteigen kann, wie es nur ganz kurze Zeit ohne Störung der richtigen Zuordnung jener beiden Partialleistungen zu einander aufrecht erhalten bleiben kann. Diese Forderung eines konstanten Verlaufes von der Reizauffassung bis zum Impuls gilt natürlich vor allem dann, wenn man mit solchen Versuchen die Geschwindigkeit der bei der Reaktion beteiligten Leitung der sensorischen Nervenerregung im normalen Lebenszusammenhang bestimmen will, was eben deshalb nur beim Menschen möglich ist. Dies ist bekanntlich das Problem, um dessentwillen Helmholtz im Jahre 1850 überhaupt zum ersten Male Reaktionsversuche ausgeführt hat[1]). Am Froschmuskelpräparat hatte er die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im motorischen Nerven aus der Differenz der Latenzzeiten bei zwei vom Muskel verschieden weit entfernten Nervenreizungen ermittelt[2]), wie es in jedem Lehrbuch der Physiologie ausführlich geschildert zu werden pflegt. Dieser Versuch war dann auch in ganz analoger Weise auf den lebenden Menschen übertragen worden, am genauesten nach Helmholtz' Vorversuchen von Baxt, der nach Eingipsung des Armes die Muskeln des Daumenballens durch Reizungen des N. medianus entweder am Handgelenk oder am Oberarm neben dem M. biceps zur Kontraktion brachte[3]). Ebenso mußte sich aber nun beim reaktionsfähigen Menschen auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im sensorischen Nerven aus der Differenz der Zeiten von zwei Reaktionen auf Hautreize berechnen lassen, bei denen diese Reize verschieden weit vom Zentralorgan appliziert wurden[4]): „Es wird einem Menschen ein ganz leichter elektrischer Schlag an irgend einer beschränkten Hautstelle beigebracht, und derselbe ist angewiesen, wenn er den Schlag fühlt, so schnell es ihm möglich ist, eine bestimmte Bewegung mit der Hand oder den Zähnen auszuführen, durch welche der zeitmessende Strom (vgl. unten) unterbrochen wird. . . . . Wenn wir den Eindruck auf die Empfindungsnerven von verschiedenen Hautstellen, dem Gehirn bald nahe, bald entfernt, ausgehen lassen, so ändern wir von der ganzen Summe (H. meint die ganze Reaktionszeit, bestehend aus der Zeit der sensorischen Leitung, des nicht näher analysierten Prozesses von da bis zur zentromotorischen Innervation und der motorischen Leitung bis zur registrierbaren

1) Über die Methode, kleinste Zeitteile zu messen, und ihre Anwendung für physiologische Zwecke. (Gelesen in der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg am 13. Dez. 1850, abgedr. in den Königsb. naturw. Unterhalt. Bd. II, 2, S. 1) Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen II, 1883, S. 862 ff.

2) Literaturangabe II, 3. Abt. Garten, Elektrophysiologie, S. 481 (Nr. 82).

3) Mitteilung, betreffend Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven des Menschen usw. Monatsber. der Akad. der Wiss. zu Berlin 1867, S. 228 (Helmholtz, Wissensch. Abh. II, 1883, S. 932). Bei dieser Mitteilung erwähnt Helmholtz in einer Anm. auch die Zeiten seiner eigenen Reaktionen auf elektrische Hautreize aus früheren Versuchen.

4) a. A. 1 a. O. (1850). (Wiss. Abh. II. S. 878.)

Kontraktion) nur das erste Glied, die Fortpflanzungszeit in den empfindenden Nerven[1]). Wenigstens dürfen wir wohl annehmen, 'daß die Vorgänge des Wahrnehmens und Wollens im Gehirn in ihrer Dauer nicht wesentlich von der Art der getroffenen Hautstelle abhängen werden. Ich muß aber dies als eine nicht vollständig erwiesene Annahme anerkennen." Dabei war sich aber nun Helmholtz auch bereits über die Wichtigkeit einer gespannten Aufmerksamkeit für die annähernde Gültigkeit dieser zuletzt genannten Annahme völlig klar. Er fand die Reaktionszeit „bei laxer Aufmerksamkeit sehr unregelmäßig und lang, bei gespannter dagegen sehr regelmäßig" (l. c.). Während man sich aber bei diesen früheren Versuchen mit einer ungefähren Avisierung der V.-P. kurz vor dem Reiz begnügte, ließ sich diese Regulierung des Reaktionsprozesses natürlich dadurch noch wirksamer gestalten, daß entweder vom Experimentator eine mechanische Vorrichtung[2]) ausgelöst wurde, die zunächst ein Vorsignal und nach einer stets konstanten Zwischenzeit das Reizmotiv einführte, oder daß die V.-P. wiederum selbst einen Apparat durch eine leichte Bewegung in Gang setzte, der kurz darnach das Reizmotiv bewirkte. Der Zeitabstand des Vorsignales oder der Selbstauslösung vom Reaktionsmotiv war nach subjektiven und objektiven Kriterien möglichst günstig, zwischen 1 und 2 Sekunden, auszuwählen. Bei der Selbstauslösung tritt allerdings zu den Impulsen der inneren Tätigkeit des Vorbereitungsstadiums noch ein solcher zu einer äußeren Bewegung hinzu, eine Mehrbelastung, die jedoch bei schwierigeren Vorbereitungsleistungen zu speziellen Erkennungsakten usw. gegenüber der hierdurch erzielten Freiheit nicht ins Gewicht fällt[3]).

1) Man könnte meinen, daß der nächstliegende Weg zur Beantwortung dieser Frage nach der Leitungsgeschwindigkeit im sensorischen Nerven doch eigentlich darin bestehe, daß man nach der S. 430 ausführlich behandelten Methode einfach die Zeitverschiebung bei der Vergleichung der Zeitlagen jener beiden an verschiedenen Stellen applizierten Hautreize ermittelt. Die exakte Feststellung dieser rein peripher bedingten Zeitverschiebung ist jedoch zunächst schon durch die Tatsache der Zeitschwelle für verschieden lokalisierte Reize des nämlichen Sinnesgebietes (s. S. 419), außerdem aber vor allem auch noch durch die sonstigen psychologischen Nebeneinflüsse mindestens eben so schwierig wie die Aufrechterhaltung konstanter psychologischer Bedingungen bei Reaktionsversuchen, wie denn auch Helmholtz bei der oben genannten Überlegung von der Ungenauigkeit der Auge- und Ohrmethode und ähnlicher Versuche ausging. Dennoch muß unter sonst möglichst gleichen Auffassungsbedingungen ein geübter Beobachter den Unterschied der Leitungszeit im sensorischen Nerven auch mit solchen Versuchen direkt auffinden können.

2) So verwendete schon L. Lange (Neue Experimente über den Vorgang der einfachen Reaktion auf Sinneseindrücke, Wundts Phil. Stud. IV, 1888, S. 479) ein Kontaktpendel, das jede Sekunde einen Kontakt schloß, der durch geeignete Einschaltung weiterer Kontakte zuerst ein Glocken-Vorsignal und dann in Sekundenabstand den Hauptreiz erfolgen ließ (S. 484). Erdmann und Dodge gaben bei Reaktionen auf tachistoskopisches Lesematerial, das mit dem S. 358 beschriebenen Apparat exponiert wurde, vor dem Reiz zwei Glockenschläge im Abstand von 0,5 Sek., denen das Motiv im nämlichen Takte nachfolgte (a. S. 357, A. 4 a. O. S. 108 u. S. 325). R. Bergemann (Reaktionen auf Schalleindrücke nach der Methode der Häufigkeitskurven bearbeitet. Wundts Psychol. Stud. I, 3. u. 4. 1906, S. 179) benützte wieder ein Kontaktpendel (s. S. 330, Fig. 21) mit Kontakten für Vorsignal und Hauptreiz, wie es in verschiedenen Modellen auch bei vielen neueren Versuchen beibehalten wurde.

3) Diese Selbstauslösung bewährte sich bei Reaktionen auf tachistoskopische Expositionen von Cattell (Psychometrische Untersuchungen, in Wundts Phil. Stud.

kommen aber erst wieder mit der Einübung im allgemeinen und vor allem mit der fortlaufenden Wiederholung in größeren, möglichst regelmäßig angelegten Versuchsreihen recht zur Geltung. Natürlich dürfen diese nicht bis zur Ermüdung ausgedehnt werden. Am besten bestehen sie aus kleineren, durch etwas längere Erhohlungspausen getrennten Gruppen von ca. 10 bis 12 Einzelversuchen, die durch möglichst gleiche Intervalle von höchstens 1/2 Minute getrennt sind und somit vor allem auch der motorischen Bereitschaft eine spezielle, rhythmusähnliche Förderung zugute kommen lassen. In der Tat sind denn auch alle Reaktionsversuche zur Elimination psychophysischer und rein physikalischer Variationen seit Helmholtz reihenweise angestellt worden, so daß jeder Konstellation von Reaktionsbedingungen wiederum ein ganzer Kollektivgegenstand von Reaktionszeiten im Sinne von § 14,2 zugeordnet wurde, wie er durch die früher abgeleiteten Mittelwerte repräsentiert werden kann[1]).

c) Die Entdeckung der sog. „Antizipation“ beim Studium der astronomischen Registriermethode und ihre Unterscheidung von der Reaktion.

Diese Anwendung des Prinzipes der großen Zahlen mit ihren speziellen Folgen für den Verlauf des ganzen Prozesses wurde aber dann besonders

---

III, 1886, S. 305 u. 452, IV, 1388, S. 241). Vgl. ferner A. Kästner und Wirth. Die Bestimmung der Aufmerksamkeitsverteilung innerhalb des Sehfeldes mit Hilfe von Reaktionsversuchen, Wundts Psychol. Stud. III, 1907, S. 361 u. IV, 1908, S. 139, wo III, S. 386 auch die Gesichtspunkte erwähnt sind, die hier für das Zeitintervall bis zum Reaktionsreiz maßgebend sind. Selbstauslösung fand z. B. auch schon bei den Reaktionen auf Temperaturreize mittelst eines sog. Thermophores statt, wie sie v. Frey Bd. III. 1. Abt. (Sinnesphysiologie I) S. 6 beschrieb.

1) Auf diesem Gebiete wurden denn auch schon frühe Häufigkeitskurven von psychologischer Bedeutung rein empirisch konstruiert, als R. Tigerstedt und Bergquist (Zur Kenntnis der Apperzeptionsdauer zusammengesetzter Gesichtsvorstellungen. Zeitschr. f. Biologie Bd. XIX, 1883, S. 5) die bloße Vergleichung der arithmetischen Mittel aus allen zu einer Einstellung gehörigen Versuchen (nach Hirsch) oder nach der gewöhnlichen, stets ziemlich willkürlichen Ausschaltung extremer Werte nicht mehr ausreichend fanden. Für die rasche Ableitung von ausgeglichenen Häufigkeitskurven aus der Urliste, die nach dem schon von Fechner angegebenen Prinzip das Mittel aus allen möglichen „Reduktionslagen“ von gleicher „Stufe“ (vgl. S. 38) bilden, hat Günther (Reaktionsversuche bei Durchgangsbeobachtungen, Wundt, Psychol. Stud. VII, 4. u. 5. Hft. 1911, S. 251) eine praktische Formel abgeleitet. Über die rein rechnerische Prüfung des empirischen K.-G. der Reaktionszeiten bezüglich der Konstanz seiner Entstehungsbedingungen, vgl. die von H. Bruns ausgehende Entwickelung bei H. Günther a. a. O. S. 253 und die an G. F. Lipps kritisch angeschlossene Analyse von G. Deuchler, Beiträge zur Erforschung der Reaktionsformen I. Abh. (Wundts Psychol. Stud. IV, 4. u. 5. 1908, S. 353), S. 393ff. Doch kann einer solchen rein formalen Zerlegung eines empirischen K.-G. immer nur dann eine psychologische Bedeutung zukommen, wenn sie sich mit anderen subjektiven oder objektiven Kriterien für die Heterogenität einzelner Partialgruppen deckt. Von besonderer Bedeutung für die Konstruktion homogener K.-G. ist nach dem oben Gesagten, daß man zunächst die Tageswerte getrennt hält, aus deren konkreten Streuungen man übersichtliche Kurven des ganzen Übungsverlaufes herstellen kann. (Vgl. Kästner u. Wirth a. S. 483 A. 3 a. O. Bd. IV, S. 143.) Eine anschauliche Differenzierung der Zeitlage in dem umfassenden K.-G. für sämtliche Einzelversuche geben Erdmann und Dodge a. S. 357, A. 4 a. O. S. 287.

durch die zweite praktische Hauptaufgabe nahegelegt, die auf Reaktionsversuche hingeführt hatte, durch die astronomische Registriermethode. Schon seit Anfang der 40-er Jahre war von Arago ausprobiert worden, daß man den Durchgang des Sternes durch den Faden des Fernrohres, die sog. Bisektion, statt nach der Auge- und Ohrmethode (s. S. 421) einfach durch Arretierung eines Uhrwerkes markieren könne. Auch war die chronographische Registrierung einer manuellen Markierung schon in den 50-er Jahren einstweilen wenigstens durch Vergleichung der astronomischen Zeiten auf ihre Konstanz hin geprüft und der älteren Methode vorgezogen worden. Aber erst nachdem man für diese (in den S. 433 f. genannten Untersuchungen) an besonderen Passagenapparaten auch die absoluten Zeitfehler zu bestimmen versucht hatte, unternahmen Hirsch und Plantamour[1]) zum ersten Male das nämliche für die Registriermethode und maßen die Zeit zwischen der Bisektion eines künstlichen Sternes und der Registrierbewegung. Hirsch war sich dabei der Beziehung seiner Experimente zu den Helmholtzschen Reaktionsversuchen wohl bewußt und verglich sie auch mit Reaktionen auf einzelne Eindrücke verschiedener Sinnesgebiete[2]). Offenbar führt aber nun die spezielle Vorbereitung auf die Auffassung des Reaktionsmotivs durch die Wahrnehmung der Annäherung des Sternes an den Faden bei mäßiger Geschwindigkeit zu einer so lebhaften und sicheren „Antizipation“ des erwarteten Motives in dem S. 416 geschilderten Sinne, daß die V.-P. ganz unwillkürlich entweder gelegentlich oder auch für immer zu einer ganz anderen Handlungsweise übergeht, nämlich zur „antizipierenden“ Auslösung des Impulses, bei der man bestrebt ist, die Bewegung möglichst gleichzeitig mit dem zu registrierenden Vorgang auszuführen. In diesem Falle beginnt also der Impuls zur Tat bereits während der Antizipation und vor der wirklichen Bisektion anzuschwellen, d. h. es wird überhaupt nicht mehr „auf den Durchgang reagiert“. Nicht seine Wahrnehmung, sondern die Vorstellung eines bestimmten Zeitabstandes von seinem voraussichtlichen Eintritt, der dem Beobachter auf Grund des Bewußtseins seiner Muskelbeherrschung der Zeit vom Impuls bis zur (wahrnehmbaren) Kontraktion der Muskeln gerade äquivalent erscheint, ist das eigentliche Motiv der Handlung. Hirsch und Plantamour erkannten diese zweite, „antizipierende“ Einstellung aus gelegentlichen ver-

1) Hirsch, Über persönliche Gleichung und Korrektion bei chronographischen*) Durchgangsbeobachtungen, Vortrag in der naturforschenden Gesellschaft in Neuenburg am 8. Nov. 1861: Über die historische Entwickelung dieser Untersuchungen der astronomischen Auge- und Ohrmethode und des Registriermethode vgl. Radau, Moniteur scientifique Quesneville Nr. de 15 novembr. 1865 et suiv. und Carls Repertorium f. physik. Technik (zit. nach S. Exner, a. S. 480, A. 2 a. O., S. 607, wo die frühere Literatur ebenfalls zusammengestellt ist) und vor allem Sanford, Personal Equation, Am. Journ. of Psych. II, 1888 S. 3, 271 u. 403.

2) In der vorausgehenden Abhandlung: Chronoskopische Versuche über die Geschwindigkeit der verschiedenen Sinneseindrücke und der Nervenleitung, Ebenda, S. 183.

*) Die „chronographische“ Methode soll hier ein allgemeiner Ausdruck für die in der Praxis tatsächlich im eng. S. chronographische Registriermethode überhaupt sein, da ja Hirsch diese Versuche mittelst des Hippschen Chronoskopes anstellte (s. u.).

schwindend kleinen oder sogar negativen Zeitwerten[1]). S. Exner[2]) ging ihr dann systematisch weiter nach und sah, daß man auch für Momentanreize bei rhythmischer Wiederholung zu dieser Einstellung übergehen könne, wenn man nicht jedesmal auf die einzelnen Reize warte, sondern eine mit ihr synchrone Taktierbewegung auszuführen suche. Doch sind seine auf optischen Takt bezüglichen Ergebnisse noch nicht so günstig als die, welche F. Martius[3]) für das Nachtaktieren einer gehörten Taktreihe erhielt, ein Versuch, den dieser zur Prüfung der Genauigkeit einer ähnlichen Registrierung des Pulses unternahm.

d) Die Notwendigkeit einer systematischen Kontrolle der instruktionsmäßigen Motivation der Reaktionshandlung.

1. Die allgemeine methodische Ableitung der Motivkontrolle aus den Vorschriften für die Induktion eines Motivationszusammenhanges.

Offenbar kann sich aber nun auch bei fortgesetzter Wiederholung eines Reaktionsversuches, bei welchem dem Reizmotiv nur ein einziger Sinneseindruck in einem völlig geläufigen bequemen Intervall als Vorsignal vorausgeht, schließlich ebenfalls eine so lebhafte Antizipation des Hauptreizes von der Wahrnehmung dieses Signales an ausbilden, daß der Impuls ohne besondere Gegenmaßregeln einfach in dem Takte, der in früheren wirklichen Reaktionen auf den Reiz eingeübt wurde, ohne weiteres Abwarten eines neuen Sinneseindruckes anschwillt. Solange diese Zeitlage noch ungefähr eingehalten wird, braucht sich dieser neue psychologische Charakter der Impulsentwickelung in den gewöhnlichen Reaktionsversuchen objektiv gar nicht weiter zu äußern. Wegen des instruktionsgemäßen Strebens, die Bewegung ohne Zeitverlust auszuführen, schleicht sich aber bei dieser neuen Einstellung meistens auch noch die Tendenz ein, die Bewegung möglichst gleichzeitig mit dem antizipierten Reiz selbst zu vollziehen, und führt dann bei negativen Zeitfehlern zu gelegentlichen, teilweise allerdings auch noch irregulärer bedingten vorzeitigen Reaktionen, die früher das einzige sichere Kriterium für diese innere Einstellung bildeten, da die Selbstbeobachtung allein bei der Feinheit der zeitlichen und intensiven Differenzierung der entscheidenden Momente hierzu niemals ausreichen kann.

Da aber der Impuls nur deshalb so bald ausgelöst wird, weil er überhaupt nicht mehr durch die spezielle Neuauffassung des Reizes, sondern durch seine Erwartung in einem bestimmten Zeitpunkt nach dem Vorsignal motiviert ist, so muß sich die korrekte Einstellung der eigentlichen Reaktion auf den Reiz in einem beliebigen Einzelversuch syste-

1) Eine besonders klare Gegenüberstellung der beiden Verhaltungsweisen findet sich schon bei Le Verrier, Annales de l'observatoire de Paris (mémoires) T. VIII, p. 7. (ausführlich zit. bei H. Leitzmann: Über Störungserscheinungen bei astronomischer Registrierung, Wundts Phil. Stud. V, 1889, S. 56ff. (S. 62, Anm. 1).

2) a. S. 480, A. 2 a. O. S. 639ff.

3) F. Martius, Weitere Untersuchungen zur Lehre von der Herzbewegung. Zeitschrift für klinische Medizin Bd. XV, S. 536. (Vgl. auch Kraepelin, Zur Methodik der Herztonregistrierung, Deutsche Med. Wochenschrift 1888. Nr. 33.)

matisch dadurch feststellen lassen, daß man das verabredete Reizmotiv völlig ausfallen läßt oder durch ein anderes ersetzt und zusieht, ob der Impuls dann noch zurückgehalten werden kann. Hiermit wird einfach das Aristotelisch-Baconische Prinzip der negativen Instanzen bei der Induktion irgendeiner Kausalbeziehung überhaupt auf die Kontrolle eines Motivationszusammenhanges angewendet. Wenn das verabredete Motiv ausfällt, darf bei korrekter Einstellung auch der Impuls zur Tat sich nicht entwickeln. Solche Kontrollen dienen aber bei sinngemäßer Einstreuung in die Versuchsreihen[1]) nicht nur zur Orientierung für den Experimentator, ob er die gefundenen Reaktionszeiten überhaupt auf den verabredeten, eindeutig bestimmten Prozeß beziehen darf, sondern geben auch dem Reagenten selbst in ihrem Gelingen oder Mißlingen erst die Möglichkeit an die Hand, den Grad seiner Selbstbeherrschung in der Zuordnung von Impulsen zu äußeren Sinneswahrnehmungen kennen zu lernen und eventuell durch Übung bis zu einem stationären Stadium zu steigern. Erst dann sind die Reaktionszeiten jene eindeutigen Grenzwerte, aus deren Abhängigkeit von speziellen physiologischen und psychologischen Nebeneinflüssen allgemeinere Schlüsse gezogen werden können.

2. Die Verabredung der Motivations-Präzision bezüglich des Reizmotives.

Da die Zuordnungen einer Reaktion zu einem Reiz nach beiden Seiten hin eine mit der Gesamtleistung variable Unterschiedsschwelle besitzen, so ist auch für die korrektesten Reaktionen die Definition der Abänderung der Reizlage im kritischen Momente, bei welcher die V.-P. ruhig bleiben soll, ebenso wie dieser noch als Ruhe betrachtete Zustand bis zu einem gewissen Grade konventionell und relativ. Durch entsprechende Vorsicht in der Koordination der einzelnen Partialleistungen kann aber die V.-P. jedenfalls immer höheren Ansprüchen in dieser Richtung genügen, woraus sich von selbst ein natürlicher Gesichtspunkt für die Abstufung der Schwierigkeit der einzelnen Reaktionsaufgaben entwickelt. Hiervon war auch Donders[2]) bei seinen erstmaligen Versuchen in dieser Richtung ausgegangen, der diesen Unterschied einer allgemeineren oder spezielleren Motivation in folgendem Passus zum Ausdruck brachte: „Wer die Versuche gemacht hat, weiß, daß das Signal (so nennt Donders die Reaktion selbst) da, wo es nur um Reaktion im allgemeinen zu tun ist, bei allem, was geschieht, losbricht. Wartet man mit Spannung auf eine Lichterscheinung, man reagiert unwillkürlich auch auf einen Klang und umgekehrt, und ebenso auf einen Stoß, auf einen elektrischen Schlag, kurz auf jeden kräftigen Eindruck. Man wartet nicht, bis man hört, sondern nur bis man gewahr wird.“ Man kann also im „einfachsten“ Falle zufrieden sein, wenn die V.-P. nur wenigstens beim völligen Ausfall jeglichen Reizes ruhig bleibt. Verlangt man aber die Respektierung anderer positiver Reize als negativer Instanzen, so hat man

1) Über die Gesichtspunkte, die hierbei im einzelnen zu beobachten sind, vgl. A. Kästner und W. Wirth, a. S. 483, A. 2 a. O. S. 366ff und Exp. Anal. der Bewußtseinsphän. S. 408ff.

2) a. S. 480, A. 1 a. O. S. 673.

bereits eine Reaktion auf ein spezielleres Reizmerkmal. Auch war sich Donders bereits darüber klar, daß die ganze Reihe nicht mehr auf eine eindeutige Einstellung bezogen werden könne, falls in ihr auch nur ein einzigesmal ein von der Motivation ausgeschlossener Reiz mit einer Reaktion beantwortet wird, was also auch bei der S. 484 A. 1 erwähnten Konstruktion des K.-G. aller der nämlichen Instruktion entstammenden Reaktionszeiten in Rücksicht zu ziehen ist. Doch ist in den älteren Versuchen eine solche Eindeutigkeit minimaler Reaktionszeiten wohl noch niemals wirklich erreicht worden.

Indessen wäre bei Donders' Reaktionen auf spezielle Merkmale und bei den an ihn sich anschließenden Versuchen mit sog. Unterscheidungs- und Erkennungsreaktionen, bei denen ähnliche Reize vorkamen, auf die nicht reagiert werden sollte, die Minimalzeit, bei der eben noch jederzeit eine korrekte Reaktion der geforderten Art möglich ist, auch schon deshalb wohl gar nicht zu erreichen gewesen, weil die V.-P. hierbei durch ein relativ häufiges Auftreten negativer Instanzen besonders auf diese hingelenkt wurde. Dadurch kam, wie Wundt zuerst hervorhob[1]), nicht die volle Bereitschaft zustande, die nur bei ausschließlicher Antizipation des positiven Falles möglich wird. Denn der ausdrücklichen Aktualisierung des disjunktiven Urteiles, es könne entweder die positive oder irgendeine negative Reizeventualität eintreten, entspricht eine analoge disjunktive Konkurrenz der beiden Vorbereitungen zum Reaktionsimpulse einerseits und zur Zurückhaltung im kritischen Moment andererseits, wie sie das Wesen der unten § 81 c betrachteten disjunktiven Reaktion ausmacht, wenn dabei gleichzeitig mehrere Impulsmöglichkeiten für verschiedene Reizeventualitäten in Frage kommen. Zur Erzielung wirklicher Minimalzeiten der Reaktionen auf allgemeinere oder speziellere Merkmale ist somit unbedingt die ausdrückliche Instruktion der V.-P. erforderlich, sich um die gelegentlichen Kontrollen bei der eben noch sicher beherrschten Vorbereitung des Impulses gar nicht zu kümmern. Dies kann aber um so sicherer befolgt werden, je mehr die V.-P. aus dem tatsächlichen Gelingen der Kontrollen ohne jeden vorherigen Gedanken an sie und trotz größtmöglicher Impulsbereitschaft Selbstvertrauen in ihre differenzierte Beherrschung jeder in Betracht kommenden Situation gewinnt, und je seltener überhaupt solche Versuche bei ihrer fortgesetzten Respektierung weiterhin noch eingestreut zu werden brauchen.

3. Die Verabredung der Motivationspräzision bezüglich des motorischen Verhaltens.

Wie schon erwähnt, ist aber zur vollen Eindeutigkeit auch das motorische Verhalten noch näher zu definieren, das noch als korrekte Respektierung eines fremden Reizes anerkannt werden soll. Würde das reagierende Glied, z. B. die Hand, in der S. 461 f. geschilderten Weise auf einer frei federnden Unterlage ruhen und schon die geringste Bewegung am zeitmessenden Apparat die Reaktionszeit abgrenzen, so wäre die Forderung, nicht zu „rea-

1) Grundzüge der Physiol. Psychologie (1. Aufl. 1874) III⁶ 1911, S. 447.



gieren", bei der Unvermeidlichkeit jener ebenda genannten unwillkürlichen Bewegungen in einem irgendwie kritischen Moment überhaupt niemals zu erfüllen. Ja die unsichere Unterlage der Hand bewirkt leicht eine Unsicherheit des allgemeinen Bewußtseinszustandes, die dem korrekten Vollzug bestimmter positiver oder negativer Koordinationen schon an sich nachteilig ist. Aber auch schon ein zu geringer Widerstand eines zunächst nicht federnden Reaktionsapparates wird die Forderung, beim Kontrollversuch keine registrierbare Bewegung auszuführen, durch die Notwendigkeit einer besonderen Zurückhaltung immer noch ähnlich erschweren wie die Verabredung eines sehr speziellen Reizmotives, dessen Erkennung eine große Anstrengung erfordert. Dagegen scheint vor allem das zur eigentlichen Reaktionsleistung antagonistische Niederdrücken des Tasters gegen eine feste Unterlage, das den zeitmessenden Apparat selbst gegen stärkere unwillkürliche Bewegungstendenzen zu sichern vermag, die korrekte Disjunktion des impulsiven Verhaltens je nach der Reizlage zu begünstigen, weil ihm gegenüber der Reaktionsimpuls mit einem höheren Grade willkürlichen Nachdruckes einsetzen muß, als bei einer bloßen Fortbewegung in der nämlichen Richtung gegen einen mäßigen äußeren Widerstand.

79. Die systematische Kontrolle der Antizipation und die Bestimmung des zureichenden Reizmotives der antizipierenden Innervation.

Wo sich nun durch die Stetigkeit oder Taktmäßigkeit der Vorbereitung umgekehrt gerade die antizipierende Auslösung des Impulses so regelmäßig durchführen läßt wie bei der astronomischen Registriermethode, ist auch diese abgesehen von der Zeitmessung wiederum durch das Verhalten der V.-P. bei entsprechenden Kontrollversuchen nachzuweisen. Denn wenn der Impuls bereits um so viel vor dem erwarteten Reizmoment losbricht, daß sein registrierbarer Effekt mit dem Reiz ungefähr gleichzeitig eintritt, wird natürlich ein Ausbleiben des Reizes an der Ausführung nichts mehr ändern können. Bei unstetiger Vorbereitung durch einen Momentanreiz, der um ein völlig geläufiges Intervall dem Reaktionsmotiv voranzugehen pflegt, oder gar durch eine für gewöhnlich mit dem Reiz rhythmisch abschließende Taktreihe gibt es nun hierbei nur die beiden Möglichkeiten des Auftretens oder Ausbleibens des Reizes, wenn man von der Darbietung eines ähnlichen Reizes im richtigen Moment oder der Hinzufügung neuer Reize vor diesem absieht. Bei der stetigen Vorbereitung eines Sterndurchganges oder dergl. läßt sich jedoch der Zeitpunkt der Hemmung, nämlich des Stehenbleibens (oder Verschwindens) des Sternes vor dem Fadenkreuz, durch Abstufung der Entfernung des Haltepunktes von dem Fadenkreuz beliebig variieren. Dadurch kann nun die zeitliche Entwickelung des Impulses bei den verschiedenen Einstellungen untersucht und ermittelt werden, von wann an sich die Handlung vom äußeren Reizmotiv unabhäng weiter entwickelt, ohne daß freilich hier auch schon der (ungestörte) Impuls selbst einsetzen müßte.

Zunächst ließ sich also auch hier wiederum die gewöhnliche Reaktion auf den wirklichen Durchgang dadurch nachweisen, daß bei ihr die Bewegung beim gelegentlichen Anhalten des Sternes in einer Entfernung vom

Fadenkreuz, die eben noch deutlich wahrgenommen wird, jederzeit noch sicher zurückgehalten werden konnte. Dabei erwies sich in zahlreichen Versuchen von *Günther*[1]) eine systematische Kontrolle dieser Art als ein sicheres Hilfsmittel, um sich bei der allgemeinen Absicht, wirklich erst auf den Durchgang zu reagieren, die zunächst stets naheliegende antizipierende Einstellung tatsächlich definitiv abzugewöhnen und den Durchgang zwar um eine Reaktionszeit verspätet, dafür aber auch sehr konstant zu registrieren[2]). Sucht aber nun die V.-P. die *Bewegung mit dem Durchgang gleichzeitig* auszuführen, so muß sich doch andererseits wiederum eine entsprechend frühere Stellung des Sternes vor dem Fadenkreuze ermitteln lassen, *vor* der er nicht stehen bleiben darf, wenn die Registrierung nicht auch bei dieser Einstellung ausbleiben soll. Ein Anhalten *nach* dieser Stelle aber würde hierbei den Impuls ebensowenig zurückhalten können, wie bei der Reaktion auf den Durchgang eine Bremsung nach der Bisektion. Obgleich man nun bei dieser rein subjektiv durch die antizipierende Bewegungsvorstellung bedingten Auswahl des Zeitpunktes für die Auslösung des Impulses nicht von einer „Reaktion“ der V.-P. auf diese frühere Stellung des Sternes sprechen wird, dürfte ihr zeitlicher Abstand von der Bisektion doch ihrer Dimension nach etwa der Reaktionszeit bei Verwendung ähnlicher Reaktionsmotive gleichkommen. Natürlich wird man beim Versuch, das Einsetzen des rein antizipierend geleiteten Impulses nach diesem Prinzip zu ermitteln, *auch das tatsächliche Verharren bei der rein antizipierenden Registrierung fortgesetzt durch Zeitmessungen bei ungestörtem Durchgang zu kontrollieren haben.* Auch muß die V.-P. schon von sich aus ebenso wie bei jener Kontrolle der eigentlichen Reaktion bei jedem Versuche immer von neuem so viel als möglich bemüht sein, die spezielle Aufgabe, hier also der *gleichzeitigen* Bewegung, wirklich zu lösen, ohne weiter an die Möglichkeit eines Zurückbleibens des Reizobjektes zu denken. Freilich wird eine genauere Bestimmung der kritischen Stelle jederzeit eine größere Anzahl von Kontrollversuchen fordern. Denn es handelt sich ja hier wieder um die Feststellung eines Bedingungsextremes oder *einer Schwelle* im allgemeinsten, S. 164 definierten Sinne unter ganz analogen Bedingungen, wie sie in § 29 dargelegt wurden. Da die Stellung, bei der der Impuls ausgelöst wird, zufälligen Schwankungen unterworfen ist, so wird man nicht eine bestimmte Distanz des Sternes vom Faden finden, vor der jederzeit und nach der niemals ein Zurückhalten möglich ist. Wie in Fig. 52 skizziert ist, wird sich vielmehr bei n-mal wiederholter Bremsung des Sternes vor dem Faden F höchstens wieder ein ganzer „Unsicherheitsbereich“ zwischen zwei Distanzextremen E_0 und E_0' ermitteln lassen: Hat der Stern bei seinem Stillstand den Punkt E_0 noch nicht erreicht, so wird der Impuls in n Fällen *jedesmal* zurückgehalten werden, nach Überschreitung von E'_0 dagegen *niemals* mehr. Dazwischen aber ist ein allmählicher Übergang der rel. Häufigkeit der Zurückhaltung von 1 auf 0 zu erwarten, aus deren Kurve der hypothetische K.-G.

---

1) a. S. 484, A. 1 a. O.

2) Auch ein zu vorsichtiges Abwarten des vollen Durchganges gibt sich hierbei darin kund, daß die Reaktion in diesem Falle selbst bei einem Anhalten des Sternes etwas *nach* der Bisektion gestört erscheint.

arithmetisches Mittel J (𝔄) und Streuungsmaß nach den in Kap. 7 entwickelten Prinzipien abzuleiten sind, wenn die Abszissen der in Fig. 52 angedeuteten Kurve zugleich Zeitwerte bedeuten [1]). Der Reaktionszeit ist aber natürlich nicht ohne weiteres der Zeitabstand zwischen J (𝔄) und der Bisektion, sondern der in der Figur als R.-Z. (𝔄) bezeichnete Abstand zwischen J (𝔄) und dem Mittel der tatsächlichen Registrierungen äquivalent zu erachten, die in den nämlichen Versuchsreihen mit den Kontrollversuchen völlig zufällig und unwissentlich untermischt abgeleitet wurden. In Fig. 52 ist auch deren K.-G. durch eine Kurve angedeutet, deren Abszissen wieder einfache Zeitwerte bedeuten. Die Distanz des stark gezeich-

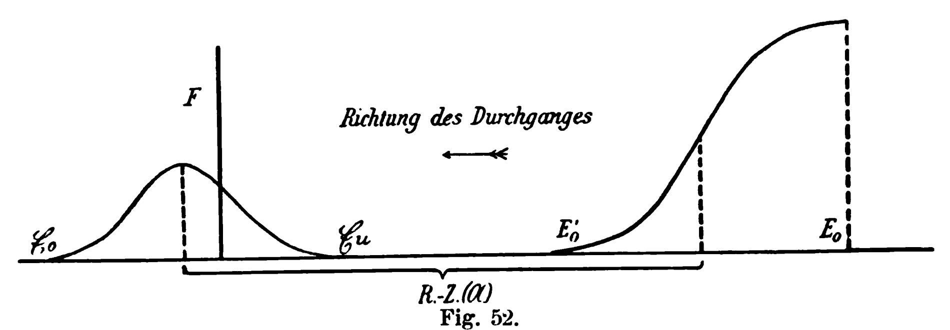


Fig. 52.
Zur Bestimmung der Zeit zwischen der Auslösung eines antizipierenden Willkürimpulses und der Muskelkontraktion.

neten Fadens F von der schraffierten mittleren Registrierung stellt unmittelbar den konstanten Fehler dar, der bei der Absicht zur gleichzeitigen Registrierung untergelaufen ist und der von der Größe des Gesichtsfeldes, von der Geschwindigkeit des Sternes u. a. abhängig ist. Je weniger übrigens die Gegenordre, wie Stillstand oder Verschwinden des Sternes vor dem Faden oder ein besonderes Signal, sich während der Bereitschaft zu einer mit der Bisektion gleichzeitigen Bewegung von selbst aufdrängt, um so früher wird sie auftreten müssen, um noch rechtzeitig zur Geltung zu kommen. Die Zeit R.-Z. (𝔄) wäre also dann ähnlich verlängert, wie die Zeit einer eigentlichen Reaktion auf ein wenig auffälliges Reaktionsmotiv, bei der erst noch eine besondere Erkennungsleistung hinzutreten muß (s. § 81, a).

80. Die Unzulänglichkeit der alten Unterscheidung zwischen der sog. sensoriellen und muskulären Reaktionsweise für die Erzielung eindeutiger Einstellungen.

Einer zweckmäßigen Weiterentwickelung der Methodik der Reaktionsversuche war es längere Zeit hinderlich gewesen, daß man an Stelle solcher, wie wir sahen, schon bei Donders a. a. O. vorgebildeten systematischen Kontrollen, welche die wirkliche Reaktion auf einen Reiz und die anti-

1) Bei ungleichförmiger Bewegung des Sternes wären natürlich noch entsprechende Umrechnungen vorzunehmen. Die Abszisse des arithmetischen Mittels J (𝔄) ist in Figur 52 ebenso schraffiert wie diejenige des Extremes E_0.

zipierende Auslösung des Impulses voneinander sondern läßt, die Reaktionsweisen unmittelbar nach dem Verhältnis der sensoriellen und der motorischen Momente bei ihnen zu unterscheiden suchte, das sich vor allem in der Selbstbeobachtung und außerdem bis zu einem gewissen Grade auch an der äußeren Haltung der V.-P. im Vorbereitungsstadium erkennen lassen sollte. Schon 1873 hatte Exner (a. a. O. S. 619) bei intensiven, mit Schreckwirkung verbundenen Hautreizen und bei Reaktionen, vor denen man sich absichtlich in eine schreckartige, zum plötzlichen Zusammenfahren geneigte Stimmung versetzt hatte, besonders kurze Zeiten gefunden, weshalb ihm hier „ein ganz wesentlicher Unterschied" vorzuliegen schien und er vorübergehend sogar daran dachte, es könne sich dabei um eine dem reinen Reflex näherstehende, peripherere Lokalisation der Übertragung der sensorischen Erregung auf die motorischen Leitungsbahnen handeln. Etwa zehn Jahre darnach glaubte dann L. Lange[1]) zwei Extreme der Reaktion einander gegenüberstellen zu können, die er als „extrem muskuläre" und „extrem sensorielle" bezeichnete. Während man bei jener „an den bevorstehenden Sinneseindruck gar nicht denkt, dagegen so lebhaft als möglich die Innervation der auszuführenden Reaktionsbewegung vorbereitet", soll man bei der extrem sensoriellen, „indem man jede vorbereitende Bewegungsinnervation grundsätzlich vermeidet, seine ganze vorbereitende Spannung dem zu erwartenden Sinneseindruck zuwenden, wobei man sich aber gleichzeitig vornimmt, unmittelbar nach Auffassung des Eindruckes, ohne bei diesem unnötig zu verweilen, den Impuls zur Bewegung folgen zu lassen" (a. a. O. S. 487 f.). Diese ergebe relativ lange, jene dagegen so kurze Reaktionszeiten, daß man sie für einen durch vorhergehende Willenstätigkeit vorbereiteten Kleinhirnreflex halten müsse. Während aber Exner seine soeben erwähnte ähnlich motivierte Unterscheidung von jener Gegenüberstellung der wirklichen Reaktion auf den Reiz und der ausschließlich von der Antizipation geleiteten Bewegung vollständig getrennt hält, gibt L. Lange für die „persönlichen Differenzen" überhaupt keinen anderen Erklärungsgrund mehr als den Gegensatz der sensoriellen und muskulären Einstellung[2]).

Nun kommt aber L. Lange mit der Konstatierung jener an sich natürlich möglichen Extreme als solcher methodisch doch nicht weiter, da auch er die korrekte oder, wie Wundt sagt, die „vollständige Reaktion" nur als eine Art von Mischung aus beiden Extremen auffassen muß, die erst durch die Übung stationär wird. Aber es handelt sich eben gerade darum, das richtige „Mischungsverhältnis" oder die Koordination der „sensorischen" und der „muskulären" Momente objektiv kontrollieren zu können. Selbstbeobachtung reicht dazu, wie gesagt, keinesfalls aus, so daß die V.-P. auch bei vermeintlich „sensorieller" Einstellung die Kontrollversuche bisweilen verfehlt. Auch muß es schon von vornherein als ein methodischer Nachteil betrachtet werden, wenn eine solche Einstellung nicht aus ihrem objektiv kontrollierbaren Effekt, sondern im wesentlichen, von zufälligen vorzeitigen Reaktionen abgesehen, nur in der Selbstbeobachtung kontrolliert

1) Vgl. S. 483, A. 2 a. a. O.

2) Unter diesem Gesichtspunkte suchte dann auch Alechsieff die verschiedenen Kategorien von Zeitwerten bei der astronomischen Registriermethode zu verstehen. (Reaktionszeiten bei Durchgangsbeobachtungen. Wundt, Phil. Stud. XVI, 1900, S. 1 ff.).

wird, da gerade die Selbstbeobachtung zeigt, daß wir im natürlichen Verlauf des seelischen Lebens die von äußeren Situationen abhängig gemachten Impulse am besten auch im ausschließlichen Hinblick auf die Reizlage, also ohne psychologische Reflexion, auslösen und nur hierbei die „richtigen" Maßverhältnisse am ungestörtesten treffen können. Endlich läßt sich aber der gerade bei der astronomischen Registriermethode entscheidende Gegensatz der wirklichen Reaktion auf den Durchgang und der antizipierenden Auslösung des Impulses niemals auf die Langesche Unterscheidung zurückführen. Vielmehr muß auch bei der ausdrücklichen oder unwillkürlichen Einstellung auf eine mit der Bisektion gleichzeitige Bewegung zwischen den sensoriellen Momenten, d. h. der Wahrnehmung des Sternes vor dem Faden einerseits und dem muskulären der Impulsvorbereitung andererseits, unterschieden werden, wenn auch, wie aus dem S. 489ff. Gesagten hervorging, der Zeitpunkt für die Aktualisierung der dritten, motorischen Partialleistung hier früher liegt als bei der eigentlichen Reaktion auf den Stromdurchgang. Auch hier können aber nur bestimmte objektive Effekte, nämlich vor allem die gemessenen Zeiten selbst, die in dem Verhältnis zum Wert Null hierbei eine besondere, unmittelbare Kontrolle bieten, und außerdem die S. 489 genannten Prüfungsversuche die wiederum allein eindeutige festzulegende optimale Koordination der motorischen zur sensoriellen Komponente herausfinden lassen, die die Bisektion wirklich so gut als möglich treffen läßt, wenn überhaupt einmal auf diese besondere Art registriert werden soll. Physiologische Hypothesen über die Natur der zum psychophysischen Prozesse der Reaktionshandlung gehörigen sensorisch-motorischen Erregungsleitung aber sind vielleicht noch verfrüht, wenn auch natürlich aus allem Bisherigen wenigstens so viel mit Sicherheit hervorgeht, daß sehr kleine oder sogar negative Zeiten bei antizipierender Tendenz, die nach L. Lange mitunter einfach als „muskulär" aufgefaßt zu werden pflegten, keinesfalls von rein reflektorischem Charakter zu sein brauchen, sondern einer sogar sehr intensiven Willküranstrengung entsprechen können.

81. Die systematische Erschwerung der Reaktionshandlung durch spezielle Aufgaben bezüglich ihrer einzelnen Komponenten.

a) Die Erhöhung der Auffassungsleistung bei Verabredung spezieller Reaktionsmotive und Auffassungsbedingungen.

Erst durch die präzise Festlegung unseres Gegenstandes, wonach immer nur das Zeitminimum gesucht wird, in welchem eine bestimmte Reaktionsaufgabe eben noch ohne Verfehlung eines zufällig eingestreuten Kontrollversuches der beschriebenen Art gelöst werden kann, sind aber nun auch alle jene Spezialaufgaben bezw. die bei ihnen gefundenen Reaktionszeiten eindeutig bestimmt, bei denen die Instruktion hinsichtlich einer (oder mehrerer) der drei oben genannten Partialleistungen in irgendeiner Weise erschwert wird. Seit Donders' erstmaligen Versuchen in dieser Richtung[1]) wurde zunächst einmal das entscheidende

1) Vgl. S. 487.

Wiedererkennung erst einer gewissen geistigen Anstrengung bedurfte. Zweitens kam man später in anderem Zusammenhange darauf, die Reaktionsbewegung zu komplizieren, und drittens wurden endlich ebenfalls bereits von Donders (a. a. O.) gleichzeitig mehrere Zuordnungen verabredet, also je nach dem tatsächlich auftretenden Reiz eine verschiedene Reaktionsbewegung verlangt. Es ist klar, daß den einzelnen Graden einer solchen Erschwerung der Aufgabe bei gleicher Übung nur dann eine stetige Vergrößerung der Reaktionszeit parallel gehen kann, wenn die Instruktion auch wirklich befolgt wird, wenn also etwa die Reaktion nicht statt nur auf das spezielle Merkmal auch auf jeden ähnlichen Reiz hin erfolgt, und wenn man sich speziell bei einer schwierigeren motorischen Leistung nicht einfach zu einer geringeren Aufmerksamkeit auf das Reizmotiv verleiten läßt, wie sie ebenfalls einen Kontrollversuch verfehlen ließe.

Was zunächst die Erschwerung der Motivauffassung anlangt, so ergibt sich eine solche nach Wundt z. B. bei Annäherung des Reizes an die Schwelle oder bei Störungsreizen in unmittelbarer zeitlicher Nähe des eigentlichen Reizmotives [1]). Mit der S. 323 geschilderten Anordnung, mittelst deren zunächst der Einfluß bestimmter Aufmerksamkeitsverteilungen innerhalb des Sehfeldes auf die Schwelle momentaner punktueller Aufhellungen untersucht wurde, prüfte ich mit A. Kästner 1904 auch, wieweit die Zeit der Reaktion auf übermerkliche, überall gleich intensive Aufhellungen der genannten Art von ganz entsprechenden Einstellungen der Aufmerksamkeit modifiziert werden könne [2]). Hierbei war denn auch zum ersten Male die hier überall geforderte Kontrolle der Reaktion auf den Reiz durch gelegentliches Ausbleiben desselben mit Erfolg systematisch durchgeführt worden, wie es besonders bei einer solchen Erschwerung der Auffassungsbedingungen zur Sicherung einer konstanten Einstellung unerläßlich erscheint.

Die Komplikationen durch die inhaltliche Spezialisierung des Reaktionsmotives wurden nach Donders' mehrmals genannten Versuchen dieser Art (s. S. 487) noch öfter mit der nämlichen Einstellung vollzogen [3]), bei der der Reagent sich gleichzeitig die anderen Reizmöglichkeiten vergegenwärtigte, auf die er nicht reagieren sollte, und diese auch relativ häufig auftraten, wodurch die Zeit etwas länger als bei Befolgung des S. 488 genannten Prinzips ausfallen muß, falls wirklich, was allerdings nicht immer erreicht wurde, alle diese Kontrollversuche gelingen. Wundt führte dann auch Erkennungs- und Unterscheidungsreaktionen aus, bei denen er den Impuls erst nach der Apperzeption des Erkennungs- oder Unterscheidungsprozesses auslöste, also gewissermaßen auf einen Gegenstand der Selbstbeobachtung reagierte [4]). Wenn aber nun hierbei auch die vorzeitigen

1) Wundt, Grundzüge der physiol. Psychol. III^{6}, 1911, S. 415ff.

2) A. Kästner und W. Wirth, Die Bestimmung der Aufmerksamkeitsverteilung innerhalb des Sehfeldes mit Hilfe von Reaktionsversuchen, Wundts Psychol. Stud. III, 1907, S. 361 u. IV, S. 139.

3) v. Kries und Auerbach, Die Zeitdauer einfachster psychischer Vorgänge, Arch. f. Anat. u. Physiol., Phys. Abt. 1877, S. 297.

4) Wundt, Grundz. der Physiol. Psychol. III^{6}, 1911, S. 428f.

Reaktionen sicher vermieden werden, bei deren Vorkommen auch die Kontrollversuche mißlingen würden, so fallen doch die Zeiten durch das Dazwischentreten einer sogar ziemlich schwierigen Reflexion länger aus, als es bei ausschließlicher Konzentration auf das spezielle Merkmal des Reizmotives zur korrekten Erkennungsreaktion erforderlich wäre[1]). Nach einem Plane, den ich im Zusammenhange mit meiner oben genannten Arbeit entwarf, hat aber in neuester Zeit G. Deuchler[2]) in dem ersten Teil seiner im übrigen auch selbständig erweiterten Untersuchung die Reaktionen auf allgemeinere und auf speziellere Reizmerkmale wieder systematisch kontrolliert. Es waren z. B. die Zeiten von Reaktionen auf das Auftreten eines Sinnesreizes überhaupt (Licht-, Schall- oder Tastreiz) mit den Zeiten bei Reaktion auf bestimmte Sinnesgebiete zu vergleichen. Hierbei durfte also bei jener Einstellung wiederum der gelegentliche Ausfall jeglichen Reizes überhaupt, bei dieser dagegen das Auftreten eines disparaten, in der betreffenden Reihe nicht als Motiv verabredeten Reizes keine Reaktion auslösen.

Auch bei den Reaktionen auf Sterndurchgänge ist das Reizmotiv ein sehr spezieller Vorgang, so daß die eigentliche Reaktion nach Unterscheidung der Bisektion von der nächsten zeitlichen Umgebung, wie schon S. Exner hervorhob, zunächst ungleich schwieriger ist als die Reaktion auf Momentanreize. Doch lassen sich auch hier verschiedene Grade der Erkennungsleistung abstufen, wenn man das Motiv nicht auf die Passierung des bei Ruhelage des Sternes eben noch vom Faden unterscheidbaren Standortes einschränkt, sondern bei der Kontrolle damit zufrieden ist, daß der Reagent beim Anhalten des künstlichen Sternes in einer bestimmten Entfernung des Sternes vom Faden den Impuls noch zurückzuhalten vermag.

Bezüglich der Reizapparate ist den früher genannten Hilfsmitteln für die sinnesphysiologische Analyse und die Untersuchung der höheren psychischen Vorgänge nichts weiter hinzuzufügen, zumal bei jenen solche Reaktionen auf speziellere Merkmale auch schon mehrmals als Mittel erwähnt wurden, über die zeitlichen Verhältnisse des Ablaufes der Sinneserregung Aufschluß zu geben. Es handelt sich hierbei überall zunächst einmal darum, daß mit dem Auftreten des Reizes genau gleichzeitig ein Kontakt geschlossen oder geöffnet wird, um auf den zeitmessenden Apparat einzuwirken. Je nach der Wahl des letzteren bezw. seiner Verwendungsform wird dies nämlich, wie unten ausführlicher beschrieben ist, durch eine Stromschließung oder -öffnung erreicht werden. Außerdem muß dann nach dem früher Gesagten das verabredete Reaktionsmotiv völlig unwissentlich in jedem Versuche durch bestimmte Kontroll- oder Prüfungsreize ersetzt werden können. Die Prüfung durch Reizausfall ist natürlich stets ohne weiteres möglich. Besondere Kontrollreize erfordern je nach ihrer Zugehörigkeit zum nämlichen oder zu einem anderen Sinnesgebiet nur geringfügige Zusätze zu der Anordnung oder aber ähnliche Erweiterungen, wie sie bei der Untersuchung der Aufmerksamkeitsverteilung in verschiedenen Sinnesgebieten (S. 139) ausführlich erörtert sind (vgl. die S. 484 genannten Arbeiten von A. Kästner

1) Vgl. auch v. Kries, Über Unterscheidungszeiten, Vierteljahrsschrift f. wiss. Philos. XI, 1887, S. 10.

2) Beiträge zur Erforschung der Reaktionsformen, I. Abh. Wundt, Psychol. Stud. IV, S. 358 ff., 1908, und besonders II. Abh. ebenda V, 1909, S. 163.



und Wirth, Deuchler u. a.). Bei Günthers Kontrollen der Reaktion auf Sterndurchgänge war eine mit weißem Papier überzogene Trommel, auf welcher der „Stern“ als feiner schwarzer Strich angebracht war[1]), auf die Achse eines Kymographions so aufgesetzt, daß sie von der Achse und einer mit dieser fest verbundenen Platte nur durch Reibung mitgenommen wurde. Mit der Achse war ein Hebel fest verbunden, der einen Kontakt genau im Moment der Bisektion öffnete. Für die Kontrollversuche war nun an dieser Trommel außen eine Nase angesetzt, die durch einen vom Zimmer des Experimentators aus bedienten elektromagnetischen Hebel an einer bestimmten Stelle aufgehalten werden konnte, während die Kymographionachse weiter



Fig. 53.
Einfacher Reaktionstaster.

lief und die Trommel nach einer weiteren Kontaktschließung seitens der V.-P. von selbst[2]) nach Erreichung der alten Stellung zum Auslöserhebel wieder richtig mitnahm.

b) Die Verabredung besonderer motorischer Leistungen.

Die Leichtigkeit der motorischen Seite hängt zunächst von der Muskelgruppe ab, die so schnell als möglich isoliert in Tätigkeit treten soll. Hierbei kommt in Betracht, daß die V.-P. leichter gewisse umfassendere Bewegungen z. B. der ganzen Hand mitsamt des Unterarmes ausführt, wenn eine große Schnelligkeit erzielt werden soll. Dies ist denn auch die gewöhnliche Reaktionsweise, wenn besondere motorische Komplikationen vermieden werden sollen. Man drückt also etwa mit dem Zeigefinger oder Daumen bei bequemer Auflagerung des Unterarmes und des Handballens auf den Knopf eines federnden Tasters (Fig. 53) bis zum Kontaktschluß (zwischen I und III bei Fig. 53) und fährt mit der ganzen Hand rasch zurück. Will man jedoch mehrere Reaktionsbewegungen für verschiedene gleichzeitig gültige Zuordnungen zur Verfügung haben, wie es bei den unten genannten disjunktiven Reaktionen erforderlich ist, so muß man schon zu den differenzierteren Be-

1) a. S. 484, A. 1 a. O. Hirsch hatte seinerzeit (a. S. 485 a. O.) ein großes, an einer Stelle durchbohrtes Pendel vor dem Lichte des Meridianzeichens der Sternwarte vorbeischwingen lassen.

2) Aus den S. 488 genannten Gründen ist es wichtig, daß die V.-P. durch die Kontrollversuche möglichst wenig Störung erleidet.

wegungen einzelner Finger wie beim Klavierspiel
man bei einer sonst gleichen Reaktionsweise die
verbesserte „psychophysische Klavier“ J. Merk
Finger bei möglichster Ruhelage der übrigen zu
brechung des Stromkreises für die elektromagnetis
läßt. Um stets die „einfachen“ Reaktionen mit s
ordnungen“ vergleichen zu können, wäre es unter
vornherein auch bei den einfachen Tastern wie
bewegungen einzuüben, wie sie am Klaviertaster
Als motorische Komplikation wird natürlich
wendung von Muskelgruppen empfunden, die an

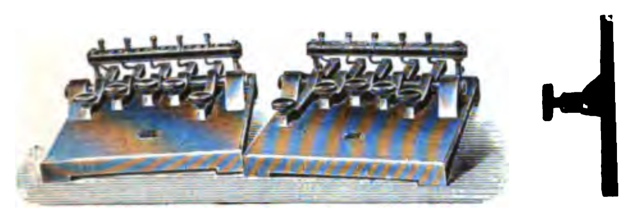


Fig. 54.
Zehnfacher Reaktionsapparat (sog. Klaviertaster).

wenigstens an den hierbei verlangten Kraftaufwan
beim Arbeiten mit dem Lippenschlüssel[2]), der
Sprachreaktionen diente (s. Fig. 55). Ebenso wir
erschwerend, die beim „Lidschlüssel“[3]) kaum
Dagegen sind vor allem auch die Zähne zur Überw
widerstände zu gebrauchen, weshalb sie auch scho
neben der Hand beigezogen wurden (s. S. 482) und
lich zur Reaktion mittelst eines besonderen „Zahn
werden. Freilich ist diese spezielle Art ihrer Täti
etwas Ungeläufiges.

Eine interessante Variation der Reaktionsbeweg
Orchansky auf Anregung von Gad versucht, i
liches Aufhören einer im Vorbereitungss
Muskelspannung reagieren ließ[5]). Er wählte die
seter jenseits des Grades, von dem an die Kiefer

1) J. Merkel, Die zeitlichen Verhältnisse der Will
Stud. II, 1885, S. 73.

2) Cattell, a. S. 483, A. 3 a. O. III, S. 312.

3) Schon S. Exner hatte in diesem Zusammenhange
nur in Reflexversuchen, registriert. A. S. 480 A. 2 a. O. II
marksleitung, ebenda, Bd. VIII, S. 526. Über die Reaktion
vgl. S. 327, A. 2.

4) Vgl. den Katalog von Mechaniker E. Zimmermann,
nach Meumann.)

5) Zur Lehre von der Willenstätigkeit, Arch. f. Ana
1889, S. 173.

registrierte Aufhebung des Zustandes nicht von der Kontraktion der Antagonisten unterstützt werden könne. Hierbei wurde der Seitendruck des Muskelbauches auf einen in den Mund eingeführten Apparat, eine „Masseterzange“, so übertragen, daß man je nach der Einstellung der Kontakte bald den Beginn der Kontraktion des Muskels, bald auch den Zeitpunkt der Erschlaffung bestimmen konnte (vgl. a. a. O. S. 179f.). Der psychologische Vorgang des willkürlichen Aufhörens des Impulses kann freilich auch in diesem Falle mit einem neuen, auf die Antagonisten gerichteten Impulse zusammenhängen, wenn auch deren äußerer Effekt für die erste Bewegung der Zange nicht in Frage kommt.

Bei den bisher genannten Bewegungen arbeiten, wie schon gesagt, stets mehr oder weniger Muskeln in einer natürlichen Koordination zusammen. Eine genaue Analyse aller hierbei beteiligten Muskelpartien würde aber an Stelle des einzigen Zeitpunktes des ersten registrierbaren Effektes, der von der speziellen Art der Wirkung auf den Reaktionstaster u. ä. abhängt, eine zeitlich differenzierte Entwicklung setzen lassen, die auch von sonstigen psychologischen Nebenumständen abhängt und somit eine besondere symptomatische Bedeutung besitzt. Am deutlichsten, wenn auch zugleich unter besonders variablen Ablaufsbedingungen, ist dies bei künstlichen motorischen Komplexen zu verfolgen, wobei man möglichst gleichzeitig mit mehreren, an sich isoliert beherrschten Bewegungen reagieren läßt. So sind von O. Külpe[1]) und in neuester Zeit von P. Salow[2]) Versuche angestellt worden, bei denen die V.-P. möglichst gleichzeitig mit beiden Händen reagieren sollte. Abgesehen von der Feststellung bestimmter Zeitdifferenzen zwischen rechts und links ist aber dabei zunächst auch wieder von Interesse, wie die mittlere Reaktionszeit im ganzen von dieser Komplikation der Leistung modifiziert wird.

Eine besondere psychologische Bedeutung hat natürlich die sprachliche Lautreaktion. Denn sie dient nicht nur zur Messung der Zeit einer Reaktion mit einer „nicht adäquaten“ (vgl. a. S. 357, A. 4 a. O. S. 280) Lautäußerung, die rein als motorischer Vorgang wie eine Handbewegung einem bestimmten Reiz zugeordnet wird, sowie zur Bestimmung der Zeit des „adäquaten“, so schnell als möglich dem Reiz nachfolgenden Ablesens oder Nachsprechens, sondern gestattet vor allem auch die Zeitverhältnisse aller höheren geistigen Prozesse ohne Verabredung neuer Zuordnungen zu den Erlebnissen zu untersuchen. Deshalb begegnete uns die Lautreaktion ja auch bereits bei der Bestimmung der Reproduktions- und Assoziationszeit innerhalb der Reproduktionsmethoden (s. S. 404). Sobald es sich freilich darum handelt, den ersten Moment einer beliebigen sprachlichen Reaktion zu erfassen, sind die feinsten Registriermethoden der Phonetik gerade ausreichend (Vgl. III. Bd., 6. Abt.). Der Lippen- und der sogleich zu erwähnende Schallschlüssel gehören jedenfalls nicht zu diesen. Auch Donders bediente sich bei seinen erstmaligen Versuchen mit Lautreaktionen eines Phonautographen von Scott-König oder eines von König für ihn besonders gefertigten ähnlichen

1) Über die Gleichzeitigkeit und Ungleichzeitigkeit von Bewegungen, Wundt, Phil. Stud. VI, 1891, S. 514 u. VII, 1892, S. 147ff.

2) In Fortsetzung seiner Untersuchungen zur uni- und bilateren Reaktion, Wundt, Psychol. Stud. VII, 1. u. 2. H., 1911, S. 1.

Sprachzeichners für Vokalschwingungen (a. S. 48C
tionszeit, wie erwähnt, von der speziellen Quali
abhängt, so sind jedenfalls die Zeiten bei krä
einfacheren Apparaten zu registrieren sind, zu
gleichbar. Immerhin lassen sich auch mit solc
Beschränkung bezüglich der Anlaute bereits viel
flüsse untersuchen, z. B. der Unterschied zwisch



Fig. 56.
Schallschlüssel nach E. Römer.

Lesens einzelner Buchstaben und ganzer Worte, die
Einübung u. ä. Hierzu sind vor allem die mit dem E
Lautäußerungen zu verwenden, die den Kontakt inne
schlüssels" unterbrechen können, wie ihn Cattell
Sein Modell bestand in einem Schalltrichter, dess
durch den Luftstrom beim Sprechen in Vibration g
Kontakt inkonstant werden ließ. Bei dessen erster
Relais in Bewegung gesetzt, das dann je nachdem ei
Öffnung mit einer bestimmbaren Latenzzeit herstellt
mehreren neueren Modellen vor allem der empf
Schallschlüssel in Gebrauch (Fig. 56), der sogleic
erforderlichen Relais kombiniert ist. Der Schalltri
eine Membran aus ganz dünnem Fournierholz ode
nächst ebenfalls ein sehr labiler Kontakt P durch A
Hebelchens an ein Platinblättchen hergestellt ist. I

1) A. S. 497, A. 2 a. O., S. 313f.
2) Beiträge zur Bestimmung zusammengesetzter Reak
Psychol. Arbeiten Bd. I 1896, S. 566.)

Stromkreis des Elektromagneten E, an dessen unterem Pol ein Hebel angezogen wird. Dieser bewegt sich zwischen den beiden durch die Schrauben S_1 und S_2 regulierten Platinspitzen. Da er nun bei Stromunterbrechung unter gleichzeitiger Erregung der Kontrollglocke nach unten fällt, ohne wieder zurückgeholt werden zu können, so öffnet oder schließt er den Kontakt bei der oberen oder unteren Platinspitze. Durch Zug an der Schnur wird der Kontakthebel wieder an den Pol des Elektromagneten emporgehoben[1]).

Unter Beibehaltung der nämlichen Bewegungsfreiheiten läßt sich die motorische Arbeit bei der Reaktion natürlich weiterhin nach dem bei der Ergographie erwähnten Prinzip abstufen. Für die Reaktion als solche, bei der es sich nur um die „Reaktionszeit" handelt, kommt es dabei allerdings nur auf den ersten Moment der Kraftleistung an, wenngleich auch die später auftretenden Widerstände, wie S. 479 erwähnt, je nach dem Grade ihrer Antizipation auf die Leistung zurückwirken müssen. So untersuchte Scripture den Einfluß der Federspannung und anderer Belastungsweisen auf die Reaktionszeit, wobei er verschiedenartige Angriffsapparate konstruierte[2]). Bezüglich seiner Empfehlung eines möglichst geringen Apparatwiderstandes (Scripture, a. a. O. S. 12ff.) vgl. S. 489[3]). — Überall ist natürlich die der Reaktionsleistung vorhergehende Haltung des Reagenten und eine eventuell mit ihr verbundene Kraftleistung von Wichtigkeit[4]). In dieser Richtung liegt auch die schon S. 462 erwähnte Diskussion über den Einfluß einer kurz vorhergehenden antagonistischen Spannung, dem auch Orchansky mit dem S. 498 erwähnten Apparat nachging. Jedenfalls würde aber eine besondere Instruktion für dieses motorische Verhalten im Vorstadium nur als eine motorische Komplikation der Leistung empfunden worden, also z. B. auch eine zunächst antagonistisch kompensierte Vorspannung der zur Reaktion berufenen Muskeln selbst, die gelegentlich auf Grund eines (von L. Lange nicht verschuldeten) Mißverständnisses der „muskulären" Einstellung (s. S. 492) vorgenommen wurde[5]). Selbstverständlich gilt dies dann in viel höherem

1) Für die insbesondere an amerikanischen psychologischen Instituten ausführlich variierten Reaktionen mit anderen komplexen Bewegungsformen kann hier nur ganz allgemein auf die Fachliteratur, insbesondere American Journal of Psychology und Psychological Review verwiesen werden. Erwähnt sei hier noch der den Sprachreaktionen wieder besonders nahe stehende Versuch, mit Schreibbewegungen zu reagieren. (Vgl. F. N. Freeman, Preliminary Experiments on writing reactions, Psych. Rev. Mon. Suppl. Vol. VIII, 3, 1907, S. 301ff.)

2) Researches on reaction-time. Stud. from Yale Psychol. Lab. IV, 1896, S. 12ff. Schon früher hatten Féré, Compt. rend. de la Soc. de Biol. 1892, S. 432 und Delabarre, Logan and Reed (Psych. Rev. IV, 1897, S. 615) ähnliche Versuche angestellt.

3) Dessoir*) suchte mit einem recht leicht beweglichen Fingerschlüssel nach Dumreicher**) jeglichen Vorteil einer besonderen „muskulären" Einstellung überhaupt (s. S. 492) zu beseitigen.

4) Wislicenus (Über den absoluten persönlichen Fehler, Leipzig 1888) und Münsterberg (Beiträge zur exper. Psychologie 4, IX, 1892) untersuchten den auch für die Praxis der Registriermethode wichtigen Einfluß verschiedener Lagen des Reagenten.

5) Vgl. z. B. einen besonders typischen Fall bei Th. Flournoy, Temps de réaction aux impressions auditives, Arch. des sc. physiques et naturelles. 3me p. T. XXVII, 1892. S. 575 ff.

*) Über den Hautsinn, Arch. f. Physiol. 1892, S. 309.

**) Zur Messung der Reaktionszeit, Dissertation, Straßburg, 1889, S. 32.

Grade für alle näheren Bestimmungen, die sich auf den weiteren Verlauf der Bewegung nach ihrem für die Abgrenzung der Reaktionszeit allein maßgebenden Anfange beziehen. Hierauf wurde schon oben beim Beginne der Methodik dieser Versuche hingewiesen. So haben Awramoff[1]) und Specht[2]) Züge am Ergographen, bei denen stets zugleich eine möglichst große Hebung erstrebt wird, als Reaktionsleistung behandelt. Moore[3]) schrieb dagegen bei Reaktion mit einer Unterarmbewegung eine bestimmte Mindestdrehung (20°) vor, wobei außer der Reaktionszeit zugleich die Geschwindigkeit dieser ganzen Bewegung untersucht wurde, um eine eventuelle Beziehung zwischen ihr und der Reaktionszeit aufzufinden.

c) Disjunktive Reaktionen.

Als dritte und wirksamste Form der Komplikation begegnen uns die Reaktionen nach Verabredung mehrerer Zuordnungen, d. h. verschiedener Bewegungen für verschiedene Reize, von denen die V.-P. jeden mit der nämlichen subjektiven Wahrscheinlichkeit zu erwarten hat. Es sind dies die schon S. 488 erwähnten disjunktiven Reaktionen, die ebenfalls Donders bei seinem Versuch zur systematischen Abstufung solcher Komplikationen der Reaktionshandlung zuerst ausführen ließ[4]). Zur korrekten Lösung der Aufgabe hat sich also die V.-P. hier an Stelle der einzigen Zuordnung bei der „einfachen“ Reaktion (s. S. 487f. u. 493f.), das ganze System der Zuordnungen so sicher einzuprägen, daß sie sich beim Auftreten eines der verabredeten Reize womöglich keinen Augenblick im Zweifel darüber befindet, welche Bewegung für diesen Fall verabredet worden ist. Dabei wäre es jedenfalls im allgemeinen zwecklos, auf gut Glück den Impuls zu einer bestimmten Reaktionsbewegung so weit vorzubereiten, wie es bei der einfachen Reaktion zu einer wesentlichen Verkürzung der tatsächlichen Ausführung dieser Bewegung führt. Es ist höchstens insofern ein gewisses Analogon hierzu möglich, als etwa sämtliche Reaktionsmöglichkeiten, wie z. B. die Fingerbewegungen bei 10-facher Zuordnung am Klaviertaster, eine gemeinsame Hauptrichtung der Tätigkeit in sich schließen. Im übrigen ist einfach der Reiz möglichst schnell aufzufassen und im Anschluß daran die

1) D. Awramoff, Arbeit und Rhythmus, Wundt, Phil. Stud. XVIII, 1903, S. 515.

2) W. Specht, Intervall und Arbeit. Experimentelle Untersuchungen über den Einfluß des durch akustische Reize begrenzten Intervalls auf den zeitlichen und formalen Verlauf körperlicher Arbeitsverrichtung. Arch. f. d. ges. Psychologie III, 1904, S. 1.

3) Th. V. Moore, A Study in reaction time and movement. Psych. Rev., Ser. of Monograph Suppl. Vol. VI, 1, (Whole No. 24) 1904, enthält auch eine sorgfältige Zusammenstellung der früheren Literatur, die beim Studium der Beziehungen der Ergographie bzw. aller in Kap. 18 behandelten Methoden zu den Reaktionsversuchen in Betracht zu ziehen ist.

4) A. S. 480, A. 1 a. O. Donders selbst bezeichnet sie als „differentielle Reaktionen“ gegenüber der „einfachen Reaktion“, bei der nur eine einzige Zuordnung in Frage kommt (a. a. O. S. 666). Doch liegt bereits in seinem ebenfalls häufig gebrauchten Ausdruck, daß hierbei ein „Dilemma“ gestellt sei, der Hinweis auf das „disjunktive“ Urteil enthalten, das der Erwartung und Bereitschaft der V.-P. im Stadium der Vorbereitung bis zum Eintritt des Reizes zugrunde liegt, an Stelle des „kategorischen“: „Es wird der (einzige) verabredete Reiz auftreten“ bei der „einfachen“ Reaktion.

ihm zugeordnete Bewegungsart zu vergegenwärtigen, worauf sich alles in einem Zuge so weiterentwickeln kann, wie es sich auch bei der einfachen Reaktion, nur in zwei Etappen der etwas länger aushaltenden Bereitschaft und der Ausführung selbst zerlegt, abspielen würde [1]).

Unter der Voraussetzung, daß alle Zuordnungen gleich neu und unter sich äquivalent sind, gewinnt zunächst die Frage nach dem Einfluß der Zahl der gleichzeitig zu berücksichtigenden Zuordnungen ein besonderes Interesse. Doch kommt es hierbei stets darauf an, wie weit die Zuordnungen wirklich gleichmäßig eingeprägt sind und wie man sich dieselben unmittelbar vor dem Auftreten des Reizes vergegenwärtigt. Schon bei nur drei neuen Zuordnungen, z. B. je eines von drei optischen Eindrücken zu je einem von drei Fingern [2]), kann von einer auch nur einigermaßen gleichmäßigen und klaren Simultanvorstellung des verabredeten Systems keine Rede mehr sein. In der Tat muß man bei komplizierteren Systemen, wenn man nicht geradezu Fehler einüben will, den Versuchen einer eigentlichen „Reaktion", die sich auch hier so schnell als möglich dem Reiz anschließen soll, die Einprägung der Zuordnungen ohne die Forderung der Minimalzeit, aber mit ausdrücklicher Forderung der Richtigkeit voranschicken.

Nach einer solchen sicheren Einprägung hat aber dann natürlich auch die Vergegenwärtigung unmittelbar vor dem Reiz eine viel geringere Bedeutung, so daß man schließlich auch schnell und richtig reagiert, ohne kurz vorher an das System gedacht zu haben. Daher sind hier die Ergebnisse nicht leicht zu deuten, wenn nicht alle Entwickelungsbedingungen sorgfältig angegeben werden. Auf keinen Fall ist aber mit den gefundenen Zeitwerten etwas anzufangen, wenn die mit der Absicht der größtmöglichen Schnelligkeit vollzogenen (ungestörten) Hauptversuche gar nicht durchweg richtig sind, wie es leider bei sehr vielen Untersuchungen dieser Art der Fall war. Ist jedoch die Voraussetzung der Richtigkeit erfüllt, so tragen die Resultate natürlich bereits eine gewisse Kontrolle für die

1) Keinesfalls aber liegt eine „Wahl" im gewöhnlichen Sinne des Wortes vor. Nachdem Donders gelegentlich dieses Wort für die Mehrleistung gebraucht, die bei den disjunktiven Reaktionen nach der Reizauffassung hinzutreten muß (S. 672), hat Wundt den Namen der „Wahlreaktion" für diese Versuche zur allgemeinen Anerkennung gebracht. Man sollte aber, wie gesagt, von diesem Ausdruck wieder zurückkommen, da er eine falsche Vorstellung von den bei dem Vorgang beteiligten psychologischen Prozessen erwecken kann. Einen „Wahlakt" erlebt höchstens der Experimentator, wenn er bei der Ausarbeitung des Versuchsplanes die Zuordnungen zusammenstellt. Die V.-P. würde ihn höchstens durchmachen, falls sie mit sich noch im Zweifel wäre, ob sie sich der Instruktion im ganzen oder in einzelnen Punkten wirklich unterordnen wolle. Es handelt sich aber auch bei mehreren, gleichzeitig gültigen Zuordnungen nur noch um die Vergegenwärtigung der speziellen Zuordnung und die Auslösung eines ganz bestimmten Impulses im Anschluß an ein sicheres Urteil darüber, welche der verabredeten Eventualitäten augenblicklich tatsächlich vorliegt. Somit ist für diese Reaktionen im Unterschiede von der einfachen auch nur dies charakteristisch, daß sich bei ihnen dieses rein intellektuelle Urteil erst aus einer Disjunktion (von bestimmtem Grade der Gliederung) herausarbeiten muß, die bei der „einfachen" Reaktion trotz der drohenden Kontrollversuche ausdrücklich zu vermeiden ist, und daß die Entwickelung der Impulse dadurch entsprechend verzögert ist. Vgl. Kästner u. Wirth a. S. 494 a. O. III. S. 377 u. IV, S. 165, und Exp. Anal. der Bew.-Phän. S. 406, 419 u. 433.

2) Über solche Zuordnungen von Ziffern zu den Fingern hat J. Merkel wohl das umfassendste Material gesammelt, das auf diesem Gebiete vorhanden ist (a. S. 497, A. 1 a. O.).

korrekte Wirksamkeit des verabredeten Motivationszusammenhanges in sich, da die V.-P. so, wie sie reagierte, eben nur auf Grund der Verabredung verfahren konnte. Allerdings wäre nun weiterhin auch wiederum zuzusehen (bzw. von vorne herein besonders zu verabreden), wie weit auch Reize, die einem verabredeten Motiv nur ähnlich sind, ebenfalls die diesem zugeordnete Bewegung auslösen können. Dies ist wiederum nur durch besondere Kontrollversuche mit ähnlichen Reizen festzustellen. Doch müßte die V.-P. auch hier ausdrücklich von ihrer Möglichkeit abstrahieren. Sonst wären ja die Zeiten nicht mehr auf das alte System von Zuordnungen zu beziehen, sondern auf ein neues, das um die Zuordnung der „aktiven Ruhe" zu einer ganzen Anzahl von Reizmöglichkeiten bereichert ist. Deren Vergegenwärtigung könnte insbesondere jener eventuellen Vorbereitung eines allen positiven Bewegungen gemeinsamen Richtungsmomentes entgegenarbeiten.

Die Einübung neuer Zuordnungen bis zu jener Sicherheit, die sie auch ohne jeweilige Rekapitulation vor dem Versuch richtig treffen läßt, gestattet zugleich die Entstehungsbedingungen der Koordinationen experimentell zu analysieren, welche die V.-P. als Ergebnisse früherer Erlernung fertig mitbringt. Andererseits können diese Fertigkeiten, z. B. das Lesen, unter der speziellen Voraussetzung, daß die Laute so schnell als möglich nach dem Erscheinen des Wortbildes ausgesprochen werden, auch ihrerseits sogleich zu interessanten Versuchen über disjunktive Reaktionen beigezogen werden[1]). Auch bei der Beantwortung der schon oben erwähnten Frage, inwieweit neue experimentelle Zuordnungen unter sich wirklich gleichwertig sind, ist stets ihr Verhältnis zu schon vorhandenen Dispositionen zu berücksichtigen, z. B. bei „gleichseitigen" oder „gekreuzten" Zuordnungen räumlich differenzierter Reizmotive.

Versuche mit Verabredung nicht völlig eindeutiger Zuordnungen.

Im übrigen hat man auch schon Wahlvorgänge im eigentlichen Sinne des Wortes experimentell ähnlich wie bei disjunktiven Reaktionen zu analysieren versucht, bei denen die Zuordnung der Bewegung zum Reiz durch die Verabredung noch nicht vollständig festgelegt, sondern in einem bestimmten Punkt der V.-P. freigestellt war. Über etwaige Gesetzmäßigkeiten bei freien Entscheidungen überhaupt hat bereits C. M. Hill[2]) mit Kindern Versuche angestellt, bei denen ihnen freigestellt wurde, nach einem rechten oder linken Objekt zu greifen. Es sollte festgestellt werden, ob die Aufmerksamkeitsrichtung oder die Enfernung der Objekte die Entscheidung in einem bestimmten Sinne beeinflusse. Im Zusammenhange mit disjunktiven Reaktionen hat dann vor allem N. Ach[3]) Versuche in zwei Gruppen angestellt, bei denen die Zeit vom Auftreten der Anregung des Wahlvorganges bis zu einer registrierenden Bewegung gemessen wurde. In der einen Versuchsreihe (Reaktionen ohne Zuordnung des Reizes) war übrigens der Anschluß an die disjunktiven Reaktionen ein besonders enger. Es ging die Verabredung voraus, auf x mit der rechten, auf r mit der linken Hand zu rea-

1) Vgl. u. a. Cattell, a. S. 483, A. 3 a. O. und Erdmann und Dodge a. S. 357, A. 4 a. O.
2) C. M. Hill. On choice. American Journal of Psych. IX, 4, 1898 S. 587.
3) Über die Willenstätigkeit und das Denken 1905, S. 161 ff.

gieren, während dann in Wirklichkeit rx oder xr auftraten. In der zweiten Gruppe (R. ohne Zuordnung der Tätigkeit) erschienen zwei Ziffern, und es stand der V.-P. frei, eine der vier Spezies darauf anzuwenden und darnach pe in den Schallschlüssel (s. S. 499) zu rufen. Versuche dieser letzeren Art fallen natürlich vollständig aus dem Rahmen der experimentell möglichst eindeutig festgelegten Versuche heraus, ähnlich wie die Analyse der intellektuellen Prozesse unter den nicht weiter kontrollierbaren, aus dem alltäglichen Leben mitgebrachten Voraussetzungen.

d) Die Deutung der Zeitverlängerung bei der erschwerten Reaktionshandlung.

(Kritik des Subtraktionsverfahrens.)

Ebenso, wie Helmholtz in seinen S. 482 erwähnten Versuchen durch die Subtraktion zweier Reaktionszeiten einen völlig auf die periphere Erregungsleitung entfallenden Zeitabschnitt abzugrenzen versucht hatte, wollte nun Donders auch die Zeit für die höheren psychischen Prozesse, nämlich die Dauer der „differentiellen Willensbestimmung“ bei den disjunktiven Reaktionen und die Unterscheidungszeit bei den Erkennungs-Reaktionen auf spezielle Merkmale (s. S. 494) einfach dadurch bestimmen, daß er zunächst von der Zeit der disjunktiven Reaktion die Zeit der Erkennungsreaktion auf das entscheidende Merkmal des zugehörigen Reizmotives und dann von der letzteren die Zeit einer entsprechenden einfachen Reaktion abzog. Hierin ist ihm vor allem auch Wundt nachgefolgt. Nun hat aber schon Helmholtz (s. S. 483) es als nicht völlig erwiesen zugestanden, ob die Entwickelung des Impulses aus der Reizauffassung bei dem näheren und ferneren Reiz völlig gleich sei, und ähnliches gilt für die der Sinnesphysiologie zugehörige Methode, aus den Zeiten der Reaktion auf spezielle Merkmale, z. B. auf Temperatur, Farbe, Tonhöhe, den Zeitpunkt der Entstehung dieser Qualitäten im Laufe des Anstieges der Sinneserregung zu schließen. Die Zeitverlängerung der disjunktiven gegenüber jener Erkennungs-Reaktion aber kann deshalb nicht einfach auf die neu hinzutretenden Willensprozesse bezogen werden, weil man in diesen Erkennungs-Reaktionen wegen der einzigen Bewegungszuordnung zu allen wie bei der disjunktiven Reaktion gleich möglichen Reizmotiven gar niemals eine objektive Garantie dafür besitzt, ob bei ihnen wirklich nur auf das spezielle Merkmal reagiert wurde, das bei der Disjunktion entscheidend wird. Geschieht dies aber nicht, so ist natürlich auch die Erkennungsleistung eine viel geringere, als sie in der korrekten disjunktiven Reaktion enthalten ist. Wollte man dies aber durch die Selbstbeobachtung kontrollieren, wie Wundt, so würden solche Erkennungsreaktionen wieder Prozesse einschließen, die zur Erkennung der speziellen objektiven Reizmerkmale als solcher bei den disjunktiven Reaktionen nicht erforderlich sind (vgl. S. 495, A. 1). Ebenso ist aber wohl die Annahme unzulässig, daß bei der Reaktion auf ein spezielles, unter Umständen schwer zu erkennendes Merkmal die Impulsentwickelung die nämliche sei, wie bei der Reaktion auf einen deutlich übermerklichen Sinneseindruck überhaupt. Scheint doch auch schon das Ergebnis der Selbstbeobachtung darauf hinzu-

weisen, daß mit der zunehmenden Erschwerung der Reaktion stets auch der Ablauf alles übrigen beeinflußt werde.

Dem entspricht aber nun auch die in dieser Darstellung überall zum Ausdruck gebrachte Auffassung, daß mit diesen Erschwerungen einschließlich der disjunktiven Verabredungen eigentlich keine prinzipiell neuen Partialleistungen hinzutreten, sondern nur die drei in jeder korrekten Reaktion vorhandenen Momente unter besondere Ablaufsbedingungen gestellt sind. Somit dürfte aus zwei Reaktionszeiten an Stelle der Dauer einer einzelnen relativ selbständigen Unterscheidungs- oder Entschlußzeit eher der Faktor der Veränderung aller in Betracht kommenden Komponenten der Reaktionshandlung durch die Komplikation zu bestimmen sein, der in dem Quotienten aus den beiden Zeiten gegeben ist. Bei der Ableitung dieses Verhältniswertes, der zugleich an die Bestimmung der Veränderung einer Auffassungs- oder Vergleichsleistung durch komplizierende Nebenumstände nach Kap. 12 erinnert, ist also die Zeit der einfachen Reaktion auf den Reiz im allgemeinen gewissermaßen wieder als „Normalwert" aufgefaßt, von dem aus die Veränderung der Dauer aller einzelnen Komponenten durch eine Spezialleistung bezüglich der Motivauffassung, der Bewegung oder der Zuordnung zu beurteilen ist. So bestimmte ich mit A. Kästner diese verhältnismäßige Zeitverlängerung z. B. für einfache Reaktionen bei Verteilung der Aufmerksamkeit auf das Reizfeld, in dem die Motive auftraten, und für disjunktive Reaktionen unter Voraussetzung der besonderen Vergegenwärtigung bestimmter Zuordnungen unmittelbar vor dem Versuche (a. S. 483, A. 3 a. O.).

Wenn dagegen auf Prozesse reagiert wird, die sich von der auslösenden Wahrnehmung so deutlich als neue Akte unterscheiden, wie bei der Reaktion auf eine Assoziation an ein Wort, kommt die Änderung der Zeiten der Reizauffassung und der Impulsentwicklung im Vergleich zur Änderung der Assoziationszeit kaum in Betracht. Hier ließe sich also durch die Subtraktion der Zeit der einfachen Reaktion auf den reproduzierenden Reiz die Assoziationszeit eventuell wirklich herauslösen. Doch wurde schon bei den Gedächtnisversuchen S. 404 f. darauf hingewiesen, daß sich unter diesen Umständen eher Zweifel in der Richtung ergeben, ob nicht der Ablauf der Assoziation durch die Absicht, so schnell als möglich zu reagieren, wesentlich modifiziert sein könne. Für die weiteren Komplikationen der Reaktionsversuche durch Kombination der bisher genannten Leistungen und insbesondere durch fortlaufende Reaktionsarbeit kann hier wieder nur auf die psychologische Spezialliteratur im allgemeinen verwiesen werden.

82. Die Zeitmessung.

a) Vorbemerkungen.

Zur Zeitmessung verwendet man bei Reaktionsversuchen gegenwärtig, soweit die Mittel zur Verfügung stehen, entweder einen Chronographen, bei dem der Reiz und die Reaktionsbewegungen durch einzelne Marken auf einer schnell rotierenden Trommel registriert werden, oder ein Hippsches Chronoskop, bei dem die Zeigerachse in ein bereits im Gange befind-

liches Uhrwerk nur während der zu messenden Zeit eingeschaltet ist. Von beiden sind mehrere hinreichend genaue Systeme in Gebrauch. Das Anwendungsgebiet des Chronoskopes ist allerdings ein etwas beschränkteres; auch bleibt es hinsichtlich seiner Genauigkeit selbst bei den besten Modellen etwas hinter den besten Chronographen zurück und erfordert einen besonderen Kontrollapparat. Endlich läßt es überhaupt nur Zeiten von mindesten 30 σ noch mit voller Genauigkeit messen. Sucht man also z. B. bei der antizipierenden Einstellung den positiven oder negativen und dabei beliebig kleinen Zeitabstand zwischen dem Zielvorgang, dessen Zeitpunkt die V.-P. zu treffen sucht, und seiner Registrierung, so bedient man sich am einfachsten eines Chronographen, bei welchem beliebig kleine positive oder negative Zeitdifferenzen zwischen den Marken für diese beiden Vorgänge bestimmt werden können. Doch vermöchte man diese spezielle Aufgabe auch mit einem einzigen Chronoskop immerhin noch einigermaßen genau zu lösen, indem man die Zeiger der Uhr anstatt gleichzeitig mit dem Zielvorgang selbst immer schon um eine konstante und möglichst genau bestimmte Zeitstrecke vorher in Gang bringt, die größer ist als der längste zu erwartende negative Zeitbestand der antizipierenden Bewegung. Dagegen erfordert die Registrierung mehrerer gleichzeitiger Reaktionsbewegungen, z. B. mit beiden Händen (s. S. 498), jedenfalls den bezüglich der Anzahl der Marken an sich unbeschränkten Chronographen, zumal auch mehrere gleichzeitig in Gang gesetzte Chronoskope die feinen Zeitunterschiede der einzelnen Reaktionsbewegungen nicht genau genug wiedergeben würden. Handelt es sich aber um die Messung der Zeit einer einzigen Reaktion im eigentlichen Sinne, die erst auf den Reiz hin erfolgt und daher im allgemeinen nicht unter ca. 0,1 Sek. sinkt, so wird das Chronoskop wegen seiner sofortigen Gebrauchsfertigkeit und der Bequemlichkeit der Zeitablesung bei längeren Untersuchungen dieser Art jederzeit unentbehrliche Dienste leisten.

Helmholtz' oben genannte Messungen von Reaktionszeiten wurden übrigens ebenso wie die ersten genauen Versuche über die Leitung im Froschnerven[1]) mittelst des ballistischen Galvanometers nach Pouillet ausgeführt, dessen Genauigkeit allerdings bei den Untersuchungen seines Erfinders 1844[2]) für artilleristische Zwecke, „durch einige Spezialitäten in der Ausführung erheblich beeinträchtigt" war, aber von Helmholtz selbst vor allem durch Anwendung des Spiegelgalvanometers auf $\frac{1}{10000}$ Sek. gebracht wurde[3]). Wie aus der S. 484, A. 1 genannten Arbeit von Günther zu ersehen ist, ließ sich dieses Prinzip, wonach bei kurzen Zeiten der Ausschlagswinkel der Magnetnadel der Dauer des Stromschlusses proportional ist, auch in einer im allgemeinen mit einem Hippschen Chronoskop arbeitenden Untersuchung von Reaktionen auf Sterndurchgänge (mit ausdrücklichem Verbot antizipierender Registrierbewegungen) wenigstens nebenbei

---

1) Vgl. II, 3. Abt. S. 481 (Garten, Literat. Nr. 82, § 2. (Helmholtz, Wissensch. Abh. II, 1883, S. 771 ff.)

2) Comptes rendus T. XIX, p. 1384. — Poggend. Ann. d. Physik LXIV, p. 452.

3) a. S. 482, A. 1 a. O. S. 872.

verwenden, um auch kleine positive oder negative Zeiten unter 30 σ bei etwaiger unwillkürlicher antizipierender Registrierung schätzen zu können[1]).

b) Der Chronograph.

Während Hirsch und Plantamour bei ihren S. 485, A. 2 genannten erstmaligen Messungen der Reaktionszeiten zu astronomischen Zwecken das Hippsche Chronoskop einführten, bedienten sich die Physiologen Donders und S. Exner bei ihren Reaktionsversuchen der chronographischen Methode. Dabei markierte Donders den Reizeintritt durch Funkenschreibung[2]), die z. B. in Amerika gelegentlich auch noch in neuerer Zeit bei Reaktionsversuchen angewandt wurde[3]), während bei Exner der Reiz vom Chronographen selbst wie in myographischen Versuchen bei einer bestimmten Stellung der Rußscheibe ausgelöst wurde. Dieser verließ sich auch für die Ausmessung der Zeiten noch auf die Konstanz des Umlaufes seiner von einem Helmholtzschen Motor betriebenen Scheibe[4]); dagegen wurde bei Donders bereits von einer Stimmgabel, und zwar später von einer elektromagnetisch betriebenen, eine besondere Zeitlinie aufgeschrieben, wobei zugleich die Bewegung der Trommel nicht mehr völlig konstant zu sein braucht. Für die Registrierung der Reaktionsbewegung bedienten sich jedoch beide Forscher noch der direkten mechanischen Übertragung auf die Schreibfläche, wie es auch bei den Versuchen von Helmholtz und Baxt[5]) mit elektrischer Reizung des motorischen Nerven an lebenden Menschen in Analogie zu den myographischen Tierversuchen geschah. Es sollte ausdrücklich die Latenzzeit der elektromagnetischen Schreiber vermieden werden. Für psychologische Versuche jedoch soll man unbedingt auch die Registrierbewegung auf elektrischem Wege auf den Chronographen übertragen, was beim Chronoskop ohnedies der Fall ist. Wie es nämlich zum erstenmal bei Tigerstedts und Bergquists Versuchen geschah, ist der allein schon wegen des hohen Stimmgabeltones stets geräuschvolle Zeitmeßapparat, wenn irgend möglich, außer Hörweite des Reagenten in einen entfernten Raum zu bringen.

1) Vgl. auch Exp. Anal. der Bew.-Phän., S. 394f.

2) Vgl. 1, 4. Abt. Frank, Kymographien, Schreibhebel usw. S. 16.

3) Vgl. z. B. Bliß, Researches on reaction-time and attention, Stud. Yale Psychol. Laboratory I, p. 1, 1892—1893 (ebenso wie bei weiteren Arbeiten aus Scriptures Laboratorium). K. Dunlap kontrollierte auch neulich den Fallhammer (s. u.) in dieser Weise, The Fall-Hammer, Chronoscope and Chronograph, British Journ. of Psychology, IV, 1. 1911, S. 44.

4) S. Exner konstruierte (a. a. O. S. 659) auch bereits einen kleinen leicht transportablen Chronographen für klinische Zwecke, den er Neuramöbimeter* (ἀμοιβή, Antwort, Umsatz) nannte und der im wesentlichen aus einem in eine Metallzunge auslaufenden Tasterhebel bestand, unter dem eine berußte Platte rasch wegezogen wurde, auf der die gleichzeitig mit dem Reiz in Schwingung versetzte Zunge so lange schrieb, bis der Druck auf den Tasterhebel sie von der Rußfläche entfernte.

5) a. S. 482, A. 3 a. O.

*) Donders hatte seinen Apparat „Noëmatotachographen“ genannt.



Der große Chronograph, der vom Mechaniker Krille für das psychologische Institut in Leipzig gebaut[1]) und bei seiner Nachbestellung von E. Zimmermann in der aus Fig. 57 ersichtlichen neuen Form hergestellt wurde, gestattet die Markierung von drei Vorgängen mittelst dreier Schreibmagnete E neben der Zeitlinie der primären, mit Trockenkontakt versehenen Stimmgabel S zu 500 Schwingungen. Hierbei wird die Trommel, deren Umfang 62 cm und deren Länge 32 cm beträgt, durch ein starkes Gewichts-

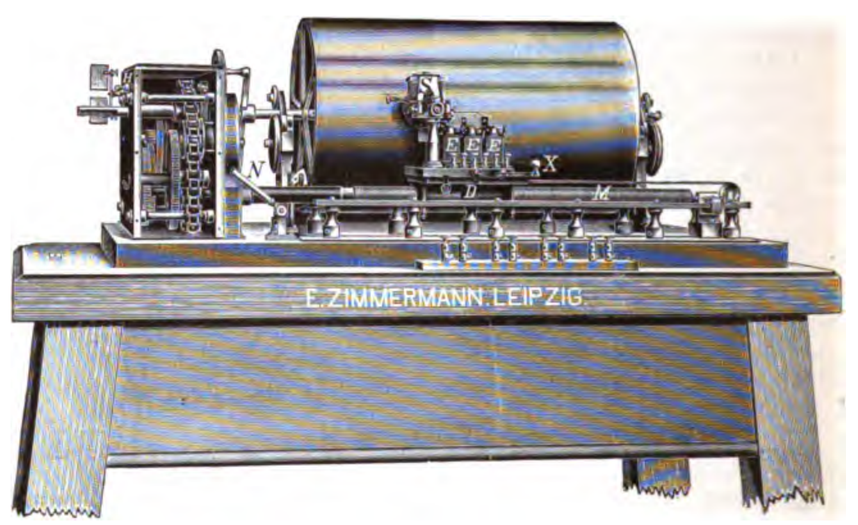


Fig. 57.
Der Große Chronograph neuerer Konstruktion am Psychologischen Institut in Leipzig.

uhrwerk angetrieben und kann bis auf 10 Umdrehungen pro Sek. gebracht werden, so daß an der Zeitlinie 0,1 σ noch bequem zu messen sind. Doch liefert die Firma den Apparat auch mit Motorantrieb, wie er zuerst von F. Schumann[2]) neben der noch einfacheren Tretvorrichtung eingeführt wurde. Übrigens ist bei einer Verwendung feinerer Zeitmarkierer von geringerer Amplitude eine allzu große Geschwindigkeit, bei der außerdem natürlich auch die Trommel viel schneller verbraucht wird, gar nicht einmal vorteilhaft, wenn man nur 0,5 σ noch sicher abschätzen kann. Doch ist bei dem Krilleschen Apparat und dem Modell Fig. 57 leider kein Wert auf geringe Latenz und rasche Bewegung der Schreiber gelegt. Es kann hier überhaupt nur der Punkt der Schreiberlinie, allerdings sehr genau, bestimmt werden, bei dem die Schleuderung der Schreiberspitze nach der Rückkehr des Ankers in seine Ruhelage in einer ziemlich scharfen Ecke umkehrt. Dieser Moment ist aber von der Unterbrechung des Stromkreises durch die um die Latenzzeit vermehrte Zeit der Rückkehrbewegung getrennt,

1) Vgl. Wundt, Physiol. Psychol. III⁶ 1911 S. 383, auch beschrieben von L. Lange. (Ein Chronograph nebst Kontrollapparat für sehr genaue Zeitmessungen. Wundt, Phil. Stud. Bd. 4, 1888, S. 457.)

2) a. S. 437, A. 3 a. O. 1898, S. 260, vgl. auch den Katalog der Firma Spindler & Hoyer (Göttingen) 1908. S. 18. Die Stimmgabel hat hier nur 250 Schwingungen.

die bei der Größe der bewegten Massen[1]) meistens viele σ beträgt. Entsprechendes gilt natürlich für die analoge Marke bei Schließung der Stromes. Doch ist der Apparat deshalb wohl zu gebrauchen, wenn nur ein der Masse gewachsener, starker Antagonismus der regulierbaren Ankerfeder und des Magnetismus hergestellt und sorgfältig kontrolliert wird. Denn es kommt ja nur darauf an, daß die Differenzen der einzelnen Marken bekannt und konstant sind. Am besten sorgt man dafür, daß sich die Marken bei sämtlichen Schreibern auf gleicher Linie befinden, wenn der Strom für alle gleichzeitig unterbrochen wird, was nach genauer Einstellung lange Zeit aufrecht erhalten bleibt. (Zu dieser Prüfung ist nicht einmal ein besonderer Kontrollhammer erforderlich, wie ihn L. Lange (a. a. O.) konstruierte, um die drei isolierten Stromkreise möglichst gleichzeitig zu unterbrechen, was er nur mit großer Mühe und auch da nur annähernd erreichen konnte. Man schaltet eben von vornherein immer alle drei Schreiber parallel und unterbricht dann zur Kontrolle einfach den gemeinsamen Zweig.)

Immerhin ist dieses Prinzip, dessen Genauigkeit von ähnlichen Momenten wie diejenige des Hippschen Chronoskopes abhängt, eine gefährliche Klippe für die Konstruktion und den Gebrauch des Apparates, weshalb es wohl ganz richtig war, daß Schumann (a. a. O.) dafür die bereits erprobten Pfeil-Signale, allerdings ebenfalls in etwas trägeren Modellen, einführte, die sogar die erste Abweichung des Schreibers nach der Stromänderung und auch diese nur mit einer ganz geringen Latenz im Vergleich zum Zeitpunkt der Stromänderung selbst abzulesen gestatten. Schumann fand bei seiner Markierung eine Latenzzeit von 2,65 σ. Dies ist immerhin noch beträchtlich mehr wie bei den von Tigerstedt geprüften Modellen dieses Signales (vgl. I, 4. Abt. S. 12). Doch ergab sich wenigstens eine ebenso geringe mittl. Variation (0,11 σ)[2]).

Da bei der erforderlichen raschen Rotation der Trommel[3]) die Schreibapparate auf dem an ihr von der starken viergängigen Schraube M entlang geführten Wagen womöglich nur während der zu messenden Zeit vom Reiz bis zur Reaktion an der Schreibfläche anliegen sollen, so ist auf dem Wagen erst ein besonderer Schlitten senkrecht zur Trommel etwas verschiebbar. Aber die manuelle Auslösung des Anschießens und der Rückkehr des Schreiberschlittens durch den Drücker D und den Hebel X, wie sie bei den Modellen von Krille und Schumann notwendig ist, läßt noch immer zu viel Zeit verlieren und nimmt außerdem viele Aufmerksamkeit des Experimentators in Anspruch. Dagegen erreichte ich durch eine elektromagnetische Bewegung, die von dem reizauslösenden Apparat und dem Reaktionstaster ohne Eingreifen des Experimentators und ohne jeden Zeitverlust bewirkt wird, eine so gute Ausnutzung der Trommel, daß man unter gleichzeitiger Verwendung zweier auswechsel-

1) Bei dem neuen Modell Fig. 57 bestehen die Träger der Schreibspitzen sogar in kleinen Schlittchen, die vollständig in Schienen laufen und eine genaue horizontale Bewegung der Schreiber sichern sollen. Vgl. P. Salow, Beschreibung eines verbesserten Chronographen, Wundt, Psychol. Stud. IV, 1909, S. 530.

2) K. Dunlap (a. S. 507, A. 3 a. O. S. 46ff.) bestätigte im wesentlichen das bereits Bekannte durch einen Vergleich des Schumannschen Markierers mit einem von E. Zimmermann modifizierten Pfeil-Signal (Preisliste 20, Nr. 1830) und einem viel trägeren Doppel-Markiermagnet (Nr. 1302). Auch von E. Zimmermann wird in Berücksichtigung der oben genannten Forderungen der Chronograph mit solchen Schreibern mit ganz geringer Latenz geliefert (Katalog Nr. 2308).

3) Die Arretierung der Trommel geschieht durch den Exzenterhebel N, diejenige des Werkes durch die Bremse H (Fig. 57).



barer Schreibtrommeln mit dem Chronographen nunmehr fast so schnell und im Zusammenhang arbeiten konnte wie mit dem Hippschen Chronoskop. Die Vorrichtung ist in Fig. 58 von der Seite aufgenommen. Der kräftige Elektromagnet M ist am Grundgestell g des Wagens[1]) und der Eisenanker E unten an dem in den Schienen a_2 des Wagens laufenden Schlitten b[2]) so befestigt, daß die Schreiber bei Anlagerung von E an M die Trommel nicht mehr berühren. Da nun bei dem Beginn des Zurückholens zuerst ein sehr kräftiger Magnetismus erforderlich ist, so wird hierbei zunächst ein sehr starker Strom geschlossen, der von dem einen Pol einer teilbaren Batterie zum Magneten M (d. h. seiner Klemme K_1) und dann durch eine am Wagengestell an der (isolierten) Säule m_1 befestigte Feder L, bzw. ein Platinblättchen auf ihr, nach der am Schlitten durch h isoliert befestigten Kontaktschraube C_2 geleitet ist, von wo er über

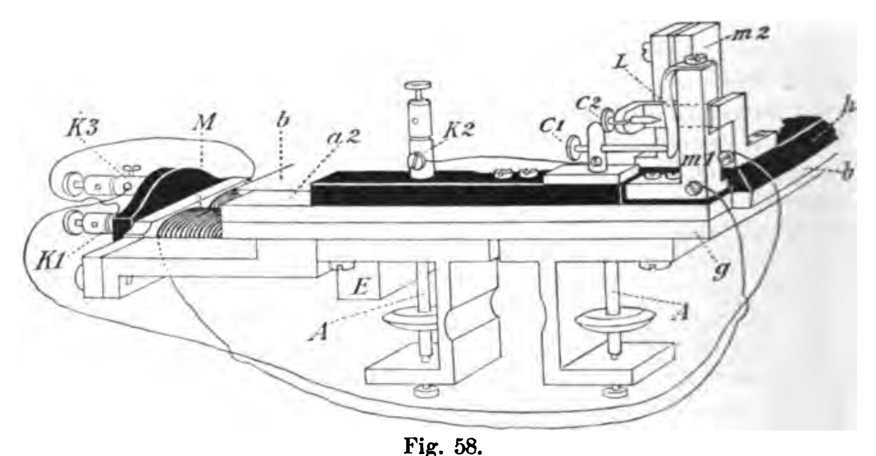


Fig. 58.
Selbsttätige elektromagnetische Ein- und Ausschaltung des Schlittens mit den Markiermagneten am großen Chronographen (nach Wirth).

die vordere isolierte Klemme K_3 nach dem anderen Pol der ganzen Batterie zurückkehrt. Sobald sich nun der Schlitten fast bis an die Pole des Magneten M zurückbewegt hat, trifft der untere, ebenfalls platinierte Teil der federnden Lamelle L, die von C_2 zunächst in Richtung der Säule m_1 zurückgedrückt war, auf die Spitze der Kontaktschraube C_1, die mit ihrer Klemme K_2 isoliert von m_1 ebenfalls am Wagengestell befestigt ist. Dadurch wird im nächsten Augenblick der Kontakt des starken Stromes bei C_2 infolge Zurückbleibens von L gelöst, während dafür, infolge der Verbindung von C_1 mit dem Pole etwa des sechsten Teiles der ganzen Batterie, ein schwacher Strom eintritt, der dazu genügt, den Schlitten gar vollständig an M heranzuziehen und hier festzuhalten. Um das Zurückholen des Schlittens durch die Reaktionsbewegung bewirken zu lassen, versieht man z. B. den Taster Fig. 53, bzw. bei zweihändigen Reaktionen am einfachsten beide Taster, mit einem besondern, von den übrigen völlig isolierten Kontakt, der erst beim Reagieren (also in der Ruhelage des Tasters) geschlossen wird. Durch diesen Nebenkontakt (bzw. bei zweihändiger Reaktion durch die beiden hinteinander geschalteten Nebenkontakte) legt man die starke Ableitung, die von der Schraube C_2 bzw. K_3 ausgeht. Am Beginn des Reaktionsversuches ist also diese Strecke wegen des Niederhaltens der Taster zunächst offen und der Schlitten nur durch die schwache, von C_1 bzw. K_2 ausgehende Leistung festgehalten. Diese wird nun unmittelbar vor dem Reize (es genügt etwa 0,1 Sek. vorher) für einen Moment unterbrochen, so daß der Schlitten mit den Schreibern an die Trommel schießt, worauf er

1) Die Rollen der Achsen A (Fig. 58) greifen in die Schienen des Wagens ein.
2) Die Säule m_2 ist das rechte Ende der Schreibervorrichtung von vorn gesehen.

nach der Reaktion, bzw. bei mehrfachen Bewegungen nach Vollendung der letzten derselben wieder zurückgezogen wird[1].)

Sobald übrigens mit solcher Präzision der Zeitschreibung[2]) nicht nur Differenzen von gleichzeitig intendierten Bewegungen, wie bei Külpes Versuchen (s. S. 498) sondern auch ganze Reaktionszeiten abgelesen werden sollen, ist neben der Linie der Hauptgabel von 500 Schwingungen, wie Salow bei der praktischen Anwendung sehr bald fand, auch eine zweite Zeitmarke von etwa 50 Schwingungen, gewissermaßen wie der Stundenzeiger einer Uhr neben dem Minutenzeiger, erforderlich. Diese kann eventuell auch von einer Primärgabel aus auf einen der Markierhebel übertragen werden, falls noch ein solcher frei ist[3]).

c) Das Hippsche Chronoskop und seine Kontrolle.

Für die Einzelheiten des Chronoskopes darf ich wohl auf die genaue Beschreibung in Wundts Grundzügen der physiologischen Psychologie (III[6], 1911, S. 365) verweisen und hier nur so viel anführen, als zum Verständnis der neueren Kontrollen notwendig ist. Diese wesentlichsten Teile des gegenwärtig gebräuchlichsten Modelles sind in Figur 59 von der Seite skizziert. Das Räderwerk der Uhr wird nach einem kurzen kräftigen Riß[4]) an der vorderen von zwei Zugvorrichtigungen in Gang gesetzt und läuft nach vollem Aufzug des Gewichtes, wenn es nicht vorher durch (langsameres) Anziehen an der hinteren Schnur arretiert wird, 1 Minute lang. Es ist in der Figur nicht mit Buchstaben bezeichnet, bis auf das in der Sekunde zehnmal umlaufende Kronrad k_1, das diese dauernde Bewegung der Uhr auf die Achse des Sigmenzeigers oo überträgt, solange diese eingeschaltet ist. Dieses Rad k_1 ist auf das vordere Ende einer röhrenförmigen, beiderseits offenen Achse aufgesesetzt, in der sich die Zeigerachse oo völlig unabhängig drehen und vor- und zurückbewegen kann. An dieser Zeigerachse, die vor dem (oberen) hundertteiligen Zifferblatt den Zeiger z trägt und innerhalb des Werkes ein Zahnrad, um den Zehntelsekundenzeiger vor dem unteren Zifferblatt in Bewegung zu setzen, ist unmittelbar vor k_1 der kleine Zahnhebel h befestigt, dessen Zahn nach einer Rückwärtsbewegung der Achse in das Kronrad k_1 eingreift und dann mitsamt der Zeigerachse von dem Uhrwerk mitgenommen wird, während er nach einer Vorwärtsbe-

---

1 Die genauere Beschreibung der Fig. 58 und der Einfügung dieser Schaltungen in eine Anordnung für Reaktionsversuche vgl. Salow, a. S. 509, A. 1 a. O.

2) Ein Chronograph für Tintenschreibung mit einer Gabel à 250 Schw. und zwei Markiermagneten von Dodge, der wenigstens bis auf 0,5 σ genau zu messen gestattet, leistete innerhalb eines etwas beschränkteren Anwendungsgebietes gute Dienste, soweit es sich um einfache Reaktionszeiten oder sonstige Zeitkontrollen handelte. (R. Dodge, Beschreibung eines neuen Chronographen, Zeitschr. f. Psychol. X, 1896, S. 414.)

3) Salow behalf sich bei seinen Versuchen mit zweihändigen Reaktionen damit, die Schwingungen einer primären Gabel von 50 Schwingungen vom Moment des Reizes an auf den ersten Schreibstift zu übertragen, der hier auch den Reiz markieren mußte. Doch ergibt sich hierbei ein von Salow berechneter, wahrscheinlicher Fehler der Reaktionszeit (a. S. 509, A. 1 a. O. S. 535).

4) Hierdurch wird vermieden, daß die regulierende Stimmzunge zu 1000 Schw. in eine falsche Bewegung gerät, die an einem dumpfen Rasselgeräusch an Stelle des hohen reinen Klanges zu erkennen ist. Tritt dies einmal ein, so ist sofort zu arretieren und von neuem anzutreiben. Manchmal ist dieser falsche Gang allerdings auch durch eine Abnutzung des Steigrades oder eine falsche Stellung der Zunge veranlaßt und tritt dann trotz richtigen Anziehens viel häufiger auf.



wodurch die Zeigerachse gegen jede Verdrehung gesichert ist. Eine vordere Feder m drückt nun zunächst die Achse oo mit h gegen k_1, so daß der Zeiger ohne weitere Beeinflussung stets mitlaufen würde. Dagegen kann die Zeigerachse durch den Druck der Schraube i, die sich an dem oberen Ende des zweiarmigen Hebels n, g des elektromagnetischen Stellwerkes be-

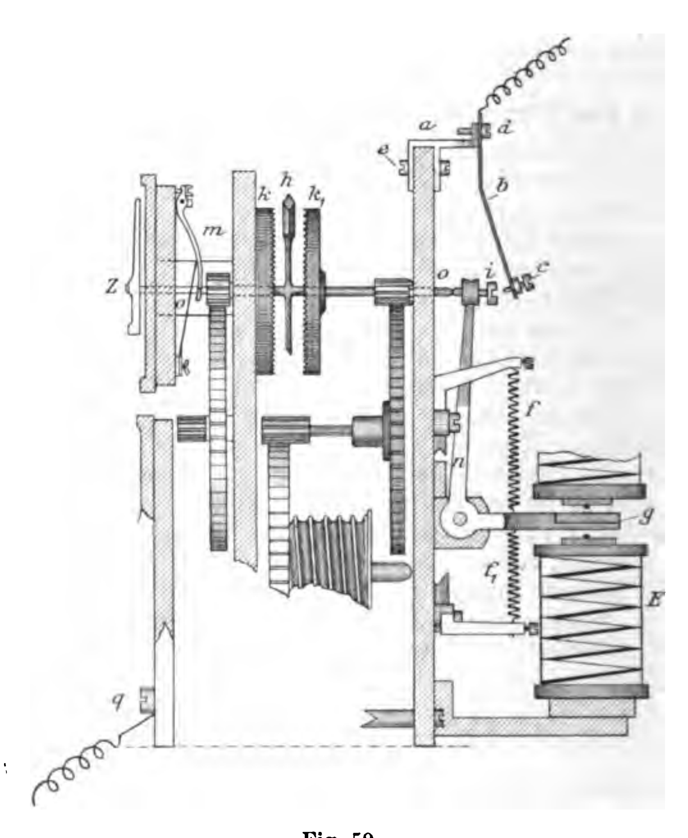


Fig. 59.
Das Hippsche Chronoskop.
(Seitenansicht nach N. Ach, a. S. 503, A. 3 a. O., S. 253 mit der Külpe-schen Kontaktvorrichtung).

findet, von rückwärts gegen die Feder m gedrückt werden, so daß sich h in das feste Kronrad k legt und die Zeiger zum Stillstand kommen. Bei der alten Konstruktion[1]), die von Hirsch a. S. 485 a. O. ausführlich beschrieben

1) Die historische Entwickelung dieses Chronoskopes seit der Erfindung seines Prinzipes durch Wheatstone sowie ein Verzeichnis der neueren Literatur zu seiner Kontrolle findet man in der auch unten erwähnten Abhandlung von Beatrice Edgell and W. Legge Symes, The Weatstone-Hipp-Chronoscop. Its adjustments, accuracy and control, British Journ. of Psychology, II, 1906 p. 58. Ich führe aus ihrem Verzeichnis noch an: M. Hipp, Mitteil. d. Bern. Naturf. Gesellsch. 1855, S. 190. C. Kuhn, Handbuch der angewandten Elektrizitätslehre S. 1175, 1185.

ist, diente nun dieser Hebel n g, an dessen Arı
Elektromagneten angebracht ist, ausschließlich
Stromes in dem Elektromagnetenpaare, das
spricht, diesen Gegendruck zum Festhalten
so daß nur die Zeit der Unterbrechung des
konnte. Später ermöglichte Hipp durch Hinzu
Elektromagnetenpaares E daneben auch noch



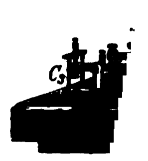
Fig. 60.
Rückseite des Hipp schen Chronoskops mit der Regulier
(Nach Wundt, Grundz. der Physiol. Psychol.

Stromes, die jetzt sogar meistens benützt wird,
der Schließung des Stromes mitlaufen. Diese
System sei im folgenden allein berücksichtigt. H
durch Spannung der unteren Feder f_1 und Entsp
antagonistischen f den Anker an g in die unter
obere Elektromagnetenpaar wie bei der alten An
strom") benützen. Hebt man dagegen durch das
verhältnis der Federn f und f_1 den Anker empor
Strom der Feder m entgegengearbeitet und die
angedrückt, während die Schließung des Stromes i
netpaar E diesen Druck von i gegen m wieder au
zur Stromunterbrechung mitlaufen läßt (Arbeitsstr

1) Man kann hier drittens auch bei oberer Lage des A
oberen Magneten und gleichzeitig einen zweiten, die F

Tigerstedt, Handb. d. phys. Methodik, III 5.

Die außen an der Rückw
des Spannungsverhältnisses
als wichtigster Faktor für
Zeiger in Betracht kommt,
hebel ng von Fig. 59, y
Feder r_1 (= f) hält der
unteren Feder r_2 (= f_1) de
bzw. v_1 werden durch die
scheiben der Hebel T_1 un



je einer 20-teilige
zwischen r_1 und
Entspannung de
der Apparat ist
und T_2 auf 0
adjustiert.

Vor der
bei richtiger
ursprüngliche
Kirschman
und Edgel
Variation a

---

die unteren
des unteren
schen Mess-
schoß gebr

1) Ei
Stud. VII.

2) D
II. Jahrg.

3)

4)

Bei den einfacheren Prüfungen wird mittelst eines genauen Kontaktapparates ein konstantes Zeitintervall, u. z. bei „Arbeitsstrom" durch Schließung und Öffnung und bei „Ruhestrom" durch Öffnung und Schließung eines Stromes begrenzt, das mittelst eines Chronographen bis auf Bruchteile eines Sigmas genau zu bestimmen ist, und am Chronoskop wiederholt abgelesen[1]). Külpe und Kirschmann verwendeten hierzu den großen Wundtschen Kontrollhammer (Fig. 61), der ähnlich wie der Pflügersche gebaut ist, aber bis zu der längeren Zeit von 0,6 Sek. genau arbeitet und eine variationsreichere Kontaktvorrichtung trägt[2]). Der zunächst an dem verstellbaren Elektromagneten E (Druckschraube h) gehaltene Winkelhebel AD mit dem Hammerkopf H, der breiten Achsenlagerung L und dem Gegengewicht P bedient mit der Nase M die oberen Kontakte C_1 und C_2 und mit Stiften (f_1) am Hammerkopf die unteren C_3 und C_4. (Die in die Feder F beim Aufschlagen von H einschnappende Nase f_2 verhindert ein Zurückspringen.) C_1 und C_3 werden hierbei geöffnet, C_2 und C_4[3]) aber werden an einem Punkte geschlossen und bewirken genau im nämlichen Augenblicke an einem zweiten Punkte eine Unterbrechung[4]).

Der allgemeine Apparat für Zeitkontrollen ist aber das Pendel[5]), das bei längerer Schwingung auch beliebig große Zeiten begrenzen läßt. Die

1) Ein solcher Apparat dient dann auch zu den alltäglichen Uhrkontrollen, die man am Anfang und Ende jeder Sitzung vorzunehmen hat, um die Konstanz der mittleren Zeitangaben und ihres Streuungsmaßes zu prüfen. Die beiden Kontakte an ihm, die bei der Kontrolle den Vorgang beim Reize und bei der Reaktion ersetzen, werden an passenden Stellen ein für alle mal in die Anordnung eingefügt und bilden bei den regulären Versuchen nach zuverlässiger Schließung einfach einen Teil der Stromleiter. Bei der Uhrkontrolle werden dann umgekehrt der Reiz- und der Reaktionskontakt geschlossen, wofür an dem Reaktionstaster ein besonderer Seitenhebel (S in Fig. 53) angebracht ist.

2) Eine genaue Beschreibung findet man außerdem wieder in Wundts Grundzügen der physiol. Psychol. III[6], S. 374 ff.

3) Wird der untere Kontakt C_4 zur Schließung verwendet, was bei der Uhrkontrolle mit Ruhestrom erforderlich ist, so wird diese allerdings, wie K. Dunlap (a. S. 507, A. 3 a. O. S. 48) durch Funkenchronographie fand, bei diesem Modell durch die große Erschütterung gestört, die der ganze Apparat beim Aufschlag des Hammers erleidet und um derentwillen man ihn bisher ohnedies schon meistenteils auf einem besonderen Tische mit Filzunterlage unterbrachte. Der Kontakt C_4 wird dadurch hergestellt, daß sein Haupthebel einen zweiten Hebel gegen eine Feder nach unten drückt. Die Erschütterung des Aufschlages überträgt sich nun auf diesen zweiten Hebel, der bei den bisherigen Modellen durch eine zu große Masse und die außen aufsitzende Klemmschraube eine zu große Wucht besitzt und daher von der unteren Feder hierbei nicht mehr sicher gegen den oberen angepreßt werden kann. Eine Abstellung dieser Mängel ließ in der Tat die Vergrößerung der mittleren Variation der Chronoskopzeit wieder zurückgehen.

4) Diese Unterbrechung dient z. B. dazu, bei der Eichung des Fallhammers mittelst des Krilleschen Chronographen auch die für das Chronoskop stets einmal erforderliche Zeitbegrenzung durch Schließung mittelst einer dort nach S. 508 allein gut ablesbaren Unterbrechung registrieren zu können.

5) Vor dem Fallhammer wurde vor allem auch der von Hipp selbst konstruierte Fallapparat zur Uhrkontrolle verwendet, bei dem die Zeit durch den freien Fall einer Kugel begrenzt wird. (Hirsch hatte mit ihm seinerzeit den Fehler des Mittels zwischen 0,0002 und 0,0006 σ und den bei einer Beobachtung zu erwartenden Fehler als 0,0011 bis 0,0022 σ gefunden.) Dieses einfachste Prinzip wurde von Ebbinghaus bei seinem größeren und mit schwererer Kugel versehenen Fallapparat für Zeiten bis 0,4 Sek. hinreichend genau befunden. (Ein neuer Fallapparat zur Kontrolle des Chronoskopes, Zeitschr. f.

frühere unzutreffende Vorstellung von der Abhängigkeit des Zeitfehlers von der zu messenden Zeitstrecke konnte denn auch nur durch die Uhrkontrollen für viel längere, genau abgegrenzte Intervalle korrigiert werden[1]. R. Sommer arbeitet mit einem Sekundenpendel, das den Stromkreis für das Chronoskop durch eine sinnreiche Relaisvorrichtung schließt und öffnet. Ach verwendet ein Kontaktpendel, dessen Kontakte pneumatisch ohne Störung der Pendelschwingung eingestellt werden können. Zur genaueren Bestimmung des Zeitfehlers wurde ferner die Zeit zwischen den auf das Chronoskop wirkenden Kontaktänderungen gleichzeitig am Chronographen aufgenommen. Edgell und Symes benützten einfach die Chronographentrommel selbst als Kontaktapparat, dessen Zeit hierbei natürlich immer erst aus der Stimmgabelkurve abzulesen ist. Die so gefundene Differenz zwischen der Chronoskopzeit und der parallel aufgenommenen Chronographenzeit kann nun teilweise einfach daher rühren, daß die Stimmgabel des Chronographen und die Zunge des Chronoskopes eine verschiedene Stimmung besitzen, daß also das Chronoskop relativ zu schnell oder zu langsam läuft. Dieser Fehler „des Ganges" muß natürlich zur ganzen gemessenen Zeit t proportional oder $t\alpha$ sein. Während aber dieser Fehler durch richtige Abstimmung der Stahlzunge von vornherein auf ein Minimum reduziert sein kann, hat die richtige Auswahl der Stromstärke und der Federspannung beim Gebrauch noch dafür zu sorgen, daß auch der zweite Fehler möglichst klein wird, der darauf beruht, daß die erste Latenzzeit von der ersten Stromänderung bis zum Eingriff von h in k_1 (Fig. 59) und die zweite Latenzzeit von der zweiten Stromänderung bis zur Ruhelage der Zeigerachse voneinander verschieden sind. Zu einer genauen Analyse dieser zweiten Fehlerkomponente haben Ach sowie fast gleichzeitig Edgell und Symes diese beiden Latenzzeiten von der ganzen Zeit zwischen der ersten Stromänderung und dem Stillstand der Zeiger gesondert zu bestimmen versucht. Sie registrierten hierzu in der gleichzeitigen chronographischen Aufnahme noch die beiden Momente, in denen der Doppelhebel ng (Fig. 59) sich bei der Hin- und Herbewegung der Zeigerachse gerade in der Lage befindet, daß diese von k_1 sicher mitgenommen werden mußte[2]). Ach verwendete hierzu eine schon von Külpe eingeführte Kontaktschließung durch den Hebel ng bei der Schraube i. Der Strom wurde

Psychol. u. Ph. der S. Bd. 30, 1902, S. 292 ff.) Cattell wollte dagegen das mit seitlichen Kontrakten versehene Falltachistoskop zugleich als Fallchronometer verwenden. das jedoch bei der unvermeidlichen Variabilität der Schlittenreibung die Genauigkeit der übrigen Apparate bei gleich guter Ausführung keinesfalls übertreffen kann. (Cattell, a. S. 483, A. 3 a. O. III, S. 307 und ebenda Bd. IX, 1894, S. 307.)

1) Schon Lightner Witmer empfahl zur Uhrkontrolle das Kontaktpendel (The pendulum as a control instrument for the Hipp chronoscop, Psych. Rev. I, 1894 S. 506) und kontrollierte mittelst desselben bereits Zeiten von 0,1 bis 3,5 Sek., wobei er einstweilen wenigstens fand, daß die Streuung mit der gemessenen Gesamtzeit nicht wesentlich zunimmt. (Die mittlere Variation war bei 0,1 Sek. 0,25 σ und bei 3,5 Sek. 0,9 σ.

2) Einen ganz eindeutigen Zustand entweder der richtigen Geschwindigkeit oder der Ruhe erreicht die Zeigerachse allerdings immer erst, wenn h (Fig. 59) entweder in k_1 oder in k hineingeraten ist. Im Übergangsstadium sind also als dritte Fehlerquelle noch zufällige Verschiebungen möglich. Diese sind aber klein oder konstant genug, um nicht besonders in Anschlag gebracht werden zu müssen.



einerseits bei q in das Uhrwerk nach i eingeleitet, andererseits gelangte er bei d isoliert vom Uhrwerk in die federnde Metallzunge b, die durch den Bügel a mit der Schraube e auf jedes Chronoskop aufgeschraubt werden kann bzw. in die platinierte Schraube c, deren Spitze so eingestellt worden war, daß sie in der genannten Lage des Hebels ng dessen Schraube i gerade berührte[1]). Edgell und Symes ließen dagegen den Hebel ng, an dem sie einen Schreiber angebracht hatten, seine Bewegung selbst direkt auf dem Chronographen aufzeichnen. Bei idealer Starrheit des Schreibers[2])

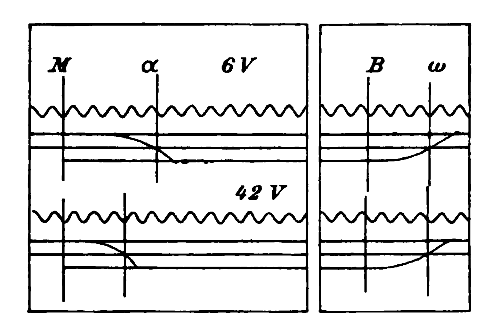


Fig. 62.
Die direkte Registrierung der Ankerbewegung des Hippschen Chronoskops nach Edgell und Symes.

Der Exzenter für die obere Feder stand auf Teilstrich 10 (Skala S_1 der Fig. 60), der für die unter Feder auf 0 (Skala S_2), bei „Arbeitsstrom". Die Stromstärke war in den beiden oben und unten registrierten Fällen konstant 80 MA. Die Spannung war oben 6, unten 42 V, der Widerstand oben 75, unten 525 Ω. Stimmgabel des Chronographen 200 Schwingungen.

entsprächen also in den so gewonnenen Kurven, von denen eine (Fig. V) in Fig. 62 wiedergegeben ist, die Schnittpunkte mit der mittleren Niveau-

1) Die Stellung, in der h mitgenommen wird, war bei Ach durch eine weitere Kontaktvorrichtung rein empirisch genau bestimmt worden. Es wurde an dem Zeiger z selbst ein ganz leichtes Hebelchen angelegt, das dieser beim Beginn der Bewegung zur Seite schleuderte, wodurch ein Strom unterbrochen und auf dem Chronographen eine besondere Marke erzeugt wurde. Die Kontaktvorrichtung bei i wurde nun so eingestellt, daß ihre Schließungsmarke mit dieser genau zusammentraf. Dadurch, daß die Metallzunge b (im Unterschiede von dem Külpeschen Kontakt) leicht federte, um die Endlage des Ankers von g nicht zu beeinflussen, konnte übrigens bei der Vorwärtsbewegung der Zeigerachse in Richtung des Stillstandes die Schraube c die Platte von i noch ein klein wenig über den Punkt der ersten Berührung hinausbegleiten, was durch ein inneres Widerlager für b leicht zu beseitigen wäre. — Den Stillstand des Zeigers konnte Ach allerdings nicht so einfach direkt bestimmen wie die Fortbewegung. Hierzu wäre höchstens eine photochronographische Aufnahme imstande, wie sie zu ähnlichen Zeitkontrollen neuerdings im Kieler psychologischen Institut angewendet wurde. Vgl. Minnemann a. S. 434, A. 6 a. O.

2) Freilich kommen hier noch die von den Verf. a. a. O. S. 63 als sehr gering bezeichneten Fehler durch die Elastizität des Schreibers hinzu, die aus den starken Nachschwingungen nach Erreichung der neuen Endlagen des Hebels zu erschließen ist. Da sie eine Verzögerung der ganzen Linie bewirkt, ist aus der Kleinheit der Differenz zwischen $\omega - \alpha$ und der Chronoskopablesung (nur ca. 1 σ) noch nicht der durch sie bedingte Fehler der Latenzzeiten α — M und ω — B zu ersehen. Um diese Fehler zu vermeiden, könnte man sich bei der mechanischen Übertragung z. B. auch auf die bloße Aufzeichnung der Passierung der mittleren Niveaulinie durch zwei besondere Zeiger

linie, die der Schreiber bei konstanter Stellung des Hebels ng in der kritischen Lage aufzeichnen würde, den beiden von der Achschen Kontaktvorrichtung registrierten Zeitpunkten[3]). Das Lot M bezeichnet den Moment der ersten Stromänderung, α den Beginn der Zeigerbewegung, B die zweite Stromänderung, ω den Stillstand der Zeiger. $\alpha - M$ ist die erste, $\omega - B$ die zweite Latenzzeit und $q = (\omega - B) - (\alpha - M) = (\omega - \alpha) - (B - M)$ den aus der Einschaltungsvorrichtung resultierenden Zeitfehler.

Durch diese Untersuchungen wurde nun zunächst übereinstimmend gefunden, daß die Latenzzeiten, die übrigens bei Ach im einzelnen nur 6 bis 20 σ und meistens nur etwa 14 σ betrugen, für Zeitmessungen von 30 σ bis 1 Minute, d. h. für den ganzen Meßbereich dieser Modelle (s. unten S. 522), von der zu bestimmenden Zeit t so gut wie unabhängig sind[1]). Der Fehler q ist also bei der allgemeinen Fehlergleichung im Unterschiede von dem Fehler $t\alpha$ des Ganges eine Konstante. Bei Verstärkung des Stromes und konstanter Federspannung verkürzt sich vor allem die Latenzzeit bei der Anziehung des Ankers durch den Magneten, während die Latenzzeit nach der Abreißung sich weniger ändert. Als größte resultierende Änderung der Chronoskopangabe fand Ach hierbei für Arbeitsstrom 27,8 σ, für Ruhestrom 52,3 σ. Bei Verstärkung der Federspannung[2]) wurde dagegen umgekehrt vor allem die Latenzzeit nach der Abreißung verkürzt, und die Chronoskopzeit änderte sich bei Arbeitsstrom im Maximum um 45,2 σ und bei Ruhestrom um 37,2 σ. Edgell und Symes haben aber daneben zum erstenmal in der psychologischen Literatur berücksichtigt, daß auch die elektromotorische Kraft, bzw. der Widerstand, mit welchem eine bestimmte Stromstärke erzeugt ist, wegen der Extraströme vor allem für die Latenzzeit bei Schließung nicht gleichgültig ist, was Hipp (a. S. 512, A a. O.) bereits empirisch herausgefunden hatte. Dies ist z. B. auch aus Fig. 62 zu ersehen, wo trotz gleicher Stromstärke die Latenzzeit der Schließung bei 42 Volt kürzer und der zweiten Latenzzeit ähnlicher ist als bei 6 Volt. Diese Autoren empfehlen auch, mit einer höheren elektromotorischen Kraft zu arbeiten, wie es unter Benützung des Stadtstromes schon seit längerer Zeit im psychologischen Institut von Külpe in Würzburg üblich war. Auch die Achschen Messungen waren sämtlich mit 110 Volt ausgeführt.

Da nach alledem die Erhöhung des Magnetismus und die Steigerung der Federspannung den aus den Latenzzeiten resultierenden

---

beschränken. Doch geben die Kurven wenigstens den ungefähren Verlauf der ganzen Bewegung konkret wieder, den Ach sich aus seinen beiden Momentanregistrierungen rein theoretisch rekonstruiert. Jedenfalls wären aber doch auch bei völlig starrem Schreiber die Niveaulinien nur durch ähnliche Vorsichtsmaßregeln wie bei Ach genau zu ermitteln.

1) Früher hatte man dagegen dieser in den Kontrollen dabei meistens viel kürzer bemessenen Gesamtzeit t einen wesentlichen Einfluß auf q zuerkannt und dies auf remanenten Magnetismus zurückgeführt (vgl. S. 514).

2) Edgell und Symes empfehlen, immer nur eine Feder zu spannen und die andere völlig ruhen zu lassen, wodurch die Federn am geringsten in Anspruch genommen werden. Es entscheidet sowohl nach ihren Ergebnissen (a. a. O. S. 75) als auch nach Ach (a. a. O. S. 270) nur das Spannungsverhältnis, da bei den verschiedensten absoluten Spannungen der einzelnen Federn gleiche Chronoskopzeiten gefunden wurden.

Fehler q in entgegengesetztem Sinn beeinflussen, so muß sich dieser theoretisch stets völlig zum Verschwinden bringen lassen. Ist aber außerdem noch ein „Fehler des Ganges“ vorhanden, so ist es unter Umständen empfehlenswerter, den Gesamtfehler $q + t\alpha$ für die am häufigsten gemessene Zeit t_1 zum Verschwinden zu bringen, also $q = -t_1 \alpha$ zu wählen. Ach empfiehlt als diese Idealzeit t_1 das Sekundenintervall, was praktisch mit R. Sommers Einstellungsprinzip zusammentrifft, der von vornherein einfach diese Schwingungszeit seines Kontroll-Sekundenpendels durch das Chronoskop so genau als möglich wiederzugeben sucht.

Die mittlere Variation ist, wie für Arbeitsstrom schon Krogius vor längerer Zeit bei Versuchen am Leipziger psychologischen Institut fand[1]), bei einem kräftigen Antagonismus zwischen einer hohen Stromstärke und großen Federspannung am geringsten, und hierbei im allgemeinen nicht größer als etwa 1 σ. Unterhalb der Zeit von 30 σ nimmt sie jedoch unverhältnismäßig zu, wenn auch das Chronoskop noch bei Zeiten bis etwa 15 σ überhaupt anspricht, sofern sie nur größer sind als die erste Latenzzeit.

Nicht ganz einig ist man noch bezüglich der Vermeidung des remanenten Magnetismus, der bei fortgesetzter Einhaltung der nämlichen Stromrichtung entsteht, bei den neueren Elektromagneten mit weicheren Eisenkernen allerdings in geringerem Maße. Sommer, Ach und K. Dunlap möchten ausdrücklich auf die früher stets peinlich besorgte Stromwendung nach jedem Versuch verzichten. Dunlap fand sogar, daß sie für den Fall, daß sie einmal vergessen werde, ganz erhebliche Verschiedenheiten herbeiführe[2]). Gerade seine Beobachtungen zeigen aber doch, daß die absoluten Werte auch unter sonst ganz gleichen Umständen von der Stromrichtung abhängig werden, wenn man nicht prinzipiell jedesmal wendet, und Edgell und Symes deuten auch einen gelegentlichen Befund bei der Achschen Anordnung, bei der nicht gewendet wurde, in diesem Sinne. Der Apparat wird jedenfalls einseitig, wenn auch bald ein stationärer Zustand erreicht ist und der Antagonismus von Federn und Stromstärke diesem angepaßt werden kann. Die mittlere Variation scheint jedenfalls ohne Stromwendung nicht größer auszufallen.

Ach empfiehlt auch noch eine tägliche Entspannung der Federn nach Abschluß der Versuche, um eine auch sonst beobachtete Zunahme der mittleren Variation bei Ermüdung der Federn zu vermeiden. Gerade weil aber, wie Ach selbst feststellte, eine sehr geringe Änderung der Federspannung sehr viel ausmacht, so droht bei täglicher Neueinstellung die Gefahr einer täglichen zufälligen Verschiebung der ganzen Zeiten, die kaum angenehmer ist als eine kleine stetige Änderung der Spannung, die bei guten Federn nach jahrelanger mäßiger Spannung kaum merklich ist, und eine mit ihr vielleicht verbundene minimale Vergrößerung der mittleren Variation.

---

1) Vgl. Kästner und Wirth, a. S. 483, A. 3 a. O., S. 385.

2) K. Dunlap stellte Versuche mit jedesmaliger Wendung außer vor jedem vierten Versuche an und fand als Mittel für die Zeitlage I bis IV innerhalb der Vierergruppen: I: 111,7 (m. V. 1), II: 111,7 (m. V. 1,4), III: 111,9 (m. V. 1), IV: 118,2 (m. V. 1). Vgl. a. S. 507 A. 3 a. O.

d) R. Schulzes Chronoskop.

Die günstigen Ergebnisse dieser Kontrollen lassen es wenigstens für Reaktionsversuche unnötig erscheinen, an dem Hippschen Chronoskop noch weitere Verbesserungen zu versuchen. Immerhin ist der Versuch R. Schulzes in dieser Richtung erwähnenswert, der die Zeigerachse elektromagnetisch durch kurzdauernde Induktionsströme ein- und ausrücken läßt, die durch die beiden Stromänderungen im primären Stromkreise eines In-

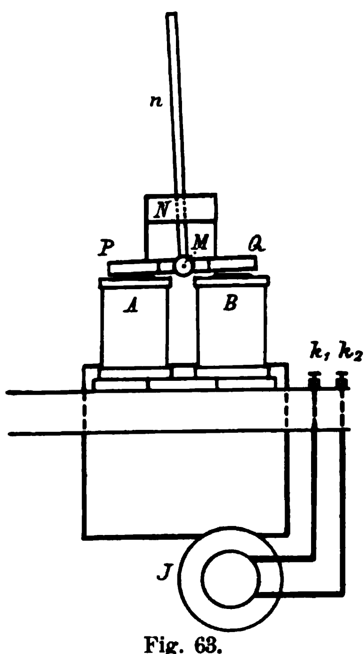


Fig. 63.
Das Prinzip der Hebelbewegung bei dem Chronoskop von R. Schulze.

duktoriums erzeugt werden. In Fig. 63 ist nur das Prinzip dieser elektromagnetischen Vorrichtung skizziert. Ein permanenter Stahlmagnet, dessen Nordpol N sich oben befindet, hängt unten mit den Eisenkernen A und B eines Elektromagnetenpaares zusammen und erzeugt dadurch bei diesen Kernen oben einen Südpol. Dagegen ist der in den oberen Stahlmagneten eingelagerte Doppelanker P, Q, der zu einem dreiarmigen, um M drehbaren Hebel gehört, beiderseits nordmagnetisch. Es haftet also sowohl P an A, als auch Q an B, wenn der für eine mittlere Stellung ausbalancierte Hebel durch irgend einen Anstoß nach dieser oder jener Seite das Übergewicht erlangt. Der dritte vertikale Hebelarm n entspricht dem gleichbenannten Arm in Fig. 59 des Hippschen Chronoskopes. Seine Bewegung nach rechts, durch Auflagerung von Q auf B, schaltet also die Zeigerachse in das laufende Kronrad k_1 (Fig. 59) ein, die Bewegung nach links oder die Annäherung von P an A schaltet sie wieder aus. Die Spulen des Elektromagneten sind nun wie bei einem gewöhnlichen Hufeisenelektromagneten

gewickelt und mit der sekundären Spule des Induktoriums J in einen Stromkreis geschlossen, das unter der hölzernen Grundplatte des Uhrgehäuses zwischen den Säulen des Gestelles angebracht ist. Entsteht nun in dieser Spule ein Strom, so werden die Pole von A und B entgegengesetzt magnetisch. Liegt z. B. zunächst zur Bremsung der Zeigerachse P auf A, und erzeugt die Richtung des induzierten Stromes in A einen Nordpol, so wird jetzt P von A abgestoßen und andererseits Q um so stärker von dem verstärkten Südpol in B angezogen. Die Zeiger werden also zu laufen beginnen. Bei umgekehrter Richtung des induzierten Stromes findet dagegen gerade die entgegengesetzte Bewegung des Hebels statt, und die Zeiger werden wieder ausgerückt. Der primäre Strom, in dem der Reiz- und der Reaktionsapparat bzw. die beiden Kontakte zur Uhrkontrolle liegen, muß also hier bei den Klemmen k_1 und k_2 stets in bestimmter Richtung durch das Induktorium geschickt werden, und zwar bei Ruhestrom einfach in entgegengesetzter wie bei Arbeitsstrom.

Über die Einzelheiten, die bei der Adjustierung zu berücksichtigen sind, z. B. die Erlangung der richtigen Gleichgewichtslage des dreiarmigen Hebels PQn, ist in den bisherigen Beschreibungen[1]) nichts Näheres angegeben, und bei früheren Anwendungen des nämlichen Prinzipes in der Technik hatte dieser Gesichtspunkt wohl kaum die gleiche Bedeutung wie gerade hier. Da die Induktionswirkungen bei Schließung und bei Öffnung des primären Stromes verschieden sind, so müßte bei völliger Symmetrie aller mechanischen Verhältnisse (einschließlich des permanenten Magnetismus) zur Übergangsstellung des Hebels (s. S. 516) auch die Latenzzeit bei Öffnung kürzer als die bei Schließung sein. Auch müßte ein hieraus resultierender Fehler für Arbeits- und Ruhestrom entgegengesetztes Vorzeichen besitzen. Es ist also wohl anzuerkennen, daß bei diesem Apparat die Schwierigkeiten, die sich sonst aus dem Antagonismus der Federkraft und des Magnetismus ergeben, sowie die Gefahr der Erschlaffung der Federn und des remanenten Magnetismus vermieden sind. Um aber die kleinen von Schulze angegebenen Fehler von wenigen σ zu erlangen, die übrigens auch bei gelegentlichen Kontrollversuchen am Leipziger psychologischen Institut nicht größer ausfielen, muß dafür die kaum einfachere Aufgabe gelöst werden, den richtigen Antagonismus zwischen dem Hebelwiderstand und der Induktionswirkung herauszufinden. Im übrigen steht allerdings das zunächst noch nicht benutzte Hilfsmittel zur Verfügung, die beiden Stromänderungen im primären Kreise am Anfang und Schluß der zu messenden Zeitstrecke durch entsprechende Schaltungen verschieden groß zu machen und dadurch die beiden Latenzzeiten gar vollständig gegen einander auszugleichen. Vielleicht kommt man dann auch mit einer geringeren Stromstärke aus als mit der für solche Verhältnisse sehr hohen von 3,5 Amp., die Schulze bisher am günstigsten fand. Bei seiner Prüfung ergaben sich für drei verschiedene Stromstärken die Zeitfehler bei zwei gemessenen Zeiten[2]):

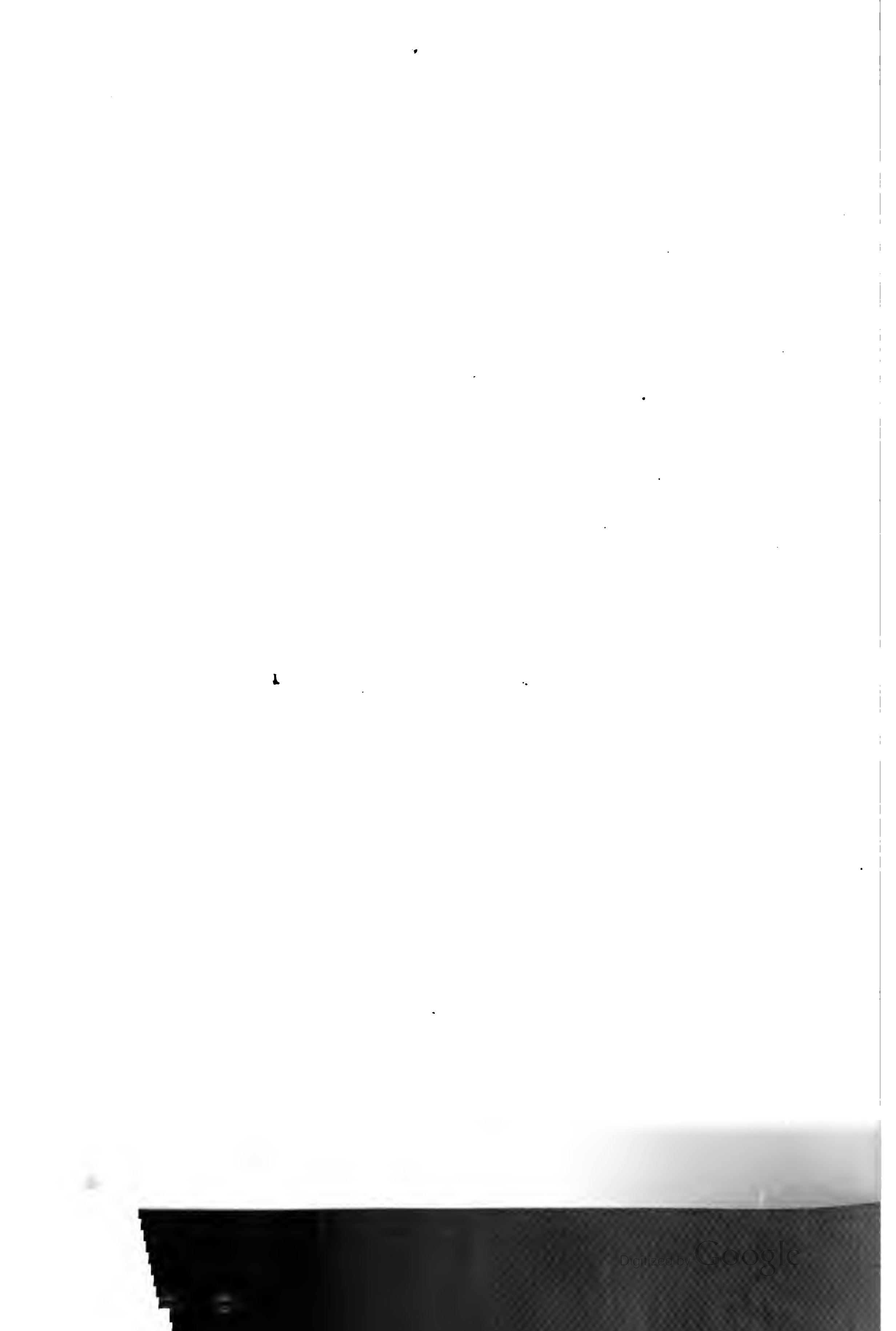
1) R. Schulze, a. S. 458, A. 2 a. O. S. 274 (Anhang: Ein neues Chronoskop) und ders., Neue Apparate für experimentelle Untersuchungen, Pädagogisch-psychologische Arbeiten, Veröffentlichungen des Instituts für experimentelle Pädagogik u. Psychol. des Leipziger Lehrervereins, I. Bd. 1910, S. 151 (Chronoskop mit polarisiertem Magneten S. 168).

2) Ebenda (Päd.-psychol. Arb.), S. 177.

	2,5 Amp. bei 2 Volt.	3,5 Amp. bei 8 Volt.	4 Amp. bei 10 Volt.
360 σ:	— 2,35 (m. V. 0,6)	— 0,25 (m. V. 1)	+ 2 (m. V. 0,5)
620 σ:	— 3 (m. V. 1,6)	0 (m. V. 1,3)	+ 2,4 (m. V. 1,3)
360 σ:	— 2,65 (m. V. 1,2)	0 (m. V. 0,8)	+ 2,05 (m. V. 0,6).

Auch hier kann man etwa 30 σ noch exakt messen, während die obere Grenze des Meßbereiches durch Erhöhung des Säulengestelles auf 1 1/2 Minuten erhöht ist. Die mittlere Variation ist keinesfalls größer als bei den besseren Apparaten des bisherigen Systems.

Druck von August Pries in Leipzig.



Handbu

der

physiologischen

Unter Mitwirkung

von

L. Asher, Bern; **A. Bethe,** Kiel; **Chr. Bohr,** Kope
W. Caspari, Berlin; **J. R. Ewald,** Strassburg; **O. Fische**
M. von Frey, Würzburg; **S. Garten,** Giessen; **A. Gull**
Prag; **R. Magnus,** Utrecht; **L. Michaëlis,** Berlin; **V**
heimer, Berlin; **I. P. Pawlow,** St. Petersburg; **J. P**
Göttingen; **M. Rubner,** Berlin; **K. Schäfer,** Berlin; **F.**
Köln; **W. Trendelenburg,** Innsbruck; **W. Wirth,** L
H. Zwaardemaker, Utrec

herausgegeben

von

Robert Tigerst

Dritter Band

6. Abteilung

Die Phonetik

Mit 106 Figuren

Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1911

Inhaltsverzeichnis.

J. Poirot, Die Phonetik.

Dieses Blatt ist beim Einbinden des vollständigen Bandes zu entfernen.

6. Abteilung:

Die Phonetik

Die Phonetik.

von

J. Poirot in Helsingfors.

(Mit 106 Textfiguren.)

Vorwort.

Daß das vorliegende Handbuch die phonetischen Methoden umfaßt, braucht erst nicht der Rechtfertigung. Die phonetische Wissenschaft hat sich seit den 70er Jahren dahin entwickelt, daß die Methoden der Naturwissenschaften einen immer größeren Raum einnehmen, nicht nur in der Erforschung der allgemeinen Probleme, die mit der Physiologie und der Physik eng zusammenhängen, sondern auch in der Untersuchung der spezielleren Fragen, wie sie bei dem philologischen Studium der lebenden Sprachen begegnen. Die Hauptresultate dieser neuen Forschungsrichtung sind bereits in den zwei bekannten Handbüchern von Rousselot (7) und Scripture (8) zusammengefaßt worden, wo man auch über die Methoden viele Erklärungen findet.

Die vorliegende Darstellung enthält nur die Methoden. Demgemäß wird man im Literaturverzeichnis keine Bibliographie der phonetischen, nicht einmal der experimental-phonetischen Arbeiten finden; ich habe, soweit möglich, nur solche Arbeiten angeführt, die für die Entwicklung der Methodik Neues und Wichtiges bringen [1]. Innerhalb dieses beschränkten Gebietes habe ich mich bemüht, nichts von Belang zu übersehen.

In der Darstellung bin ich bestrebt gewesen, das Hauptgewicht nicht so sehr auf die detaillierte Beschreibung der Apparate und Anordnungen, die der Interessierte immer im Original nachsehen kann, als auf die Grundsätze und die Begrenzung der Methoden zu legen. Was ich aus eigner Erfahrung von den verschiedenen Methoden halte, habe ich auf eigne Verantwortlichkeit angegeben; wo ich keine Erfahrung besaß, oder wenn meine Meinung mit dem Urteil anderer, bewährter Forscher übereinstimmte, habe ich lieber die anderen reden lassen.

Hie und da kommt man bei der Erörterung ins Gebiet der Physik oder der Mathematik. An solchen Stellen habe ich mich vielleicht mehr ausgebreitet, als es die Naturforscher für nötig halten werden. Es geschah aber hauptsächlich mit Rücksicht auf die philologischen Kreise, die oft durch die Schwierigkeit, sich in solche Fragen hineinzuarbeiten, von einer Beschäftigung mit diesen Forschungsgebieten und manchmal mit der ganzen Experimentalphonetik abgeschreckt werden. Ich habe es nach Kräften versucht, den anderen die Zeit zu ersparen, die es mir selbst gekostet hat,

1) Eine eigentliche Bibliographie der Phonetik findet man z. B. bei Sievers (3) (bis 1901), und von 1905 an in der beinahe vollständigen Bibliographia phonetica von Dr. Panconcelli-Calzia (Medizin. pädagog. Monatsschrift f. d. gesamte Sprachheilk.). Die fehlenden Jahre stellt man aus den Zeitschriften zusammen: Maître phonétique, Neuere Sprachen usw. Der Jahresbericht von Hermann enthält vieles, was für die Methodik wichtig ist.

z. B. die Theorie der Fourierschen Analyse zu studieren; und ich hoffe, mit der Hilfe eines Fachmannes diese Fragen so vorgelegt zu haben, daß sie einem Nichtmathematiker ohne allzugroße Mühe verständlich werden.

Dem Enthusiasmus der 80er und 90er Jahre ist ein Stillstand, vielleicht darf man sagen ein Rückgang der Experimentalphonetik gefolgt. Von den ersten Vertretern unsrer Wissenschaft sind einige gestorben, andere haben sich anderen Studien gewidmet. Der Nachwuchs ist gering geblieben, und die Hauptlast der Arbeit ruht noch immer auf den Schultern der Veteranen. Wer daran schuld sein mag, bleibe dahingestellt; jedenfalls ist die Tatsache unleugbar, und alle Fachgenossen, mit denen ich zu sprechen Gelegenheit hatte, waren darüber einig. Es ist ein entschiedener Übelstand. Die Verhältnisse werden sich, glaube ich, nicht wesentlich bessern, bis die philologisch geschulten Phonetiker sich mit den experimentellen Methoden vertraut gemacht haben und an der Arbeit teilnehmen. Was uns jetzt not tut, ist eine Reihe von kleinen Untersuchungen über Detailprobleme, um die durch die frühere Beobachtungsmethode gewonnenen Resultate kritisch zu sichten und allseitig zu kontrollieren. Die Naturforscher treten an die phonetischen Probleme mit ihren besonderen Interessen heran; neben den Problemen mehr naturwissenschaftlicher Art gibt es aber andere, wo die Fragestellung wesentlich philologischer Natur ist. Daß ein Philologe die Hilfe eines Naturforschers in Anspruch nimmt, ist jedenfalls nur ein Notbehelf und führt auch nicht gut zum Ziele. Die phonetische und die experimentelle Schulung müssen vereinigt werden, soll die phonetische Forschung in der Zukunft gedeihen. Wer den Versuch braucht, muß sich die Versuchsmethoden aneignen.

Was die Philologen davon abgehalten hat, ist kaum die Schwierigkeit gewesen, die zerstreuten Methoden mühsam zusammenzubringen, wenigstens seitdem es zwei Handbücher gibt, die zur Orientierung dienen können. Es dürfte aber zum guten Teil auf der in diesen Kreisen oft begegnenden Vorstellung beruht haben, daß die Methoden der experimentellen Wissenschaften etwas besonders Geheimnisvolles sind. Könnte die vorliegende Arbeit dazu beitragen, diese Anschauungen zu ändern, so ginge mein wärmster Wunsch in Erfüllung. Die Handhabung der Versuchsmethoden ist nicht so schwer, wie man sich in diesen Kreisen einbildet. Sie erfordert hauptsächlich Geduld und Bescheidenheit. Bescheidenheit, um die Aufgaben eng zu begrenzen, deren Lösung man vom Experimente erwartet, und Geduld, um die mit den Versuchen verbundene, mitunter mühsame Vor- und Nacharbeit zu erledigen. — Man bedenke außerdem, daß die Arbeitsteilung hier wie überall wohl angebracht ist. Wer sich besonders mit der Experimentalphonetik beschäftigen will, wird das Gesamtgebiet zu beherrschen versuchen; die anderen Phonetiker können sich auf einen Teil beschränken. Wie man merken wird, sind z. B. diejenigen Untersuchungsmethoden, die in den zwei ersten Kapiteln dieser Darstellung erörtert werden, zum größten Teil nur besondere Anwendungen der allgemeinen graphischen Registrierung, wie sie in der Physiologie üblich ist; die Grundzüge dieses allgemeinen Verfahrens zu erlernen, ist aber nicht schwer, und wo kein phonetisches Laboratorium vorhanden ist, wird die Gelegenheit dazu in jedem physiologischen Institut geboten. Soviel von der experimentellen Methode kann sich jeder Phonetiker aneignen; ist er dann im Laufe einer Untersuchung über diesen oder jenen Punkt unsicher, so sind immer die Fachmänner zur Hand.

Anläßlich der vorliegenden Darstellung habe ich mehrere Fachgenossen und Forscher befragen oder zu Rate ziehen müssen, deren bereitwilliges Entgegenkommen meine Aufgabe wesentlich erleichtert hat. In Wien bin ich von Hofrat S. Exner, in Utrecht von Prof. H. Zwaardemaker, in Berlin von Prof. H. Gutzmann mit gewohnter Liebenswürdigkeit empfangen worden, und ich habe dort manche Apparate prüfen, oder über etliche Fragen Ansichten austauschen können. Von Prof. L. Hermann habe ich sowohl Mitteilungen über verschiedene Forschungen und methodologische Fragen wie Originalkurven zur Reproduktion erhalten. Was ich bei mancher Unterredung in Leipzig mit Prof. Sievers und in Helsingfors mit Prof. Pipping und dem Herausgeber des Handbuches erörtert habe, könnte ich schwer im Detail angeben; es ist aber sehr viel gewesen. Einzelne Mitteilungen anderer Personen wird man an Ort und

Stelle angegeben finden. — Eine besondere Erwähnung verdient aber Prof. Lindelöf-Helsingfors, dessen unermüdlicher Hilfe die Abteilung über die Fouriersche Analyse (Kap. IV) ihre jetzige Form verdankt. Er hat mir mündlich und schriftlich die zahlreichen, einem Laien begegnenden Schwierigkeiten erklärt; die theoretische Prüfung des Vernerschen Verfahrens für die Reduktion auf die halbe Anzahl von Ordinaten ist im wesentlichen eine Wiederholung einer brieflichen Mitteilung von ihm über diesen Gegenstand; er hat endlich noch eine Korrektur gelesen. Allen den hier und unten genannten Herren sei mein aufrichtiger Dank ausgesprochen.

Einleitung [1]).

Die Entwicklung der phonetischen Wissenschaft hat sich so vollzogen, daß man die Vorgänge zuerst, wie natürlich war, nur mit Hilfe der verfügbaren, gelegentlich mit Apparaten verstärkten Sinnesorgane beobachtete, d. h. während deren Verlaufs studierte. Erst nachdem die Technik der Naturforschung, besonders die der Physiologie, sich entwickelt hatte, wurde sie dem Studium der Lautbildung angepaßt und so die experimentelle oder Versuchsmethode in die Phonetik eingeführt. Von der Beobachtungsmethode unterscheidet sie sich hauptsächlich dadurch, daß der Vorgang vermittelst irgend einer zweckmäßigen Einrichtung von seinem Verlauf eine dauerhafte Spur hinterläßt, die nachher in aller Ruhe dem Studium unterworfen wird. Andere Unterschiede sind weniger wichtig: die Anwendung von Apparaten, die willkürliche Änderung der Verhältnisse bei dem Vorgang, sogar die Suche nach quantitativen Angaben statt der qualitativen sind der Beobachtungsmethode nicht fremd. Das Wesentliche ist vielmehr, daß die Beobachtungsmethode den flüchtigen, sich abspielenden Vorgang verfolgt, während die Versuchsmethode die Spur des einst abgespielten Vorganges untersucht.

Die Frage drängt sich zuerst auf: darf man aus der oben skizzierten Entwickelung der Phonetik den Schluß ziehen, daß die Versuchsmethode die frühere Beobachtung ganz verdrängen soll? So weit ist wohl kein Anhänger der Experimentalphonetik gegangen, und manche berufene Forscher sprechen sogar jetzt über die Ergebnisse der Versuchsmethoden ein viel nüchterneres Urteil aus, als man während der ersten Periode der experimentellen Studien zu lesen bekam. Es hatte sich nämlich früher eine, m. E. nicht unbedenkliche Terminologie eingebürgert, wonach der Hauptbestand der Beobachtungsmethoden als subjektive, die Anwendung der Apparate dagegen als objektive Methode rubriziert wurden und diese Benennung zugleich als eine Wertschätzung galt. Immerhin bemerkt Gutzmann (9) mit Recht, „daß damit durchaus nicht gesagt ist, daß unter allen Umständen die zweite (= objektive) Methode immer die bessere und zuverlässigere sein muß .... Es ist ein zwar weit verbreiteter Irrtum, zu glauben, daß graphische

---

1) Vgl. alle größeren Lehr- und Handbücher der Phonetik, u. a. Merkel (1), Brücke (2), Sievers (3), Bremer (4), Jespersen (6), Rousselot (7), Scripture (8), Gutzmann (9), Storm (10) [jetzt Roudet (206)]; außerdem Marey (11), M'Kendrick (12), Marage (13), Zwaardemaker (14), Krueger (202).

Experimente stets phonetisch sicherere und zuverlässigere Resultate geben als scharfes Beobachten und Hinhören, aber es bleibt deswegen doch ein Irrtum". (S. 131.)

Es ist erstens klar, daß die Versuchsmethoden die anderen Untersuchungsmittel jetzt nicht vollständig ersetzen können, da den ersteren mancherlei Fehler noch so lange anhaften. Andrerseits will ich nochmals auf die Tatsache hinweisen, daß man an die Phonetik mit verschiedenen Interessen herantreten kann, und daß diese Verschiedenheit der Aufgaben mitunter verschiedene Methoden aufzwingen kann. — Endlich aber darf man nicht übersehen, daß der subjektive Eindruck, den die Laute machen, auch ein Bestandteil ihrer phonetischen Eigenschaften ist, und daß manche Probleme erst, nachdem „scharfes Beobachten und Hinhören" die Vorgänge einigermaßen geklärt hat, mit den Versuchsmethoden erfolgreich angegriffen werden können. Wenn die experimentelle Untersuchung der einzelnen Laute schon so viel Gutes und von bleibendem Werte geleistet hat, so ist es eben, weil die Beobachtungen zur richtigen Fragestellung geführt hatten, wie es schon der Umstand beweist, daß die Versuche die früheren Resultate oft bestätigten. Wenn die experimentelle Untersuchung der höheren Komplexe dagegen überall auf große Schwierigkeiten stößt, so darf man nicht vergessen, daß wir auch sonst, betreffend diese Probleme, noch ziemlich im Dunkeln tappen. — Selbstverständlich werden die Versuchsmethoden mit den Fortschritten der Technik ihr Anwendungsgebiet stets erweitern; die Beobachtungsmethoden werden aber auch eine Rolle spielen.

Die natürlichen Beobachtungsmittel, über die wir hier verfügen, sind die Gehörs-, die Gesichts- und die Tastempfindungen. — Direkte Aufschlüsse gibt das Gehör nur über die akustischen Eigenschaften der Laute. Schlußfolgerungen auf andere Eigenschaften (Artikulationsbewegungen u. dgl.) sind natürlich nur das Ergebnis einer Kombination der Gehörsempfindungen mit den Angaben der zwei anderen Sinne, oder der akustischen Bilder mit den Bewegungsbildern, indem man den Klang eines Lautes erkennt (bzw. zu erkennen glaubt), den man durch eine gewisse Artikulation zustande bringen kann. Innerhalb seines eigentlichen Gebietes kann das Gehör zu großer Feinheit geschult werden, was namentlich durch systematische Übungen im Erkennen und Nachsprechen möglichst vieler Lautabstufungen geschieht[1]). Diese Trainierung des Ohres ist auch die allererste Voraussetzung des Phonetikers, denn sie, und oft sie allein, setzt ihn in den Stand, manche Lautnuancen, folglich manche Probleme zu entdecken, wenn nicht immer zu lösen. — Über die Grenzen der Ohrleistungen liegen verschiedene Untersuchungen vor, die die qualitative Unterscheidung der Laute, oder die Stärkeabschätzung usw. gelten; darüber weiter unten.

In den meisten Fällen wird man die Vorgänge so nahe wie möglich abhören und beliebig oft wiederholen lassen können, wodurch die Eindrücke korrigiert und die Mängel des Gehörs, wie sie bei größerem Abstand auftreten, bedeutend vermindert werden. Deshalb sind die Untersuchungen über Hörfehler bei gewissen Abständen, bzw. unter Zwischenschaltung von

1) Vgl. besonders Klinghardt, Artikulations- und Gehörsübungen, Cöthen, 1897.

Schalleitern nicht ohne weiteres verwertbar. Immerhin wird es auch geschehen, daß man einen Laut nur von einem gewissen Abstand aus zu hören bekommt; dann wird man immer erwägen müssen, mit welcher Sicherheit man unter diesen Umständen den betreffenden Laut bestimmen kann. Da die Feinheit des Ohres sogar unter geschulten Phonetikern verschieden ausfällt, dürfte es sich für jeden Forscher empfehlen, Versuche wie die weiter unten zu erwähnenden Gutzmanns (S. 75) an sich selbst anzustellen, damit er die eigene Leistungsfähigkeit bestimmt. — Endlich darf man nicht vergessen, daß das Gehör durch die Zusammenwirkung der anderen Sinne erheblich unterstützt wird, da gewisse Täuschungen des Ohres durch die Kontrolle des Gesichtes bzw. des Getastes ausgeschlossen oder sofort korrigiert werden.

Mit dem Gesicht kann man die Bewegungen der sichtbaren Teile des Sprechapparates beobachten: Massenbewegungen des Kehlkopfes (unter günstigen Verhältnissen), des Kiefers, der Wangen und der Lippen, unter Umständen des Vorderteiles der Zunge. Es ist allerdings ein etwas beschränktes Gebiet; dagegen dürfte die Schärfe der Beobachtung oft weniger von dem größerem Abstande beeinträchtigt werden, als die Hörschärfe. Zu welcher Feinheit das Auge in der Erkenntnis der Sprachlaute erzogen werden kann, beweist die oft erstaunliche Fertigkeit der Taubstummen im „Lippenlesen".

Mit dem Namen „Getast" bezeichnet Gutzmann einen Komplex, der sowohl eigentliches Tast- wie Lage- und Bewegungsgefühl, kurz Muskelsinn enthält. Die beweglichen Teile des Ansatzrohres sind für Kontakte und Bewegungen empfindlich, obwohl in verschiedenem Grade. Der Muskelsinn und die Gelenkempfindungen geben über die Bewegungen des Kiefers Aufschluß; Muskelsinn und eigentlichen Tast besitzen die Lippen und die Zunge. Während das Gehör und das Gesicht sowohl für die Selbstbeobachtung wie für die Beobachtung anderer Personen zu verwerten sind, so beziehen sich die Tastempfindungen des Ansatzrohres nur auf die eigene Aussprache. Mit den Fingern dagegen kann man sich selbst und die anderen untersuchen. Dieses eigentliche Tastorgan vermag sowohl Massenbewegungen wie Vibrationen wahrzunehmen. Die Geschmeidigkeit und die Empfindlichkeit der beweglichen Teile des Ansatzrohres lassen sich durch zweckmäßige Übungen in hohem Grade steigern, obwohl auch da manche Fehlerquellen groß genug bleiben. Was die Empfindlichkeit der Finger betrifft, so ist sie bekanntlich auch groß.

Ich werde weiter unten an Ort und Stelle die Leistungsfähigkeit unserer Sinne für die Beobachtung der verschiedenen Erscheinungen untersuchen. Hier sei nur hervorgehoben, daß eine strenge Schulung und Verfeinerung derselben zu den unabweislichen Forderungen der phonetischen Forschung gehören, auch für den Forscher, der sich mit den Versuchsmethoden speziell beschäftigen will, und besonders für ihn. Die Gefahr besteht nämlich, daß die Bequemlichkeit der Untersuchung durch die Apparate nur zu leicht dazu verleiten kann, die Beobachtungsmittel zu versäumen, die dann an Schärfe verlieren. Gegen diese Versuchung muß man kämpfen, schon deshalb, weil mehrere Andeutungen der registrierten Kurven ohne die Kontrolle der Sinne mitunter unverständlich bleiben, bzw. falsch gedeutet werden.

Umgekehrt aber kann gerade die Experimentalmethode zur Verfeinerung der Sinne wesentlich beitragen, da sie eben manchmal Hinweise auf etliche Nuancen oder Erscheinungen gibt, die man sonst übersehen oder überhört hatte, und auf welche man dadurch aufmerksam gemacht wird.

Die Beobachtungsmethoden studieren die Erscheinungen während deren Bildung. Damit ist aber die Schwäche dieser Methoden angegeben. Die Vorgänge verlaufen so rasch und folgen so dicht aufeinander, daß unsre Sinnesorgane sich dem schnellen Rhythmus schwer anpassen können und bald abgestumpft werden. Nur ausnahmsweise gelingt es, wenn nicht die absolute, so die relative Geschwindigkeit der Erscheinungen herabzusetzen, wodurch sie der Beobachtung bequemer zugänglich werden (vgl. z. B. die Laryngostroboskopie). Andrerseits setzt die Bildung der Laute ein Zusammenwirken mehrerer Faktoren voraus, und die Bestimmung der richtigen Zeitverhältnisse und der relativen Bedeutung dieser Faktoren ist eine der wichtigsten Aufgaben der Phonetik. Hier aber beeinträchtigt die Schnelligkeit der Vorgänge in hohem Grade die Sicherheit der Beobachtung. Aus solchen Erwägungen ist die Anwendung der Versuchsmethode hervorgegangen. Die Experimentalphonetik ist anfangs von Naturforschern betrieben worden: erst später, gegen die Mitte der 70er Jahre, griffen auch die Philologen zu diesen Untersuchungsmitteln, zuerst, wie es scheint, in Frankreich. — Den obigen Mängeln der Beobachtung sucht die Versuchsmethode dadurch Abhilfe zu schaffen, daß sie dem Studium des Vorgangs selbst eine Untersuchung der Wirkung desselben auf eine zweckmäßige Einrichtung substituiert. Der Vorgang wird in eine meßbare Funktion einer meßbaren, veränderlichen Größe verwandelt; er kann sogar, wenn notwendig, durch mehrere gleichzeitige Funktionen dargestellt werden, deren jede einem der mitarbeitenden Faktoren entspricht. Die Veränderliche, deren Funktion der Vorgang bildet, ist in einigen Fällen der Raum (z. B. Palatographie): gewöhnlich ist es aber die Zeit (Registrierung auf beweglichen Flächen). Diese Funktionen (Spuren des Vorganges) werden nachträglich untersucht.

Wie man sofort sieht, hängt die Anwendbarkeit der Versuchsmethoden von der Erfüllung zweier Hauptbedingungen ab. Erstens müssen die gebrauchten Einrichtungen die Wirkung des Vorgangs, d. h. hier des Hineingesprochenen, richtig wiedergeben. Dieser Forderung Genüge zu leisten, ist Sache der Technik, mit deren Fortschritten der Erfolg der Versuchsmethoden eng verbunden ist. Zweitens aber muß die wirkende Ursache tatsächlich der zu untersuchende Vorgang sein; denn die Treue der Wiedergabe ist umsonst, wenn das Hineingesprochene irgendwie verkehrt ist. Man soll also dafür sorgen, daß die verwendete Versuchsanordnung die natürliche Aussprache ungestört läßt.

Zum Teil kann die eventuelle Störung der Aussprache durch den Versuchsapparat, d. h. durch rein materielle Ursachen bedingt sein: z. B. erfordert die Einrichtung einen direkten Eingriff in die Tätigkeit der Sprechorgane (Berührung der Oberfläche, Druck auf dieselbe usw.), oder sie erlaubt die Aufnahme nur unter gewissen Bedingungen (lauteres Sprechen o. dgl.). Man soll immer danach streben, die Apparate so zu gestalten, daß sie der gewöhnlichen Aussprache so wenig hinderlich sind wie möglich, ein Ideal

wovon wir zurzeit noch entfernt sind, obwohl unleugbare Fortschritte gemacht worden sind.

Zum Teil hängt aber die Störung von psychologischen Wirkungen ab. Da die Sprechbewegungen dem Willen unterworfen sind, stößt man auf dieselben Schwierigkeiten wie in der Psychophysik, nämlich auf die psychische Reaktion der von der Untersuchung bewußten Person. Die psychische Befangenheit entsteht auch bei der Untersuchung durch die Beobachtungsmethoden, wenn die untersuchte Person nicht der Absicht des Forschers gänzlich unkundig ist. Man kann aber nicht leugnen, daß die Befangenheit vor dem Apparate größer ist oder sein kann, als bei der gewöhnlichen Beobachtung, die sich außerdem manchmal in eine Unterredung einhüllen läßt. Über die Beschränkungen, welche die Untersuchung dadurch erfährt, und die Vorsichtsmaßregeln zur Verminderung oder Ausschaltung dieser Fehlerquelle wird man im Abschnitt über Psychophysik Angaben finden; ich kann mich hier kürzer fassen.

Die Versuchsperson muß ausgewählt und trainiert sein, damit sie sich sowohl physisch wie psychisch an die Experimente gewöhnt. Die verschiedenen Personen verhalten sich dabei grundverschieden; die Bildung, sogar die phonetische Schulung spielt hier keine Rolle. So weiß ich von einem Fall, wo zwei Studenten, ein phonetisch gebildeter Philologe und ein Jurist, als Versuchsperson für ziemlich einfache Experimente (mit Wirth-Krügers Kehltonschreiber) dienten. Der Jurist gewöhnte sich sehr bald; der Philologe war und blieb unmöglich. Unter den verschiedenen Versuchspersonen, die ich untersucht habe, war die beste ein halbgebildeter norwegischer Lappe. Mitunter muß man auf jede Untersuchung verzichten. — Jeder Apparat muß eingeübt werden. Der Forscher wird die Apparate an sich selbst prüfen, damit er weiß, wie und wieviel sie die Aussprache hindern. Zur Einübung empfiehlt Eykmann (15), die Versuchsperson zählen zu lassen, da die Zahlwörter besonders geläufig sind. — Durch eine genügende Übung kann man übrigens die Versuchsperson so weit trainieren, daß ihre Aussprache praktisch als ungestört betrachtet werden kann.

Am besten ist es, wenn die Versuchsperson über den genauen Zweck des Experimentes nicht unterrichtet ist. Kann diese Bedingung nicht erfüllt werden, oder experimentiert man an sich selbst, so ist es im allgemeinen zweckmäßig, die auszusprechenden Wörter in Sätze einzurücken, und einen Satz mehrmals wiederholen zu lassen, bevor man ihn aufnimmt. Stört die Versuchsanordnung die Aussprache nicht (z. B. Experimente mit den Phonautographen), so kann man isolierte Wörter ganz gut aufnehmen, sofern es nicht dem Zweck der Untersuchung widerspricht. — Man sollte immer das Ausgesprochene in mehreren Exemplaren aufnehmen und als Resultat den Mittelwert nehmen, um den Zufall auszuschließen. Die Bestimmung des mittleren Fehlers dieses Mittelwertes bietet noch eine Kontrolle über die Zuverlässigkeit der Resultate. Sind nämlich die einzelnen Werte stark abweichend und der mittlere Fehler relativ groß, so liegt der Verdacht einer Störung der Aussprache nahe; wenn die ersteren dagegen gut übereinstimmen und der Fehler klein ist, so wird man sich darauf verlassen können. — Soll ein längerer Text aufgenommen werden, so wird er am besten memoriert oder gelesen, da ein Abbruch immer auf die Echtheit der Aussprache wirkt.

Einige Forscher, z. B. E. A. Meyer (16), stellen zwischen Versuchsperson und Registrierapparat einen Schirm, damit die erstere nicht durch die Ansicht der Schreibapparate und Kurven gestört und zerstreut wird. Die Zweckmäßigkeit dieser Anordnung scheint mir im allgemeinen zweifelhaft; denn es kann auch geschehen, daß sie umgekehrt die Neugierde weckt. Aus meiner Erfahrung kenne ich nur ein paar Fälle, wo sie angezeigt wäre; sonst habe ich nie einen störenden Einfluß bemerkt.

Die Versuche werden meistens auf Laboratorien ausgeführt, wo man vollständiger ausgerüstet ist und über die nötige Zeit verfügt. Doch hat man auch handlichere Apparate konstruiert, die auf Reisen mitzunehmen sind. Man darf aber nicht vergessen, daß die unter solchen Umständen ausgeführten Versuche manchmal weniger zuverlässig sind. Eine Sonderstellung nehmen die Phonographenaufnahmen, die an die Versuchsperson keine besonderen Forderungen stellen. Wenn man aber bedenkt, daß man auf phonetischen Expeditionen ungeübte Versuchspersonen oft auf nur kurze Zeit zur Verfügung hat, so sieht man ein, daß die Fehlerquellen bedeutender sein müssen als sonst, und daß eine noch größere Vorsicht angebracht ist.

In der Interpretation der Ergebnisse suche man sich vor allem über die zu erwartenden Fehler und deren Betrag Rechenschaft zu geben, und erwäge den Grad der Genauigkeit des erreichbaren Resultates. Danach richtet man sich z. B. für die Messungen ein.

Betreffend die allgemeinen Grundsätze der Registrierung verweise ich auf die Abschnitte über Schreibhebel und Registrierapparate und Hämodynamik. Zur Ausrüstung eines Laboratoriums sind jedenfalls ein Kymographion und ein Phonograph unbedingt notwendig. Ein Kymographion mit Wasserturbine oder Elektromotor ist immer vorzuziehen, weil der gleichmäßige Gang die Messungen bedeutend erleichtert. Der Phonograph soll auch einen tadellosen Mechanismus haben. Was die anderen Untersuchungsapparate betrifft, so hängt ihr Ankauf von den verfügbaren Geldmitteln ab. Muß man sich einschränken, dann nehme man Apparate, die für mehrere Zwecke verwertbar sind; in dieser Hinsicht ist z. B. Rousselots „oreille inscriptrice" nach meiner Erfahrung sehr zu empfehlen. Von der Ausrüstung der physiologischen Institute läßt sich manches zu phonetischen Untersuchungen anwenden bzw. anpassen.

Die Sprachlaute werden von dem lautbildenden Luftstrom erzeugt, welcher, durch die Atembewegungen gerichtet, das irgendwie geformte Ansatzrohr durchfließt. Die Bewegungen des Ansatzrohres modifizieren die physikalischen Eigenschaften des Luftstromes, sowohl die akustischen wie die anderen (Druck, Strömungsverhältnisse usw.). Daraus ergibt sich eine einfache Einteilung des Gegenstandes. Im folgenden sollen die Methoden zur Untersuchung

a) der den Luftstrom bildenden und bedingenden Bewegungen des Sprechapparates,

b) der physikalischen Eigenschaften des Luftstromes, und zwar

α) der aerodynamischen

β) der akustischen

erörtert werden.



Kapitel I.

Die Untersuchung der Sprechbewegungen.

I. Die Atembewegungen beim Sprechen.

Die direkte Beobachtung der Atembewegungen beim Sprechen kann mit dem Gesicht und mit dem Getast angestellt werden. Das Auge unterrichtet sowohl über Massenbewegungen des Brustkorbes und des Bauches (Erweiterung, Zusammenfall), wie über Kontraktionen einzelner, der Oberfläche nahe liegender Muskel, (s. besonders Rutz (17), der verschiedene Typen unterschieden hat). — Mit der Hand fühlt man dieselben Bewegungen des Leibes oder der einzelnen Muskel (s. ebenda). Der Muskelsinn, besonders die Gelenkempfindungen des Brustkorbes, liefern auch Auskunft über die Atembewegungen.



Fig. 1.
Pneumograph nach P. Bert.

Obwohl die in ihren großen Zügen richtigen Angaben älterer Forscher zeigen, daß man mit dieser einfachen Beobachtung recht Gutes leisten kann, so reichen doch die natürlichen Mittel bei weitem nicht aus. Eine Experimentierung ist unbedingt nötig. Sie bezieht sich: A) auf die Massenbewegungen des Rumpfes, oder B) auf die Untersuchung der einzelnen Teile.

A. Die Bewegungen des Brustkorbes und des Bauches werden durch den **Pneumographen** registriert. Ein mit einer elastischen Membran bedeckter Hohlraum wird an die Höhe der zu untersuchenden Stelle gelegt und festgehalten; er steht durch Luftübertragung in Verbindung mit einer Schreibkapsel. Die Erweiterungen des Leibes drücken z. B. die Membran ein und bewirken ein Heben der Schreibspitze, der Zusammenfall umgekehrt ein Fallen der Spitze.

Es gibt mehrere Modelle, z. B. von Paul Bert (18), (Fig. 1): ein zylindrisches Rohr ist an beiden Enden mit Gummimembranen geschlossen, und zwei an den Membranen befestigte Haken dienen zur Anknüpfung der Bindeschnur;

oder von Marey, Guinard, Verdin, die nach dem Muster des Sphygmographen gebaut sind. Verdins Pneumograph (18) (Fig. 2) hat zwei



Fig. 2.
Pneumograph nach Verdin.

Kapseln und kann, wenn man jede Kapsel mit einer besonderen Schnur an der entsprechenden Seite eines Rückenwirbels befestigt und mit einer Schreibkapsel verbindet, gesonderte Kurven für jede Seite liefern. Zünd-Burguet (18) (Fig. 3) konstruiert seinen Pneumographen nach der Art eines Blasebalges. Vgl. übrigens Schenk, Atembewegungen (Handbuch II, 2, 1).

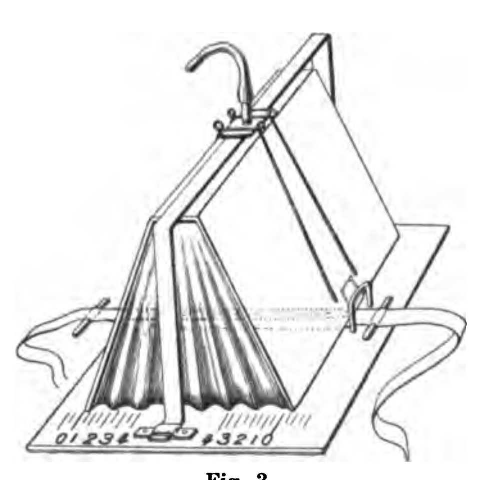


Fig. 3.
Pneumograph nach Zünd-Burguet.

Am empfehlenswertesten, wegen seiner mit guter Empfindlichkeit verbundenen Einfachheit, ist Gutzmanns (19) Gürtelpneumograph (Fig. 4). Er besteht (Beschreibung bei Gutzmann (9) S. 17—19) aus einer Gummiröhre von 2 cm Durchmesser, die an beiden Enden geschlossen ist, in der Mitte die Ausflußröhre trägt und durch eine breite, unelastische Schnallrieme festgehalten wird. Den Apparat kann man also leicht selbst konstruieren.

Man wird immer wenigstens zwei Apparate anwenden müssen, nämlich für die gleichzeitige Registrierung der Bauch- und Brustbewegungen; man kann aber noch weiter ins Detail gehen.

B. Soll das Verhalten der einzelnen Teile, besonders der verschiedenen Muskelgruppen untersucht werden, so genügt der Pneumograph nicht, da er nur Gesamtbewegungen aufzeichnet. Die Untersuchung dürfte aber schwierig und die Versuchsanordnung recht kompliziert werden. Man kann an die Anwendung eines Instrumentes denken, wie er zur Untersuchung der Erweiterung des Brustumfanges dient und bei Schenk, a. a. O. beschrieben ist, nur mit gewissen Änderungen, damit die einzelnen Stifte den Bewegungen der Haut folgen. Die Erweiterungen und Zusammenziehungen des Leibes werden aber als störende Faktoren einwirken und müßten bei der Interpretation der Kurven eliminiert werden, was wohl eine gleichzeitige Pneumographenaufnahme nötig machen wird. Die Technik des Versuches muß genau erwogen werden; die obenstehenden Zeilen wollen nur das Problem andeuten, das von F. Krueger (20) in Angriff genommen zu sein scheint.

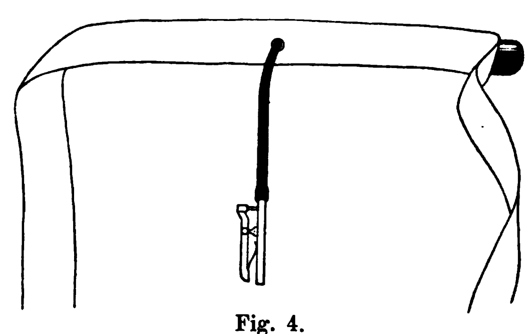


Fig. 4.
Gürtelpneumograph nach Gutzmann.

Die experimentelle Untersuchung der Atembewegungen ist deshalb eine heikle Aufgabe, weil die normalen Verhältnisse leicht und stark von psychischen Einflüssen gestört werden; die tägliche Erfahrung beweist es schon. Daher empfiehlt Gutzmann (a. a. O.), der weitläufige Untersuchungen über die Sprechatmung angestellt hat, den Untersuchten so weit möglich allen psychologischen Reizen, besonders den optischen und akustischen, zu entziehen (Versuchsperson vom Kymographion abgewendet; kein hörbarer Chronograph, am besten nachträgliche Zeitmarkierung!) und die Kurven der Sprechatmung erst dann aufzunehmen, wenn die Ruheatmung ganz gleichmäßig geworden ist. Die größte Vorsicht ist hier angebracht.

II. Die Bewegungen des Kehlkopfes.

Im Kehlkopf können die inneren Teile, speziell die Stimmbänder Bewegungen ausführen; andererseits kann sich der Kehlkopf *in toto* horizontal und vertikal bewegen. Wir unterscheiden daher die Untersuchung der inneren Bewegungen und die der Massenbewegungen des Kehlkopfes.

1. Die Untersuchung der inneren Kehlkopfbewegungen.

A. Methoden zur Beobachtung des Kehlkopfes.

1. Die optischen Methoden. a) Die einfache Laryngoskopie. — Dadurch, daß die Luftröhre mit der Mundhöhle einen nahezu rechten Winkel bildet, entzieht sich der Kehlkopf unsrem Blick. Um ihn bei offenem Munde und sonst normaler Stellung der Luftwege zu beobachten, muß man sich des von Garcia in die Praxis eingeführten Kehlkopfspiegels bedienen. Die Methode der **Laryngoskopie** mittels des Spiegels ist besonders von

Czermak (21) ausgebildet worden. Deren Prinzip besteht darin, daß ein kleiner, stark beleuchteter Spiegel an die Hinterwand der Mundhöhle über

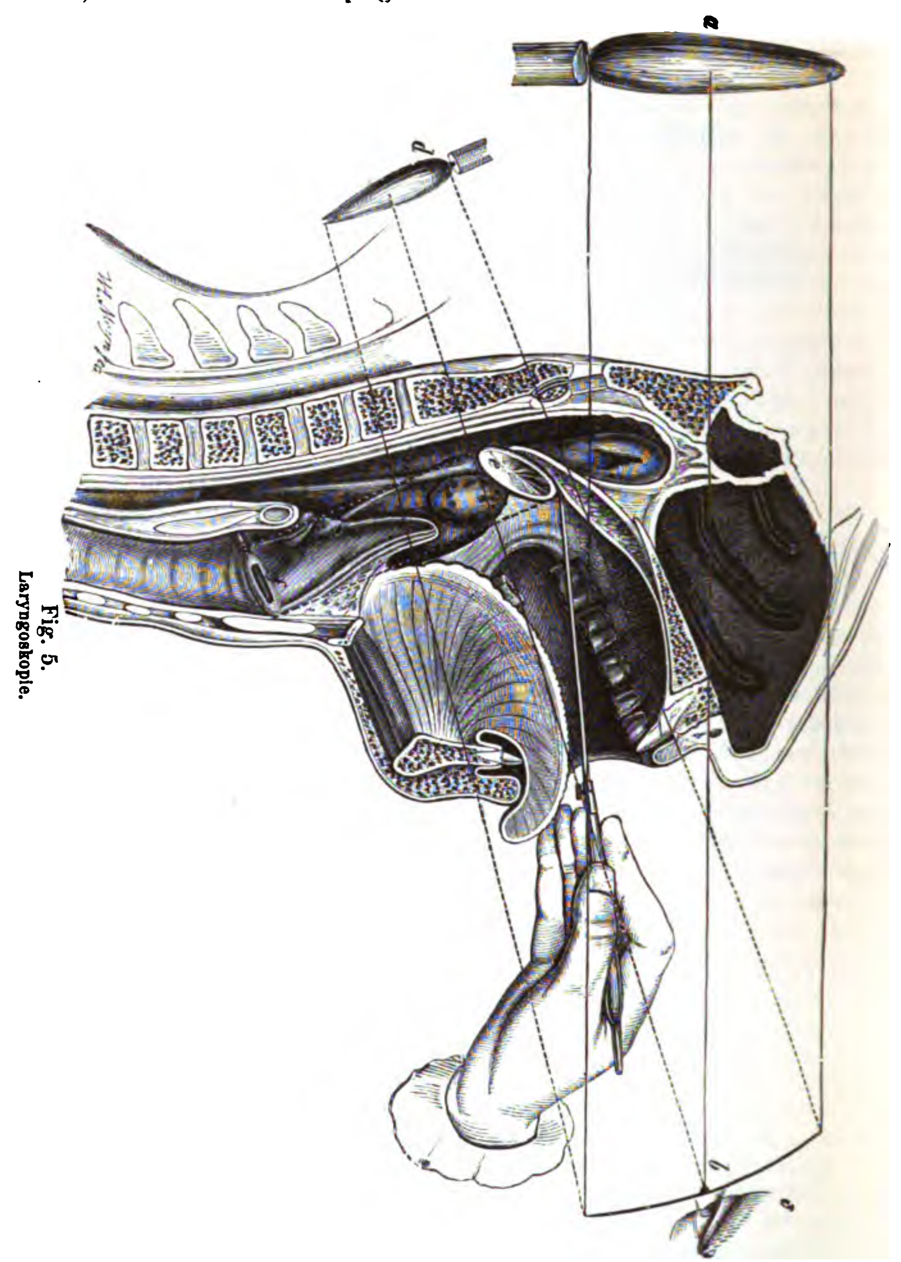


Fig. 5. Laryngoskopie.

dem Kehlkopf angesetzt wird, so daß der Beobachter ein Spiegelbild des letzteren zu sehen bekommt. Eine ausführliche Darstellung der Technik findet man in den Spezialarbeiten über Laryngologie (z. B. **Fränkel** 22:

hier will ich nur die Hauptpunkte zusammenfassen, jedoch unter der ausdrücklichen Bemerkung, daß das Erlernen der Methode und eine genügende Fertigkeit in der Anwendung derselben zur Ausbildung des Phonetikers gehören. Am bequemsten benutzt man dazu die Leitung eines Facharztes.

Von allen Spiegelformen ist die runde Form vorzuziehen. Um das größtmögliche Beobachtungsfeld zu erhalten, wird man immer den größten Spiegel nehmen, der noch von der Versuchsperson ohne Schwierigkeit ertragen wird. — Die benutzte Lichtquelle muß sehr stark sein. Am besten ist natürlich das von einem Heliostat reflektierte Sonnenlicht; in den meisten Fällen wird man aber ein künstliches Licht anwenden müssen, das so weiß sein soll wie möglich (überladene Glühlampen, Auers Gaslicht, Bogenlampen usw.). Dieses Licht wird entweder direkt in die Mundhöhle geworfen (z. B. mit einer elektrischen Stirnlampe); oder die seitlich von der Versuchsperson stehende Lichtquelle wirft zuerst ihr Licht auf einen an der Stirn des Beobachters hängenden Sammelspiegel; das Licht wird dann auf den Kehlkopfspiegel zurückgeworfen. Der Stirnspiegel ist in der Mitte durchbohrt, und die Beobachtung geschieht durch das Loch. Die richtige Handhabung der Stirnlampe und besonders des Stirnspiegels, um den Lichtkegel nach der gewünschten Richtung zu werfen, erfordert eine gewisse Vorübung.

Die Versuchsperson wird dem Beobachter gegenüber auf einen Stuhl gesetzt, so daß das Auge des Beobachters in der Höhe der Mundöffnung (lieber etwas höher) steht. Die Versuchsperson öffnet den Mund sehr weit und streckt die Zunge aus, deren Spitze gehalten wird. Das Licht wird gegen das Gaumensegel geworfen und der Spiegel mit der rechten Hand so eingeführt, daß der Stiel sich gegen den linken Mundwinkel und der Spiegel gegen das Zäpfchen anlehnt (Fig. 5). Die Übung lehrt bald, welchen Winkel der Spiegel einzunehmen hat, um den Kehlkopf dem Blicke zu entdecken. Man pflegt die Person ein offenes *ä* sprechen zu lassen, wobei der Kehlkopf sich etwas hebt. Manchmal muß man mit dem Spiegel das Zäpfchen etwas nach oben und hinten heben. — Was die Entfernung des Stirnspiegels vom Munde betrifft, so müssen die konvergenten Strahlen sich in der Höhe der Stimmbänder vereinigen, damit die Beleuchtung am günstigsten ist. Ist f die Brennweite des Sirnspiegels, a die Entfernung desselben von der Lichtquelle und b dessen Entfernung von der Versuchsperson, so werden die optimi Bedingungen von der Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \tag{1}$$

angegeben.

Der Versuch verlangt nicht nur vom Beobachter, sondern auch von der Versuchsperson einige Übung, da die Berührung des Zäpfchens leicht, besonders anfangs, Reflexe hervorruft, die mit dem Erbrechen drohen. Die Übung und nötigenfalls eine leichte Kokainisierung heben diese Begleiterscheinungen auf.

Zum Studium der normalen Tätigkeit des Kehlkopfes (worauf es für uns hauptsächlich ankommt) wird der angehende Forscher am besten tun, eine bereitwillige Versuchsperson eigens zu dressieren. Übrigens kann man

auch durch Aufstellung eines weiteren Spiegels die Laryngoskopie an sich selbst vornehmen (vgl. Czermaks angeführte Arbeit).

Beim Beobachten des Kehlkopfbildes muß man sich daran erinnern, daß es ein Spiegelbild ist. Der hintere Teil des Kehlkopfes erscheint also vorn im Spiegel, und umgekehrt. Ebenso sind links und rechts eigentlich umgekehrt; da der Beobachter aber der Versuchsperson gegenübersteht, so entspricht doch die linke Seite des beobachteten Spiegelbildes der linken Seite des Kehlkopfes.

Die oben beschriebene Methode der indirekten Laryngoskopie ist die gebräuchlichste. — Kirstein (23) hat eine andere Methode dargestellt und empfohlen, vermittelst derer der Kehlkopf ohne Spiegel zu beobachten ist. Diese „direkte Laryngoskopie" ist besonders von Killian entwickelt; für eine erschöpfende Darstellung s. Brünings (24). Die Methode, welche Vorteile sie für den Laryngologen auch darbieten mag, dürfte jedoch für unsere Zwecke weniger empfehlenswert sein, da sie eine jedenfalls unnatürliche und schwierige Stellung des Kopfes erfordert.

Die Luftröhre ist auch von der hinteren Nasenhöhle aus sichtbar, so daß man mit einem bis in den Pharynx geführten Endoskop den Kehlkopf sehen kann. Neuerdings hat Flatau (25) in der Berliner otologischen Gesellschaft (18. Febr. 1910) ein Pharyngoskop demonstriert, das bei geschlossenem Munde und gesenktem Segel die Beobachtung, eventuell vielleicht die Photographie des Kehlkopfes erlaubt. Diese Methode verdient ernste Beachtung. [Aus der Bibl. phonet. 1910, Nr. 266 ersehe ich während des Korrekturlesens, daß Flatau dieses Kehlkopfendoskop mit einem Stroboskop verbunden hat. Beide Instrumente werden von G. Wolf-Berlin konstruiert.]

b) Die stroboskopische Beobachtung (Laryngostroboskopie). Die Vorgänge im Kehlkopf, besonders die Schwingungen der Stimmbänder, verlaufen so schnell, daß die Reihenfolge der einzelnen Erscheinungen sich dem Auge entzieht. Die absolute Geschwindigkeit der Bewegungen kann allerdings nicht in dem für die Beobachtung wünschenswerten Maße herabgesetzt werden. Die Anwendung der sogenannten stroboskopischen Methode erlaubt jedoch, die scheinbare Geschwindigkeit nach Belieben zu vermindern.

Das Prinzip der **Stroboskopie**, das in der Physik zum Studium der periodischen Bewegungen und auch zur Herstellung bekannter und beliebter Spielzeuge verwendet worden ist, ist folgendes. Es seien F, F′ 2 voneinander unabhängige Funktionen der Zeit gegeben, deren eine, die zu untersuchende Erscheinung, einen gewissen Wert (Verlauf) hat, während wir der anderen, je nach Bedarf, verschiedene Werte geben können. Wir nehmen an, daß die erste Funktion F periodisch ist und eine Frequenz n pro Sek. hat. Die Funktion F′ kann auch periodisch gemacht werden. Wenn wir ihr die Frequenz n geben, so können wir jedem Werte y_1, y_2, y_3, von F innerhalb einer Periode einen gewissen Wert von $F' = y_1', y_2', y_3' \ldots$ gegenüberstellen, und diese Korrespondenz wird sich von Periode zu Periode wiederholen.

Wir wenden diese Betrachtungen auf unseren Fall an. Wir wollen die Schwingungen der Stimmbänder während der Bildung eines Tones von der Frequenz n untersuchen und nehmen eine laryngoskopische Beobachtung vor. Jetzt lassen wir mittels einer zweckmäßigen Unterbrechungseinrichtung das Licht nur blitzartig erscheinen, so daß das Bild der Stimmbänder jedesmal nur einen unendlich kleinen Augenblick sichtbar ist; diese Blitze geschehen periodisch, und auch mit der Frequenz n. Beim Blitz 1 befindet sich das Schwingungsbild im Zustand y_1. Bis der Blitz 2 geschieht, hat sich eine ganze Schwingung vollzogen: man wird im Spiegel wieder das Schwingungsbild y_1 sehen; m. a. W. die Stimmbänder erscheinen in scheinbarem Stillstand.

Wir nehmen jetzt an, daß die Funktion F′ eine Frequenz $n-1$ hat, und lassen zuerst den Wert y_1' dem Wert y_1 von F entsprechen. Nach dem Ablauf einer Periode von F′ hat also F bereits die zweite Periode begonnen, und es gibt jetzt zwischen den beiden einen Phasenunterschied, der von Periode zu Periode wächst Nach dem Ablauf einer Sekunde ist der Vorsprung von F $= \frac{1}{n-1}$ der Periode von F′; nach $n-1$ Sekunden ist der Vorsprung eine ganze Periode, und dem Wert y_1' entspricht wieder y_1. In der Zwischenzeit sind $(n-1)^2$ Perioden von F′ verlaufen, und dem Wert y_1' haben sukzessiv $(n-1)^2$ Werte von F entsprochen, deren Phasenunterschied je $\frac{2\pi}{(n-1)^2}$ beträgt.

Wenn wir diese Betrachtungen auf die obige Hypothese anwenden und also annehmen, daß der Kehlkopf einen Ton von der Frequenz n gibt und die Lichtblitze die Frequenz $n-x$ haben, so wird sich die ganze Schwingung der Stimmbänder scheinbar innerhalb $n-x$ Sekunden vollziehen. Man begreift leicht, daß der ganze Vorgang unter solchen Umständen leicht beobachtet werden kann.

Außer dem Instrumentarium der gewöhnlichen Laryngoskopie setzt also das stroboskopische Verfahren noch einen Lichtunterbrecher voraus. Es ist gewöhnlich eine runde Scheibe aus Pappe oder Metall, die mit Schlitzen oder Löchern versehen ist und mit einer veränderlichen Geschwindigkeit gedreht werden kann. Die Scheibe steht entweder nahe an der Lichtquelle oder nahe am Auge (eventuell hinter dem Reflektor). Im ersteren Falle wird das Licht selbst, im letzteren die Sichtbarkeit des Untersuchungsobjektes periodisch unterbrochen.

Damit das stroboskopische Verfahren am besten ausgenutzt wird, muß die Frequenz der Unterbrechungen der Tonfrequenz des Kehlkopfes möglichst nahe stehen; daher muß die Geschwindigkeit der Scheibe sehr fein regulierbar sein und außerdem innerhalb weiter Grenzen variieren können. Um die Erreichung der richtigen Frequenz zu erleichtern, versieht man die Scheibe gewöhnlich mit einem Anblaserohr; durch das Anblasen der Löcher gibt die als Seebecksche Sirene fungierende Scheibe einen Ton, dessen Höhe durch die Regulierung der Umdrehungsgeschwindigkeit verändert werden kann. Es gilt nun, diesen Ton mit dem Kehlton in das gewünschte Verhältnis zu bringen. Man kann entweder die Versuchsperson dazu veranlassen,

selbst nach dem Scheibenton zu singen, oder umgekehrt den Scheibenton dem Kehlton anpassen.

Darin liegt, wie Musehold (29) hervorhebt, eine der Hauptschwierigkeiten des Verfahrens. Die Versuchsperson muß jedenfalls die Fähigkeit besitzen, den angeschlagenen Ton zu halten, und zur Anpassung des Tones muß man über ein musikalisches Gehör verfügen. Bequemer ist es, wenn der Beobachter selbst diese Eigenschaft besitzt und für die Regulierung des Scheibentones sorgt; es scheint mir aber nicht unumgänglich notwendig zu sein. Es ist nämlich leicht, die Scheibe mittels eines Luftstromes ununterbrochen anzublasen; dann kann die Versuchsperson sich nach dem Scheibenton richten. Allerdings muß sie musikalisch geschult sein; es ist aber sonst vorteilhaft, wenn die Versuchsperson singen kann.

Man beginnt am besten mit den niedrigen Tönen und geht vom Einklang beider Töne, d. h. vom scheinbaren Stillstand der Stimmbänder, aus, um zu einem verschiedenen Ton überzugehen. Die Regulierung des Tonverhältnisses, besonders wenn man vom Kehlton ausgeht, erfordert Zeit. Da die Versuchsperson außerdem den Kehlkopfspiegel im Munde hat, so ist ihre Stellung, wie man sieht, ziemlich unbequem. Viel Geduld und viel Übung gehören zur Ausführung der Beobachtungen; öfters ist eine Kokainisierung des Velums nötig. — Der scheinbare Stillstand ist übrigens, wenn man ihn erreicht, rasch vorübergehend; leichter ist es, eine langsame Bewegung zu erhalten.

Bei der Anfertigung der Scheibenlöcher soll man zwei entgegengesetzten Anforderungen gerecht werden. Um scharfe Bilder zu bekommen, müßte man kleine Öffnungen (minimale Belichtungszeit) haben; die Lichtstärke leidet aber dadurch und würde breitere Öffnungen mit kleineren Intervallen erfordern. Man muß sich mit einem Kompromiß begnügen. Musehold empfiehlt, die Öffnungen halb so groß wie die Intervalle zu machen, wodurch man $\frac{1}{3}$ der Lichtstärke benutzt. Daraus geht auch hervor, daß die Lichtquelle viel stärker sein muß als für die gewöhnliche Laryngoskopie. Man kann übrigens nach Wethlos (31) Vorschlag ein Linsensystem zur Konzentrierung der Lichtstrahlen benutzen; man stellt die Lichtquelle und die erste Sammellinse so auf, daß der Lichtkegel, wenn er die Scheibe trifft, etwa den Durchmesser der Scheibenlöcher hat, wodurch der Lichtverlust seinen kleinsten Wert erhält.

Die Laryngostroboskopie ist hauptsächlich von Koschlakoff (26), Oertel (27), dessen erste Untersuchungen in die Jahre 1876—78 fallen, Réthi (28), Musehold (29) gepflogen und ausgebildet worden. Im folgenden werde ich die Eigenheiten der Versuchsanordnungen kurz berichten. Ich teile dabei die Apparate in zwei Gruppen, je nachdem die Sichtbarkeit des Gegenstandes oder die Belichtung selbst unterbrochen wird.

Erste Gruppe. Der Apparat von Koschlakoff (Petersburg). Das eigentliche Stroboskop besteht hier aus einer von einem kräftigen Uhrwerk getriebenen, mit äquidistanten Löchern versehenen Pappscheibe. Hinter die Scheibe wird die zu untersuchende Tonquelle (Kehlkopf, Zungenpfeife) etwas niedriger als die Ebene der obersten Öffnung gestellt. Die Strahlen der Lichtquelle werden durch die Sammellinse auf die Tonquelle geworfen und kon-

zentriert. Der Beobachter stellt sich hinter das Stroboskop, setzt das Uhrwerk in Gang und bläst die Tonquelle an.

Gegen diese Anordnung macht Oertel mit Recht geltend, daß der Antrieb durch das ziemlich einfache Uhrwerk weder die Gleichförmigkeit noch die Plastizität besitzt, die hier vonnöten sind, und welche nur ein Elektromotor gewährt. Man wird gezwungen, mehrere Scheiben zu haben, und das Auswechseln der Scheiben ist umständlich und störend. Auch ist die Anpassung der Töne mit der Scheibenrotation ziemlich schwierig; endlich ist der Gang des Uhrwerkes nicht geräuschlos, und dadurch wird bei eventuellem Anblasen der Scheibe das Abhören des Sirenentones erschwert.

Das Laryngostroboskop von Oertel. Die Scheibe S (Fig. 6) trägt 3 konzentrische Reihen von Löchern (32, 16, 8 Löcher) und wird durch die Schnurscheiben *d*, *e* von einem Elektromotor D angetrieben; ein Rheostat R erlaubt eine Gangvariation innerhalb weiter Grenzen, und eine durch Schraube regulierbare Bremse V dient zur feineren Abstufung der Geschwindigkeit.

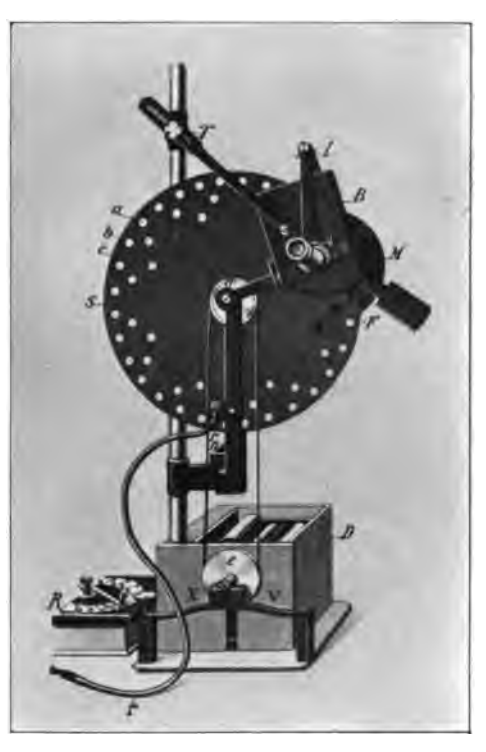


Fig. 6.
Laryngostroboskop nach Oertel.

Vor der Scheibe befindet sich der Reflektor M, hinter der Scheibe eine Blendvorrichtung B und das zur Beobachtung dienende Fernrohr F (mit 8facher linearer Vergrößerung), das eventuell durch einen photographischen Apparat ersetzt werden kann. Reflektor, Blende und Fernrohr sind durch 3 Hebelarme *h*, T und *i* verstellbar und lassen sich gegenüber der nötigen Löcherreihe einstellen. Die Scheibe wird durch ein Röhrchen *r* angeblasen. Als Beleuchtung diente Auerlicht. — Der Apparat war von Edelmann-München konstruiert.

Das Stroboskop von Musehold. In dem von Musehold gebrauchten, von Hirschmann-Berlin konstruierten Stroboskop ist die Scheibe direkt auf die Achse des Elektromotors angebracht, und die Geschwindigkeit wird durch einen Doppelrheostat reguliert. Die mit radiären Schlitzen versehene Scheibe aus Glanzpappe hat 15 cm Durchmesser. Dadurch ist sie handlicher; ein Nachteil ist aber, daß man 2 Scheiben haben muß, um 4 Oktaven durchlaufen zu können. Zur Beleuchtung dient entweder eine vor der Scheibe stehende, frei bewegliche Lampe, oder ein Reflektor mit 2 cm Bohrung (wegen des größeren Abstandes zwischen Auge und Reflektor).

Zweite Gruppe. Das Stroboskop von Réthi. Réthi verwendet als Stroboskop eine Scheibe aus Messing von 30 cm Durchmesser mit 40 Löchern von 0,5 cm Durchmesser (Fig. 7 A). Als Lichtquelle fand er das Auersche Gaslicht zu schwach und bediente sich einer elektrischen Bogenlampe mit starker Sammellinse. Die Scheibe steht zwischen der Lichtquelle und dem Reflektor, der die Strahlen auf den zu untersuchenden Gegenstand wirft; die Beobachtung geschieht mit dem bloßen Auge oder durch ein Fernrohr. Die Scheibe wird von einem Motor angetrieben; das Anblaserohr der Scheibe steht mit einer Wasserpumpe in Verbindung.

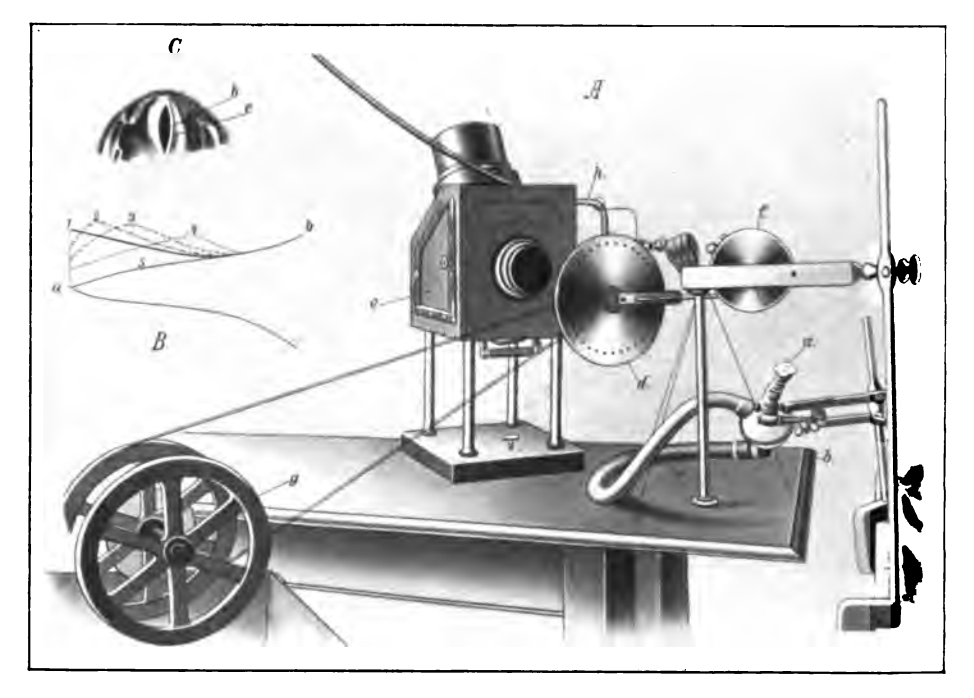


Fig. 7.
Laryngostroboskop nach Réthi.

Das Stroboskop von Spieß. Der von Spieß (30) beschriebene, von Benz-Frankfurt konstruierte Apparat hat sehr kleine Dimensionen und ist für klinische, also Beobachtungszwecke bestimmt. Die Beleuchtung wird von zwei elektrischen Stirnlampen geliefert, die zueinander etwas geneigt sind, damit ihre Strahlen sich auf den Spiegel vereinigen. Der Intermittenzapparat besteht aus einer feststehenden, in ihrer Stellung zum Stirnreif verstellbaren Trommel, die zwei Paar gegenüberstehende Löcher besitzt. Innerhalb dieser Trommel befindet sich eine zweite, durch einen Elektromotor bewegliche Trommel, die 2 Systeme von gegenüberstehenden Löchern besitzt. Dem oberen größeren Loch der festen Trommel entsprechen 3 Paar, dem unteren, kleineren Loch 6 Paar der inneren Trommel. Eine Anblasevorrichtung ist auch vorhanden (desgleichen wohl eine Rheostatregulierung, obwohl sie nicht

erwähnt wird). Die Stirnbinde wird so aufgesetzt, daß das Auge durch die Öffnungen der Trommel den eingeführten Kehlkopfspiegel erblicken kann, worauf der Strom gesetzt wird und der Versuch beginnen kann.[1])

Das Stroboskop von F. Wethlo. Das von Wethlo (31) angegebene, von Paul Gebhard Söhne-Berlin konstruierte Laryngostroboskop hat Federantrieb statt des Elektromotors. Wethlo hat einen billigen und dabei zuverlässigen Apparat konstruieren wollen. Zum Antrieb dienen zehn starke, nebeneinander aufgestellte Federn, die der Scheibe einen Gang von über 2½ Minuten gewähren; die Zahnräder, die viel Kraft verzehren, sind auf ein Minimum reduziert. Die Regulierung erfolgt wie im Phonographen durch einen Zentrifugalregulator mit Kugeln. — Es sind neun Scheiben beigegeben (Anzahl der Löcher von 8 bis 50); sonst ist die Geschwindigkeit innerhalb einer Quinte durch Schraubenverstellung des Regulators abzustufen.

Ich kenne aus eigener Anschauung nur die sehr zweckmäßige Einrichtung von Réthi, die mir dieser Forscher liebenswürdig demonstrierte. Die Apparate von Oertel, Musehold und Wethlo sind aber auch zuverlässig.

2. Die akustische Beobachtung. — Da gewisse innere Bewegungen bestimmte, eindeutige akustische Wirkungen haben, so kann das Ohr zur Beobachtung herangezogen werden. Hauptsächlich sind es die Öffnung der Stimmritze (fester Einsatz) und die Schwingungen der Stimmbänder, die auf diese Weise festgestellt werden. Die Leistungsfähigkeit des Ohres läßt sich durch die Übung steigern und kann übrigens durch Apparate unterstützt werden, z. B. durch das vom Arzte zur Auskultation gebrauchte Stethoskop. Einfach, gut und billig ist das kleine Stethoskop, dessen Trichter dem Schildknorpel seitlich angelegt wird.

Im allgemeinen wird das Ohr über diese Verhältnisse Auskunft geben; doch läßt es mitunter in Stich (vgl. z. B. die von einwandfreien Versuchsresultaten divergierenden Angaben über den sog. Stoßton).

3. Beobachtung mit dem Getast. — Die Schwingungen der Stimmbänder verursachen durch Mitschwingen Vibrationen der angrenzenden Teile, die mit dem Finger gefühlt werden können, so am Schildknorpel, an der Brust (*fremitus pectoris*) usw.

B. Experimentelle Untersuchung.

1. Optische Methoden. Einfache Photographie und Kinematographie des Kehlkopfes. — Vom Mundinnern aus kann der Zustand des Kehlkopfes bei der Phonation photographisch fixiert werden.

Bereits Czermak versuchte, das Kehlkopfbild photographisch, und zwar sogar stereoskopisch festzustellen; die Technik war aber damals zu wenig entwickelt, und er erhielt nur kleine, unbefriedigende Bilder. Seitdem haben mehrere Forscher verschiedene Apparate erfunden. Eine Geschichte und die Beschreibung der Systeme findet man bei R. Wagner (32) oder Garel (33). Ich werde hier als Beispiel die Einrichtung Garels beschreiben.

1) Spieß versprach, die Resultate seiner Untersuchungen bekannt zu geben; die Arbeit ist aber m. W. nicht erschienen.

Garel hat als Ausgangspunkt das von French-Brooklyn erfundene Verfahren genommen und dasselbe verbessert. Der Apparat besteht aus einer länglichen Kamera (20×5×5 cm) und erlaubt sowohl die einfache, wie die stereoskopische Photographie (Fig. 8). Die Kamera dient einigermaßen dem Kehlkopfspiegel als Stiel. Die Vorderseite trägt in der Mitte die zwei Objektive (sie müssen natürlich lichtstark sein, um kurze Expositionen zu ermöglichen). Über dem Objektiv steht die Schraubenfassung des Spiegelstiels, dessen quadratischer Querschnitt das Rutschen verhindert. Der Spiegel liegt in der optischen Achse der Objektive, und seine Stellung wird vorher mit der Mattscheibe geregelt. Zur Einstellung kann man entweder den Film oder den Spiegel bewegen.

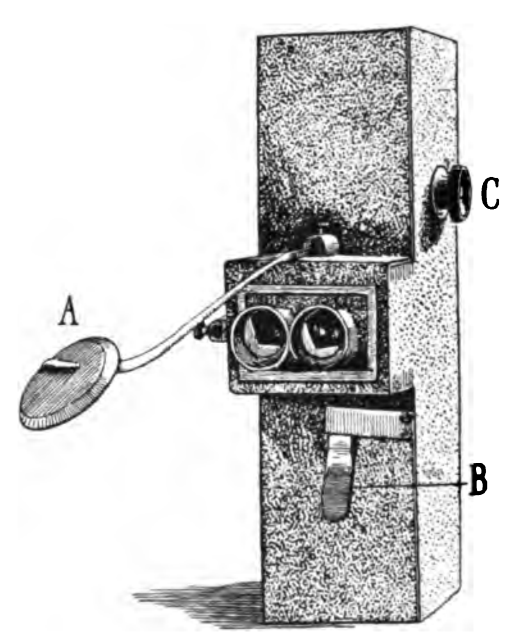


Fig. 8.
Kehlkopfkamera nach Garel.

Die Lichtquelle ist entweder die Sonne oder eine elektrische Bogenlampe von 2000 Kerzen. Die Versuchsperson sitzt vom Licht abgewendet und hält selbst am besten die Zunge niedergestreckt, so daß der Beobachter beide Hände frei hat. Vor dem linken Auge trägt dieser den Spiegelreflektor; er hält die Kamera vor dem rechten Auge, steckt mit der Kamera den Spiegel in den Mund der Versuchsperson und richtet ihn wie gewöhnlich; wenn er das gewünschte Bild im Spiegel sieht, löst er durch einen Druck auf B den Fallverschluß. Durch Drehung eines Knopfes C verschiebt man den Film um die nötige Strecke und kann ein neues Bild aufnehmen. Der Apparat gibt 24 Bilder in 10 Minuten. Die kleinen (3 cm hohen) Filmbilder werden auf Glas kopiert und diese Glaspositive ihrerseits vergrößert.

Die Handhabung des Apparates erfordert selbstverständlich außer der Kenntnis der Laryngoskopie die Fertigkeit in der Herstellung von Freihandaufnahmen. Die Einrichtung ist sonst einfacher als die früheren.

Die Photographie kann natürlich mit der stroboskopischen Spiegelung des Kehlkopfes verbunden werden. Man braucht ja nur die stroboskopische Scheibe den sonstigen Einrichtungen hinzuzufügen. Die Stroboskopie erlaubt, die Stimmbänder in verschiedenen Phasenzuständen aufzunehmen, was sonst wegen der Schnelligkeit der Stellungsänderungen, ebenso unmöglich ist wie die Beobachtung nach der einfachen Laryngoskopie. Die schönen Bilder Museholds (29) sind auf diese Weise erzielt worden.

Mit der Einführung des stroboskopischen Verfahrens ist auch die Bedingung für eine erfolgreiche Anwendung der Kinematographie des

Kehlkopfes gegeben. Da man unter Umständen, d. h. mit einer gut trainierten Person lange scheinbare Perioden erreichen kann, dürfte es lohnend sein, Bilderserien mit dem Kinematographen aufzunehmen; jedenfalls würde man den Verlauf der Periode besser in seine Bestandteile auflösen als durch die gewöhnliche Photographie, sogar in Verbindung mit der stroboskopischen Methode. M. W. ist das Experiment noch nicht gemacht worden. Als zweckmäßige Anordnung empfiehlt es sich, von dem French-Garelschen Verfahren die Befestigung des Kehlkopfspiegels an der Kamera beizube-



Fig. 9a. Fig. 9b. Fig. 9c.

Kehltonaufnehmer: a), b) nach Rousselot-Verdin; c) nach Zünd-Burguet.

halten. Die Kamera muß allerdings von einem besonderen Stativ getragen werden; möglicherweise wäre die Hilfe eines Assistenten zur Drehung der Filmsrolle notwendig. Die technischen Schwierigkeiten dürften aber nicht unüberwindlich sein, und ein paar gelungene Versuche würden zur Lösung einiger Probleme wesentlich beitragen. Vermutlich werden die Einübung der Versuchsperson und die Ausführung des Versuches noch schwieriger und langwieriger sein als für die gewöhnliche stroboskopische Photographie.

2. Kontinuierliche Registrierung auf bewegten Flächen. — Vom inneren Kehlkopf aus ist bis jetzt keine Registrierung am Menschen vorgenommen worden, und die Technik einer derartigen dürfte recht schwierig sein. Am narkotisierten Tier läßt sich z. B. eine elastische Schlauchsonde in die Stimmritze einführen, die von den Stimmbändern mehr oder weniger eingedrückt wird; doch ist an eine Anwendung beim Menschen nicht zu denken. — Man wird also die Bewegungen von außen her aufschreiben. Es sind die von den Schwingungen verursachten Vibrationen am Halse, die

dann mit dem **Kehltonaufnehmer** verzeichnet werden. Eine Aufnahmekapsel wird an den Kehlkopf gelegt und mit einer zweckmäßigen Schreibkapsel verbunden. Hier betrachtet man, wie bei der akustischen Beobachtung, den Kehlton als Ausdruck der Kehlkopfbewegungen.

Es gibt Kapseln von verschiedenen Modellen. Verdin (18) konstruiert sowohl eine zylindrische Kapsel aus Hartgummi von $1^1/_2$ cm Durchmesser (Fig. 9a), wie eine größere, nach der Form des Kehlkopfes gebogene, mit dünner Gummimembran bedeckte Kapsel (Fig. 9b); Rousselot (7) S. 99 und (34) S. 79 hat beide angegeben. E. A. Meyer (35) verwendet eine Kapsel aus Holz oder Metall; Zünd-Burguet (18) eine Doppelkapsel, die den Schidknorpel von beiden Seiten berührt (Fig. 9c): Krueger-Wirth (36) eine flache Kapsel aus Hartgummi (3 cm Durchmesser) mit feinster Gummimembran bedeckt. Diese Kapseln werden entweder mit der Hand am Schildknorpel seitlich gehalten oder am Halse festgeschnallt. — Gutzmann (9) bedient sich der linsenförmigen Brondgeestschen Kapsel mit Doppelboden, die den Vorteil hat, daß sie einfach unter den Kragen gesteckt und von ihm gehalten wird. Ich hatte früher einen Abguß des Halses in der Sprechstellung benutzt, der vorn eine Ableitungsröhre trug, nach innen mit dünnstem Gummi bekleidet und am Halse angeschnallt war; jedoch bin ich davon abgekommen; jetzt möchte ich folgende Anordnung empfehlen, die ich geprüft habe. An einer kleinen Gummibirne, wie sie in den Apotheken erhältlich sind, schneidet man den Boden und teilweise die Seiten ab, um sie dem Kehlkopf anzupassen; die Birne wird am Halse mit einem Pflaster befestigt. Diese oder die Gutzmannsche Einrichtung scheinen mir den Vorzug zu verdienen, da sie keinen Druck auf den Knorpel ausüben und auch gegen die harten Kapseln den Vorteil besitzen, daß sich keine Eigenschwingungen der Aufzeichnung beimischen, was allerdings für die Aufnahme des Stimmtones als Exponent der Bewegungen belanglos, für die Registrierung der akustischen Eigenschaften aber von Bedeutung ist. Seemann (135) verwendet auch eine flache, trichterförmige Aufnahmetrommel von 3 cm Durchmesser, die mit (mittelstarkem) Gummi überspannt ist und in der Mitte, wie in der Sphygmographenpelote, einen Beinknopf trägt. Durch einen besonderen Halter wird sie auf den Schildknorpel seitlich aufgesetzt. Der Einfluß des Carotispulses wird durch die Anbringung eines kleinen Ventils an der Kapsel beseitigt.

Die Registrierung mit allen diesen Kapseln geschieht durch Luftübertragung. Als Abgeber kann jedes Modell dienen, wenn es empfindlich genug ist: empfindliche Tambours nach Marey mit Gummimembran oder Zelluloidmembran (nach Sandström, kleines Modell); Rousselots „oreille inscriptrice“; Krueger-Wirths Kehltonschreiber; Marbes Rußapparat. Zweifellos am besten ist der Apparat von Krueger-Wirth, da er wegen seiner Empfindlichkeit bei leisem Stimmton noch anspricht, während Mareys und Rousselots Apparate dann versagen. Die neuen Kapseln Franks für optische Registrierung (empfindlichstes Modell) scheinen auch nach den Untersuchungen Seemanns gute Resultate zu geben. Eine genauere Beschreibung dieser Einrichtungen findet man weiter unten S. 88 ff. Rosapelly (37) hatte ein auch von Rousselot (34) verwendetes, doch von ihm später als unbefriedigend aufgegebenes Verfahren ersonnen. Ein um eine

Achse drehbarer, labiler Stift wird gegen den Schildknorpel gedrückt und schwingt auf und ab. In seinen Exkursionen schlägt er oben gegen den Fuß eines Glöckchens. Dadurch wird ein intermittierendes Klingeln bei der Stimmbandschwingung erzeugt. Schaltet man Stift und Glocke mit einem elektrischen Signal in einen Stromkreis, so erhält man eine elektrische Registrierung (Fig. 10). Die Handhabung ist aber schwierig, und der Apparat kann sich mit den obigen Kapseln nicht messen. Zur Demonstration kann dieser „explorateur électrique" bequem sein.

2. Die Untersuchung der Massenbewegungen des Kehlkopfes.

A. **Beobachtungsmethoden.** — Bei ihrer großen Beweglichkeit besitzt die Kehlkopfmuskulatur doch keinen nennenswerten Muskelsinn. Zur Beobachtung ist man daher auf das Auge und den Tast angewiesen.

1. Die Inspektion des Kehlkopfes. — Die Bewegungen des Kehlhopfes können mit dem Auge wahrgenommen werden. Die günstigste Stellung ist im Profil, und die Beobachtung ist desto leichter, je stärker der Schildknorpel hervortritt. Noch besser kann man nach dem Vorgang Garcias die Bewegungen am Schatten des Kehlkopfes untersuchen. Da der Kehlkopf unter der so gut wie unbeweglichen Haut gleitet, so empfiehlt es sich, zur Orientierung in gewissen Abständen (z. B. je 0,5 cm) mit dem dermographischen Stift Marken zu zeichnen, deren eine dem Ruhestand des Kehlkopfes entspricht. Man visiert dann eine bestimmte Stelle des Kehlkopfes und kann deren Lageänderungen nach den Marken bestimmen. Vorausgesetzt, daß man die Hälfte der Skalenteile zuverlässig bestimmen kann, ließen sich Änderungen von ca. 2 mm dadurch angeben.

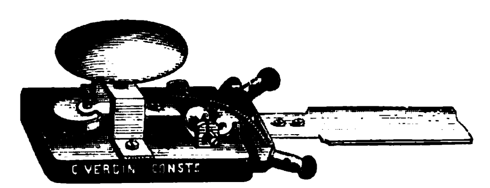


Fig. 10.
Kehltonaufnehmer nach Rosapelly.

2. Die Palpation des Kehlkopfes. — Mit dem Finger fühlt man unter der Haut die Bewegungen des Kehlkopfes, sowohl die vertikalen wie die sagittalen. Nur muß man die Beobachtung einzurichten wissen. Die tastende Hand muß derart gestellt werden, daß man einen Fixpunkt hat, damit die erhaltenen Empfindungen eindeutig sind. Die Hand einfach horizontal halten und den Finger auf den Schildknorpel legen, geht offenbar nicht an, weil sie ihre Stellung ändert. Die Hand an die Vorderbrust anstemmen ist auch nicht gut, da man durch die Atembewegungen gestört wird. Gutzmann, der mit Flatau (38) und allein (39) über die Kehlkopfbewegungen eingehende und sorgfältige Untersuchungen veröffentlicht hat, empfiehlt zwei Methoden, deren eine hauptsächlich auf die Gelenkempfindungen, die andere auf das Gleitgefühl baut.

a) Palpation mit dem gestreckten Finger. — Die beste Anlegestelle für den gestreckten Zeigefinger ist zweifellos die *incisura thyreo-hyoidea.* Nur muß die Hand auf einem festen Stativ ruhen und der Finger nur passiv anliegen; er darf nicht drücken. Die vertikalen Bewegungen des Fingers werden entweder im Phalangealgelenk oder im Metacarpophalangealgelenk empfunden. Da die Unterschiedsschwelle für letztere Artikulation nach

Goldscheider 0,3 bis
Verschiebung der Spit
Fingerspitze beschrieb
schiebung noch zuver
Angabe mehr qualita
mann, daß man viel
M. E. dürfte folgen
parallel würde man
des Nagels, einen dü
wärts bis zum Maßs
der Fingerspitze ab

b) Palpation
geführt. Der Un
daß der Außenran
und die Fingersp
hat man die 2 S
lassen sich aller
Über die Genaui
Decke) liegen l

Zur Bestim
nicht; jedoch i
zuverlässig un
Die Palpation
treffen; sie ha
nicht geduldet
bedenklich, e
der Haltung

B. **Ver**
photographi
aber die Mi
sonen mit
dermograp
empfehlen
Lautes er
würde eir
Resultate
Stellung
sehen w

2. I
Kehlko
s. weit

3.
Aufna
Luftü
Man
horiz
man

die Aufnahme der vertikalen Bewegungen einrichten. Allerdings ist dieser Zweck streng genommen nicht erreicht, da die Apparate auch von den sagittalen Bewegungen beeinflußt werden; der Fehler ist aber sehr klein.

a) Untersuchung der vertikalen Bewegungen. — Der erste konstruierte Laryngograph dürfte der Apparat von Piltan (40) sein (Fig. 11.) Ein dem Kehlkopf aufliegender, um eine horizontale Achse drehbarer Stiel ist mit der Membran einer Mareyschen Kapsel verbunden. Drehungsachse und Kapsel werden von einem Querbalken getragen; 2 horizontale Rahmen, 2 vertikale Stangen und ein Halsriemen befestigen das Ganze. Der Apparat sucht den Stützpunkt auf der Brust; es ist aber offensichtlich kein Fixpunkt. Von dieser Art der Befestigung muß man also absehen.

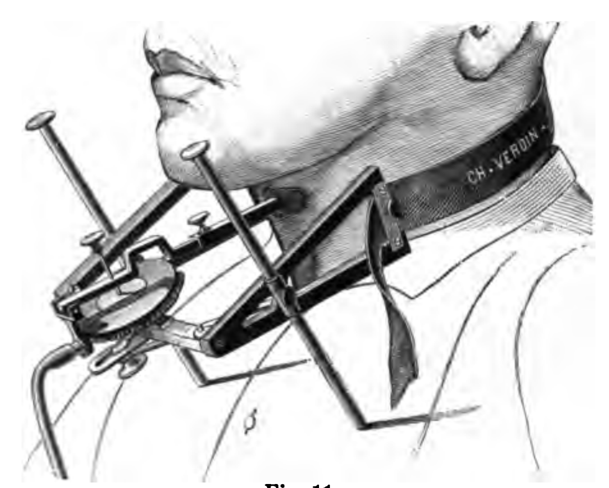


Fig. 11.
Laryngograph nach Piltan.

Der Laryngograph von v. Krzywicki (41) ist von diesem Fehler frei, da er von einem schweren dreiteiligen Bodenstativ getragen wird. Der Apparat ist ganz nach dem Mareyschen Sphygmographen gebaut; die 3 Hauptteile sind: eine Druckfeder, eine Schreibeinrichtung mit Zahnradübertragung und eine mittels Uhrwerk bewegte Aluminiumscheibe, die das berußte Papier trägt. Um gute Resultate zu erzielen, hat v. Krzywicki der Druckfeder eine besondere Form gegeben. Sie ist etwas gekrümmt und trägt einen knöchernen Keil, dessen Spitze nach unten und Basis nach oben gerichtet sind, damit er auf die Schreibfeder desto stärker drückt, je höher der Kehlkopf steht. Der Keil liegt in der *incisura* und wird bei tiefstem Kehlkopfstand eingestellt. Die Versuchsperson sitzt auf einem Barbierstuhl mit dem Kopf nach hinten gestreckt und festgehalten. [1])

Der Nachteil der sonst gut ersonnenen Anordnung ist die unnatürliche Haltung des Kopfes. Obgleich die gewählte Streckstellung nicht unbedingt nötig ist, so erfordert doch der an ein Stativ angebrachte Apparat eine

1) Die a. a. O. versprochene längere Arbeit scheint ausgeblieben zu sein.

Fixierung des Kopfes und des Oberkörpers, da jede Bewegung derselben die Kurven offenbar verzerren muß.

Curtis (42) benutzt zur Aufnahme eine Mareysche Kapsel, deren Membran ein geklebtes, nach dem Kehlkopf geformtes Korkstück trägt, welches dem Schildknorpel aufliegt; die Membran wird, wie im Sphygmographen, durch eine Spiralfeder in Spannung gehalten. Den Stützpunkt des Systems nimmt Curtis am Kopfe. Von einem alten, steifen Filzhut hängen beiderseits 2 Stangen, die bis unter den Kehlkopf ragen; ein an diesen Stangen verschiebbarer Querbalken trägt und befestigt die Aufnahmekapsel. Die Versuchsperson sitzt bequem in einem Stuhl mit verschiebbarer Rückenlehne und Kopfhalter. — Diese Art der Befestigung an einer Stirnbinde und der Unterstützung durch Kopfhalter verdient Beachtung. — Da die Untersuchungen von Curtis nur auf die Feststellung des Vorhandenseins von automatischen Bewegungen des Kehlkopfes während stillen und geflüsterten Lesens hinausgingen, und die Bestimmung des genauen Umfangs nebensächlich war, konnte dieser Forscher sich mit einer Anordnung der Aufnahmekapsel begnügen, die für phonetische Zwecke wohl ungenügend ist.



Fig. 12.
Laryngograph nach Zünd-Burguet.

Man kann endlich den Stützpunkt am Halse selbst suchen. Der Kehltonaufnehmer von Zünd-Burguet mit Doppelpelote (s. oben) soll auch die vertikalen Bewegungen übertragen. Es scheint mir aber wenigstens zweifelhaft, daß die Aufzeichnung zuverlässig ist, da der Apparat *in toto* mitgerissen werden kann.

Gutzmann und Flatau (38) benutzen die Brondgeestsche Kapsel. Vorsichtiger ist es, die Kapsel am Halse festzuschnallen, als sie nur unter den Kragen zu stecken, wie es für die Tonaufnahme genügend war.

Der Laryngograph von Zünd-Burguet (Fig. 12) wird am Halse von einem steifen Kragen gehalten, der als Stützpunkt für die Kapsel und die Achse des bügelförmig endenden Hebels dient.[1]) — Unter der Voraussetzung, daß der massive Kragen die Versuchsperson nicht irritiert, verdient diese Form der Befestigung vielleicht den Vorzug, denn sie erlaubt dem Untersuchten die größtmögliche, mit der Aufnahmetreue vereinbare Haltungsfreiheit. Der Oberkörper ist frei, eine wesentliche Erleichterung; nur darf man den Kopf nicht heben.

1) Die (dem Erfinder nachgesagte?) Angabe des Verdinschen Kataloges, daß der Apparat nur die vertikalen Bewegungen aufschreibt, ist natürlich unter der obigen Reservation aufzunehmen.

b) Getrennte Registrierung der Gesamtbewegungen. — Von dem Piltanschen Modell ausgehend hat Rousselot (7) S. 99 einen Laryngographen zur Aufnahme der gesamten Kehlkopfbewegungen (explorateur général du larynx) konstruiert (Fig. 13). Die an den Hals festgeschnallte Kapsel (von Modell Fig. 9a) überträgt auf eine Schreibkapsel sowohl die Schwingungen wie die horizontalen Bewegungen. An den Stiel der Aufnahmekapsel wird ein nach unten gerichteter Stab festgeschraubt[1]), dessen unteres Ende einem zweiten Tambour angeklebt wird, welch letzterer an einer über die Brust gebundenen Metallplatte befestigt ist. Die von den vertikalen Bewegungen des Kehlkopfes bedingten Volumenänderungen der Kapsel werden auf eine zweite Schreibkapsel übertragen.



Fig. 13.
Laryngograph nach Rousselot.

Rousselot dürfte selbst keine umfassenden Untersuchungen damit vorgenommen haben, wohl aber sein früherer Assistent Zünd-Burguet, der jedoch zu keinem befriedigenden Ergebnis kam (Gutzmann (39) S. 97.[2]) Rousselot hat daher den Apparat später verändert (a. a. O. S. 1168): die Aufnahmekapsel wurde kleiner und der horizontale Stiel um eine Spitzenachse drehbar gemacht; er hat also einen festen Drehpunkt erhalten. — Damit ist aber der Hauptnachteil nicht beseitigt, der, wie in Piltans Laryngograph, darin liegt, daß die Atmung scheinbare Bewegungen des Kehlkopfes vortäuschen muß. Außerdem ist es unsicher, inwiefern die Aufnahmekapsel die horizontalen Bewegungen getreu wiedergibt, besonders jetzt, wo sie geringere Dimensionen hat.

Das Prinzip des Rousselotschen Laryngographen ist von Zwaardemaker (44) aufgenommen und wesentlich verbessert worden. Der Apparat (Fig. 14) wird von einem Arme getragen, der an einen schweren Bodenstativ in passender Höhe festgeschraubt wird. Ein kleiner offener Konus (aus Metall, mit Ebonit- oder Siegellackrändern) ruht auf dem Schildknorpel und drückt bei horizontaler Verschiebung des Kehlkopfes die zwischen zwei Stahlfedern gehaltene Kapsel *a*, die mit einer Schreibkapsel in Verbindung steht. Die Ableitungsröhre ist vertikal drehbar und wird mit der Membran einer am Arme befestigten Aufnahmekapsel *b* verbunden. Dadurch werden die vertikalen Bewegungen des Kehlkopfes auf eine zweite Schreibkapsel übertragen. Der Apparat bezweckt nur, die Massenbewegungen, nicht den Stimmton aufzunehmen; man kann aber den Konus mit dünner Gummimembran überziehen und durch eine besondere Ableitungsröhre mit dem Kruegerschen Kehltonschreiber verbinden. Diese, von Gutzmann

1) Um die Beeinflussung des niederen Tambours durch horizontale Verschiebungen der Kapsel und ihres Stieles zu verhindern, gibt Rousselot dem Stabe eine gelenkartige Form.

2) Ohne Referenz; wahrscheinlich aus Zünd-Burguet (43).

eingeführte Verbesserung erlaubt tatsächlich eine vollständige Registrierung des Kehlkopfes. Die Versuchsperson sitzt auf einem Stuhl, und der Laryngograph wird mit dem Stativ so eingestellt, daß der Konus einen leisen Druck ausübt (damit für Abwärtsbewegungen noch Spielraum vorhanden ist). Dann wird von hinten ein an einem schweren Bodenstativ fixierter, bügelförmiger Kopfhalter eingestellt, um den Kopf zu stützen und die Ermüdung zu vermeiden. — Der Apparat, den ich prüfen konnte, fungiert gut und ohne nennenswerte Beeinträchtigung der Aussprache (natürlich für eine sonst trainierte Versuchsperson) und stellt zweifelsohne den zurzeit vollkommensten Laryngographen[1]) dar. — Will man das Stativ entbehren, so könnte man als Träger des Systems den Kragen von Zünd-Burguet benutzen, der wohl dazu stark genug ist, oder die Stirnbinde von Curtis.

Benutzt man aber ein festes Stativ (Bodenstativ oder an den Tisch geschraubtes Stativ), so daß die Drehungsachse unverrückbar ist, so wäre der Übergang zur direkten Aufzeichnung ernst zu erwägen. Der Luftübertragung haften bekanntlich doch gewisse Nachteile an, welche die Treue der Aufnahme beeinträchtigen; und ich stimme mit E. A. Meyer (16) darin überein, daß es grundsätzlich besser ist, die Vermittelung der Mareyschen Luftkapseln wenn angängig zu entbehren. Die direkte Aufzeichnung der vertikalen Bewegungen ist wenigstens leicht zu verwirklichen, wenn man den zweiten Arm des Hebels mit einer Schreibspitze versieht; durch die Wahl der Dimensionen beider Arme bekommt man für die Kurven das gewünschte Verhältnis zu den Exkursionen des Kehlkopfes; man müßte dann durch ein Laufgewicht den leichteren Arm äquilibrieren. Ein weiterer Vorteil wäre die Möglichkeit, Stirnschrift einzuführen und den Bogenfehler der Seitenschrift [vgl. doch jetzt den Abschnitt über Schreibhebel] auszuschalten; die Kurven wären ohne Umzeichnung verwertbar. — Was die horizontalen Bewegungen betrifft, so müßte man vielleicht die Luftübertragung beibehalten; wenigstens würde die anzuwendende Hebelanordnung kompliziert ausfallen.

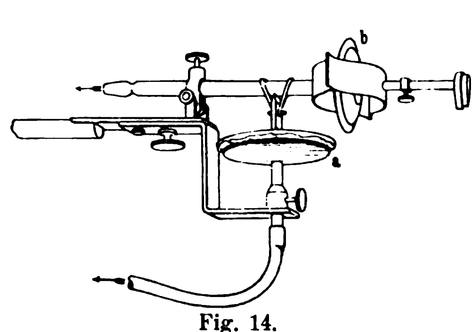


Fig. 14.
Laryngograph nach Zwaardemaker.

Nach den mit Wethlo ausgeführten Untersuchungen Gutzmanns (oben S. 27) haben die Laryngographen, Zwaardemakers Apparat nicht ausgenommen, den Fehler, daß sie den größten Bewegungen nicht getreu zu folgen vermögen und besonders die negativen Bewegungen (unter dem normalen Standpunkt des Kehlkopfes) unvollkommen aufzeichnen. Diese Untersuchungen ergaben, daß Zwaardemakers Laryngograph einen Spielraum von etwas über 1 cm richtig registriert, während der willkürliche Spielraum beim Manne im Durchschnitt 2 bis 3 cm beträgt. Der Fehler liegt am Aufnehmer.

1) Wie alle Zwaardemakerschen Apparate wird dieser Laryngograph vom Mechaniker Kagenaar-Utrecht konstruiert.

Zwaardemaker (44) bemerkt schon (S. 468) gegen die erste Form der Rousselotschen Kapsel, daß sie bei starker Hebung des Kehlkopfes nicht mehr folgen kann, weil sie vom Zungenbein aufgehalten wird. Der Keil seines Apparates fungiert besser, aber auch nicht tadellos. Die Palpation und Inspektion (möglicherweise die Kinematographie) geben also hier für die größten Exkursionen bessere Resultate als die jetzigen Versuchsmethoden. Auf die Graphik deshalb zu verzichten, wäre jedoch natürlich töricht; nur muß sie durch die Beobachtung stets kontrolliert werden.

III. Die Bewegungen des Ansatzrohres im allgemeinen.

Die Bewegungen des Ansatzrohres sind es, welche die Mannigfaltigkeit der Sprachlaute bedingen. Auf die genaueste Bestimmung derselben kommt also sehr viel an; man darf sogar sagen, daß dieses Studium die Hauptaufgabe der philologischen Phonetik bildet.

Methoden der Beobachtung. Das Gehör liefert natürlich keine direkten Angaben, und wir sind auf die zwei anderen Sinne hingewiesen.

1. Das Gesicht. Abgesehen von den vereinzelten Fällen, wo die Kiefer- und Mundöffnung genügend ist, um die vorderen Teile der Zunge einigermaßen sichtbar zu machen, kann das Auge nur die äußeren Teile des Ansatzrohres beobachten. Es sind hauptsächlich vier Arten der Bewegungen, die auf diese Weise erschlossen werden können: Bewegungen des Unterkiefers, der Lippen, der angrenzenden Teile (Wangen, Nase, Kinn) und des Mundbodens. Die zwei ersten Kategorien sind am leichtesten zu studieren und werden gewöhnlich allein berücksichtigt; jedoch sind die zwei anderen auch wichtig.

Hier hat wiederum Gutzmann (45) (und (9) S. 135—137) auf Grund einer reichen Erfahrung besonders eingehende und methodologisch wichtige Studien veröffentlicht. Er weist nach, daß die genaue Untersuchung dieser Bewegungen erlaubt, eine große Anzahl von Lauten zu bestimmen, indem gewisse Bewegungen oder Bewegungskombinationen eindeutig sind: z. B. eine bloße Senkung des Unterkiefers ohne andere sichtbare Bewegungen ist *a*; dieselbe Senkung mit einer schwachen Bewegung der Lippenwangenhaut nach hinten ist offenes *ä*, usw. In einigen Fällen bedingen allerdings mehrere Laute dieselbe äußere Form, bzw. Bewegung des Ansatzrohres, z. B. die Verschlußlaute (inkl. Nasalen) in jedem Artikulationsgebiet. Doch sind auch da gewisse Unterschiede vorhanden. Die Photographie der Lippenstellungen zeigt, daß die Spannungsunterschiede für *p*, *b*, *m* deutlich erkennbar sind. Für die rein praktischen Zwecke des Taubstummenunterrichtes darf und muß man davon absehen; für ein wissenschaftliches Studium aber ist es nötig, und in vielen Fällen möglich, diese feineren äußeren Merkmale wahrzunehmen.

Die Beobachtungen müssen von vorn und von der Seite ausgeführt werden. Teilweise wird man gröbere Messungen machen können, wenn man gewisse Anhaltspunkte mit dermographischen Marken versieht. Die Methode der Beobachtung durch ein quadratisches Netz wäre auch anwendbar. — An sich selbst kann man auch mit Hilfe eines oder zweier Spiegel beobachten; solche Übungen sind ja jedem Phonetiker geläufig.

2. Das Getast. Die eigentlichen Tastempfindungen geben wesentlich nichts anderes als das Gesicht; nur kann man sagen, daß die Unterscheidung der Spannungsgrade leichter mit dem Finger als mit dem Auge vorgenommen wird.

Die subjektiven Muskelsinnempfindungen reichen dagegen bis ins Innere des Mundes. Die Bewegungen des Unterkiefers geben zu fein abgewogenen Gelenk- und Muskelempfindungen Anlaß, desgleichen die Lippenbewegungen, worüber Kontakt-, Spannungs- und Bewegungsgefühl Aufschluß geben. Am Munddach ist der vordere Teil des harten Gaumens für Berührungen sehr empfindlich; diese Empfindlichkeit scheint aber mit der Dicke der weichen, zwischen Knochen und Schleimhaut liegenden Schicht abzunehmen. Das Gaumensegel und die Pharynxwände sind bekanntlich stumpf. Was die Mundmuskulatur betrifft, so ist der Vorderteil der Zunge, besonders die Spitze, von einer außerordentlichen Empfindlichkeit, die durch phonetische Übungen noch gesteigert werden kann; dagegen sind der mittlere und der hintere Teil für Berührungen und Lageempfindungen weit weniger empfindlich. Die Mundbodenmuskulatur endlich hat eine ziemlich gute Empfindlichkeit.



Fig. 15.
Photographie des deutschen sch nach Gutzmann.

Daraus erhellt, daß der Anteil des Kiefers, der Lippen und der Vorderzunge an der Lautbildung durch den Muskelsinn, und noch mehr durch die Kombination des Getastes mit dem Gesicht gut zu bestimmen sind; dagegen sind die Bewegungen der hinteren Teile des Ansatzrohres mit den Beobachtungsmitteln schwer zu analysieren.

Experimentelle Untersuchung. 1. Photographische Methoden.

a) Einfache Photographie und Kinematographie des Ansatzrohres. — Die Photographie der äußeren Teile des Ansatzrohres hat sich in den letzten Jahrzehnten als Untersuchungs- und noch mehr, wie es scheint, als Unterrichtsmittel eingebürgert. In französischen Lehrbüchern, z. B. von Rousselot (46) und Zünd-Burguet (47), werden Photographien der wichtigsten Lautartikulationen mitgeteilt. Sie sind aber nur von vorne aufgenommen worden. Daß ein solches Verfahren ungenügend ist, liegt auf der Hand. Prinzipiell richtiger ist es also, sowohl (womöglich zugleich) von vorne wie im Profil zu photographieren. So hat z. B. Gutzmann (45) zur Illustration seiner Arbeit über Lippenlesen Serienphotographien publiziert, die in seinem Lehrbuch reproduziert werden (Proben s. Fig. 15). Der Versuch erfordert nur, daß der Untersuchte eine Lautstellung einigermaßen festhalten kann. — Statt der einfachen Photographie läßt sich auch die Kinematographie anwenden; die Versuchsperson kann dann ledig sprechen. Die Kinematographie hat den weiteren Vorteil, daß die Lautübergänge studiert werden können. Nur muß man bedenken, daß das Originalbild sehr klein ist, und daß das vergrößerte Bild immer an Schärfe verliert. Daher muß man für die größtmögliche Schärfe des Originals sorgen. Von den Original-

films des wegen seiner leichten Handhabung zweckmäßigen Ernemann-Kinos[1]) lassen sich gute Vergrößerungen noch im Format $4\,{}^1/_2 \times 6$ cm herstellen, wie ich in der Fabrik sehen konnte; ob noch stärkere Vergrößerungen für das Studium brauchbar wären, entzieht sich meiner Beurteilung.

Was die Photographie liefert, ist natürlich dasselbe, was das Auge beobachtet; die gegenseitige Kontrolle der Aufnahme und der Beobachtung am Lebenden erlaubt aber in die Verhältnisse tiefer einzudringen als die Anwendung nur der einen Methode. Manche Einzelheit des Bildes wird erst durch die Beobachtung verständlich, und umgekehrt.

b) Röntgenphotographie. — Als das Röntgenverfahren bekannt wurde, kam wohl mancher Forscher auf den Gedanken, daß eine Durchleuchtung des Ansatzrohres durch die Röntgenstrahlen ein ideales Mittel zur Bestimmung der Sprechstellungen wäre. Manche Versuche sind auch seitdem gemacht worden. Jedoch ist erst in der letzten Zeit die Technik so weit fortgeschritten, daß die Röntgenaufnahme unter günstigen Umständen vorgenommen werden kann.

Bekanntlich besteht das Röntgenverfahren[2]) darin, daß ein in Hochspannungsstrom umgeformter Gleichstrom eine mit stark verdünntem Gas gefüllte Röhre durchzieht. Von der Kathode gehen dann Strahlen aus, die gegen die entgegengesetzte Wand geschleudert werden. An der Kontaktstelle entstehen die unsichtbaren Röntgenstrahlen, welche u. a. die Eigenschaften besitzen, erstens gewisse, für das Licht undurchdringliche Medien zu durchziehen, zweitens, wie das Licht, Silbersalze zu reduzieren und drittens auf sog. fluoreszierende Stoffe zu wirken. Gehen Röntgenstrahlen durch den Körper, so werden sie von den verschiedenen Organen ungleichmäßig aufgehalten, und man kann auf der anderen Seite des Körpers das Bild der inneren anatomischen Verhältnisse entweder mit einem Fluoreszenzschirm beobachten oder mit einer photographischen Platte aufnehmen.

Die Umformung geschieht durch eine nach Art des Ruhmkorffschen Apparates gebaute Induktionsspule. Je stärker die erhaltene Spannung und je rascher die Stromunterbrechungen, desto wirksamer die erzeugten Röntgenstrahlen. Daher ist der Fortschritt der Technik hauptsächlich auf die Verbesserung des Unterbrechers und der Spule gerichtet worden. Die Fortschritte hatten als Resultat die Erzielung immer kürzerer Expositionszeiten.

Was die Durchgängigkeit des Körpers für Röntgenstrahlen betrifft, so ist sie für die verschiedenen Organe verschieden. Je zahlreicher und dicker die Knochen, desto schwieriger ist es, die Weichteile genügend scharf zu erhalten. In dieser Beziehung ist das Ansatzrohr ziemlich schlimm gestellt. Der Schatten der beweglichen Teile (Zunge, Velum) ist im Vergleich zu den vielen Knochen sehr schwach markiert. Darin bestand von Anfang an die Schwierigkeit der Röntgenuntersuchung, besonders der Röntgenphotographie, denn die Sichtbarkeit am Fluoreszenzschirm ist größer und oft noch genügend bei solchen Stromstärken, die keine brauchbare Photographie liefern.

1) Von der Firma Ernemann-Dresden konstruiert. Auch die Firma Gaumont-Paris u. a. liefern handliche Apparate.

2) Für die Röntgenuntersuchung wird man immer den Apparat einer anderen Anstalt (Klinik, physikalisches Laboratorium usw.) benutzen, das von einer besonderen Person gehandhabt wird. Eine eingehende Beschreibung der Apparate ist also unnötig.



Daher halfen sich die ersten Forscher[1]), die sich damit beschäftigten, damit, daß sie das Profil der beweglichen Teile künstlich durch die Auflegung von Metallinien verschärften. So bestrich Scheier (48) S. 6 die Zungenoberfläche mit Schleichscher Pasta, die Wismuth reichlich enthält, oder mit Stanniolplättchen. Barth und Grunmach (49) legten auf die Zunge in der Mittellinie ein dünnes, leichtes Metallkettchen, das vom Kehldeckel bis außerhalb des Mundes reichte; desgleichen wurde durch die Nase ein ähnliches Kettchen auf das Gaumensegel gelegt. Beide Kettchen endeten mit einer winzigen Bleikugel, deren Aufgabe war, die Kette in ihrer Stellung zu halten. — Statt einer zusammenhängenden Kette gebrauchte E. A. Meyer (50) eine Art punktierte Metallinie, die er aus 12—15 Bleiplättchen herstellte, welche in einem Abstand von etwa 8 mm voneinander an zwei Seidenfäden befestigt waren (Dimensionen der Plättchen 4 $\times$ 1,5 $\times$ 0,6 mm; Totalgewicht ca. 0,5 g). Die getrocknete Zunge wurde längs der Mittellinie mit Syndetikon bestrichen und die Kette aufgeklebt. Das Gaumenprofil wurde durch eine ähnliche Plättchenlinie markiert, die, an einem Streifen Heftpflaster befestigt, in den Mund eingeführt und längs der ganzen Gaumenwölbung (inkl. Gaumensegel) aufgedrückt war.

Diese Anordnungen sind aber bedenklich. Sowohl die Zungenfläche wie der Gaumen sind der Ausgangspunkt vieler, noch wenig untersuchter Reflexbewegungen, so daß jede Beschwerung der Oberfläche dieser Organe Störungen der natürlichen Bewegungen zur Folge hat oder haben kann. Insbesondere machten Scheier, der sein erstes Verfahren bald aufgegeben hatte, Katzenstein und Gutzmann (Scheier (48) S. 6—7 des S.A.) gegen die Barthsche Methode geltend, daß Kette und Kügelchen die labilen Organe aus ihrer normalen Lage bringen mußten, daß die Zunge sich dem Druck anpassen und unbewußt durch allerlei kompensatorische Bewegungen eine andere Stellung einnehmen würde, und daß die Ketten auch schwerlich die ursprüngliche Stellung beibehalten könnten. Außerdem ist nach E. A. Meyer die Möglichkeit vorhanden, daß bei gleichzeitiger Hebung der Zungenspitze und der Hinterzunge die Kette der Senkung der Mittelzunge nicht genau folgt, sondern zwischen den beiden gehobenen Stellen schweben bleibt, wodurch ein falsches Profil vorgetäuscht wird. — Die Meyersche Einrichtung vermeidet allerdings diese Verschiebungen durch die Adhäsion der Kette. Der erste Einwand (reflektorische Störungen durch die Reizung der Oberfläche) bleibt aber bestehen. — Durch Kokainisierung der Mundhöhle wird gewiß die Empfindlichkeit aufgehoben; ob die Reflexe aber verschwinden, weiß ich nicht. Inwieweit die Phonation bei kokainisiertem Ansatzrohr normal bleibt, da manche Empfindungen ausgeschaltet sind, die vielleicht zur Kontrolle der Bewegungen dienen, ist auch m. W. nicht systematisch untersucht worden; und die Möglichkeit einer Störung möchte ich nicht a priori von der Hand weisen. Wenn ich einige Tropfen einer fünfprozentigen Kokainlösung (wie ich sie z. B. zur Linderung der Schnupfensymptome gebrauche) durch die Nase einnehme und den längs des Segels rinnenden

1) Eine Historik findet man bei Scheier (48). Von den vielen Mitteilungen dieses um die Ausbildung der Röntgenuntersuchung besonders verdienten Forschers führe ich nur die letzte an, die die Resultate seiner früheren Arbeiten zusammenfaßt und erweitert.

Überschuß ausspucke, wodurch wenigstens die Hinterzunge betäubt wird, so habe ich im ganzen Pharynx eine abnorme Empfindung, als wäre ein Fremdkörper vorhanden, und der Klang meiner Stimme kommt mir etwas verändert vor. Allerdings ist eine solche Lösung zur bloßen Aufhebung der Empfindlichkeit unnötig stark; immerhin wäre eine diesbezügliche Untersuchung dankenswert.

Es ist jedenfalls besser, wie es Scheier nachdrücklich hervorhebt, von der Auflegung jedes noch so leichten Fremdkörpers abzusehen. Dann wären allerdings die früheren Untersuchungen unmöglich gewesen; doch gelingen sie jetzt ohne solche Hilfsmittel (s. unten).

Ein weiterer Nachteil der früheren Versuche war die lange Expositionszeit, die bei dem Stand der damaligen Technik unvermeidlich war. Barth gebrauchte 25—30 Sek.; E. A. Meyer, der wohl einen schwächeren Apparat zur Verfügung hatte, mußte eine ganze Minute anwenden. Zum Studium der Massenbewegungen des Kehlkopfes brauchte Eykman (51) 10—20 Sek. Exposition. — Es ist ohnehin klar, daß selbst die geübteste Versuchsperson die Artikulationsstellung nicht so lange einhalten kann, da bereits das Nachlassen des Expirationsdruckes Verschiebungen der Organe mit sich bringen kann. Man mußte daher die Laute mehrmals nacheinander mit Atempausen wiederholen lassen. Meyer meint zwar, das dadurch erhaltene Durchschnittsbild sei wertvoller als eine einzelne Aufnahme; das heißt aber aus der Not eine Tugend machen. Die erhaltenen Bilder, wenn sie wirklich Durchschnittsbilder sind, d. h. wenn die Organe nicht jedesmal genau dieselbe Stellung hatten, zeigen flaue Umrisse, wodurch ihr Wert vermindert wird. Wissenschaftlich anwendbare Durchschnittsbilder müssen auch scharf sein und werden erst aus mehreren scharfen Einzelbildern konstruiert.

Daher konnte das Röntgenverfahren erst dann einwandfrei verwertet werden, als man in 1—2 Sek. scharfe, ausexponierte Bilder erhielt. So ist es Scheier (a. a. O) gelungen, unter Anwendung des Grissonschen Apparates und ohne Hilfsmittel zur Schärfung der Profile Bilder aufzunehmen, die bei dieser kurzen Exposition doch sehr scharfe Umrisse aufweisen. Dadurch ist die Röntgengraphie des Ansatzrohres zu einer praktischen Untersuchungsmethode gemacht worden.

Der Versuch wird folgendermaßen ausgeführt. Die Versuchsperson sitzt auf einem bequemen Lehnstuhl mit gestütztem Kopf. Die Platte wird bis an die Schlüsselbeingrube gedrückt. Eine unabweisliche Forderung ist, daß die Ebene der Platte der Medianebene des Körpers genau parallel ist, da sonst Perspektivfehler selbstverständlich entstehen. Zur Bestimmung der Stellung der Platte bedient man sich vorerst des Fluoreszenzschirmes. Die Entfernung der Platte vom Fokus beträgt am besten 60 cm; der Hauptstrahl wird etwas unterhalb des Unterkieferwinkels eingestellt. Plattenformat 18×24. Soll nur der Kehlkopf aufgenommen werden, so genügt das Format 9×12, und der Strahl wird auf den Kehlkopf eingestellt. — Zur leichteren Bestimmung der Kehlkopfstellungen kann man Bleiplättchen auf die Haut kleben, z. B. eins an der tiefsten Stelle der *incisura*, eins am unteren Rande des Schildknorpels, eins am oberen Rande des Ringknorpels. Ebenso kann man gewisse Punkte des Gesichts markieren, z. B. den Mundwinkel. Selbst-

verständlich müssen alle Aufnahmen bei gleichen Umständen gemacht werden, um vergleichbare Bilder zu geben. — Es ist eine bekannte Tatsache, daß die Röntgenstrahlen auf die Haut und das Haar schädlich einwirken; man muß daher vorsichtig sein. Das Haar kann mit einer Bleiplatte geschützt werden. Scheier hält es für zweckmäßig, nur 3–4 Aufnahmen per Sitzung zu machen und nach einigen Tagen fortzusetzen, und zwar mit der anderen Seite des Gesichtes der Röhre zugekehrt. — Zum Studium eignet sich das Negativ immer besser.

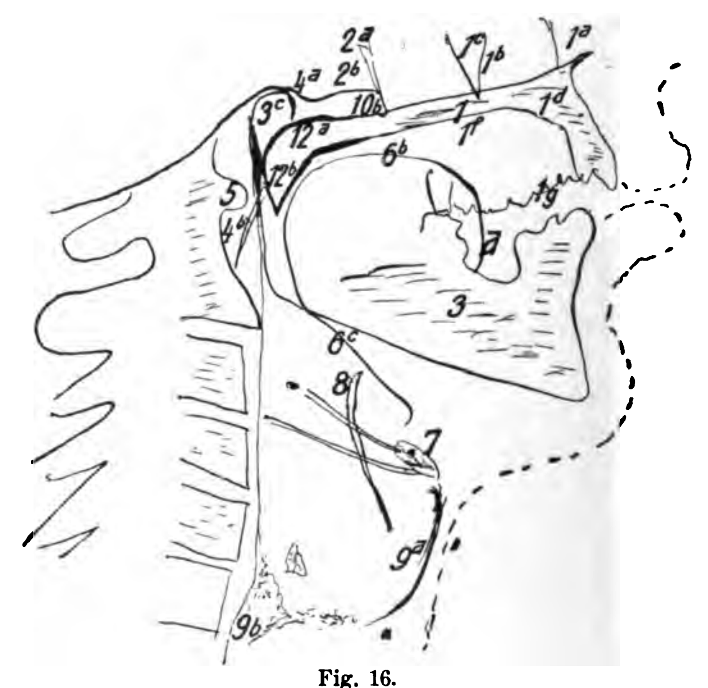


Fig. 16.
Artikulation des Vokals u nach Scheier. (Schemat. Durchzeichnung eines Skiagramms.)

Die auf diese Weise erhaltenen Skiagramme haben den unbestreitbaren Vorteil, daß die Sprechorgane von keinerlei Apparaten berührt und gestört werden, und daß der einzig zu erwartende Fehler von der allgemeinen Befangenheit vor der Untersuchung herrühren kann. Auch sind sie frei von dem allen Laryngographen anhaftenden Fehler, indem sie die reelle Lage des Kehlkopfes bis zu den extremen Stellungen angeben. Dagegen darf man nicht vergessen, daß es nur Profilbilder sind, und daß sie mit den durch andere Methoden gewonnenen Resultaten kontrolliert und eventuell interpretiert werden müssen. So geben sie über die Breite des Kontaktes (in der transversalen Richtung) zwischen Gaumen und Zunge, bzw. zwischen Gaumensegel und Zunge oder Rachenwand keinen Aufschluß.

Als Proben der Methode sei hier eine von Scheier (a. a. O.) nach dem Originalskiagramm gemachte Skizze des Vokals *u* mitgeteilt (Fig. 16).

Die weitere Verbesserung des Grissonschen Apparates erlaubte die Erhaltung von Skiagrammen, die durch einen einzigen Induktionsschlag (Einzelschlagsbilder) gewonnen werden. Damit ist die technische Voraussetzung für die kinematographische Aufnahme von Röntgenbildern gegeben; es hängt nur von der instrumentellen Ausführung ab. Über eine erste Ausführung der Röntgenkinematographie s. Grödel (203).

2. Kontinuierliche Registrierung. — Eine Registrierung der gesamten Bewegungen des Ansatzrohres erhält man dadurch, daß man an



Fig. 17.
Einrichtung zur Registrierung der Bewegungen des Ansatzrohres nach Zwaardemaker und Gallée.

den wichtigsten, für die Artikulationscharakteristik maßgebenden Stellen Fühlapparate anbringt, deren Bewegungen direkt (Hebelübertragung) oder durch Luftübertragung den Schreibspitzen vermittelt werden. Als erster dürfte A. Gentilli (52) den Versuch gemacht haben, eine solche Gesamtaufnahme zu verwirklichen.[1]) Von der Erwägung ausgehend, daß alle

1) Die Originalarbeit Gentillis ist mir leider unbekannt geblieben, und ich entnehme die vorliegende Beschreibung dem Werke Gutzmanns (9) S. 161. [Vgl. auch jetzt einen Brief vom Erfinder an den Hgg der Bibliog. phonet. in Annotationes phonet. 1910, Heft 1—12, Nr. 8.]

Artikulationen auf Kombinationen einer beschränkten Anzahl von Bewegungen der Organe zurückzuführen sind, bedient er sich eines Systems von sechs Doppelhebeln, die in das Mundinnere hineinragen; die Schreibspitzen zeichnen auf einen ablaufenden Papierstreifen. Dieser Glossograph soll ein kleiner, handlicher Apparat sein.

Nach einem anderen Prinzip ist die Einrichtung von Zwaardemaker und Gallée konstruiert (53). Gallée stellte als Grundsatz auf, daß die Aufnahme von außen, nicht vom Mundinnern aus geschehen sollte, und danach hat Zwaardemaker die Apparate ersonnen. Die Einrichtung (Fig. 17) zeichnet gleichzeitig die Bewegungen des Unterkiefers, des Mundbodens (als Funktion der Zungenbewegungen) und der Lippen auf. Der gemeinsame Stützpunkt aller Apparate ist eine Stirnbinde. Ich werde die verschiedenen Apparate bei der Besprechung der einzelnen Organe näher beschreiben.

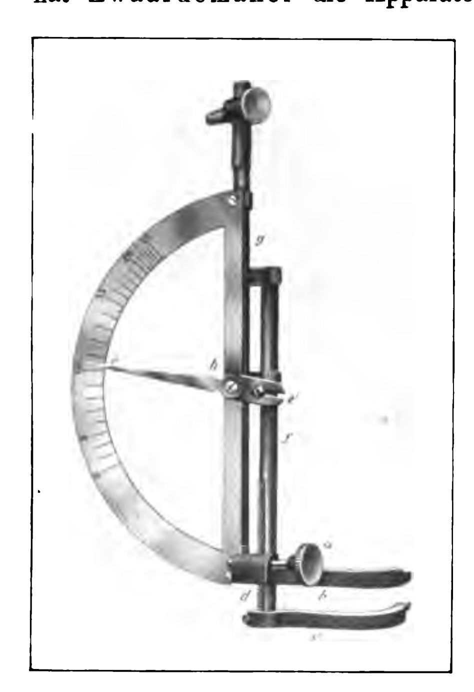


Fig. 18.
Kieferabstandmesser nach Eykman.

Die Bewegungen der einzelnen Teile des Ansatzrohres.

IV. Der Unterkiefer.

1. Direkte Messungen. An der Grenze zwischen den Beobachtungs- und den Versuchsmethoden stehen verschiedene Methoden, wo direkte Messungen an den Sprechorganen vorgenommen werden, deren Resultate in Tabellen, Diagrammen o. dgl. zusammengefaßt werden. Der Hauptunterschied mit den eigentlichen Versuchsmethoden besteht darin, daß die Aufzeichnung weder kontinuierlich noch automatisch geschieht.

So haben einige Forscher den vertikalen Abstand zwischen Ober- und Unterkiefer für verschiedene Laute zu bestimmen versucht. Eykman (15) S. 411 bedient sich[1]) kleiner Ebonitplättchen von verschiedener Dicke, die während der Aussprache eines Lautes zwischen die Vorderzähne so eingesteckt werden, daß sie den Raum zwischen beiden Kiefern füllen. Rousselot (7) S. 705 im Anschluß an Grandgent (66) wendet einen Passer an. Eykman (54) hat auch sein Verfahren durch einen Apparat ersetzt[1]), der m. E. die geeignetste Einrichtung für solche Messungen bildet (Fig. 18). Zwei leicht gekrümmte Stangen, deren Abstand die am Knopf *a* bewegliche Zahnstange *f* reguliert, werden so zwischen die Kiefer gesteckt, daß sie den Rand der Zähne berühren. Die Stange *f* führt mit sich einen um den Punkt *h* be-

[1]) Eigentlich zur Eichung des Registrierapparates von Zwaardemaker.

weglichen Zeiger, dessen jeweiliger Stand an einem Halbzirkel abgelesen wird.

Wenn man den vertikalen Abstand der Kiefer nach diesen Methoden bestimmt, muß man immer ins Auge fassen, daß der Unterkiefer im vorderen Teile gegen den Oberkiefer etwas zurücktritt (ca. 3 mm), und diesem Umstand Rechnung tragen. Der Apparat Eykmans bewirkt die Reduktion von selbst; man befestigt ihn senkrecht an einem Stativ, so daß die obere Stange unbeweglich bleibt. Dann ist der Einfluß der horizontalen Bewegungen ausgeschaltet, ein Vorteil, den die anderen Methoden nicht gewähren.

2. Registrierung. Der einzige Forscher, der zur Registrierung der Kieferbewegungen ein spezielles Instrument konstruiert hat, ist m. W. Zwaardemaker (53); der Apparat bildet einen Teil der oben angeführten Gesamteinrichtung. — Zuerst ging Zwaardemaker von der Erwägung aus, daß die Bewegungen des Gelenkkopfes (Condylus) auf die angrenzenden Weichteile einwirken und speziell im Ohrgange Veränderungen des Lumens zur Folge haben müssen. Ein elastischer Gummiballon, in den Ohrgang eingesteckt, wurde je nach dem Kieferstande verschieden gepreßt und übertrug die Druckänderungen einer Mareyschen Schreibkapsel. Diese Anordnung hatte den Vorteil, daß die Sprechorgane davon unberührt blieben. Immerhin zeigten Untersuchungen von Luce (55), daß die Bewegungen des Gelenkkopfes den Kieferöffnungen nicht streng proportional sind; außerdem waren die erhaltenen Ausschläge im allgemeinen zu klein, weshalb Zwaardemaker diese Anordnung aufgab. Wie mir scheint, wird sie wohl einen weiteren Nachteil gehabt haben. Die horizontalen Bewegungen des Unterkiefers bewirken nämlich auch Änderungen in der Spannung der Weichteile, und die Bewegungen der Schreibspitze können also nicht eindeutig gewesen sein.

In der zweiten Form der Anordnung verlegt Zwaardemaker den Fühlapparat nach dem vorderen, freien Ende des Kiefers. Gemäß dem Galléeschen Grundsatz konnte der Fixpunkt nicht an den Unterzähnen gesucht werden; an der Kinngrube geht es auch nicht an, weil die Haut gleiten kann; der Punkt muß unten gesucht werden. Dazu nimmt Zwaardemaker einen Bügel (Fig. 19). Der Bügel klemmt nicht den Hinterteil des Kiefers, sondern wird durch 3 am Stirnband befestigte Spiralfedern in schwebender Stellung gehalten (Fig. 17). Die Schlotterung ist dadurch vermieden, daß 2 verstellbare Gummikeile k, k' von hinten den *angulis mandibulae*, und vorn eine gleichfalls verstellbare, rollende Kugel b der Kinngrube anliegen; diese Kugel gewährt der Haut freie Beweglichkeit. Die vordere Spiralfeder ist an einem langezogenen Luftkissen, einer Art Blasebalg, befestigt, der mit einer Schreibkapsel verbunden wird (Fig. 17). Die Senkungen des Kiefers ziehen die Feder und erweitern das Kissen; während der Hebungen zieht sich das Luftkissen zusammen.

Wie ich in Utrecht prüfen konnte, fungiert der Apparat gut und ist wegen der Größe der Dislokationen und der vollkommenen Äquilibrierung sehr empfindlich. Bei sorgfältiger Einstellung der Keile und der Rolle übt er auch keinen merklichen und störenden Druck auf die Sprechorgane

aus.[1]) Nur einen Mangel hat er, soviel ich sehen kann, nämlich daß die horizontalen Bewegungen unbezeichnet bleiben (denn sie dürften nicht den Apparat beeinflussen). Undenkbar ist aber eine diesbezügliche Verbesserung nicht.

Die durch die Volumänderungen des Luftkissens bedingten Bewegungen der Schreibspitze geben ohne weiteres die relativen vertikalen Bewegungen.

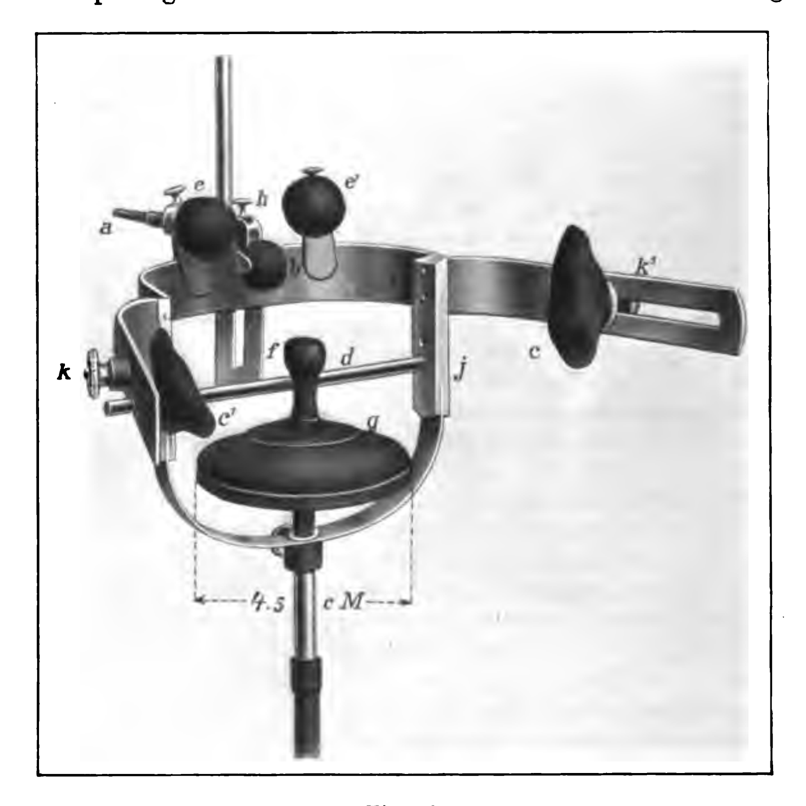


Fig. 19.
Apparat zur Registrierung der Kieferbewegungen nach Zwaardemaker.

Um absolute Werte zu bekommen, muß der Apparat geeicht werden, was am einfachsten mit dem Kieferabstandmesser von Eykman (54) geschieht.

Wenn man von der Stirnbefestigung absieht und als Stützpunkt ein Stativ nimmt, so ließe sich auch hier die direkte Übertragung einführen. Dazu wird wohl ein kombinierter Hebel nötig werden. Die vertikalen und die horizontalen Bewegungen könnten auch getrennt aufgenommen

1) Nach meiner vielleicht ungenügenden Erfahrung stammt die Hauptstörung vom Gewicht der ganzen Einrichtung her; diese hängt nämlich am Stirnband und beschwert den Kopf ein wenig. Man dürfte sich aber daran gewöhnen, und jedenfalls kann der Versuch bei eintretender Kopfmüdigkeit abgebrochen werden. Von einer eigentlichen Störung der Aussprache wird aber wohl kaum die Rede sein (natürlich unter der Voraussetzung, daß die Versuchsperson gut trainiert ist).

werden; nur müßte der zur Aufnahme der letzteren dienende Apparat von den vertikalen Bewegungen unbeeinflußt sein. Ich habe schon früher einmal an eine solche Einrichtung gedacht und Grundrisse gezeichnet, mußte aber wegen anderer Arbeiten den Plan aufgeben; ich hoffe jedoch, darauf zurückzukommen, um zu sehen, ob ein brauchbarer Apparat sich konstruieren läßt.

V. Die Lippen.

A. Direkte Messungen. — Messungen, z. B. der Mundspalte usw., lassen sich mit einem Passer gut ausführen.

B. Aufnahme auf unbewegten Flächen. — Über die Photographie der Lippen s. oben S. 30. Man kann aber auch die Spur der Lippentätigkeit

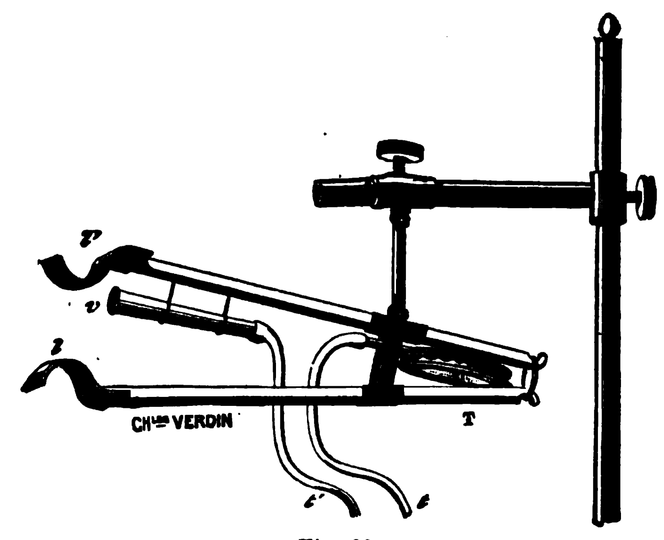


Fig. 20.
Labiograph nach Rosapelly.

auf einem gefalteten, beiderseits der Falte berußten Papierstreifen aufnehmen. Die Methode eignet sich besonders zum Studium der labialen Verschlußlaute (s. z. B. ein Bild bei Gutzmann (9) S. 173). Vor 10 Jahren habe ich selber dieses Verfahren angewendet. Man kann auch, allerdings schwieriger, Bilder von labialen Öffnungslauten erhalten.

C. Aufnahme auf bewegten Flächen. — Zur kontinuierlichen Registrierung der Lippenbewegungen dienen die **Labiographen.** Es gibt mehrere Modelle, die entweder mit Luftübertragung oder mit direkter Aufzeichnung operieren.

1. Labiographen mit Luftübertragung. — Der erste Labiograph wurde von Rosapelly (37) angegeben (Fig. 20). Zwei um eine Querachse drehbare Stangen werden am Ende der Kurzarme durch einen Gummiring verbunden, während das Ende der Langarme nach dem Lippenprofil gekrümmt ist. Zwischen den beiden Langarmen liegt eine Mareysche Auf-

nahmekapsel, deren Membran durch die Bewegungen der Stangen eingedrückt oder ausgebuchtet wird.

Der Apparat gibt nur die Resultante der Lippenbewegungen. Rousselot (34) hat den Labiographen verbessert, indem er jede Stange mit einer Mareyschen Kapsel verbindet und auf diese Weise, je nach Belieben, entweder getrennte Kurven für jede Lippe oder nur die Gesamtkurve

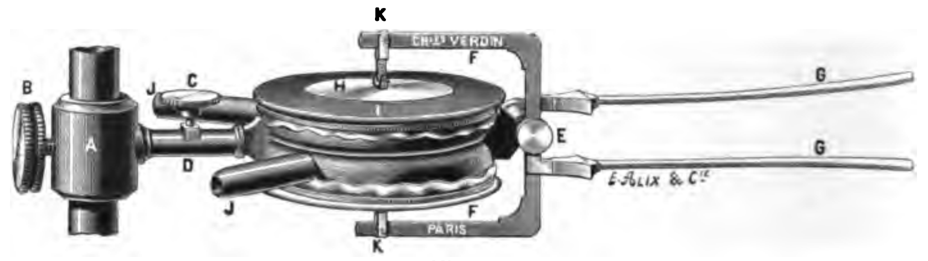


Fig. 21.
Doppellabiograph nach Rousselot.

erhält. Die Stangen arbeiten scherenartig (Fig. 21). — Rousselot hat die löffelartige Endung der Stangen vom Apparate Rosapellys nicht beibehalten, m. E. mit Unrecht, da sie bequemer ist.

Die obigen Labiographen geben nur die vertikalen Bewegungen (Rundung der Lippen). Für die besondere Registrierung der horizontalen Bewegungen (Vorstülpung) hat Rousselot (7) einen anderen Apparat konstruiert, der aus einer breiten, vor dem Munde gehaltenen Aufnahmekapsel besteht (Fig. 22). Der Stützpunkt wird am Kinn gesucht, eine anfechtbare Anordnung, da die Kapsel die vertikalen Kieferbewegungen mitmacht.

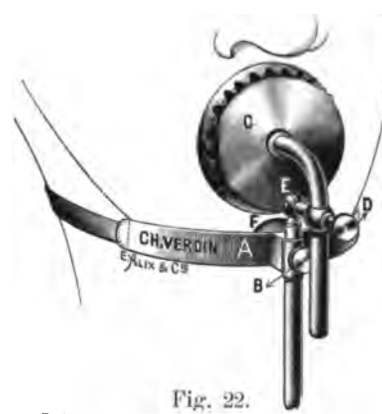


Fig. 22.
Labiograph nach Rousselot zur Registrierung der Lippenstülpung.

Auf eine ähnliche Weise sucht Zwaardemaker (53) eine Registrierung von außen, indem er gegen die Lippen Luftkissen von geeigneter Form anbringt, die von den sich bewegenden Lippen mehr oder weniger eingestülpt werden. Zur Registrierung der Oberlippenbewegungen dient gewöhnlich ein wurstförmiges Kissen aus Gummimembran, das vorn an ein Messingschild geklebt und mit einer Schreibkapsel verbunden ist.[1]) Die Befestigung geschieht durch einen Nasenöffner von Feldbausch, der sich gegen die Nasenflügel anstemmt. Außerdem wird, um jede Schlotterung auszuschließen, das Kissen an beiden Enden in zwei Stangen geschraubt, die oben am Stirnband befestigt werden; in dem mittleren Teil sind sie aus Blei, damit sie zur genauen Einstellung je nach Bedarf gebogen

1) Als Schreibkapsel gebraucht Eykman (15) statt des Mareyschen Tambours einen Piston-recorder nach Brodie.

werden können (s. Fig. 17). — Ein anderer
Gummipeloten anstatt des einzigen länglichen
wie oben; die Peloten werden mit 3 Schreibk
hält einen „Analysator der Lippenstülpung".

Die Bewegungen der Unterlippe läßt Zw
Betracht, da die Oberlippe genügt, um den
geben. Doch können diese Bewegungen auch
2 Gummipeloten, deren Stützpunkt am Kiefe

Diese Apparate stören die Aussprache r
genehme Kitzeln der Nasenflügel, das der N
überwunden und kann durch Kokainisierung a
Erfahrungen Eykmans (15) scheint jedoch
nicht tadellos zu fungieren, was wohl auf de

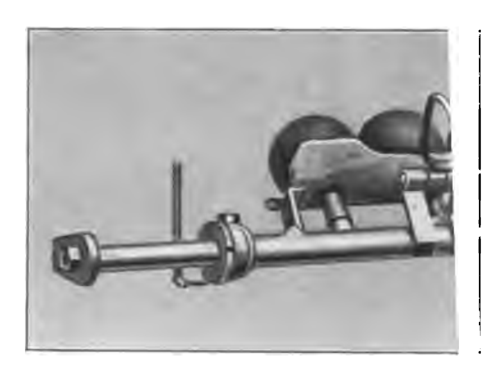


Fig. 23.
Analysator der Lippenstülpung nach Zv

luftdichten Verschluß herzustellen. — Als ein
könnte man verzeichnen, daß sie die vertikalen l
den Lippenabstand in der Mittellinie, nicht a
einwenden, daß die vertikalen Lippenbewegung
von den Kieferbewegungen unabhängig sind (m
Kieferöffnung für *a* die *u*-Stellung der Lippen c
doch im allgemeinen mit diesen Kieferbeweg
dem die Unterlippe im großen und ganzen de
folgt, und daß die Kieferkurve über den relativ
gibt. Inwiefern es aber immer zutrifft, bliebe
suchen. Wenn von einer gegebenen Kieferstell
Lippenabstandes durch aktive Lippentätigkei
wäre die Kombination der Lippen- und Kieferk
Ebenso wäre vielleicht zu untersuchen, ob nic
„vertikalen Rundung" hinsichtlich ihrer Wirk
gewissen Stufen der „Vorstülpung" zusammenf
systematische Angaben. Der Analysator der
diesem Fehler frei sein; ob dasselbe von dem
weiß ich nicht.

Statt der Fühlhebel oder der getrennten äußeren Luftkissen kann man auch, nach Rousselots Vorgang, ein kleines, zwischen die Lippen gestecktes Gummisäckchen gebrauchen, das je nach dem Lippenabstand mehr oder weniger eingedrückt wird. Für die Untersuchung der Spannung bei Lippenschluß (bzw. bei Lippenenge, obwohl nur mit Vorsicht) ist das Verfahren empfehlenswert; für das Studium der Labialisierung im allgemeinen sind aber die anderen Labiographen vorzuziehen. Die horizontalen Bewegungen sollen sich nach Zünd-Burguet mit einem größeren, kugelförmigen Ballon, der in ein Mundstück eingepaßt wird, aufnehmen lassen (s. die Abbildung bei

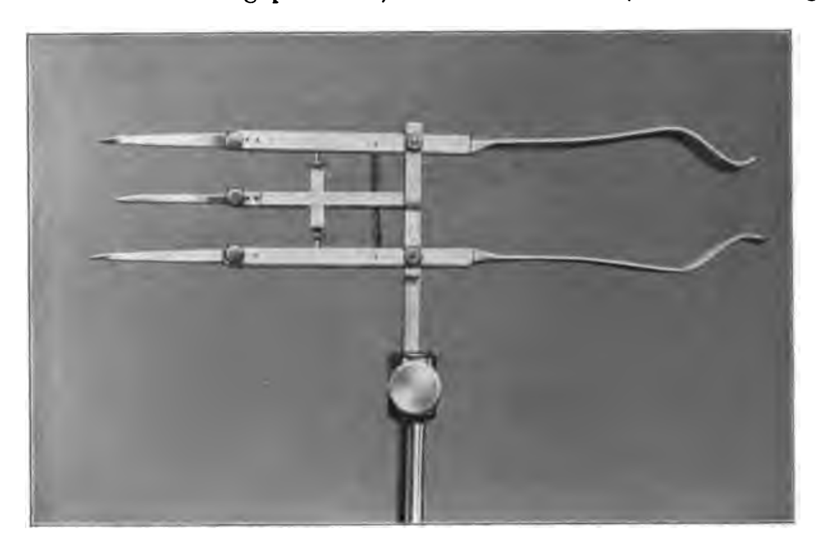


Fig. 24.

Labiograph des phonetischen Laboratoriums zu Helsingfors.

Verdin (18) Nr. 57 und auch Fig. 27,1). Meine Versuche mit dem Apparate führten zu keinem Resultate; es mag auf meiner Ungeschicklichkeit beruht haben; ich bezweifle aber stark, daß die Einrichtung überhaupt zuverlässig ist.

B. Labiographen mit Hebelübertragung. — Um die mit dem Rousselotschen Apparat verbundene Luftübertragung zu vermeiden, hat E. A. Meyer (16) einen Labiographen konstruiert, wo die Spitzen der den Fühlarmen entgegengesetzten Arme direkt schreiben, und zwar, wie es aus der etwas unklaren Beschreibung hervorzugehen scheint, scherenförmig. Damit hat er auch später gearbeitet (56). Keine Abbildung ist mitgeteilt worden.

Die Lektüre ersterer Arbeit (16) brachte mich auf den Gedanken, auch einen Labiographen für direkte Übertragung zu konstruieren. Den Scherengang gab ich auf, da er m. E. bei Lippenschluß unbequem ist. Die erhaltenen Kurven geben allerdings Spiegelbilder und müssen durch- und umgezeichnet werden. Die Form des Apparates geht aus der Fig. 24 hervor. Die leichten Aluminiumhebel drehen sich um Spitzenachsen mit möglichst geringer Reibung. Zwei kleine Spiralfedern sichern den Kontakt

mit den Lippen. Der Abstand der Fühlarme wird durch die neben den Spiralfedern sichtbaren Schrauben reguliert; er muß natürlich nach dem größten in der Sprache vorkommenden Lippenabstand (*a*, bzw. sehr offenes *ä*) geregelt werden. Der Apparat ist so gut äquilibriert, daß er bei Lippenschluß die Spannungsunterschiede (Druck der Unterlippe gegen die Oberlippe) mit feiner Abstufung verzeichnet. Die zwischenliegende Spitze dient zur Abszissenschreibung. Der Apparat ist für Seitenschrift gebaut; er ließe sich aber leicht für Stirnschrift umändern. Die Fühlarme schlagen bei Lippenschluß gegeneinander; es ist aber leicht, den Apparat dahin zu verbessern, daß die Arme nebeneinander kommen.

Natürlich müssen die Labiographen dieser Kategorie an einem Stativ festgeschraubt werden und erfordern, daß die Versuchsperson den Kopf unbeweglich hält, was aber keine Schwierigkeit darbietet. Sie geben die vertikalen Bewegungen unmittelbar und in bestimmter Skala wieder; sie vermeiden die bei den Apparaten mit Luftübertragung nötige Eichung, die um so unbequemer ist, als sie mit jeder neuen Kapsel neu vorzunehmen ist. Eine Störung der Aussprache habe ich nie bemerkt. Allerdings sind die horizontalen Bewegungen nicht registriert; es gibt aber bis jetzt, so viel ich sehen kann, keine Einrichtung, welche beide Bewegungen gleichzeitig und einwandsfrei aufschriebe.

VI. Die Zunge und der Mundboden.

A. Direkte Messungen. — Zur Messung der Zungenstellungen hat H. W. Atkinson (57) einen Apparat[1]) konstruiert, „the mouth-measurer" (Fig. 25). Eine kleine Metallhülse enthält einen durch eine äußere Spirale beweglichen Fühldraht; sie wird an 3 Ringen mit 3 Fingern gehalten, während der Daumen die Spirale verschiebt. Nahe am Ende der Röhre ist eine andere, auch verschiebbare, mit einem Haken versehene Drahtspirale angebracht. Um eine Messung vorzunehmen, stellt man diesen Haken so, daß er sich gegen die oberen Vorderzähne in der Mittellinie anstemmt; während der Untersuchte den Laut anhaltend ausspricht, schiebt man den Fühldraht bis zur Berührung der Zungenoberfläche (bzw. des Velums). Der Apparat wird aus dem Munde herausgezogen und auf einen Abguß der Gaumenwölbung appliziert, wo der vertikale Abstand zwischen der Gaumenoberfläche und der Spitze des Fühldrahtes gemessen wird. Nimmt man diese Messung längs der Mittellinie der Mundhöhle (einschl. Velum) systematisch vor, so erhält man punktweise das Profil der Zunge und des Gaumens. Eigentlich gebraucht man zwei Apparate, die nur durch die Richtung des Fühldrahtes abweichen; bei dem einen ist er nach unten, beim anderen nach oben gerichtet. Das Verfahren Atkinsons ist von Stolze (58) unbedeutend modifiziert worden.

Den Abguß des harten Gaumens kann man von einem Zahnarzt bestellen; es ist aber leicht, einen solchen selbst anzufertigen. Am besten wird der rötliche Modellierstoff der Zahnärzte (godiva, stents o. dgl.) genommen. Die Masse wird in warmem Wasser (ca. 60°) erweicht, auf eine besondere Form

1) Erhältlich vom Erfinder, H. W. Atkinson, West view, Eastbury Avenue, Northwood, Middlesex. Preis 8 shill. 6 pence. (Angabe nach einem dem Maitre phonétique beigegebenen Katalog vom Erfinder; die Fig. 25 stammt auch davon her.)



gebracht und in den Mund gegen den Gaumen gedrückt, bis sie hart geworden ist. Die Oberzähne müssen auf dem Abguß Platz finden. Von dem erhaltenen Negativ gewinnt man ein Positiv aus Gips, der längs der Mittellinie gesägt wird. Auf diese Weise bekommt man den Abguß der Unterzähne.

Ich besitze über Atkinsons Apparat keine Erfahrung. Englische Phonetiker, die ihn benutzt haben, z. B. H. Sweet, der sich sonst gegen die Versuchsmethoden im allgemeinen reserviert verhält, loben ihn sehr (nach dem S. 43 Fußnote zitierten Katalog). Jedenfalls gilt aber hier dasselbe, was

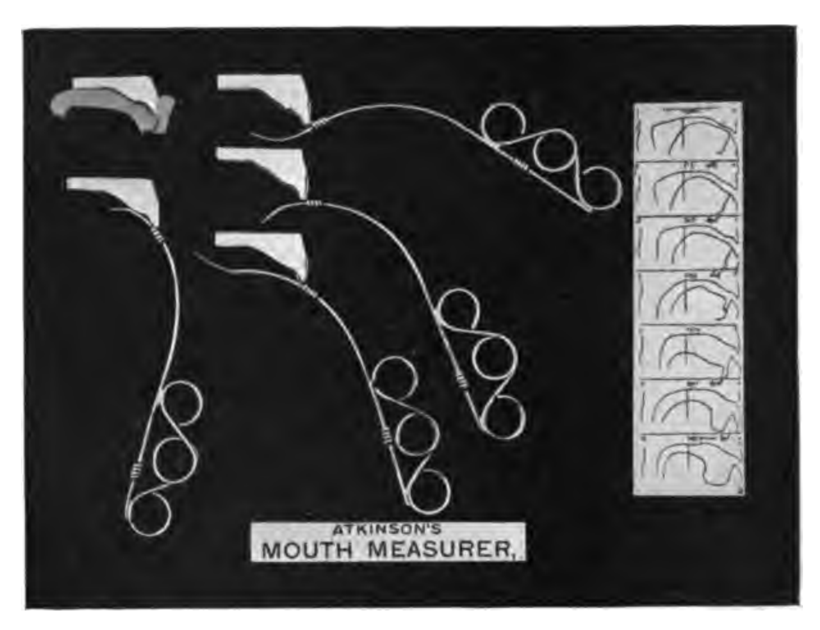


Fig. 25.
Mundhöhlenmesser nach Atkinson.

von dem Verfahren Barths und Meyers zur Röntgengraphie des Mundes gesagt worden ist. Sogar wenn die Berührung der Spitze die Zunge nicht aus ihrer normalen Lage bringt, so muß der Laut für jede einzelne Messung wiederholt werden, und man hat keine Gewähr dafür, daß das Profil der Zunge jedesmal identisch war. Die Röntgenaufnahme der Mundhöhle, besonders nach der Scheierschen Methode, ist diesem Verfahren offenbar überlegen. Damit sei immerhin nicht gesagt, daß es zu verwerfen ist; ich glaube umgekehrt, daß es, unter obiger Reservation, sehr brauchbar und einfach ist.

B. Registrierung auf unbewegten Flächen. — Die oben besprochene Röntgenphotographie gibt von den Zungenstellungen ein Bild im Sagittalschnitt. Eine Darstellung derselben im Querschnitt (horizontaler Ebene) erhält man durch die sog. **Palatographie.** Ein Palatogramm ist die Projektion in der horizontalen Ebene der Berührungsflächen zwischen Zunge und Gaumen. Diese Untersuchungsmethode ist schon ziemlich alt und ist

von allen Versuchsmethoden vielleicht die verbreitetste. Für klinische Zwecke ist sie zuerst von Oakley Coles (59) angewendet worden, der den Gaumen mit einem Brei aus Mehl und Gummi arabicum bestrich. Grützner (60) bestreicht die getrocknete Zunge mit einer Aquarellfarbe (Carmin, chinesische Tusche, Ultramarinblau o. dgl.), und betrachtet nach erfolgter Aussprache die am Gaumen hinterlassenen Spuren. Gutzmann (9) bestreicht umgekehrt den Gaumen mit Farbe, die von der Zunge abgenommen wird. Die Beobachtung geschieht mit der Hilfe eines großen, in den Mund gesteckten Kehlkopfspiegels und eines vor dem Munde gehaltenen Spiegels. Der Abriß wird auf einem Abguß des Gaumens (bzw. einer Projektion desselben auf Papier) punktweise gezeichnet (s. z. B. Fig. 26).

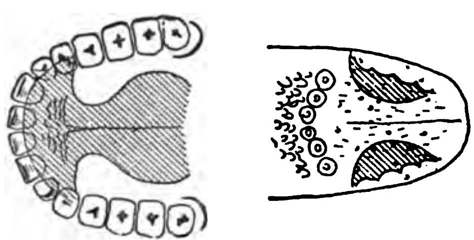


Fig. 26.
Zungenartikulation und Palatogramm des deutschen sch nach Gutzmann.

Diese Methode hat den Vorteil, daß die Aussprache durch keine Auflegung von Apparaten gestört wird. Dagegen ist die Art der nachträglichen Aufzeichnung doch zeitraubend und unbequem, da man mit offenem Munde und unbeweglicher Zunge eine Zeitlang sitzen muß. Sie erfordert also eine besondere Übung, die eine wohltrainierte Person, bzw. ein Fachmann besitzt; auf weniger geübte Versuchspersonen ist aber die Anwendung wahrscheinlich schwieriger.

Solche Erwägungen führten andere Forscher dazu, als Aufnahmefläche einen abnehmbaren, dünnen Abguß der Gaumenwölbung (künstlichen oder losen Gaumen) anzuwenden, der mit irgendeinem Pulver bestrichen, auf den Gaumen gelegt und nach erfolgter Aussprache herausgenommen und aufgezeichnet wird. Dieses Verfahren wurde zuerst von Kingsley (61) eingeführt. Den losen Gaumen, der nur den harten Gaumen umfaßt (Kingsley erweiterte ihn mit Unrecht bis weit auf das Segel), läßt man am besten von einem Zahnarzt aus dünnem Hartgummi oder aus Metall (z. B. Aluminiumlegierung) anfertigen. Man kann ihn auch selbst galvanoplastisch herstellen; doch möchte ich darauf aufmerksam machen, daß die ganze Technik (Bereitung des Abgusses für das Kupferbad und Einrichtung eines passenden Stromes) keineswegs so einfach ist, wie man glauben könnte, sondern eine gewisse Übung erfordert, um einen gleichmäßig dicken, feinkörnigen Beschlag zu erhalten. Auf Reisen empfiehlt Rousselot (7) den Gaumen auf dem Abguß mit den Fingern zu modellieren und dazu die nötige Anzahl von aufeinander gelegten und geklebten Zinnfolien bzw. von Filtrierpapierblättern zu nehmen. Montalbetti (62) hat eine besondere, rasch trocknende Flüssigkeit präpariert, die er »ouranine« nennt und die denselben Dienst leistet.

Der Gaumen wird, je nach der Grundfarbe, mit verschiedenen Pulvern bestreut. Hagelin (63) verwendet Pastell, Rousselot (7) Kaolin oder Kreide, Gombocz (56) blaues Pulver. Scripture (64) empfiehlt, wenn man weißes Filtrierpapier dazu verwendet, dasselbe vor der Modellierung in eine Lösung von Kobaltchlorid einzutauchen, wodurch es eine Rosafärbung annimmt. Vor dem Gebrauch wird der Gaumen über einer Flamme getrocknet und wird dann blau. An allen Kontaktstellen verwandelt aber die Feuchtigkeit der Zungenfläche die Farbe wieder in Rosa.[1]) — Die Abbildung der Zungenkontakte wird entweder photographiert (Hagelin, a. a. O.) oder gezeichnet. Um die Zeichnung zu erleichtern, empfiehlt Rousselot, den losen Gaumen mit einem Netz von Längs- und Querlinien zu versehen (ebenso Scripture (64)), oder eine Anzahl Löcher zu bohren, die zur Orientierung dienen. Am sichersten ist es natürlich, die Palatogramme zu photographieren.

Wenn man an sich selbst untersucht, kann man seinen losen Gaumen nach jedem Versuch photographieren, abwischen, vorbereiten usw. Dieses Verfahren ist aber zeitraubend. Wenn man an einer Versuchsperson untersucht, die man nicht unnötig lange aufhalten will, so muß man schneller operieren. Auf meinem Laboratorium wende ich folgendes Verfahren an, das sich durchaus bewährt hat. Prinzipiell will ich für jede Aufnahme ein fertiges Exemplar vom losen Gaumen zur Hand haben. Ich lasse also auf der zahnärztlichen Klinik der Universität nach dem genommenen Abguß ein massives Negativ aus Zink und ein ebenfalls dickes Positiv aus Blei oder Zink herstellen. Zur Anfertigung des losen Gaumens gebrauche ich dünne Zinnplatten (die man z. B. durch Aufschneiden von Zinntuben bekommt, aber auch von Metallfirmen in der gewünschten Dicke ausgewalzt erhalten kann) von passender Größe, die auf dem Amboß zwischen den beiden Metallabgüssen gehämmert werden. Ich schneide die Ränder so, daß die Hälfte der unteren Fläche der Backzähne und die Vorderzähne stehen bleiben, und erhalte leicht eine Anzahl von Zinnfolien, deren jede für je eine Aufnahme gebraucht wird. Vor der Benutzung kann man noch den losen Gaumen auf dem Negativ mit dem Finger modellieren, damit er sich dem Gaumen genau anschmiegt. Statt der Bestreuung mit Pulvern gebrauche ich die Berußung nach dem kalten Verfahren. Um das Anhaften des Gaumens zu erleichtern, streue ich auf die Oberseite etwas Tragakantgummi. Das erhaltene Exemplar wird später in Harzlösung fixiert. Sollte der Versuch mißlingen, so wird die Rußschicht abgewischt. Alle diese Vorbereitungen werden vor dem Versuch erledigt, der rasch von statten gehen kann. — Die einzelnen Aufnahmen werden, womöglich vor der Fixierung, photographiert. Dazu werden sie auf das Metallnegativ gebracht und alle unter gleichen Umständen aufgenommen, damit die Bilder direkt vergleichbar sind. Auch vom leeren Negativ nehme ich zuerst eine Photographie, die mir eine exakte Projektion des Munddaches mit allen Einzelheiten gibt. Auf den erhaltenen Negativplatten zeichne ich die Artikulationsumrisse durch und mache daraus die halbschematischen Bilder.[2])

1) Das Papier hat jedoch den großen Nachteil, daß es zu dick ist und seine ursprüngliche Form gar zu leicht verliert.

2) Gutzmann bespricht (9) S. 163 ein ähnliches Verfahren: dünne Metallstreifen werden nach dem Profil des Gaumens gebogen und berußt. Die Anwendbarkeit dieser Methode ist aber beschränkter als die der obigen.

Den Hauptvorteil dieses Verfahrens sehe ich darin, daß die einzelnen Originale nachträglich studiert werden können; und die Berußung verdient deshalb den Vorzug, weil der Ruß sich gleichmäßig verteilt, was mit den Pulvern nie erreicht wird. Letzterer Umstand ist aber sehr wichtig, da der Kontakt der Zunge nicht überall gleich stark ist und die Unterscheidung der Flächen fester Berührung von den Zonen losen Kontaktes, besonders bei mouillierten Lauten, nur mit dem Rußverfahren sicher vorzunehmen ist. — Mit dem Färbungsverfahren Gutzmanns teilt es auch den Vorzug, daß die Verteilung der Berührungsflächen auf der Zunge selbst leicht und genau zu bestimmen ist. Mit Recht hebt Gutzmann hervor, daß die Nichtberücksichtigung der Zungenkontakte ein Mangel der früheren palatographischen Untersuchung gewesen ist. Seit mehreren Jahren habe ich auch stets die Zungenartikulation festgestellt.

Hinsichtlich der Aufzeichnung der Berührungsgebiete ist die Anwendung des losen Gaumens zweifellos bequemer als das Färbungsverfahren. Dieser Vorteil wird aber von dem Nachteil aufgewogen, daß die Gaumenfläche um die Dicke der losen Platte herabsinkt, und daß das erhaltene Bild nicht absolut exakt ist. Auch besteht die Gefahr, daß der Gaumen nicht überall gleich genau anliegt, was besonders von dem auf Reisen improvisierten, mehr oder weniger unvollkommenen Gaumen gilt. Die Dicke des losen Gaumens läßt sich aber reduzieren. Was die Aussage Rousselots betrifft, daß „die Dicke der Platte sich jeder Artikulation addiert, und daß man annehmen kann, daß die Verhältnisse zwischen den Artikulationen unverändert bleiben“, so befriedigt sie Jespersen (6) nicht (S. 123), und tatsächlich kann man vermuten, daß sie nicht streng richtig ist. Lenz (65) bemerkt nämlich, daß die Wölbung des Gaumens nicht gleichmäßig ist; in der vorderen Hälfte nimmt sie sagittal zu und transversal ab, und an der Grenze zwischen beiden Hälften bewirkt eine geringe absolute Verschiebung der Zunge weit größere Änderungen der Lautqualität als sonst, und speziell im Hinterteil. Es wäre also gut möglich, daß die Artikulationsbilder der prä- und mediopalatalen Laute durch den losen Gaumen nicht unbedeutend verändert würden. Immerhin gibt die Methode sehr wertvolle Resultate. Ich selber halte beide Verfahren, mit Rücksicht auf deren Nachteile, für ungefähr gleichwertig; im allgemeinen glaube ich aber, daß die Palatographie, wegen der ihr anhaftenden technischen Schwierigkeiten, sich für Reiseexpeditionen nicht so gut eignet, wie es manche Forscher anzunehmen scheinen.

Die charakteristischen Merkmale der Artikulationen werden auf den Palatogrammen in der horizontalen Ebene markiert. In der Phonetik bezeichnet man aber gewönlich die Artikulationen nach dem Sagittalschnitt der Mundhöhle; daher müssen die Palatogramme übersetzt werden. Lenz (65) hat dazu die nötigen Figuren angegeben.

Nach der Absendung des Manuskriptes bekam ich durch die Güte des Verfassers die sorgfältige Arbeit von E. A. Meyer (205), wo eine Modifikation des palatographischen Verfahrens beschrieben wird, welche eine Aufnahme des Zungenprofils erlaubt. Dieses „plastographische“ Verfahren besteht darin, daß man nach Anfertigung des losen Gaumens in einem dünnen Zinnstreifen längliche, dünne Fäden schneidet, so daß der Streifen ein kammartiges Aussehen bekommt. Der obere, zusammenhängende Teil des Streifens

wird mittels erwärmten Guttapercha an den losen Gaumen (die Mittellinie entlang) geklebt, und die Fäden werden von der artikulierenden Zunge umgebogen. — Die Gaumenwölbung und, nach jedem Versuche, das Zungenprofil werden mit Hilfe eines besonderen Apparates abgebildet (der Gaumen wird auf ein Brett gelegt, über welchem eine Reihe von verschiebbaren Nadeln hängen, die bis zur Berührung der Fäden geschoben werden; das entstandene Profil wird nachher gezeichnet). — Nach der Erfahrung Meyers wird die Aussprache nicht gestört. Die Methode dürfte eine willkommene Vervollständigung der Palatographie bilden.



Fig. 27.
Gummikapseln zur Registrierung der Zungenbewegungen nach Rousselot.

Betreffend das Versuchsmaterial ist man lange der Ansicht gewesen, daß nur isolierte Laute auszusprechen seien. Für eine ungezwungene Aussprache ist es immerhin besser, Silben, Wörter oder Wortgruppen anzuwenden, die so gewählt werden, daß nur der untersuchte Laut eine Spur auf dem Gaumen hinterläßt, oder daß dieser Laut die Spuren der anderen Laute sicher überdeckt.

C. Kontinuierliche Registrierung. — Die Aufnahme geschieht von außen oder von innen her.

1. Aufnahme von der Mundhöhle aus. — Diese Methode ist von Rousselot (7) ausgebildet worden. Ein kleiner Gummiballon, der mit einer Schreibkapsel in Verbindung steht, wird in den Mund gesteckt und bis zu derjenigen Gegend der Mundhöhle geführt, die speziell zu untersuchen ist. Er wird von der Zunge mehr oder weniger eingedrückt. Je nach der Mundgegend werden Ballons von verschiedenen Formen verwendet (Fig. 27).

Sie können von jeder besseren Gummiwarenfabrik angefertigt werden; es ist zu beachten, daß sie nicht zu steif sein dürfen und doch elastisch genug, um ihre Form von selbst wiederanzunehmen und haltbar zu sein.

Die Methode ist höchst einfach, aber bedenklich. Es wurde schon oben hervorgehoben, daß Zunge und Gaumen der Sitz vieler Reflexbewegungen sind; Gutzmann (9) bemerkt, daß, „sowie man über den „Zaun der Zähne“ in das Innere gelangt, ist man den Einflüssen der Reflexe, die selbst bei gut eingeübten Versuchspersonen mehr oder weniger hindern können, ausgesetzt“ (S. 146). Je tiefer man eindringt, desto stärker ist die Wirkung dieser Reflexe. Die Resultate bedürfen also einer strengen Kontrolle.

2. Aufnahme vom Mundboden aus. — Von einer Beobachtung Rosapellys ausgehend hat Rousselot (34) in seinen ersten Arbeiten die Zungenartikulationen aus den Bewegungen des Mundbodens zu deduzieren versucht. Zur Aufnahme der letzteren dient ein mit einer Aufnahmekapsel verbundener Fühlhebel. Eine Kombination von verschiebbaren vertikalen, horizontalen und transversalen Stangen hält die Kapsel. Der Stützpunkt liegt zwischen Unterlippe und Kinn (Fig. 28). — Eine vereinfachte Form dieses Instruments ist die der Fig. 29; eigentlich ist es nur der oben beschriebene Apparat zur Registrierung der horizontalen Lippenbewegungen (Fig. 22) mit einer anderen Richtung der Kapsel.



Fig. 28.
Apparate zur Registrierung der Mundbewegungen nach Rousselot.

Dadurch, daß der Stützpunkt am Unterkiefer genommen wird, ist in beiden Apparaten die Kapsel nur von den Mundbodenbewegungen beeinflußt. Das Band drückt aber den Kiefer und kann dessen freie Bewegungen hindern. Zwaardemaker (53), der das Prinzip dieser Apparate beibehalten hat, vermeidet diesen Fehler durch die Form und Aufstellung des Kieferbügels. Die mit Pelote versehene Kapsel (sichtbar in Fig. 19, *f*) wird von einem an den Kieferbügel geschraubten Querbügel getragen; sie liegt so, daß die Pelote den Mundboden in der Mittellinie ca. 1 bis 1 $^1/_2$ cm vom inneren Kieferrand am Kinn berührt.

Diese Art der Registrierung setzt voraus, daß die Mundbodenbewegungen eine eindeutige Funktion der Zungenbewegungen darstellen. Dies trifft wenigstens so weit zu, als die Mundbodenmuskulatur hauptsächlich entweder passiv den Zungenbewegungen folgt, oder aktiv zur Hebung oder Senkung der Zungen beiträgt; z. T. dient sie allerdings auch zur Kieferbewegung, dieser

nicht gesagt, daß die Ausschlagsweite der Schreibkapsel für jeden Laut verschieden ist, besonders wenn man die Registrierung nur an einem Punkte vornimmt. Die Form des Ausschlages tritt allerdings hinzu und kann zur Charakteristik beitragen. Für die Bestimmung der Leistungsfähigkeit wären systematische Doppelaufnahmen mit der Mundbodenkapsel und den Zungenballons von Rousselot wünschenswert. — Auch wäre die Zweckmäßigkeit einer Aufnahme auf mehreren (z. B. zwei) Punkten des Mundbodens zu erwägen. Gewisse Bewegungen der Hinterteile des Mundbodens sind für gewisse Laute charakteristisch, und es ist möglich, daß diese Bewegungen bei der Aufnahme nur des Vorderteils des Mundbodens nicht gebührend beachtet werden. — Vorläufig sind also die Methoden zur Registrierung der Zungenbewegungen noch nicht ganz befriedigend.

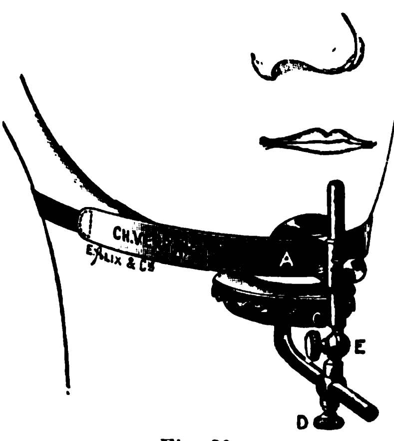


Fig. 29.
Vereinfachter Apparat zur Registrierung der Mundbodenbewegungen nach Rousselot.

VII. Das Gaumensegel.

A. Beobachtung. — Das Velum entzieht sich der Beobachtung mit dem Auge, außer bei der Aussprache gewisser Laute mit großer Mundöffnung. Indirekt kann man aber den Stand des Gaumensegels aus der Ausströmung der Luft durch die Nase schließen. Indem man entweder den Finger oder eine kalte, polierte Fläche (Messerklinge, Spiegel usw.) unmittelbar vor die Nasenöffnung hält, fühlt man die warme Luft, oder man sieht den Beschlag der Atemfeuchtigkeit. Daß man dadurch keine feinen Abstufungen in den Velumbewegungen unterscheiden kann, liegt jedoch auf der Hand.

B. Direkte Messungen. — Die Kraft, womit das Gaumensegel bei gehobener Stellung (Aussprache der oralen Laute) gegen die Rachenwand drückt, läßt sich dadurch bestimmen, daß man die zur Sprengung des Verschlusses nötige Kraft für verschiedene Laute bestimmt. Man kann z. B. nach dem Vorgange Czermaks (67) eine meßbare Menge Flüssigkeit durch eine Nasenhöhle einspritzen, bis sie in den Pharynx fällt, oder mit Gentzen (68) mittels eines Hebels einen meßbaren Druck ausüben. Am besten, weil sie jede Berührung des Segels vermeidet, ist die Methode von Hartmann (69), der in die Nasenhöhle Luft komprimiert. Eine Nasenhöhle wird mit einem Hg-manometer luftdicht verbunden, die andere mit einem Gebläse. Während die Versuchsperson einen oralen Laut anhaltend ausspricht, wird Luft in die Nase getrieben, deren Drucksteigerung man am Manometer abliest, bis das Segel nachgibt. — Bei allen diesen Methoden bleibt jedoch die Möglichkeit offen, daß der gegen das Velum ausgeübte Reiz abnorme Verhältnisse (verstärkten oder geschwächten Druck) zur Folge hat.

C. Registriermethoden. — Das Velum ist von oben (Nase) oder von unten (Mund) her zugänglich. Man kann daher den Fühlarm in den Mund

oder in die Nase einführen. Nach der ersten Methode hat m. W. nur Weeks (70) das Problem zu lösen versucht; andere Forscher haben die Registrierung von der Nase aus vorgenommen; andere wiederum benutzen eine indirekte Methode (Registrierung des Nasenluftstromes).

1. Registrierung durch den Mund. — Der Apparat von Weeks (Fig. 30). — Ein Stirnband hält eine nach unten gerichtete Aufnahmekapsel. Am Hebel dieser Kapsel wird in passender Höhe der verschiebbare Fühlarm geschraubt; es ist ein dünner, schleifenförmig gebogener Draht, der, in den



Fig. 30.
Apparat zur Registrierung der Velumbewegungen nach Weeks.

Mund gesteckt, die Zunge beiderseits umgibt. Hinten trägt er ein Elfenbeinscheibchen (15 mm Durchmesser), das mit einer Oblate ans Segel geklebt wird.

Der Apparat stellt an die Versuchsperson offenbar große Anforderungen. Jespersen (6) konnte sich daran nicht gewöhnen, was nicht verwunderlich ist, da die Mundseite des Velums starke Würgreflexe auslöst. Jedenfalls sind die jetzt zu besprechenden Apparate vorzuziehen, schon deshalb, weil die Weekssche Anordnung jede gleichzeitige Aufnahme der Mundbewegungen und des Luftstromes ausschließt, während die anderen solchen Untersuchungen nicht hinderlich sind.

2. Registrierung durch die Nase. — Das Prinzip dieser Methode ist, daß ein Hebel durch eine Nasenhöhle so weit eingeführt wird, daß er bis zum Velumrand reicht. Der Drehpunkt liegt außerhalb der Nase. Registrierung entweder direkt oder durch Luftübertragung. Die klinische Anwendung der Nasensonde legte den Gedanken an eine solche Registrierung ziemlich nahe; tatsächlich ist sie von mehreren Forschern erfunden oder angewendet worden. Das Verdienst der ersten Erfindung dürfte Czermak

mann (72) der Methode bedient. Zuletzt haben Zwaardemaker und Eykman (73) einen Apparat konstruiert, dessen Beschreibung hier als Probe dieser Methode gegeben sei.

Der Fühlhebel ist ein Silberdraht mit geeigneter Biegung (Länge 12,5 cm). Er stützt sich auf eine Querstange, die, wie die Oberlippenkissen, durch den Nasenöffner von Feldbausch und die vom Stirnband ragenden, biegsamen Stangen befestigt wird. Ein am Fühlhebel befindlicher, beweglicher Haken wird mit dem länglichen Luftkissen verbunden, das früher (s. Registr. der Kieferbewegungen) beschrieben worden ist. Ein zweiter, an der Querstange beweglicher Haken sichert die Befestigung des Hebels. Die Hebungen des Segels (und des Hebels) ziehen das Luftkissen in die Länge und umgekehrt; das Luftkissen übt übrigens den zur Sicherung des Kontaktes nötigen leisen Druck. Luftübertragung wie oben angedeutet. Die unmittelbare Registrierung mit Stirnschrift wäre aber auch denkbar.

Zur Erhaltung absoluter Werte wird der Apparat geeicht. Er wird immer so eingestellt, daß der Kleinarm, von der Drehachse bis zum Haken, 20 mm, und der Langarm 96 mm haben. Die Eichung geschieht mit dem Kieferabstandmesser, dessen verschiebbare Stange man mit dem Kleinarm verbindet (Fig. 31).

Dadurch, daß der Langarm eine bestimmte Länge hat, ist der Abstand zwischen Velumrand und Hebelende bei verschiedenen Personen verschieden, und man muß daher die Länge des Velums und die Stellung des Hebelendes bestimmen. Dazu bedient sich Eykman der Methode Hopmanns (74)[1].

Diese Art der Registrierung ist für die Versuchsperson nicht so unbequem, wie man zuerst meinen könnte. Das Kitzeln des Nasenbodens kann durch Kokainisierung aufgehoben werden, und man gewöhnt sich sonst daran; das Gaumensegel selbst ist wenig empfindlich. Dagegen bleibt die Möglichkeit der Störung durch Reflexauslösungen vorhanden, obwohl sie weit geringer sein dürfte als bei dem Weeksschen Verfahren. Daß die experimentelle Untersuchung des Velums zu den technisch schwierigsten gehört, ist jedenfalls sicher.

3. Indirekte Methode. — Rosapelly (37) und Rousselot (7) haben es vorgezogen, die Gaumensegelbewegungen aus der Luftausströmung durch die Nase zu erschließen, da die Strömung eine Funktion der Velumbewegungen bildet. Sie registrieren also die Nasenluft (s. unten S. 54). Diese Methode hat den Vorteil, daß sie die Aussprache am wenigsten beeinflußt. Dagegen hat sie den Nachteil, daß sie weder absolute Angaben über den Stand des Velums noch sichere relative Angaben geben kann. Der erste Punkt ist offenbar. Was den zweiten betrifft, so ist zu merken, daß die Nasenluftströmung eine Funktion nicht nur des Öffnungsgrades des Nasenrachenraumes, sondern auch der Geschwindigkeit des Luftstromes ist.

---

1) Ein am Ende rechtwinklig gebogener, mit cm-Teilung versehener Stab wird in die Nase eingeführt und zuerst bis an die Rachenwand gestoßen, dann bis an den Rand des Pflugscharbeins zurückgezogen. Die Differenz beider Ablesungen von einem Fixpunkte an ergibt die Tiefe des Nasenrachenraumes (Hopmann, a. a. O. S. 38). Ebenso kann der Abstand zwischen Hebelende und Rachenwand bestimmt werden.

Kapitel II.

Die aerodynamischen Eigenschaften des Luftstromes.

Die physikalischen Eigenschaften, deren Untersuchung hier behandelt werden soll, sind überhaupt die Strömungsverhältnisse oder diejenigen Massenbewegungen, die einen Lufttransport innerhalb und außerhalb des Sprechapparates, speziell des Ansatzrohres zur Folge haben. Es sind haupt-

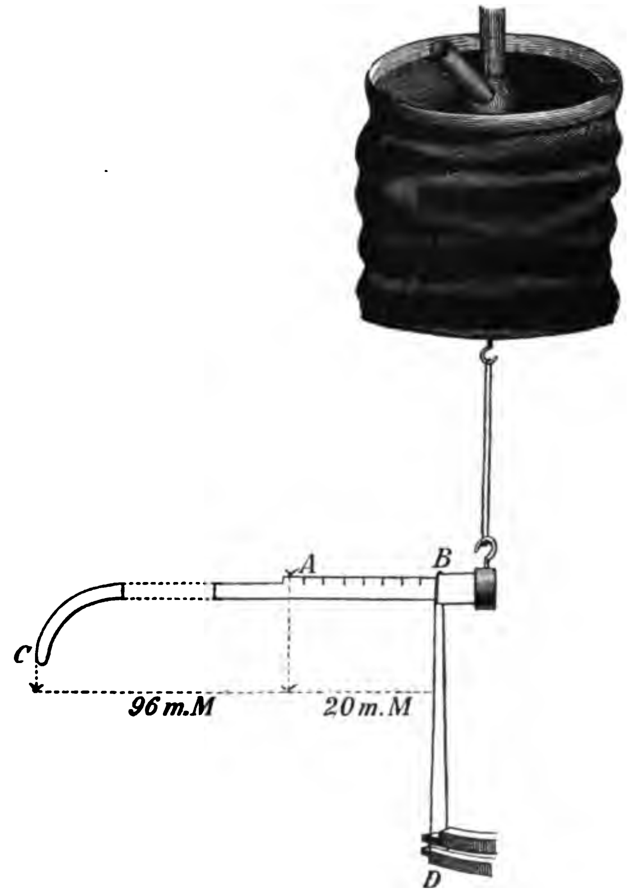


Fig. 31.
Apparat zur Registrierung der Bewegungen des Velums nach Zwaardemaker und Eykman (schematisch).

sächlich vier Faktoren, die den Phonetiker interessieren: die Richtung, der Druck, die Geschwindigkeit und das Volum (entweder die totale Luftmenge oder die Luftmenge während der Zeiteinheit, d. h. die Strömung) des Luftstromes. Die Untersuchung kann an verschiedenen Stellen des Sprechapparates vorgenommen werden.

Mit den Beobachtungsmitteln kommt man hier nicht weit. Die Richtung des Luftstromes kann man noch gut bestimmen, und über den Luftdruck bei Verschlußlauten und die relative Geschwindigkeit bei Öffnungslauten läßt sich etwas ermitteln; das ist aber wenig und genügt überhaupt nicht. Die Versuchsmethoden sind hier unerläßlich.

Der Druck, die Geschwindigkeit und die Menge des Luftstromes sind miteinander durch gewisse Relationen verbunden. Ist speziell l der Querschnitt (Lumenweite) des Ausflußrohres oder der Flüssigkeitssäule, s die Stromgeschwindigkeit und v das Volum, so besteht die Gleichung

$$v = l s. \qquad (2)$$

Die Geschwindigkeit selbst hängt auch vom Druck ab. Die Anwendung der Formeln von Bernoulli oder Poiseuille, die die Stromgeschwindigkeit der Flüssigkeiten unter regelmäßiger Strömung angeben, wäre aber illusorisch. Das Ansatzrohr hat bekanntlich eine höchst unregelmäßige Form mit vielen Erweiterungen und Engebildungen, die notwendig Wirbel verursachen müssen; außerdem ist der Luftstrom in der Höhe der Stimmritze kolossal rasch und mit den stärksten Sturmwinden vergleichbar. Unter solchen Umständen versagen die genannten Formeln; und für solch komplizierte Wirbelverhältnisse kennt man bisher kein Gesetz.



Fig. 32. Respirationsmaske mit Klappe nach Gutzmann.

Da die Untersuchung der Verhältnisse innerhalb und außerhalb des Ansatzrohres öfters verschiedene Instrumente oder Anordnungen erfordert, halte ich es für zweckmäßig, den Gegenstand dementsprechend einzuteilen.

Abteilung I.

Die Untersuchung des Luftstromes außerhalb des Ansatzrohres.

A. Die Auffangung und einfache Registrierung des Luftstromes. — Wenn man nur die Ausströmung aus dem Mund zu registrieren braucht, so nimmt man einen der Mundspalte angepaßten Mundtrichter aus Glas oder Metall. Sehr bequem ist die von Rousselot gebrauchte Form, die man auf Fig. 50 sieht. — Für den Nasenluftstrom benutzt man am besten die Verdinschen, eiförmig erweiterten Nasenröhren (olives nasales), die aus Glas in verschiedenen Größen erhältlich sind. — Will man den gesamten Luftstrom (Nase + Mund) untersuchen, so kann man Mundtrichter und Nasenröhren verbinden; besser ist jedoch die Anwendung der Respirationsmaske, die man z. B. aus Blei anfertigt. Sie reicht oben bis zur Nasenwurzel, seitwärts hinter die Mundwinkel, unten bis zur Grube zwischen Unterlippe und Kinn. Gutzmann (75) versieht seine Maske nach vorn mit einer beweglichen Klappe, welche erlaubt, die Zuleitung zum Schreibapparat nach Bedarf her- oder einzustellen (Fig. 32).

Je nach dem Zweck des Versuches ist die Art der Auffangung verschieden. Wenn man den ganzen Luftstrom braucht (z. B. für die Untersuchung des Volums oder der Geschwindigkeit), so muß der Mundtrichter bzw. die Maske überall dicht angelegt sein, und beide Nasenöffnungen werden

durch die Röhren dicht geschlossen. Kommt es dagegen nur darauf an, die Veränderungen der Ausströmung markiert zu erhalten, so wäre ein luftdichter Verschluß wegen der Luftanstauung in der Schreibkapsel geradezu schädlich. Für die Registrierung der Nasenluft genügt es also, nur eine Nasenöffnung mit der Nasenröhre zu versehen; bei ausströmender Luft bekommt man einen deutlichen Ausschlag. Der Mundtrichter wird in solchen Fällen so angelegt, daß er sich seitwärts und unten leise anstemmt und oben die Luft entweichen läßt. Man kann es auch mit Seydel (76) S. 53 überall dicht anlegen, aber vorn mit Löchern versehen. Diese Art der Registrierung des Luftstromes wird am häufigsten vorkommen, besonders bei den Untersuchungen, die eher philologischer Natur sind, weil sie sehr ausgiebig ist. Man erhält nämlich nicht nur viele charakteristische Eigenschaften des Luftraumes (Anschwellen und Nachlassen bei Öffnungslauten, plötzlicher Abschluß und rascher Stoß bei Verschlußlauten), sondern auch, wenn man zweckmäßige Schreibkapseln benutzt, gewisse akustische Eigenschaften (Stimmton überhaupt), so daß man in manchen Fällen mit dieser Einzelregistrierung ganz gut auskommt.

Wenn man die unten zu beschreibenden Apparate, die für spezielle Zwecke bestimmt sind, nicht braucht, so wird man den Luftfänger mit einer Schreibkapsel verbinden, die je nach der Stärke des Stromes und dem Zweck der Untersuchung zu wählen ist. Für die Registrierung der Nasenluft empfiehlt sich eine ziemlich geringe Kapsel. Für die Registrierung der Mundluft wären diese Dimensionen zu klein; man muß größere Modelle nehmen. Übrigens sind die nach dem Mareyschen Typus gebauten Schreibkapseln für letztere Registrierung nicht am geeignetsten. Ist die Membran dünn, so gibt sie unnötig starke Ausschläge und verzeichnet den Stimmton nicht sehr gut; nimmt man sie dicker und gespannter, um kleinere Ausschläge zu bekommen, so verliert sie stark an Empfindlichkeit. Seit Jahren benutze ich mit gutem Erfolg den Stimmtonschreiber (oreille inscriptrice) von Rousselot, der im folgenden Kapitel beschrieben werden soll (Fig. 50). Für die Untersuchung des Luftstromes dient ein mit dünnstem Goldschlägerhäutchen bedecktes Rohr (beim Spannen feuchtet man zuerst das Häutchen, das sich nachher zusammenzieht). Diese Membran gibt eine detailreiche Kurve; die Ausschläge sind sehr deutlich, aber doch ziemlich klein, und die Zeichnung der Hilfslinien (Reduktion des Bogenfehlers) ist dann entbehrlich; außerdem ist die Membran für den Stimmton sehr empfindlich. Der Vorzug des Apparates besteht m. E. darin, daß die eigentliche Kapsel sehr tief und daher geräumig ist, wodurch man die starken Volumänderungen vermeidet, die bei den anderen Schreibkapseln störend wirken. Das Goldschlägerhäutchen bietet den weiteren schätzbaren Vorteil, daß es sehr haltbar ist, was mit dem Gummi bekanntlich nicht der Fall ist; ich habe z. B. ein solches, auf Rohr gespanntes Goldschlägerhäutchen 3 Jahre lang behalten und oft benutzt, ohne daß es seine Empfindlichkeit verloren hätte. Von allen Einrichtungen, die ich geprüft habe, ist diese nach meiner Erfahrung die einfachste und beste. Eine ähnliche Anordnung (weiter Schlauch von 16 mm Lumenweite und breite, tiefe Kapsel) benutzt auch Seydel (76) S. 48.

B. Die Richtung des Luftstromes. — Die Untersuchung der Stromrichtung ist besonders einfach. Geschieht keine Ausströmung (Atempause,

Verschluß), so zeichnet die Schreibspitze ihre Ruhelage auf; die Ausatmung bewirkt einen positiven Ausschlag der Membran und der Spitze, die Einatmung (bzw. die Aussprache „inspirierter“ Laute) einen negativen Ausschlag.

C. Das Luftvolum. — Die Menge der während der Aussprache eines Lautes, bzw. einer Lautgruppe verbrauchten Luft läßt sich entweder direkt oder indirekt, absolut oder relativ bestimmen. Indirekt kann man das Luftvolum aus den Atembewegungen (Erweiterung bzw. Zusammenfall der Lungen) zu erschließen suchen, oder es aus der Kenntnis der Geschwindig-

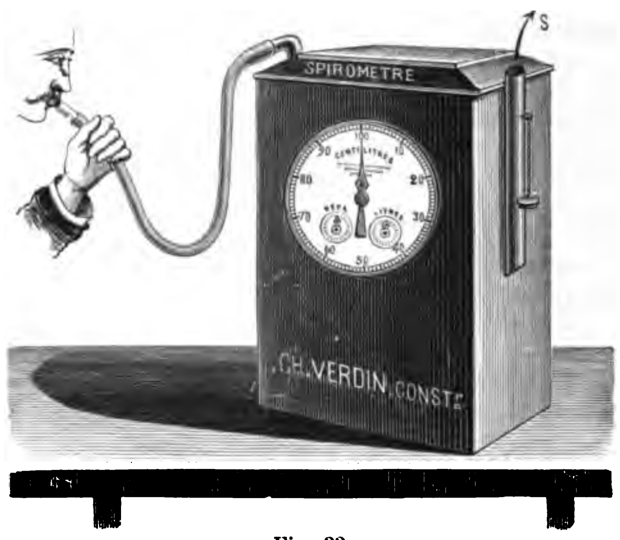


Fig. 33.
Spirometer nach Verdin.

keit des Luftstromes und der Sprechzeit berechnen; man kann aber direkte Volummessungen vornehmen.

I. Direkte Messung des Atemvolums. — Falls man über einen geeigneten Apparat verfügt, so ist diese Art der Registrierung natürlich vorzuziehen, da sie unmittelbar zum Ziele führt. Die dazu anwendbaren Apparate zerfallen in 2 Klassen: Spirometer und Volummesser.

1. Bestimmung mittels des Spirometers. — Das Spirometer ist ein in die Stromleitung eingeschalteter Apparat, der vom Luftstrom durchflossen wird. Die Luft setzt einen Mechanismus in Bewegung, der die Luftmengen verzeichnet und addiert. Solche Strommesser sind aus dem praktischen Leben wohlbekannt (Leuchtgas-, Wasser-, Wattmesser). Wenn man also den Stand einer solchen Gasuhr vor und nach dem Versuch abliest, so gibt die Differenz zwischen Anfangs- und Endablesung ohne weiteres die verbrauchte Luftmenge.

So hat Roudet (77) mittels eines Spirometers nach Verdin das Sprechluftvolum an sich selbst untersucht. Der Apparat (Fig. 33) hat 3 Zeiger, deren erster eine Umdrehung per durchflossenes Liter Luft macht; der Apparat

markiert bis 100 Liter. Die erste, große Tafel erlaubt das Ablesen eines Zentiliters.

Der Nachteil des Spirometers liegt in dem ziemlich beträchtlichen Quantum schädlicher Luft und in der Trägheit des Mechanismus, die die Aufnahme am Anfang und am Ende fälscht. Die Volummesser können von dieser Fehlerquelle leichter befreit werden.

2. Bestimmung durch die Atemvolummesser. — Der Volummesser ist ein Behälter, der, anfangs leer, im Verlauf des Versuches von der ausgeatmeten Luft gefüllt wird. Im Abschnitt Atmung des Handbuchs sind verschiedene Konstruktionen beschrieben worden. Für die Untersuchung des Luftverbrauches beim Sprechen muß man, da der Luftstrom stark diskontinuierlich und oft schwach ist, sehr empfindliche Apparate benutzen;

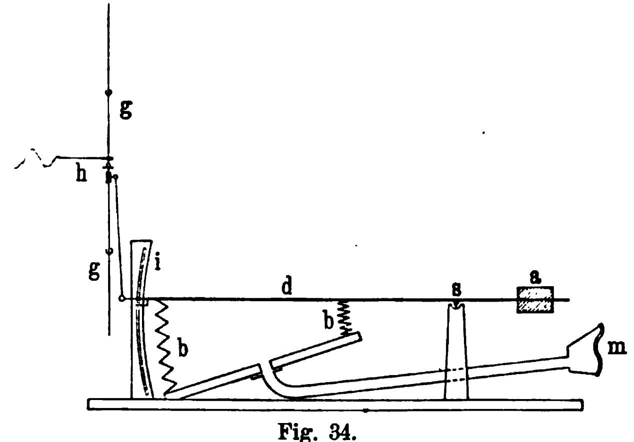


Fig. 34.
Atemvolummesser nach Wethlo-Gutzmann (schematisch).

insbesondere soll der Widerstand (Trägheit des Systems) minimal sein. Die Konstruktion der Volummesser nach Gad u. a. scheint diese Bedingungen am besten zu erfüllen.

Nach diesem Prinzip hat Wethlo unter Gutzmanns (78) Leitung einen für phonetische Zwecke speziell angepaßten Volummesser gebaut, der m. E. der beste zurzeit existierende Apparat ist. Er besteht aus einem Balg, der von der strömenden Luft erweitert wird (Fig. 34). Die Seitenwände *b*, die den Auszug bilden, sind aus Zephirleder (einem dem Goldschlägerhäutchen ähnlichen Stoff), und ein schmaler, in der Mittellinie geklebter Streifen Leinwand arretiert eventuell den Apparat, damit er nicht über eine bestimmte Länge ausgezogen wird. Der Boden steht mit der Luftleitung *m* in Verbindung. Die obere Seite *d* wird durch ein Gegengewicht *a* äquilibriert. Sie trägt die Schreibvorrichtung, welche die Ausschläge auf berußtem Papier aufzeichnet. Um die Nachteile der Bogenschrift zu vermeiden, gleitet der die Schreibspitze *h* tragende Stab *g* in eine Gleitschiene; durch Gelenkübertragung wird die Bogenbewegung von *d* in eine gradlinige Bewegung von *h* umgewandelt. In einem anderen Modell steht die Gleitschiene tiefer als der Balg, und der Stab *g* wird einfach durch einen Haken an *d* be-

festigt. Unter solchen Umständen erhält man die jeder Abszisse entsprechende Ordinate durch Zeichnung einer durch die Abszisse gehende Senkrechten[1]. — Der Apparat ist in verschiedenen Größen gebaut worden; u. a. hat Gutzmann ein großes Modell mit 2 Bälgen für längere Versuche angefertigt. Der Volummesser von Wethlo-Gutzmann ist, wie ich mich in Berlin überzeugen konnte, außerordentlich leicht ansprechend; ein einfaches Anblasen außerhalb der Maske *m* bewirkt auch beim größten Modell eine Hebung des Deckels.

In der Kurve des Volummessers stellt die jedem Abszissenwert x_t entsprechende Ordinate y_t die von der Zeit 0 bis zur Zeit t verbrauchte Luftmenge dar. Die Kurven geben die relativen Volumwerte unmittelbar an. Durch eine empirische Eichung erhält man absolute Angaben. Die Eichung der Volummesser ist leicht, da man nur bestimmte, meßbare Luftmengen in den Apparat einzuführen braucht. Durch gleichzeitige Markierung bestimmter Momente des Luftstromes ermittelt man die Registrierverzögerung.

Die Kurven zeigen nur die mehr oder weniger rasche Anhäufung der Luftmenge während der Aussprache, aber nicht die Einzelheiten des Luftstromes; die Einteilung einer Lautgruppe in ihre Elemente ist also auf Grund der Atemvolumkurve im allgemeinen nicht möglich. Um dieses detaillierte Studium vorzunehmen, muß man eine gleichzeitige Hilfskurve haben. Wenn man mit der Aufnahme des Stimmtons durch einen guten Kehltonschreiber zurecht kommen kann, so ist dies am besten, weil die Luftstromkurve dadurch nicht beeinflußt wird; oder man wird an die Zuleitungsröhre eine mit einer Schreibkapsel verbundene Nebenleitung anschließen. Zu diesem Ausweg wird man aber nur im Notfall seine Zuflucht nehmen, da die Nebenleitung einen Teil der Luft absorbiert, die der Volummesserkurve addiert werden soll. Für Röhre und Kapsel nimmt man die kleinsten mit einer befriedigenden Registrierung vereinbaren Dimensionen.

II. Bestimmung aus der Strömung. — Hätte man ein selbstregistrierendes Spirometer zur Verfügung, so ließe sich aus der Strömungskurve die Luftmenge für jedes Zeitintervall ohne Schwierigkeit berechnen. Das Volum wäre nämlich durch das Areal der zwischen der Abszissenlinie, den beiden Grenzordinaten und der Kurvenstrecke befindlichen Fläche dargestellt. Solche Instrumente gibt es m. W. nicht; man kann aber eventuell eine punktweise Registrierung erhalten, wenn man die Hauptachse einer Gasuhr mit elektrischen Kontaktvorrichtungen versieht.

III. Bestimmung aus der Geschwindigkeit. — Wie wir unten sehen werden, hat man zur Registrierung der Geschwindigkeit des Luftstromes besondere Apparate konstruiert. Durch Eichung bestimmt man die jedem Ausschlag entsprechende Strömung, woraus sich das Luftvolum berechnen läßt. Dazu wird die Geschwindigkeitskurve je nach ihrem Aussehen in kleine Strecken eingeteilt; für jede Strecke bestimmt man den Mittelwert der 2 Grenzenordinaten, der für die ganze Strecke gilt. Der dieser mittleren

1) Dieses Resultat könnte auch einfach durch Stirnschrift erhalten werden. Die mit der Stirnschrift verbundene Reibung dürfte nämlich nicht größer sein als die bei der gewählten Anordnung entstehenden Reibungen (Reibung der Schreibspitze, Gleitungsreibung von *g*, Reibung des Hakens oder der zwischen *gg* und *d* befindlichen Gelenke).



Ordinate entsprechende Wert der Strömung, multipliziert durch die Zeit (Abszissenlänge), ergibt das Luftvolum für die Strecke, und die Summe der erhaltenen Streckenvolumina bildet die totale Luftmenge.

IV. Bestimmung aus dem Luftdruck. — Rousselot (7) S. 819 verwendet zur Untersuchung des Luftvolums für verschiedene Vokale eine Schreibkapsel von größeren Dimensionen, unter Zwischenschaltung einer geräumigen Flasche (ca. 4—5 Liter). Da die Kapsel für die Volummessung natürlich zu klein ist, und die Flasche auch vor dem Versuche voller Luft steht, wirkt die Einrichtung offenbar wie ein Manometer. Die Ausbauchung der Membran kann aber nur so lange fortschreiten, bis die Drucksteigerung die Ausströmung verhindert, und aus diesem Grunde ist die eingeschaltete Flasche notwendig, die weder zu klein (weil sie ihren Zweck nicht erreicht) noch zu groß (wegen der Trägheit des Systems) sein darf. Der Apparat muß empirisch geeicht werden; denn die Spannungsänderungen der Membran bewirken, daß eine gleiche Vermehrung des Ausschlages nicht überall einem gleichen Luftvolum entsprechen und der ungeeichte Apparat nicht einmal zu relativen Bestimmungen dienen kann.

Diese Anordnung hat den unzweifelhaften Vorteil, daß sie keine speziellen Apparate erfordert, sondern nur die überall zur Hand befindlichen Einrichtungen benutzt und, unter der Voraussetzung, daß die Aufzeichnung zuverlässig ist, nicht schwieriger zu handhaben ist als die Bestimmung durch den Volummesser. (Hier ist nämlich auch die jeweilige Ordinate y_t der Ausdruck der totalen Luftmenge bis zur Zeit t.) Immerhin ist gerade diese Voraussetzung unsicher. Wenn wir den Apparat eichen, so wirkt die Vermehrung des Widerstandes nicht hinderlich. Dagegen ist die Atmung erfahrungsgemäß für den Strömungswiderstand höchst empfindlich, und es ist wohl möglich, daß die Ausströmung der Sprechluft bei einem vermehrten, den normalen Verhältnissen nicht entsprechenden Druck nicht mehr normal bleibt. Der Ausschlag der Kapsel entspricht natürlich immer dem Luftvolum, das in die Flasche eingeströmt ist; er könnte aber, wenn die obige Vermutung berechtigt ist, von der Luftmenge, die beim normalen Sprechen tatsächlich verbraucht worden wäre, eine unrichtige Vorstellung geben.

V. Bestimmung aus den Atembewegungen. — Die Pneumographenkurven geben über die relative Luftströmung gewisse Aufschlüsse. Wenn man z. B. die der Ruheatmung entsprechenden Ausschläge der Pneumographen in beider Richtung bestimmt hat, so weiß man aus dem Einatmungsausschlag vor dem Sprechen, wie hoch der Exspirationsausschlag sein muß, um der inspirierten Luftmenge zu entsprechen, und es scheint, als ob man in jedem Augenblick aus der Atmungskurve die Proportion der bereits exspirierten zur inspirierten Luftmenge einigermaßen bestimmen könnte. Immerhin erweist sich dieses Räsonnement als illusorisch. „Man erkennt an den pneumographischen Kurven, wenn man sie mit der Volumkurve vergleicht, an dem verschieden steilen Abfall, daß man derartige Kurven nicht zur Schätzung des verbrauchten Volums benutzen kann" (Gutzmann (9) S. 29).

D. Die Luftströmung. — In Ermangelung eines selbstregistrierenden Spirometers kann die Luftströmung entweder aus der Volum- oder aus der Geschwindigkeitskurve bestimmt werden.

1. Bestimmung durch das Luftvolum. — Aus der Volumkurve berechnet man sehr einfach die Strömung. Auf der Abszissen(null)linie werden von der Zeit 0 an die jeder Sekunde entsprechenden Abszissenwerte x_0, x_1, x_2, ... bestimmt und durch diese Punkte die Ordinaten der Kurve gezeichnet (Fig. 35). Von den Punkten y_0, y_1, y_2, ... aus, wo die Ordinaten die Kurve schneiden, zieht man mit der Abszisse parallele Linien. Jede Endordinate dy der schraffierten Flächen stellt offenbar die während je einer Sekunde strömende Luftmenge (Vermehrung des bereits vorhandenen Luftvolums) dar.

2. Bestimmung durch die Luftgeschwindigkeit. — Man verfährt wie für die Volumbestimmung (s. oben); nur ist die Abszissenstrecke immer gleich 1 Sekunde zu nehmen. Wenn die Geschwindigkeit sich während einer Sekunde stark verändert hat, so wird die Strecke geteilt, jeder Teil für sich berechnet und die Summe der partiellen Resultate gebildet.

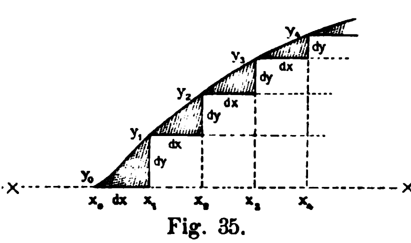


Fig. 35.
Bestimmung der Strömung und der Geschwindigkeit aus der Volumkurve.

E. Die Geschwindigkeit des Luftstromes. — Sie kann direkt oder indirekt bestimmt werden.

I. Direkte Bestimmungen. — Es gibt mehrere Apparate zur Bestimmung der Luftgeschwindigkeit. Nach dem Prinzip der Pitotschen Röhren hat Zwaardemaker seinen Aerodromographen konstruiert; nach dem Prinzip des Anemometer sind andere Instrumente erfunden worden.

1. Der Aerodromograph. — Das von Pitot (79) angegebene Prinzip der umgebogenen Röhre hat in der Hämodynamik mehrfach Anwendung gefunden, und man wird im betreffenden Abschnitt die Theorie des Verfahrens lesen. Es genügt hier, das Prinzip kurz zu erwähnen. Wenn man in einen Flüssigkeitsstrom von bekannter Richtung eine Röhre eintaucht, deren unteres, rechtwinklig gebogenes Ende man stromaufwärts wendet, so steigt die Flüssigkeit in die Röhre bis zu einer Höhe, die von der kinetischen Energie des Stromes abhängt. Da diese Energie von der Stromgeschwindigkeit abhängt, so stellt die Steigung der Flüssigkeit in die Pitotsche Röhre eine Funktion der Geschwindigkeit dar und kann zur Bestimmung derselben dienen.

Zur technischen Verwertung dieses Prinzips für die Aerodynamik hat Zwaardemaker (80) verschiedene Einrichtungen geprüft. Die Schwierigkeit rührt hier von der Schwäche der wirkenden Kräfte her, die einen besonders leichten, empfindlichen Apparat erfordern. Zwaardemaker entschied sich endlich für folgende Anordnung (Fig. 36).

Ein zylindrisches Rohr *a a'* (2 cm Durchmesser) dient zur Atmung und wird durch eine möglichst kurze Zuleitung mit der Respirationsmaske verbunden. Oben wird es von den beiden quadratischen Pitotschen Röhren *b* durchsetzt. Die untere Öffnung jeder Röhre ist rechtwinklig umgebogen und nach einem Ende des Rohres *a a'* zugewendet. Die Röhren haben eine Lumenweite von 0,36 cm², und lassen im Querschnitt von *a a'* einen freien Weg von 2,65 cm² (etwas größer als die menschliche Trachea). Sie sind voneinander um 2,6 cm entfernt; die Länge der Röhren kann durch Gummi-

leitungen vergrößert werden. Über dem oberen Ende jeder Röhre schwebt eine Gelatinekapsel (2,5 cm hoch, 2,4 cm Durchmesser), die durch einen dünnen, starren Faden an einem vertikal verstellbaren Wagebalken angehängt ist; eine Seite des Balkens trägt die Schreibspitze, die andere ein Laufgewicht zur Äquilibrierung des Systems. Röhren und Kapseln werden von einem ringförmigen Behälter *e* umgeben, in welchen bis zu einer Höhe von 1,8 cm Ligroin eingegossen wird. Das untere Ende der Kapseln taucht man in das Ligroin. Es ist außerdem eine Dämpfungsvorrichtung vorgesehen: am Faden, der die Kapsel trägt, sind 2 Metallblättchen befestigt, die bei den Balkenbewegungen in dem Ligroin wie Ruder schwimmen.

Wird nun durch die Röhre *a a'* geatmet bzw. gesprochen, so bewirkt die Strömung eine Erhöhung des Luftdruckes in die stromaufwärts gerichtete Röhre. Die Luft drückt sowohl gegen die Oberfläche des Ligroins wie gegen die Kapseln; wenn die Beweglichkeit der Kapseln, d. h. des Wagesystems, viel größer ist als die der Flüssigkeit, so wird die entsprechende Kapsel in die Höhe getrieben, bis die Druckausgleichung erreicht ist, und die Spitze führt entsprechende Bewegungen aus. Es sind aber zur Herstellung eines guten Apparates viele Bedingungen nötig. Das Wagesystem muß möglichst leicht

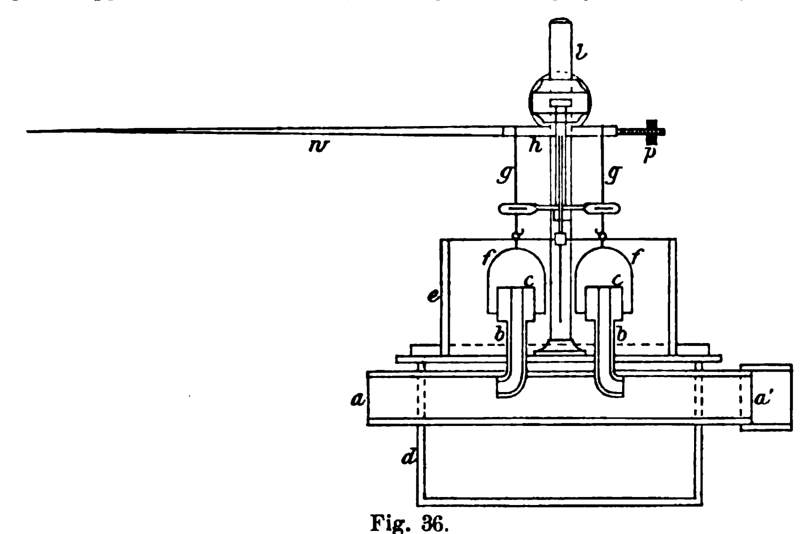


Fig. 36.
Aerodromograph nach Zwaardemaker (schematisch).

werden, denn eine Schwankung des Flüssigkeitsniveaus darf unter keinen Umständen stattfinden.[1]) Eine schwere Flüssigkeit zu nehmen geht auch nicht an, da die zur Druckausgleichung nötige Bewegung der Kapsel für einen gegebenen Druck dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit umgekehrt proportional ist. Aus dem gleichen Grunde ist die Kapsel eher groß zu nehmen. Bei der Aufhängung des Kapselpaares soll man für eine volle Stabilität der Gleichgewichtslage und eine große Empfindlichkeit sorgen.

Die Luftanstauung in der stromaufwärts gerichteten Röhre ist, wie oben gesagt, der kinetischen Energie der Stromes direkt proportional. Die kinetische Energie eines Kraftsystems von der Masse m und der Geschwindigkeit s ist bekanntlich

$$E = \frac{1}{2} m s^2;$$

da hier die Masse konstant ist, so verhalten sich die Luftanstauungen wie

1) Praktisch genommen; denn die Luftanstauung wird immer die Oberfläche um ein minimales Maß verdrängen.

Lumen hat, so verhalten sich die Geschwindigkeiten in $a\ a'$ wie die durch die Röhre fließenden Luftströmungen. Es seien also: a die die Luftanstauung wiedergebenden Ausschläge des Wagebalkens; b die entsprechenden Luftströmungen durch das Rohr $a\ a'$ und k eine Konstante, die von dem Bau des Apparates abhängt, so muß, damit der Apparat zuverlässig arbeitet, die Gleichung

$$a = k\,b^2 \tag{3}$$

stattfinden. Um dies zu prüfen, braucht man nur den Apparat zu eichen. Man setzt ihn mit einem Gebläse in Verbindung, dessen Strom zuerst durch eine Gasuhr streicht; auf der Achse der Gasuhr bringt man eine elektrische Kontaktvorrichtung an, die die Touren (Luftmengen) synchron aufschreibt. Durch eine gleichzeitige Zeitmarkierung erhält man alle zur Eichung nötigen Elemente. Eine von Zwaardemaker gegebene Probe zeigt, daß der aus den Bekannten a und b berechnete Faktor k bei einem Apparat, der den obigen technischen Anforderungen genügt, tatsächlich so gut wie konstant bleibt. Die Eichung muß für jede Kapsel (Ein- bzw. Ausatmung) einzeln vorgenommen werden, denn die Kapseln sind selten einander absolut gleich. Statt eines kontinuierlichen Luftstromes kann man durch eine passende Exzenteranordnung einen diskontinuierlichen Strom erzeugen.

Die Weite der Kapseln und die Reibungen bewirken eine gewisse Trägheit des Apparates, die sich durch eine Registrierverzögerung kundgibt. Nach den Untersuchungen Zwaardemakers ist diese Verzögerung jedoch konstant.

Für die Kontrolle und die Eichung der Geschwindigkeitsmesser hat J. ten Have (81) in Zwaardemakers Laboratorium eine elegante Methode ausgebildet. Um diese zu verstehen, kehren wir zur Fig. 35 zurück. Wenn wir das Luftvolum als Funktion der Zeit darstellen, so ist die Strömung, für ein Zeitintervall dx, die entsprechende Vermehrung der Funktion dy. Die Grenze für das Verhältnis $\frac{dy}{dx}$, wenn dx nach Null strebt, also die Derivierte der Volumfunktion, ist gerade die Strömungsgeschwindigkeit. Wenn wir also für einen Luftstrom die mathemathische Gleichung der Volumkurve kennen, so wissen wir auch, wie die Kurve des Geschwindigkeitsmessers auszusehen hat; und aus dem Verlauf der tatsächlich gelieferten Kurve können wir die Leistungen des Apparates beurteilen. Ten Have verbindet nun durch Hebelübertragung zwei gleichgroße, auswechselbare Volumschreiber vom Gadschen Modell mit einem schweren Pendel, dessen Schwingung jeden Volumschreiber alternativ erweitert und zusammendrückt (Fig. 37, schematische Aufstellung mit einem Aerodromometer). Die Bewegungen des Deckels zeichnen sich auf berußtem Papier; sie entsprechen den Volumänderungen und bilden, nach dem Pendelgesetz, eine einfache Sinuskurve. Die Derivierte von $\sin x$ ist bekanntlich $\cos x$. Wenn der

1) Ein anderer Faktor spielt noch eine Rolle, nämlich das Druckgefälle im Rohr (Derivierte der Druckfunktion), da der Druck nach dem offenen Ende zu abnimmt; für Gase ist aber die Druckabnahme minimal und kann in den meisten Fällen unbeachtet bleiben.

Strom des Volummessers durch einen Aerodromographen geht und die Geschwindigkeitskurve synchron aufgenommen wird, so muß sie die entsprechende Kosinuskurve darstellen. Die Elongationen werden sich an den verschiedenen Punkten wie die Quadrate der entsprechenden Elongationen der Sinuskurve (kinetische Energie des Luftstromes) verhalten, und die Phase ist um $\frac{\pi}{2}$ verschoben. Aus den Abweichungen von diesen a priori zu erwartenden Werten lassen sich die Konstanten des Apparates, bzw. die obwaltenden Fehler berechnen. Wenn die Volumkurve vorher geeicht worden ist, so kann man den Geschwindigkeitsmesser absolut eichen.

Aus den Kurven des Aerodromographen erhält man leicht die relativen

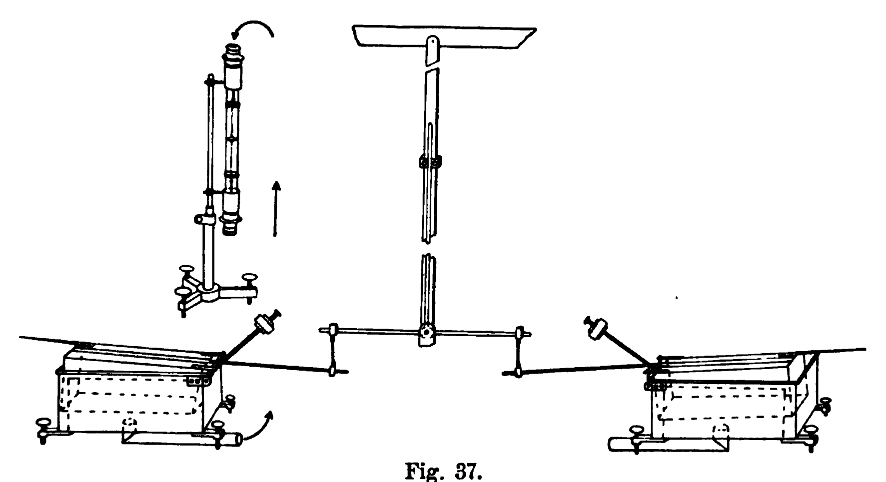


Fig. 37.
Methode zur Kontrolle des Geschwindigkeitsmessers nach Ten Have und Zwaardemaker.

Geschwindigkeiten. Aus dem Eichungsdiagramm, das die Ausschläge (Abszissen) und die entsprechenden Strömungsvolumina (Ordinaten) wiedergibt, braucht man nur die Quadratwurzeln der Ordinatenwerte auf eine gewisse Skala zu reduzieren. Die entsprechenden absoluten Geschwindigkeiten müßten aber erst aus der Gleichung (2) berechnet werden; doch haben sie nur einen beschränkten Wert, da sie sich auf das Rohr $a\ a'$, nicht auf die Mundöffnung beziehen.

Der Aerodromograph ist m. W. hauptsächlich für Atmungsversuche verwendet worden. Die stark diskontinuierliche Strömung beim Sprechen stellt an die Registriereinrichtung besonders hohe Anforderungen, und es ist nicht ausgeschlossen, daß der Apparat für phonetische Zwecke weniger geeignet ist. Er hat aber die mit dem Rußverfahren verbundenen Vorteile.

2. Bestimmung durch Anemometer. — Rousselot (7) S. 837 benutzt ein einfaches Torsionsanemometer. Ein Stück steifes Papier (Visitkarte) wird in der Längsachse an einem Faden angebunden, der vertikal gespannt wird. Durch eine Respirationsmaske bzw. einen Mundtrichter mit Leitungsröhre wird der Luftstrom gegen den Außenrand der Karte gerichtet, und

man rechnet die Tourenzahl während der Aussprache eines Lautes. — Technisch weit verfeinerter ist das Phonometer von Lucae (82), wo eine runde Glasscheibe in einem Rahmen um eine vertikale Achse schwingt; ein horizontaler Kreis mit Gradteilung erlaubt die Ablesung des Winkelausschlages. Zwaardemaker (83) hat auch (S. 439) die äußerst empfindliche akustische Torsionswage von Dvořák benutzt (s. Auerbach (106) S. 243). — Alle diese Methoden eignen sich nur für die Untersuchung isolierter Laute oder kleiner Lautgruppen.



Fig. 38.
Aerodromometer nach Zwaardemaker.

Im Aerodromometer von Zwaardemaker (84) wird die Platte nicht umgedreht, sondern hin und her geschleudert. In einem Glasrohr von der Weite der Trachea schwebt eine Aluminiumscheibe, die von zwei entgegengesetzten, oben bzw. unten befestigten Spiralfedern im Gleichgewicht gehalten wird (Fig. 38). Der Durchmesser der Scheibe ist kleiner als die Lumenweite des Rohres, und die Weite der entstehenden ringförmigen Spalte wird dem Zweck des Versuches angepaßt. Eine schmale Spalte gibt eine größere Empfindlichkeit; sie erhöht aber den Widerstand. Der Luftstrom bewirkt einen Druck auf die stromaufwärts gerichtete Seite der Scheibe und schleudert sie vorwärts, bis die Federspannung den Druck ausgleicht.

Das Glasrohr muß, wie leicht verständlich, absolut vertikal stehen. Der Ausschlag der Scheibe beruht auf der kinetischen Energie des Stromes, und wäre also theoretisch dem Quadrate der Geschwindigkeit direkt proportional. Der Reibungswiderstand in der Spalte und besonders die Federspannung wirken aber störend; der Spannungswiderstand wächst mit der Verlängerung der Feder, und die größten Ausschläge müssen also kleiner sein als die theoretisch zu erwartenden. Außerdem führt die Scheibe, bei rascher Geschwindigkeitsänderung, Eigenschwingungen aus. Die an die Federn zu stellenden Anforderungen stimmen auch nicht gut überein. Die Empfindlichkeit einer Spiralfeder erfordert, daß der Draht dünn und der Windungszylinder weit sind. Andererseits muß sich die Feder rasch zurückziehen, und diese Rücksicht erfordert umgekehrt einen gröberen Draht und einen schmalen Windungszylinder. Auch dürfen die Windungen nicht zu dicht sein, da die Feder sonst wie eine innere Röhre wirken würde. Man muß sich mit einem Kompromiß helfen. Die Wirkung der Schwere hat zur Folge, daß die in Ruhe gehaltene Scheibe sich allmählich etwas senkt; man braucht aber nur das Rohr von Zeit zu Zeit umzuwenden.

Der Apparat muß wie der Aerodromograph empirisch geeicht werden. Die von Zwaardemaker mitgeteilten Resultate zeigen tatsächlich, daß die theoretische Proportionalität nur für mäßige Ausschläge befriedigend verwirklicht wird; für die größeren Ausschläge stimmen die erhaltenen und die

theoretischen Werte nicht überein. Dagegen ist die Empfindlichkeit des Apparates sehr groß, und dürfte größer werden können als die des Aerodromographen. Nach der Methode von ten Have hat Zwaardemaker den Apparat geprüft und eine gute Korrespondenz gefunden; kleine Abweichungen im Verlauf der Geschwindigkeitskurve möchte er der Viskosität der Luft zuschreiben.

Wenn man als Rohr eine mit Teilung versehene Röhre benutzt, kann man mit dem Aerodromometer direkte Messungen vornehmen; die Anwendung ist aber auf isolierte Laute beschränkt. Um Lautgruppen untersuchen zu können, muß man die Ausschläge registrieren. Es geschieht photographisch; das Rohr wird vor der Spalte der Kamera aufgestellt und der Schatten der Scheibe (im horizontalen Schnitt) auf ein bewegtes empfindliches Papier

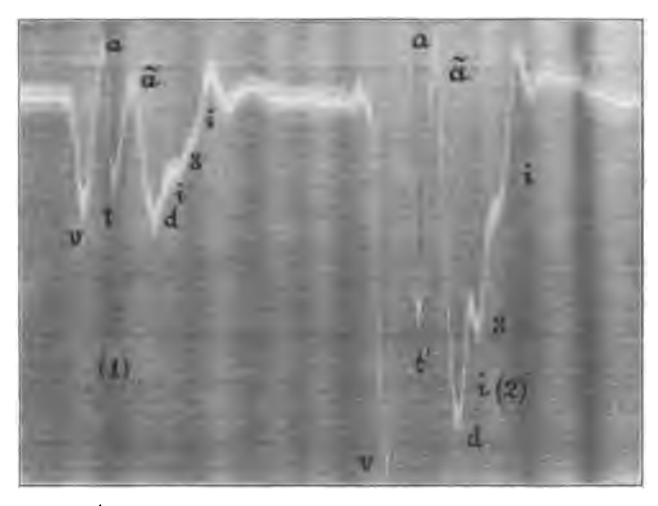


Fig. 39.
Mit dem Aerodrometer aufgenommene Kurve (Original).

geworfen. Von den erhaltenen Kurven gibt die Fig. 39 eine Probe.[1]) Wie die Kurven des Aerodromographen geben sie mittels der Eichungstabelle die relativen Geschwindigkeiten an; nur muß man die Eigenschwingungen der Scheibe eventuell eliminieren.

II. Indirekte Bestimmung aus der Volumkurve. — Die Geschwindigkeit bildet den Differentialquotienten der Volumfunktion. Aus der Kurve eines Volummessers kann man also die Geschwindigkeitskurve herleiten. Was man braucht, ist nicht der absolute Wert der Derivierten, sondern der Verlauf der Kurve. Diesen Verlauf (relative Werte der Derivierten für die verschiedenen Abszissen) erhält man aber, wenn man für die verschiedenen Strecken der Volumkurve den Quotienten $\frac{dy}{dx}$ bildet; das Verhältnis dieser

1) Von mir in Utrecht gesprochen („va t'en d'ici", in phonet. Schrift vatädisi; 2 stärker als 1) und von Zwaardemaker aufgenommen.

Quotienten zueinander ergibt die gesuchten Resultate. Die Volumkurve wird eingeteilt, wie aus Fig. 35 ersichtlich, und jedes dx und dy gemessen. Die dx müssen so klein genommen werden, daß der entsprechende Kurvenzug einen gleichmäßigen, praktisch geraden Verlauf zeigt. Am bequemsten ist es, äquidistante Ordinaten (dx überall gleich) zu nehmen; dann verhalten sich die Werte der Derivierten wie die sukzessiven dy zueinander. Die erhaltenen Werte werden auf eine bestimmte Skala reduziert und die punktweise erschlossene Kurve auf quadriertes Papier gezeichnet.

Ein Nachteil der obigen Methoden, wo ein Luftfänger mit Leitungsröhre zur Anwendung kommt, ist, daß sie die untersuchte Geschwindigkeit eigentlich in einer gewissen Entfernung von der Mundöffnung und durch die Röhre verändert aufzeichnen; für die Volumenuntersuchung ist dieser Umstand natürlich ohne Bedeutung. Will man, wie es für ein vollständiges Studium erforderlich ist, die Verhältnisse und besonders die Homogeneität der Strömung eingehend untersuchen, so muß man anders verfahren. Es sind auch für diese Zwecke einige Methoden ausgebildet worden.

Um die Geschwindigkeit so nahe wie möglich an der Mundöffnung zu studieren, wird man im Aerodromographen oder im Aerodromometer die Leitungsröhre auf ein Minimum reduzieren.

Wenn man den Querschnitt der Luftsäule auf die Strömungsgeschwindigkeit untersuchen will, kann man mit Zwaardemaker (83) besondere Pitotsche Röhren anwenden, die ein sehr kleines Lumen (3×2 mm) haben und auf einem zweckmäßigen Stiel befestigt sind. Sie werden in verschiedenen Abständen von der Mundöffnung und an verschiedenen Stellen der Spaltenbreite gehalten. Zur Markierung der Luftanstauung dient entweder ein sehr empfindliches Manometer (mit Ablesung) oder der Aerodromograph (mit Registrierung). Um die jedesmalige Einstellung der Röhre in bezug auf den Querschnitt des Stromes festzustellen, dürfte es sich empfehlen, zuerst eine Photopraphie der Mundstellung zu nehmen, auf welcher die Stellungen der Röhre verzeichnet werden.

Ein optisches Verfahren zum Studium des Luftstromes ist von Adr. Guébhard (86) angegeben worden. Es besteht darin, daß die ausströmende Luftsäule gegen eine horizontale Fläche gerichtet wird, die die heterogene Zusammensetzung des Luftstromes anschaulich macht. Guébhard spricht in einer Entfernung von ca. 1 cm gegen die eben gestreifte Fläche einer Quecksilberschicht (man soll lieber unreines Hg nehmen, das weniger labil ist als das reine Metall) und bekommt für die verschiedenen Laute charakteristische Figuren, mit deutlicher Heterogeneität des Querschnittes. Für den Versuch soll das Hg kalt und der Atem sehr feucht sein; hinter die Schale stellt man einen weißen Hintergrund. Statt des Quecksilbers kann man auch eine dünne, irisierende Schicht Teeröl anwenden. Vielleicht läßt sich das Verfahren der Atemfleckenphotographie nach Zwaardemaker (s. d. Handb. III, 1, S. 62) diesen Zwecken anpassen.

Wenn man die Strömung aus der Nase und aus dem Mund vergleichen will, könnte man an die Anwendung der von Zwaardemaker (87) ausgebildeten Methode der Widerstandsbrücke denken, die in der Elektrizitätslehre (Wheatstonesche Brücke) geläufig ist.

„Man denke sich ein Zweigsystem, dessen Arme sich, nachdem sie eine Zeitlang getrennt verlaufen sind, wieder vereinigen, z. B. beide in freier Luft ausmünden. In diesem System befinde sich zwischen den beiden getrennten Röhren an irgendeiner Stelle eine Verbindung, die Brücke strictiori sensu heiße, so ist es klar, daß, wenn sich in diesem System ein Luftstrom bewegt, je nach dem Röhrenwiderstande in den Teilen sehr verschiedene Strömungen existieren können. Durch Regulierung der Widerstände kann erreicht werden, daß keine Änderung weder in den Strömungsrichtungen noch in den Strömungen eintritt. — Dann wird sich eine Proportion gebildet haben zwischen den von der Brücke vereinigten proximalen und distalen Zweigen" (a. a. O. S. 401).

Zwaardemaker hat u. a. eine Luftbrücke für plötzlich abgebrochene Luftströme gebaut und zur Vergleichung der beiden Nasenhälften beim Atmen, Schnüffeln und Nießen verwendet; ein anderes Modell dient zu Atmungsversuchen. Der Apparat ist allerdings schwer zu handhaben, und es ist auch sehr wohl möglich, daß die Geschwindigkeit und der Druck des Luftstromes zu groß sind, um brauchbare Resultate zu liefern. In der eigentlichen Brücke verwendet Zwaardemaker, zur Markierung der Strömungsunterschiede und zur Aufsuchung des Gleichgewichtes, entweder ein empfindliches Manometer oder das noch empfindlichere Aerodromometer. Vielleicht könnte man letzteres Instrument einzeln benutzen; man würde eine Seite mit der Nase, die andere mit dem Mund verbinden und beobachten, nach welcher Seite und um wieviel die Scheibe verschoben wird.

Abteilung II.

Die Untersuchung innerhalb des Ansatzrohres.

Da die Nasenhöhle, abgesehen von den Bewegungen des Velums, ihre Gestalt so gut wie nicht verändern kann, so konzentriert sich das Interesse auf die Untersuchung der Mundhöhle und der Luftröhre.

A. Der Luftdruck. — Den Luftdruck kann man mit Sievers in primären Druck (unterhalb der Stimmritze) und sekundären Druck (oberhalb der Stimmritze) nach dem Kraftverbrauch im Kehlkopf) einteilen.

Der primäre Druck ist nur in Ausnahmefällen der Untersuchung zugänglich, nämlich bei Patienten, denen eine Tracheafistel angelegt worden ist. Cagniard-Latour (88), Grützner (60), Roudet (89) haben solche Patienten untersucht. Die Bedingung für die Erhaltung einwandsfreier Resultate ist natürlich, daß die Versuchsperson eine normale Stimme besitzt. Aus diesem Grunde war der von Grützner untersuchte Mann weniger geeignet als die Versuchsperson Roudets, ein älterer Pariser, der vor längerer Zeit wegen nervöser Krämpfe operiert worden war und aus Angst vor einen Rückfall die Fistel beibehalten hatte. Ich hoffe auch in der nächsten Zukunft einen analogen Fall untersuchen zu dürfen.

Oberhalb der Stimmritze läßt sich der sekundäre Druck bei Verschlußlauten im allgemeinen ganz bequem bestimmen. Ein Rohr wird in die Mundhöhle bis hinter den Verschluß eingeführt und leitet zum Druckmesser. Am leichtesten sind die Labialen zu untersuchen, da die Röhre nicht weiter als zwischen die Zähne zu reichen braucht. Sehr bequem ist die von Seydel (76) verwendete Form (Fig. 40): das erweiterte Ende der

Röhre schmiegt sich gut an die Zahnwand, und das quadratische, dünne, flache Ausflußrohr ist besser als die runden Röhren. Für die Dentale muß die Röhre bis zur Grenze zwischem hartem und weichem Gaumen geführt und nach dem Profil der Gaumenwölbung umgebogen werden. Die Untersuchung von Gutturalen, speziell von velaren Okklusiven würde die Verlängerung bis zur Pharynx erfordern; die Störung der Aussprache dürfte aber zu groß sein, um eine zuverlässige Aufnahme zu erlauben.

Bei Öffnungslauten stößt die Druckaufnahme auf manche Schwierigkeit. Wenn man während der Verschlußzeit einer Explosion die Luft in das Manometer führt, so wird der Charakter des Lautes dadurch nicht verändert. Wenn man aber für einen Öffnungslaut das Ausflußrohr so anlegt, daß es die Mundöffnung luftdicht sperrt, so wird der Öffnungslaut in einen künstlichen Verschlußlaut verwandelt und die Luftanstauung stört die natürlichen Druckverhältnisse. Ist die Lumenweite des Rohres kleiner als die Mundöffnung, so daß die Strömung unbehindert vor sich gehen kann, so ist



Fig. 40.
Röhre nach Seydel zur Aufnahme des Luftdruckes im Munde.

zwar der Lautcharakter beibehalten; die gegen die Stromrichtung quergestellte Röhre wirkt aber wie eine Pitotsche Röhre und verzeichnet also sowohl die Stromgeschwindigkeit wie den an der Aufnahmestelle herrschenden Druck.

Jede Untersuchung des primären Druckes sollte, wenigstens für die Verschlußlaute, mit einer Druckaufnahme in der Mundhöhle verbunden werden, damit man z. B. für tönende Verschlußlaute den von der Stimmbildung verursachten Druckfall bestimmen kann.

Als Abgeberapparat hat man verschiedene Einrichtungen verwendet. Am einfachsten sind die offenen U-Röhren, die mit gefärbtem Wasser teilweise gefüllt werden (wegen der kleinen Druckwerte kann man Hg nicht gut gebrauchen). Weit empfindlicher (bis 40 mal) ist ein von Smits (90) nach v. Kretz konstruiertes Mikromanometer, wo eine Anilin- und darüber eine Wassersäule geschichtet sind. Eine mit mm-Teilung versehene Skala soll am distalen Zweig des Manometers angebracht werden. Die Empfindlichkeit läßt sich durch die Wahl der Lumenweite abstufen. Ein dünneres Rohr gibt größere Empfindlichkeit, folgt aber den raschen Änderungen weniger gut als ein weiteres.

Diese Röhrenmanometer erlauben nur Messungen. Zur Registrierung muß man Membranmanometer anwenden. Weeks (91) bedient sich einer schmalen Röhre (2 mm Durchmesser) in Verbindung mit einer Mareyschen Kapsel; ähnlich Seydel (76). E. A. Meyer (92), der dasselbe Verfahren verwendet, gebraucht (S. 124) eine mit dünner Gummimembran überzogene

Kapsel von 2 mm Tiefe und 20 mm Durchmesser.[1]) Die Kapsel muß breit sein, damit die Membran nicht zu stark ausgebuchtet wird, und die Membran selbst gleichmäßig und stark gespannt werden. — Ich wende meistens ein empfindliches Manometer nach Hürthle (s. Hämodynamik) an, mit Leitungsröhre aus Blei, und fülle die Leitung mit Wasser bis auf einige Zentimeter von der Öffnung. Gegen diese Anordnung macht Meyer (a. a. O. S. 124, Fußn. 2) den Einwand, daß die Trägheit bedeutend wird, und daß die Schleuderung der nicht kompressiblen Flüssigkeit während des Druckanstieges die Kurve verzerrt. Ich habe aber gefürchtet, daß die Luftkompression in dem Weeksschen Manometer auch Ungenauigkeiten hervorrufen könne; und was die Schleuderung betrifft, so ist eben ein Ventil am Hürthleschen Apparat dafür vorgesehen. Kontrollversuche, die ich mit plötzlichen Druckänderungen (alternativ 25 cm Wasser und null) vorgenommen habe, fielen jedenfalls befriedigend aus. Dagegen erwecken die mitgeteilten Meyerschen Kurven den Verdacht, daß die Membran Eigenschwingungen ausführt (was von Meyer zugegeben wird), bzw. gerade Schleuderungen erfährt; denn der dem ersten Druckanstieg folgende bedeutende Fall der Spitze mit den zwei folgenden, deutlichen, gedämpften Sinusschwingungen dürfte kaum den wahren Verhältnissen entsprechen. Neuerdings bekam ich in Zwaardemakers Laboratorium, mit einer allerdings dickeren Membran, keine solche Erscheinung. Aus der Arbeit Meyers geht nicht hervor, ob er ähnliche Kontrollversuche gemacht hat wie die oben erwähnten. — Übrigens glaube ich, daß beide Verfahren unvollkommen sind, und würde auf die Frankschen Manometer (Federmanometer, Spiegelmanometer) größere Erwartungen stellen (s. Hämodynamik). Die dem Blutdruck angepaßten Instrumente dürften zu kleine Ausschläge geben, da die gewöhnlichen Druckwerte, womit man zu tun hat, ca. 15 cm Wasser betragen; es sind aber empfindlichere Modelle hergestellt worden (s. Seemann (135).

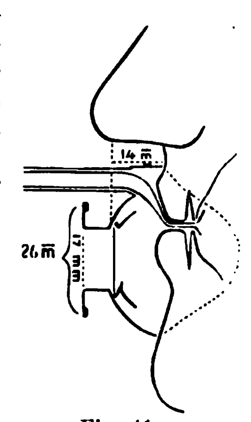


Fig. 41.
Aufstellung von Luftdruckröhre und Mundtrichter nach Seydel.

Die Membranmanometer müssen mittels Röhrenmanometer geeicht werden; die Eichung ist besonders einfach.

Die Luftdruckuntersuchung läßt sich sehr gut mit der Luftstromregistrierung vereinigen; ein Loch im Mundtrichter[2]) läßt der Röhre freien Durchgang (Fig. 41).

B. Die Geschwindigkeit. — Die Geschwindigkeit des Luftstromes für Öffnungslaute wird mit denselben Instrumenten untersucht, wie oben S. 60ff. angedeutet; nur müssen die Luftfänger verschieden tief eingesteckt werden können. Bei Lauten mit breiter Mundöffnung (z. B. *a*, offenes *ä* und offenes *o*) ist es nicht schwer, bis zum hinteren Mund zu gelangen; die Laute mit enger Mundöffnung und Hebung der Vorderzunge stellen aber der Untersuchung bedeutende Schwierigkeiten entgegen. Um die Geschwindigkeit in der

1) Meyer schreibt diese Anordnung Wright zu, was wohl ein Schreibfehler für Weeks ist; mir ist wenigstens keine diesbezügliche Arbeit von einem Wright bekannt.

2) Die Klischees zu den Figg. 40 u. 41 sind von Dr. Seydel gütigst mitgeteilt worden.

Höhe des Kehlkopfes zu studieren, könnte das von Katzenstein (93) zur Aufnahme des reinen Kehltons angewendete Verfahren probiert werden. Ein zweckmäßig gebogenes Rohr wird bis zur Stimmbandgegend eingeführt: die Dimensionen werden so gewählt, daß das Rohr die Kehlkopfbreite füllt. Das distale Ende wäre mit einem Geschwindigkeitsmesser zu verbinden.

Man hat hier gegen dieselben Schwierigkeiten zu kämpfen wie für die Druckaufnahme, nämlich daß gewisse Instrumente auch vom Druck beeinflußt werden. Das Aerodromometer, das von diesem Fehler frei ist, kann nach Zwaardemaker für solche Untersuchungen bis jetzt nicht angewendet werden. Überhaupt sind die meisten Methoden zum Studium der Aerodynamik der Luftwege stark verbesserungsbedürftig.

C. Die Richtung; Stromgestalt überhaupt. — Wie oben angedeutet, verursacht die unregelmäßige Form des Ansatzrohres starke Wirbel, so daß der Luftstrom keine einheitliche Richtung haben kann und sogar bei exspirierten Lauten die Luft in gewissen Gegenden nicht geradeaus, sondern bogenförmig einwärts gerichtet werden muß. Die Untersuchung dieser Verhältnisse steckt aber noch in den Anfängen.



Fig. 42.
Windkasten nach Lootens mit Rauchquelle.

Für das Studium der Luftwirbel in den Tonquellen hat Lootens (94) bereits in den 70er Jahren eine elegante Methode ausgebildet, welche die ihr gebührende Verbreitung noch immer nicht gefunden hat.[1]) Seine Arbeiten beziehen sich allerdings auf die Lippenpfeifen, können aber auf andere Tonquellen erstreckt werden. Der Windkasten des verwendeten Gebläses (Fig. 42) enthält zwischen *a* und *c* eine zylindrische Röhre, die unten mit Drahtnetz geschlossen ist; sie wird mit Tabak gefüllt und der Tabak angezündet. Diese Art Rauchpfeife liegt auf einer dicken Bleiplatte, die die Wärme absorbiert und von einem Loch durchbohrt ist, welches mit dem Register *b'* des Orgeltisches in Verbindung steht. Je nachdem man *c'* oder *b'* öffnet, strömt entweder reine Luft oder mit Tabakrauch vermengte Luft in die Tonquelle ein; während der Versuche alterniert man beide Ströme je nach Bedarf. Die Pfeifen werden mit einer Glaswand versehen. Um von den von Lootens erhaltenen Resultaten eine Vorstellung zu geben, seien hier zwei Proben mitgeteilt, deren eine (Fig. 43) den Verlauf des Luftstromes in einer offenen

1) Für die Übersendung eines S. A. der nicht mehr im Verlag befindlichen, schwer zugänglichen Arbeit von Lootens (einem belgischen Jesuitenfrater) bin ich dem Pater de Vos-Brüssel zu Dank verpflichtet.

pfeife gebildeten Wirbel zeigt. Letzteres Bild hat für uns um so mehr Interesse, als ein transversaler Schnitt des Kehlkopfes (von links nach rechts) für die Stimmritze, das ventriculum Morgagni und die Taschenbänder, wenigstens bei der Falsettstimme, ein analoges Profil liefern würde.

Die Lootenssche Methode ist auf das Studium des Kehlkopfes von Zwaardemaker (95) zuerst angewandt worden, der einen Ochsenkehlkopf als Untersuchungsgegenstand nahm. Durch die Konstruktion künstlicher Ansatzröhren könnte man auch z. B. die Leistung der Polsterpfeifen von Ewald (96) S. 180 prüfen. Für die Untersuchung der Verhältnisse in der

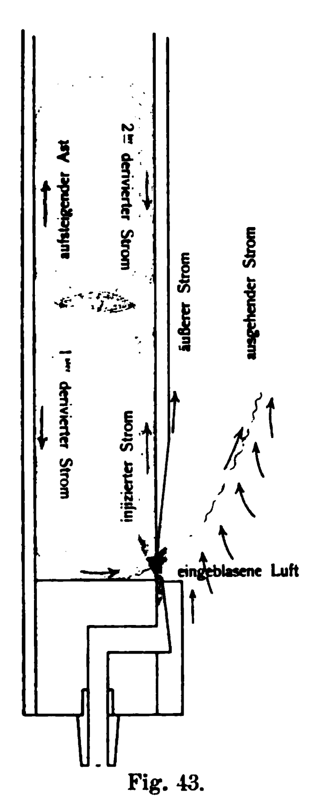


Fig. 43.
Bewegung der Luft in einer offenen Orgelpfeife.

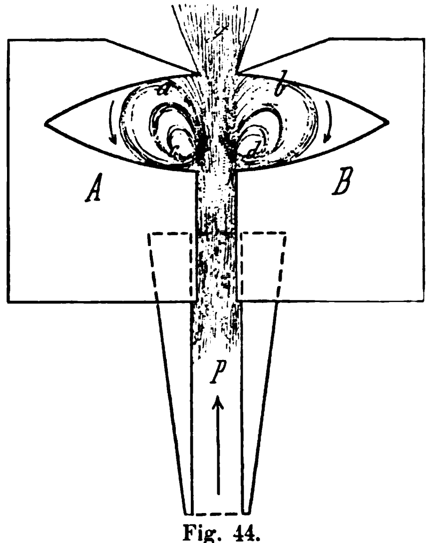


Fig. 44.
Bewegung der Luft in einer Lockpfeife.

Nasenhöhle ist auch von mehreren Forschern die mit Tabakrauch gemis Luft verwendet worden (Zwaardemaker (95) S. 145). In diesem kann der Versuch den normalen Verhältnissen relativ leicht angepaß den: ein anatomisches Präparat wird die Mittellinie entlang gesägt u gläserne Wand an die Stelle der Knochen- und Knorpelwand gese

Die Untersuchung der Mundhöhle und des Kehlkopfes ist viel sc da nicht nur die Form des Ansatzrohres, sondern die Beschaff Wände bei der Gestaltung des Luftstromes sicher eine Rolle spie Lootensschen Methode angepaßtes Verfahren ist von Gellé gewandt worden: die Pharynx wird mit aspiriertem Tabaksrauc nachher ein Laut ausgesprochen: im Spiegel sieht man die Be Rauchmasse. Thooris (99) modifiziert das Rauchverfahren nc Untersuchung nimmt er Glasröhren, die in der Mitte eine kuge

tragen und vorn leicht gebogen werden; die Röhre wird in der Mitte mit Tabaksrauch gefüllt, und das gebogene Ende wird quer gegen die Stromrichtung geführt. Die Untersuchung wird an 4 Stellen vorgenommen: an der Zäpfchenbasis, an der Grenze zwischen hartem und weichem Gaumen, hinter den Backzähnen und vor den Schneidezähnen. In der Kugel entstehen Wirbel, und der Rauch wird mehr oder weniger vollständig ausgetrieben; diese Bilder werden gezeichnet. Natürlich sind dies sekundäre Wirbel.

Neben dem Rauchverfahren hat sich Lootens auch anderer Hilfsmittel bedient, z. B. kleiner, leichter Propeller, die, um eine Spitzenachse leicht drehbar, durch ihre Bewegung die Stromrichtung angeben. Etwas ähnliches hatte Gellé (97b) zuerst verwendet, indem er kleine, gebohrte Scheibchen Papier auf eine Stricknadel setzte und die Nadel in den Mund einführte: an gewissen Stellen wurden die Scheiben nicht vor-, sondern rückwärts geschoben. Wie Bonnier (98a) bemerkt, ist das Verfahren jedoch nicht zuverlässig, da die starre Nadel die Beweglichkeit der Scheiben zu sehr beeinträchtigt, und Gellé hat es durch seine Rauchmethode ersetzt.

Endlich hat in Zwaardemakers Laboratorium K. Noyons die Wirbel nach einer dem Thoorisschen Verfahren ähnlichen Methode untersucht, die in der Meteorologie üblich ist: die Röhre wird quer in die Stromrichtung gestellt und mit einem empfindlichen Manometer verbunden (Zwaardemaker (83) S. 442). Die Ausschläge sind hier auch von Druck und Geschwindigkeit zusammen bewirkt. Ein aus den Resultaten hergestelltes Schema für den Vokal *a* ist a. a. O. S. 441 als Beispiel beigegeben worden.

Kapitel III.

Die akustischen Eigenschaften des Luftstromes.

Von den Eigenschaften des lautbildenden Luftstromes sind die akustischen am wichtigsten; denn beim Studium der Aerodynamik des Luftstromes hat man es immer mit einem gewissen, übrigens variierenden Quantum wilder Luft zu tun, die zur Hervorbringung des akustischen Eindruckes, worauf es schließlich ankommt, nichts beiträgt. Die hier in Betracht kommenden Eigenschaften sind: der sonor- oder geräuschartige Charakter des Lautes, die Stimmtonverhältnisse (Stimmhaftigkeit, Stimmlosigkeit mit allen Zwischenstufen), die Tonhöhe mit deren Verlauf, die Klangqualität, die Stärke oder Intensität des Lautes. Dazu käme noch der zeitliche Verlauf dieser Merkmale, oder was man Lautdauer nennt, streng genommen keine akustische Eigenschaft.

Die Beobachtungsmittel.

Die Sinnesorgane, die wir zur Beobachtung benutzen können, sind das Getast und vor allem das Gehör.

Die Tastempfindungen geben über die Stimmverhältnisse Aufschluß (Vibrationsgefühl). Die dem Kehlkopf oder dem Ansatzrohr angelegte Fingerkuppe fühlt die Vibrationen und kann auch Stärkeunterschiede dieser Vibrationen ziemlich gut wahrnehmen. Eingehende Untersuchungen von Gutzmann (100) haben gezeigt, daß der Tast auch Tonhöhen, obwohl gröber, perzipieren kann, und daß Unterschiede von einem ganzen Ton sich gut feststellen lassen. Dazu bediente sich Gutzmann hauptsächlich elektrisch angetriebener Stimmgabeln, deren Schwingungen durch Lufttransmission dem Finger bzw. dem Kehlkopf übertragen werden. — Im Vergleich mit den Leistungen des Gehörs ist es wenig, aber doch nicht zu verachten.

Das Ohr ist das wichtigste Beobachtungsmittel, und in mancher Hinsicht überhaupt das beste Untersuchungsmittel für die Akustik des Luftstromes. Wenn auch die wunderbare Präzision in der Auffassung haarfeiner Unterschiede und verwickelter Kombinationen, wovon die Fortpflanzung sprachlicher Eigentümlichkeiten zeugt, für die Leistungsfähigkeit des bewußt analysierenden Ohres nicht ohne weiteres maßgebend ist, so weiß man erfahrungsgemäß, wie sogar phonetisch ungeschulte Personen abweichende Aussprachen fühlen und bemerken, natürlich ohne daß sie immer die Abweichungen angeben könnten. Die Schärfe des Ohres kann durch Übung gesteigert werden, und wird es tatsächlich durch die Gewöhnung an fremde Verhältnisse. Es ist eine jedem Forscher lebender Sprachen und Dialekte bekannte Tatsache, daß die in den ersten Tagen gemachten Aufzeichnungen nur einen provisorischen Wert haben, und daß manche Einzelheit, nach eingehenderer Kenntnisnahme des gesamten Lautbestandes, anders und richtiger aufgefaßt wird.

Was das Unterscheidungsvermögen des Ohres betrifft, so ist es für verschiedene Eigenschaften verschieden. Am wenigsten empfindlich scheint es für Intensitäten zu sein, wo die Unterschiedsschwelle auf 25 % veranschlagt wird (andere Angaben sind günstiger, bis ca. 9—10 %; vgl. darüber psychophysiologische Handbücher). Die Tonhöhen werden weit feiner unterschieden. Die psychophysischen Angaben können aber hier nicht direkt verwertet werden, da die meisten sich auf die Wahrnehmung reiner Töne von Musikinstrumenten beziehen. Hier muß zuerst hervorgehoben werden, daß die Hörfeinheit für musikalische und für sprachliche Töne, Intervalle und Melodien durchaus nicht zusammenzufallen braucht; es gibt ausgezeichnete Phonetiker, die kein musikalisches Gehör haben, und musikalisch begabte Personen, die Sprechintervalle überhaupt nicht, oder nur sehr schwer wahrnehmen. Andererseits scheint die Perzeption der Tonhöhe mit der Klangfarbe in gewissem Verhältnisse zu stehen: die Vollstimme erlaubt sicherere Bestimmungen als die Flüsterstimme, wo große Schätzungsfehler nicht selten vorkommen. M. W. sind keine systematischen Untersuchungen über den Gegenstand ausgeführt worden, denn die Arbeiten von Klünder (101), Hensen (102) u. a. beziehen sich auch, und sogar hauptsächlich auf die Wiedergabe eines perzipierten musikalischen Tones, so daß die konstatierten Fehler sowohl die Auffassungs- wie die Wiedergabefehler unzertrennlich enthalten.

Es wäre weiter zu untersuchen, inwiefern die Tonbewegungen (steigend, fallend usw.) auf die Wahrnehmbarkeit der Tonhöhe überhaupt Einfluß haben. — Hier ist zu bemerken, daß die Beobachtung der Sprechtonhöhen

entweder relative oder absolute Angaben im Auge haben kann; die letztere Feststellung ist schwieriger und erfordert eine spezielle, musikalische Schulung, die für die erstere nicht notwendig ist. Selbstverständlich sind absolute Angaben immer vorzuziehen; doch sind die nur relativen Angaben auch sehr wertvoll.

Wie fein das Ohr die Sprechtonhöhen auch festzustellen vermag, so ist es doch unzweifelhaft, daß die Apparate weit genauere Angaben liefern. Mit der Untersuchung der Klang- und Stimmqualitäten ist es aber ganz anders bestellt. Für die Bestimmung der Stimmtonverhältnisse und der Stimmqualitäten (Voll-, Flüster-, Baßstimmen usw.) ist das, nötigenfalls mit dem Stethoskop [1]) verstärkte Ohr ein ausgezeichnetes Beobachtungsmittel, das einen wirklich geübten Phonetiker nicht so leicht im Stich läßt. Deshalb sind Angaben, wie man sie mitunter in phonetischen Arbeiten zu lesen bekommt, daß gewisse akustische Merkmale von Sprechlauten nur experimentell, aber auf subjektivem Wege nicht erkennbar sind, mit großer Reserve aufzunehmen; denn es hat sich m. W. manchmal herausgestellt, daß die resp. Forscher die bescheidene Einschränkung „für mich“ hätten hinzufügen sollen. Man könnte beinahe den Satz aufstellen: was der Apparat klar und deutlich aufweist, ohne daß ein Apparatenfehler vorliegt, muß auch von einem geübten Ohr unter günstigen Beobachtungsverhältnissen gehört werden können. Dasselbe gilt von den Klangqualitäten. Natürlich darf man nicht von unserem Ohr, wie von den Sinnesorganen überhaupt, Resultate fordern, wofür es nicht bestimmt ist. Wenn wir uns aber auf den Gesamteindruck, den ein Laut auf das Ohr macht, auf den Habitus des Lautes sozusagen, beschränken, so ist es wohlbekannt, daß das Unterscheidungsvermögen eines guten Ohres staunenswert ist. Um das Zeugnis des Gehörs in dieser Beziehung abzulehnen, müßte man den Beweis erbringen, daß die genaue Analyse (z. B. nach Fourierschen Reihen) der Kurven, die der beste Aufnahmeapparat für zwei gerade noch deutlich unterscheidbare Nuancen eines Lautes liefert, ebenso deutlich verschiedene Resultate zeigt. So weit sind wir in der Technik noch nicht gekommen. Wenn Apparat und Gehör einander widersprechen, so soll man mit der Verwerfung der Beobachtungsresultate äußerst vorsichtig sein. Von den Resultaten der Dialektforschung nach den Beobachtungsmethoden sind also die Feststellungen der Lautnuancen (soweit es sich um die bloße Konstatierung der Klangverschiedenheit handelt) der sicherste Teil.

Es sind Untersuchungen vorgenommen worden, um die Unterscheidbarkeit der Klang- und Stimmqualitäten durch das Ohr festzustellen. Die gewöhnliche phonetische Erfahrung zeigt zuerst, daß die Leistungsfähigkeit des Ohres mit jener des eigenen Sprechapparates in Beziehung steht, so daß Meinhoff den (meines Erachtens doch übertriebenen) Satz aufstellt: man hört nur das genau, was man selbst sprechen kann. (Gutzmann (9) S. 133.) Für die genauere Bestimmung der Ohrleistungen hat man nur solche Untersuchungen zu berücksichtigen, wo Lautgruppen, mit Vollstimme ausgesprochen, zur Anwendung kamen. Sinnvolle Wörter oder Sätze zu verwenden, ist nicht

1) Das Mikrophon ist zu verwerfen, da es, wenn überhaupt tauglich, fremde Geräusche mit verstärkt, die die Beobachtung unmöglich machen (Gutzmann (9) S. 121).



gut, denn die akustischen Erinnerungsbilder und die begriffliche Bedeutung kombinieren sich mit den nackten Empfindungen, um die Wahrnehmung entweder zu erleichtern oder umgekehrt zu erschweren.[1] Rousselot (7) S. 1014 ff. hat die Abstandsgrenzen festzustellen versucht, innerhalb welcher isolierte Laute oder Lautgruppen vom Hörer noch sicher aufgefaßt werden. Gutzmann (103) kombiniert aus Silben eine größere Anzahl sinnloser, ein- oder mehrsilbiger Wörter, die er entweder diktiert oder telephoniert.[2] Um anwendbare Resultate zu erhalten, muß man selbstverständlich phonetisch gebildete Versuchspersonen nehmen; denn nicht auf die Fähigkeit des Durchschnittsmenschen, sondern auf die Leistung des Fachmannes kommt es hier an. Die Untersuchungen zeigen, daß die Vokale und Liquidae unvergleichlich deutlicher perzipiert werden als die Geräuschlaute; nach Gutzmann wären in dieser Hinsicht die Sprachlaute etwa so zu ordnen: Vokale und Liquidae $>$ Halbvokale $>$ Nasale $>$ Reibelaute $>$ Mediae $>$ Tenues.

Diese Untersuchungen sind aber insofern ungenügend, als einerseits das Untersuchungsmaterial, speziell für die Vokale, zu summarisch ist, und andererseits die Abstandsbestimmungen keine wesentliche Bedeutung haben. Für die Auffassung mancher Erscheinung in der Sprachentwicklung haben solche Forschungen einen Wert, den ich durchaus nicht verkenne; was wir aber brauchen, ist zu wissen, bis zu welchem Feinheitsgrad es ein Fachmann bei der Lautunterscheidung bringen kann. Es müssen also feine Nuancierungen zur Erkennung vorgelegt werden. Ebenso ist es klar, daß man zuverlässige, wissenschaftlich unanfechtbare phonetische Bestimmungen nicht auf Meterabstand macht, sondern dicht vor der Versuchsperson muß stehen können. Deshalb wäre das Resultat von Übungen, wie sie in einem phonetischen (bzw. philologischen) Seminar mit angehenden oder fertigen Spezialisten abgehalten werden, für die Lösung solcher Fragen besonders wertvoll.

Für die Perzeption der Dauer ist das Ohr empfindlicher als für die Intensität (Unterschiedsschwelle als 10 % angegeben), aber weniger als für musikalische Tonhöhen und Klangfarben. Von absoluten Angaben kann hier wegen der überaus kurzen Dauer der Laute keine Rede sein; dazu ist das Experiment unerläßlich. Was die relativen Angaben betrifft, so scheint aus den Untersuchungen über Akzent, Quantität und Rhythmus die Tatsache hervorzugehen, daß die reine Dauerwahrnehmung von der Form der Intensitäts- und der Tonhöhenkurve beeinflußt ist, indem gewisse Formen des Silbenakzentes an und für sich länger, andere kürzer vorkommen; dieser Umstand ist bis jetzt nicht systematisch untersucht worden. Andererseits ist die Dauerperzeption erfahrungsgemäß von den Stimmverhältnissen beeinflußt; die Tendenz besteht, tonlose Laute, die als eine Art Abbruch in dem Stimmtonkontinuum wirken, als kürzer aufzufassen, als sie in der Wirklichkeit sind. Überhaupt dürften die Lauteigenschaften, Laute oder Kombina-

1) Rousselot (7) S. 36 macht mit Recht geltend, daß der Untersuchte den Ausruf „ma pauvre femme!“, ausgesprochen „ma pōf fam,“ wahrscheinlich „ma pōv fam“ mit Elision von re, aber keiner Assimilation auffassen wird, während er „pō pōf pō“ richtig wahrnehmen dürfte.

2) Die Anwendung selbst eines guten Telephons ist nicht einwandfrei, da die von den beiden Membranen bewirkten Klangänderungen auf die Resultate einwirken. Die allgemeinen Resultate bleiben jedoch im großen und ganzen bestehen.

tionen, die die Aufmerksamkeit mehr auf sich richten, eine größere scheinbare Dauer haben. Auf diese Fehlerquellen muß man also bei den Beobachtungen bedacht sein. Doch lassen sich mit dem Ohr schöne und feine Unterscheidungen durchführen.

Die Beobachtungsmethoden.

Betreffend die Intensität (und die Dauer) ist man auf die subjektive Schätzung hingewiesen. Diese Methode erlaubt eigentlich nur ziemlich einfache Bestimmungen: Gleichheit oder Ungleichheit der Stärke, und grobe Schätzungen (1:2, 1:3 usw.), soweit der Ausdruck «*n* mal stärkere Empfindung» einen Sinn hat, und mit der von der Unterschiedsempfindlichkeit bedingten Genauigkeit. Eine weitere Schwierigkeit liegt darin, daß die beobachteten Laute oder Lautgruppen sukzessiv ertönen, so daß die Schätzung sich auf die Erinnerung stützen muß. — Für die Tonhöhen kann die Aufmerksamkeit entweder auf die Durchschnittshöhe oder auf die Tonbewegung gerichtet werden, und das Ohr kann mit zweckmäßigen Apparaten unterstützt werden (Stimmgabeln, Klavier, Tonvariator von Stern usw.).

Für die Untersuchung der Klangfarbe läßt sich die Beobachtung auf drei Probleme richten. Entweder will man die Qualität als solche in toto feststellen, oder man versucht die Bestandteile des gesamten Klanges herauszuhören (direkte Klanganalyse), oder man versucht, den Haupteinfluß (Resonanzton) des Ansatzrohres zu bestimmen. — Die Feststellung der Lautqualität erfordert ein geübtes Ohr. Um die Nuancen eines Lautes zu unterscheiden, lasse man sich diesen Laut in möglichst vielen Kombinationen und so oft wie nötig vorsprechen, und achte dabei nur auf den Laut selbst. Hier hilft nur Geduld, Zeit und Aufmerksamkeit; und dieses scharfe Hinhören ist um so notwendiger, als man sich, wie oben gesagt, auf das Ohr mehr als auf die Instrumente verlassen muß. Die Klanganalyse mit dem unbewaffneten Ohr ist besonders von Graßmann (104), aber auch von Helmholtz (105) angewendet worden. Jetzt, wo wir über gute Registrierapparate verfügen, hat dieses Verfahren viel von seiner Bedeutnng eingebüßt; denn im besten Falle erlaubt es nur die vorhandenen Teiltöne zu erkennen und grob gegeneinander abzuschätzen, und ist jedenfalls anstrengend; zur Übung empfiehlt es sich aber noch jetzt. Über dieses Trainieren des Ohres vergleiche die Anweisungen von Helmholtz (a. a. O.) und Auerbach (106) S. 257.

Zur Beobachtung der Resonanz der Mundhöhle sind hauptsächlich drei Methoden angewendet worden: Flüsterprobe, Anblaseprobe, Perkussionsprobe. Die Flüstermethode ist, abgesehen von älteren Forschern, von Donders (107), Lloyd (108), Monoyer (109) gebraucht worden. Die Lautstellung wird eingenommen, und, statt den Laut mit Vollstimme auszusprechen, treibt man die Luft flüsternd aus; das Ansatzrohr wird von hinten angeblasen. Es gilt nun, die Tonhöhe dieses für jeden Laut verschiedenen Flüstergeräusches festzustellen. Die erreichbare Genauigkeit ist wegen der obwaltenden Fehlerquellen nicht sehr groß. — Das Verfahren hat Donders gewissermaßen umgekehrt, indem er die Mundhöhle von vorn anblies. Für

die Anblaseprobe wird der Luftstrom eines Gebläses durch ein mit feiner Spalte endendes Rohr gegen die Mundöffnung gerichtet; die angeblasene Mundhöhle antwortet je nach der Stellung mit einem verschiedenen Ton.[1]) Diese Methode hat Hensen (110) wieder aufgenommen. Ein anderes Verfahren ist von verschiedenen Forschern versucht worden, die das zur Lautbildung eingestellte Ansatzrohr anklopfen (Perkussionsmethode). Man kann an die Zähne wie Helmholtz und Bourseul (111), oder an die Wangen, wie Helmholtz, oder an den Kehlkopf wie Auerbach (112) klopfen. Die Resonanz wird allerdings stark geweckt; da das Ansatzrohr aber als dick- und weichwandiger Hohlraum besonders stark gedämpft ist (die starke Dämpfung geht mit dem breiten Resonanzbereich Hand in Hand), so klingt auch der Ton besonders schnell ab, ein großer Nachteil, der die Resultate beeinträchtigt. — Zur Bestimmung der Höhe des Resonanztones lassen sich alle oben angedeuteten Hilfsmittel anwenden. Man muß sich übrigens an den eigentümlichen, hohlen Ton des Ansatzrohres zuerst gewöhnen.

Die Versuchsmethoden ohne Registrierung.

Messungsverfahren. — Um den Nachteil der subjektiven Schätzung zu vermeiden, hat man sich bereits früh, vor der Entdeckung der jetzigen Registriereinrichtungen, zu anderen Methoden gewendet, die einen objektiveren Charakter tragen. Hierher gehören die Stimmgabelmethode und die Resonatorenmethode, deren erstere als eine Modifikation der Anblasemethoden angesehen werden kann, während die zweite mit der direkten Klanganalyse verwandt ist.

Stimmgabelmethode. — Das Prinzip der Methode ist folgendes. Hält man in der Nähe des eingestellten Ansatzrohres irgendeinen Tonerreger, so wird das Ansatzrohr mit einer Mitschwingung antworten, wenn der gegebene Ton mit dem Eigenton desselben übereinstimmt; diese erzwungene Schwingung hält so lange an wie die Erregung überhaupt. Es gilt also nur, eine geeignete Tonquelle zu wählen. Diese muß, wie leicht ersichtlich, soweit möglich obertonfrei sein, da das Ansatzrohr eventuell auch auf Obertöne des Erregers antworten würde. Deshalb hat man sich der Stimmgabel bedient. Die Methode haben besonders Helmholtz (105) und R. König ausgebildet. Rousselot (113) [s. auch (7) S. 751 ff. und (46)] hat eingehende Untersuchungen über französische Vokale, namentlich über dialektale Unterschiede angestellt. — Eine Hauptbedingung ist, daß man über eine kontinuierliche, fein nuancierte Tonreihe verfügt. Am praktischsten sind die mit Laufgewichten versehenen Gabeln (deren Ton allerdings an Schöne verliert). Für jeden Vokal läßt man sich am besten eine solche Gabel konstruieren.

1) Beiläufig gesagt, kann das Verfahren zu einem schönen Vorlesungsversuch modifiziert werden, den mir Exner demonstrierte. Ist nämlich die Röhre mit einer membranösen Zunge überzogen, so gibt sie einen Ton, und, wenn sie in den Mund eingesteckt wird, so hört man je nach der Mundstellung verschiedene vollstimmige Vokale. Die bekannten scheußlichen Jahrmarktspfeifen sind wegen deren kleinen Dimensionen dazu sehr geeignet.



Theoretisch ist also das Verfahren einfach; die Handhabung der Methode ist aber trotzdem nicht leicht, und die Schwierigkeiten wachsen mit der Höhe des Tones: hat doch Helmholtz die Töne der hohen Vokale unrichtig angegeben. — Der Versuch läßt sich entweder so ausführen, daß man den der Mundstellung (= dem Laut) entsprechenden Gabelton oder umgekehrt die dem Gabelton entsprechende Mundstellung sucht. Beim ersten Verfahren muß man gegen die Versuchung kämpfen, die Mundhöhle unwillkürlich durch Stellungsänderungen (besonders der Lippen) mit der Gabel in Resonanz zu bringen. Andererseits soll man bedenken, daß die Resonatoren, wie es noch Ewald (156) neuerdings feststellte, auf andere Töne als den Eigenton (bzw. dessen Obertöne) reagieren, wenn nur der erregende Ton kräftig ist. Auf die durch stark angeschlagene Gabeln geweckte Resonanz ist also kein Verlaß; da die hohen Gabeln aber einen stärkeren Anschlag erfordern, so kommt man in ein schweres Dilemma. — Eine weitere Schwierigkeit rührt von den akustischen Eigenschaften des Mundresonators her. Mit der starken Dämpfung und dem breiten Resonanzbereich folgt nämlich einerseits, daß die maximale Resonanz nicht sehr stark ist, und andererseits, daß erregende Töne, die von der freien Tonhöhe der Mundhöhle etwas abweichen, ein im Vergleich mit der maximalen Resonanz relativ starkes Mitschwingen verursachen.

Für die praktische Ausgestaltung des Versuches geht Rousselot von der Erwägung aus, erstens, daß die dem Eigenton entsprechende Stimmgabel die Resonanz am längsten (und, wegen der Dämpfung, mit dem relativ kleinsten Dekrement, d. h. am gleichmäßigsten) erregen wird, zweitens aber, daß die Resonanz diesen Gabelton auslöschen wird (der Energiesatz fordert, daß der Ton das, was er durch Resonanz an Stärke gewinnt, an Quantität verliert). Er empfiehlt also, um die Dauer der Resonanz zu prüfen, die Mundöffnung mit einem Stück Karton ab- und zuzudecken, wodurch der Schluß der Resonanz besser beobachtet wird. Wenn diese abklingt, führt man die Gabel zum Ohr: ist auch der Gabelton erloschen, so hat man den gesuchten Eigenton gefunden.

Die Bestimmung z. B. der dialektischen Verschiedenheiten des französischen vorderen *a* zeigt, daß die erreichbare Genauigkeit befriedigend ist. Ein großer Nachteil dieser Methode ist aber, daß man nur den vorderen Resonanzraum der Mundhöhle untersuchen kann. — Statt der Stimmgabel könnte man an die Anwendung des Sternschen Tonvariators denken; jedoch dürfte der Ton zu kräftig sein, um eine bequeme Beobachtung zu erlauben.

Resonatorenmethode. — Die Resonatorenmethode ist die Umkehrung der vorhergehenden. Sie ist von Helmholtz begründet und ausgebildet worden, der eben die Resonatoren erfand. Über diese Instrumente vergleiche im vorliegenden Handbuch den Abschnitt: Physiologische Akustik. Es sind Hohlräume von verschiedener Form (Kugeln, Zylinder mit starren Dimensionen oder teleskopischem Auszug), deren im allgemeinen kleine Öffnung mitunter eine Blendenvorrichtung trägt. Der Öffnung gegenüber ist eine andere sehr kleine Öffnung angebracht, die zum Abhören (mit oder ohne Schlauchleitung) dient, oder eventuell mit einer Registriervorrichtung verbunden wird. Die Resonatoren sind so gebaut, daß sie eine starke, aber scharf begrenzte Resonanz haben, und

sind also zur Auslese von ihrem
Ließe man einen Laut auf eine
nur diejenigen erregt werden, (
Teiltönen des Lautes übereinstin
haben die verwendeten Instrume
schlägigen Resonatoren sukzessiv
zugestopft. Der Resonator reagiert
eine Verwechslung ist aber kaun
nur das Vorhandensein des Reso
auch seine Intensität in groben
untersuchung hat Auerbach (114
Resultate dieser Schätzung mit I
(kugelige bzw. zylindrische Pfeife

Resonanzmethode. — Ro
Anwendung der Resonanzröhr
das sowohl mit der Stimmgabe
wandt ist. Das Prinzip ist einfacl
Glas einen Tonerreger (z. B. ein
Wasser füllt, so wird man z. B.
eine Tonverstärkung hören, die n
einer zweiten Wasserhöhe wieder
entsprechen den Knoten der Ton
drisches, kupfernes Rohr von 20 n
öffnung, dessen Boden von eine
wird. Der Stempelstiel ist quad
versehen. Man beginnt mit der R
vorkommende Tonverstärkung e
$\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ des Tones; die Rohrtiefe wi
des Stempels ist deshalb zu em
folgende Halbwelle $\left(\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}\right.$
die Änderung der Rohrlänge vor
muß man die Temperatur messen,
abhängt. Die Tabelle der Wellenl
kann nicht zur Anwendung komm
Röhren bekanntlich kleiner ist als
Weite des Rohres abnimmt. Das
geeicht werden. Der Einfluß der
die Tabellen Schaefers geben i
theoretische Formel von Kirchho
nicht mehr genügend.

Diese Methode scheint ergiebi
denn die Anwendbarkeit der gewö
dreigestrichenen Oktave (c‴ = 10
stimmung der Schallgeschwindigke
gabeln weit über diesen Bereich
daher alle Beachtung. [Vgl. jetzt

Akumetrische Methode. — Für phonetische Zwecke lassen sich die Resultate der Hörprüfungen von Taubstummen verwerten. Die klinische Feststellung der Hörreste ergibt nämlich einerseits, welche Laute, andererseits, welche Teile der Tonskala noch gehört werden; und durch Kombination dieser Befunde läßt sich angeben, daß die Perzeption gewisser Töne nötig ist, damit der Kranke gewisse Laute wahrnehmen könne. Namentlich hat Rousselot (116) (auch Bd. II seiner Principes) die sich für die Klanganalyse ergebenden Schlüsse zu entwickeln versucht. — Dieses Verfahren kann selbstverständlich nur die Stellung einer Hilfsmethode beanspruchen.

Interferenzenmethode. — Nach einer anderen Richtung hin haben Grützner und Sauberschwartz (117) die Methodik erweitert, nämlich mit einem Interferenzenverfahren. Dazu dient eine der von Quincke angegebenen Röhren, die T-rohrförmige. Wenn der senkrechte Schenkel einer solchen Röhre mit einem verschiebbaren Stempel geschlossen wird und der Ton durch den anderen Schenkel geführt wird, so entstehen durch die seitliche Abweichung der Tonwellen nach dem senkrechten Schenkel Interferenzen, die man beliebig regulieren kann. Ist z. B. die Länge des Schenkels von der Röhre bis zum Stempel gleich $\frac{\lambda}{4}$ des betreffenden Tones, so daß die Wegedifferenz (hin und zurück) $\frac{\lambda}{2}$ ausmacht, so wird im distalen Zweig der geraden Röhre eine Auslöschung des Tones hervorgerufen. Wenn der Ton zusammengesetzt ist, so zeigt die Theorie, daß die Auslöschungsbedingung zugleich für sämtliche ungeraden Obertöne (Wegedifferenz für jeden eine ungerade Anzahl von halben Wellen) gegeben ist, für die geraden Obertöne tritt dagegen die Verstärkung (Wegedifferenz eine gerade Anzahl halber Wellen) ein. Sollen auch diese verschwinden, so muß außerdem ein zweiter senkrechter Schenkel stehen und der Stempel dort auf eine Röhrenlänge $\frac{\lambda}{2}$ eingestellt werden. In der Praxis erweist es sich, daß die völlige Auslöschung wegen der in den Röhren entstehenden Störung der Schallfortpflanzung nicht eintritt. Die Wirkung wird aber bedeutend gesteigert, wenn mehrere gleiche Interferenzröhren nebeneinander stehen; wenn das erste Rohr den Ton z. B. auf $\frac{1}{n}$ seiner Intensität herabsetzt, so bewirkt das p^{te} Rohr eine Abschwächung auf $\frac{1}{np}$.

Diese Anordnung haben Grützner und Sauberschwartz verwendet (Fig. 45). Die eigentliche Interferenzeinrichtung wird von einer Messingröhre AB (10 mm Durchmesser, 90 cm Länge) gebildet, die in gleichen Abständen (10 cm) 6 Interferenzröhren von derselben Weite, aber von wachsender Länge (50 bis 100 cm), mit verschiebbaren Stempeln und eingeteilten Stempelstielen trägt. Das Ende A wird mit dem Ohr verbunden; das Ende B mündet in eine 11 m lange Zuleitungsröhre, die durch zwei Zimmer geht und mit dem Mundtrichter endet. (Diese Entfernung ist natürlich angezeigt, damit der Beobachter den Laut überhaupt nur durch die Leitung hören kann.) — Statt vom Grundton oder vom ersten Oberton an auszu-

löschen, kann man die Interferenz
stellen. Der Sprechende notiert den
Klangqualität des nach den Interfere
Der Nachteil dieser sinnreichen
Teiltönen ausschaltet, andere geradez
Auslöschungen vornehmen kann. Da
stützt, ist dagegen kein Fehler, wie n
lich ist ja das Ohr der endgültige Ri

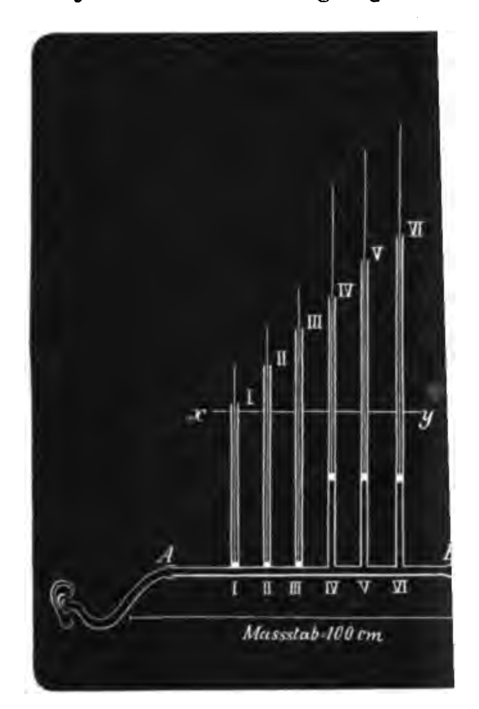


Fig.
Interferenzapparat nach von Grü

Versuche zur vollständigen o
Ansatzrohres. — Um die Wirkung
kopf erzeugten Ton zu erproben, ist
irgendwie auszuschalten.

Dazu kann man einfach nach den
Leistungen eines ausgeschnittenen L
Kehlkopf wird so präpariert, daß man
Schildknorpelplatten je nach dem Zwe
reseziert. Unten wird ein Anblaserohr
Kehlkopf wird an einem Stativ vertik
Muskulatur müssen verschiedene Zugdr
Muskel ein aus zwei breiten Lamellen
wendet werden (Fig. 46). Die Arykno

Nadel senkrecht durch jeden Knorpel und bis in den Ringknorpel geführt wird. Man treibt die Luft eines Gebläses durch den Kehlkopf und versucht durch das Aufhängen verschiedener Gewichte an den Zugdrähten die Wirkung variierender Spannungen nachzuahmen.

Diese Anordnung dient eigentlich zur Untersuchung entweder der Kehlkopfbewegungen (Wirkung der verschiedenen Muskelgruppen auf die Stimmritze, Form der schwingenden Stimmbänder), oder der Aerodynamik (Luft-

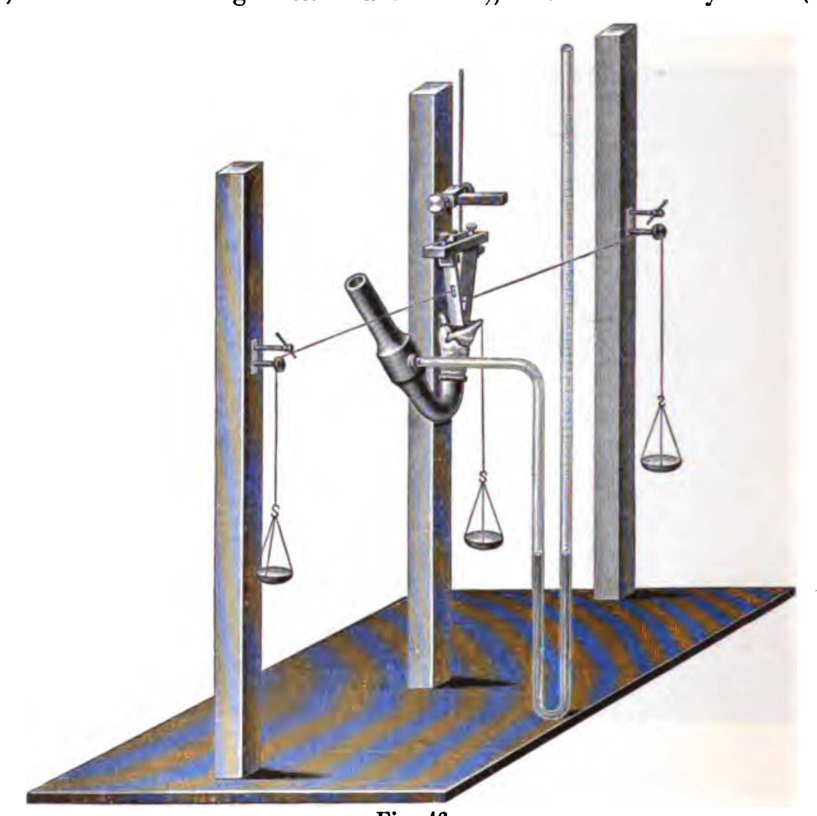


Fig. 46.
Einrichtung eines Versuches am Leichenkehlkopf nach Joh. Müller.

druck für die verschiedenen Tonhöhen, Luftwirbel) oder der Akustik (Klang des reinen Kehltones in verschiedenen Registern), und hätte also auch früher erwähnt werden können. Vom ersten Standpunkt aus ist aber gegen diese Anordnung besonders einzuwenden, daß die Befestigung der Aryknorpel die Mechanik des Kehlkopfes entstellt, da die *articulatio cricothyreoidea* keine einfache vertikale Achse, sondern eine Zylinderachse bildet und die Basis des Aryknorpels Gleitbewegungen ausführt, welche die Nadel verhindert. Vom dritten Standpunkte aus kann man immer einwenden, daß der von den toten Stimmlippen gegebene Ton vielleicht nicht mit dem von den lebenden Stimmbändern erzeugten identisch ist. — Der Ton eines solchen schwingenden Kehlkopfes kann aufgenommen werden.

Diesen Ausschaltungsversuch hat J. Müller mit einem anderen komplettiert, wo ein Leichenkopf mit Larynx angeblasen wurde und durch positive Zungen- bzw. Lippenbewegungen Klänge erzeugt wurden, die den Lauten des lebenden Menschen ähnlich waren.

Anders haben neuerdings Katzenstein und Marage die Ausschaltung zu verwirklichen versucht. Katzenstein (93) läßt sich, wie oben bereits angegeben, bis zur Höhe der Stimmritze ein die Kehlbreite füllendes Rohr einführen; der Ton wird von einem Phonautographen aufgenommen (Apparat von Martens-Leppin, s. unten S. 97). In einer anderen Versuchsserie wird das Rohr nur bis zum Kehlkopfeingang eingeführt und die Mundhöhle mit Gaze tamponiert. Im ersteren Fall ist die Tonerzeugung nach Katzensteins Erfahrung etwas schwer, besonders im Falsett; die Hervorbringung anhaltender Töne gelang nicht. Im zweiten Fall soll nach Marages Angaben die Erzeugung verschiedener Vokale möglich sein. Das Verfahren von Marage (119) weicht nur darin ab, daß er die Mundhöhle mit Stents füllt. — Ganz rein kommt der Kehlton eigentlich nicht, da die eingeführte Röhre auch als Ansatzrohr wirken muß.

Den Anteil der verschiedenen Teile des Ansatzrohres untersucht auch Katzenstein (ebenda) durch partielle Ausschaltung oder Änderung desselben. Ein Ton, z. B. *a*, wird sukzessiv aufgenommen: mit normaler Aussprache; mit geschlossener Nasenöffnung; mit stark hängendem Zäpfchen; mit Ausschaltung der Nasenhöhle, indem ein Obturator das Velum dicht gegen die Rachenwand drückt.

Die Registriermethoden.

Die vollständigste Versuchsmethode ist auch hier die Registrierung der die Tonempfindungen erzeugenden Luftschwingungen. Die akustischen Registriermethoden kann man praktisch in zwei Gruppen einteilen, je nachdem die aufgenommene Spur des Vorganges eine akustische Wiedergabe gestattet oder nicht. Im ersten Fall kann durch das Abhören die Aufnahme bezüglich ihrer Richtigkeit einfach kontrolliert werden, im zweiten Fall fällt diese Kontrollmöglichkeit aus und muß durch andere ersetzt werden. Die zweiten Methoden wollen wir unter dem Namen Phonautographie, die ersten unter dem Namen Phonographie zusammenfassen.

Abteilung I.

Die Phonautographie.

Optische Methode.

Die direkte Photographie der Luftschwingungen. — Theoretisch betrachtet wäre eine direkte optische Aufnahme der Luftschwingungen, ohne die Vermittlung von Hebeln und Membranen, die ideale Registrierung. Die bei diesem Verfahren zu überwindenden Schwierigkeiten sind aber sehr groß, und tatsächlich ist m. W. nur ein Versuch gemacht worden, die akustischen Vorgänge in dieser Weise zu untersuchen, nämlich die Interferenzmethode von Raps (120).

Das Prinzip des Verfahrens war von Boltzmann angegeben worden. Man führe die Strahlen einer Lichtquelle zur Hälfte durch ruhende, zur Hälfte durch schwingende Luft und bringe sie später zur Interferenz. Die Interferenzstreifen müssen nach Maßgabe der Dichtigkeitsänderungen des die schwingende Luft durchsetzenden Bündels schwingen (und zwar, nach der Berechnung von Raps, diesen Dichtigkeitsänderungen proportional): die Bewegung der Streifen kann durch zweckmäßige Anordnungen beobachtet werden. Boltzmann dachte des Näheren an eine intermittierende Lichtquelle, so daß die Streifenbewegungen nach dem stroboskopischen Prinzip verlangsamt erscheinen sollten. Ebensogut konnte man aber eine Photographierung versuchen. Raps, einer diesbezüglichen Anmerkung Machs folgend, erfand ein zum Ziele führendes Verfahren.

Die allgemeine Versuchsanordnung ist folgende. Ein intensives, nahezu paralleles, durch eine Sammellinse l (Fig. 47) konzentriertes Lichtbündel

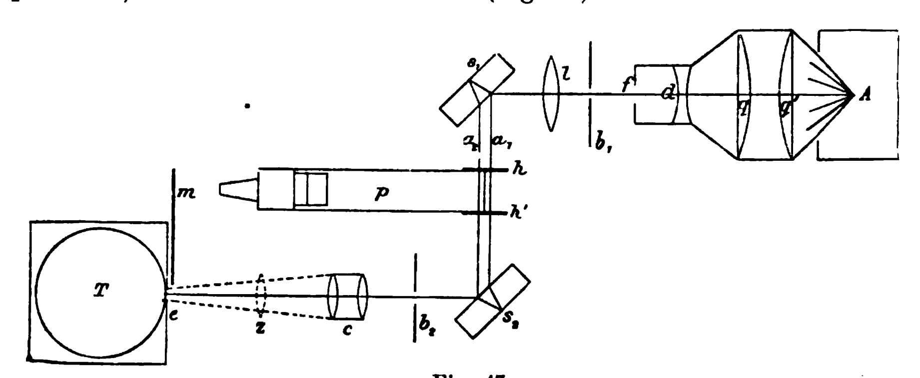


Fig. 47.
Einrichtung zur Photographie der Luftschwingungen nach Raps.

fällt auf den Spiegel s_1 eines Interferentialrefraktors von Jamin und wird in zwei parallele Bündel gespalten, a_1, a_2, die sich nach einer getrennten Bahn beim Spiegel s_2 vereinigen und interferieren. Von den Interferenzen entwirft das Linsensystem c ein reelles Bild in der Ebene eines vertikalen Spaltes e, der von den Franzen einen Streifen schneidet, welcher auf ein photographisches, bewegtes Papier fällt. Auf den Weg der getrennten Bündel stellt man eine Einrichtung, wodurch das eine Bündel eine schwingende Luftsäule durchsetzt, während das andere durch ruhende Luft geht. Die photographierten Interferenzstreifen zeigen je nach der Art der Schwingung ein verschiedenes Aussehen.

Mit diesem Apparat photographierte Raps die Klänge von Pfeifen und auch von Vokalen. Für die Untersuchung von Vokalen setzt Raps auf den Weg des einen Bündels l (Fig. 48) ein Metallrohr c, das einen Luftraum ab einschließt. An beiden Enden ist dasselbe mit Planparallelplatten d, e geschlossen, die ein Stückchen hinausragen. Das Lichtbündel l' fährt am Rohre vorbei durch die freie Luft. Senkrecht gegen l' wird ein Ton gesprochen oder gesungen, entweder durch ein kegelförmiges Papprohr von tiefem Eigenton, oder in der Nähe von l'. Die Wände von c müssen dick genug sein, um ein Mitschwingen auszuschließen.

Von den erhaltenen Interferenzbildern gibt Raps eine Anzahl Proben. Wie er selbst hervorhebt, sind die Bilder nicht reich an Details, was darauf hinweist, daß die Empfindlichkeit der ganzen Einrichtung nicht groß genug war. Immerhin sind sie schon gut genug, um auf die Zukunft des Verfahrens berechtigte Hoffnungen zu gründen. Vor allen Dingen hängt der Fortschritt von der Erfindung eines empfindlichen Interferentialrefraktors ab; je feiner die Franzenbildungen, desto reicher an Einzelheiten können die Bilder werden. In zweiter Linie kommen die Verbesserungen der sonstigen Optik des Apparates und der photographischen Papiere in Betracht. — In der ursprünglichen Form kann sich das Verfahren mit den feinsten zurzeit gebrauchten Membranapparaten nicht messen, und es dürfte daher noch lange den Physikern zur Vervollkommnung überlassen bleiben.

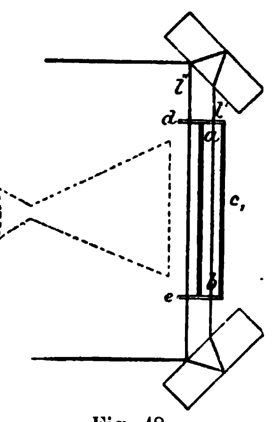


Fig. 48.
Einrichtung für Versuche mit Vokalen.

Die Anwendung der Membranen.

Wegen der Schwierigkeiten des optischen, direkten Verfahrens (historisch betrachtet, weil man es ja für unmöglich hielt) ist man gezwungen, auf den Weg der Luftschwingungen eine Einrichtung zu stellen, die diese Schwingungen in eine für unsere Aufnahmeapparate bequem aufzufangende Bewegung verwandeln soll. Die Vermittlerrolle wird einer befestigten Membran oder Platte anvertraut. Diese Kategorie von schwingenden Körpern ist dadurch charakterisiert, daß die Dicke im Vergleich zu den zwei anderen Dimensionen sehr klein ist; für die Membranen ist sie noch kleiner als für die Platten. Auf die physikalische Theorie der Platten und Membranen einzugehen, verbietet sich hier, da die verwendeten Formen mannigfaltig sind, und die Theorie auch in mancher Hinsicht unvollständig ist. Die Haupteigenschaft, die für die akustische Registrierung verwertet wird, kann aber kurz erörtert werden. Wenn wir eine runde, an einem festen Rahmen befestigte Membran betrachten, so stellt sie für die sich fortpflanzenden Tonwellen ein Hindernis dar. Wie überall, wo ein sich frei bewegender Wellenzug aufgehalten wird, verändert sich die Kraftwirkung, und eine bedeutende Transportarbeit entwickelt sich (vgl. die Wirkung der Meerwellen auf eine Klippe). Die Membran wird von den Luftverdichtungen und -verdünnungen in positiver und negativer Richtung gestoßen. Nun ist ihre Bewegungsfreiheit für die verschiedenen Teile verschieden; vom Rahmen, wo sie gleich Null ist, bis zum Mittelpunkt nimmt sie ständig zu, und die erhaltenen, positiven und negativen Impulse haben also von der Peripherie zum Zentrum eine immer größere Amplitude. Da die Membran eine im Vergleich mit der Luft bedeutende Masse hat, so genügt ein Impuls nicht, um sie in Bewegung zu setzen. Die folgenden Stöße addieren sich aber, wie die Handzüge auf das Glockenseil, und allmählich, mit der Anzahl der Stöße, wächst der schwingende Ausschlag der Membran. Wenn dies erreicht ist, so besitzt die Membran wegen ihrer Masse und ihrer Geschwindigkeit eine relativ große kinetische Energie, die

zur Mitbewegung eines aufschreibenden Hebels benutzt werden kann. Auf diese Weise wird die Molekularbewegung in eine Massenbewegung eines Hebels umgewandelt. Diese Rolle eines Kraftumformers, wodurch die Membran sich zur akustischen Registrierung so gut eignet, ist mit besonderer Klarheit von Helmholtz (121) für die Mechanik des Trommelfelles entwickelt worden. Die Anordnung für die Registrierung der Tonwellen (Membran, Hebel, Aufnahmefläche) ist nämlich im Grunde genommen der anatomischen Anordnung des Ohres ähnlich (Trommelfell, Knöchelchenkette, Flüssigkeit des Vorhofes, die von den Bewegungen des Steigbügels beeinflußt wird). Die Analogie kann noch größer werden, wenn die Membran am Ende eines Leitungsrohres aufgestellt wird. Eine solche Leitung vermehrt bedeutend die Fläche, gegen welche sich die Luftwellen brechen, also die Arbeitsentwicklung, und zwingt außerdem die reflektierten Luftbewegungen in die Richtung der Membran. Die Kraftwirkung auf die Membran wird größer.

Diese Bewegung der Membran entsteht unabhängig von der Beschaffenheit der ursprünglichen Luftwelle, sobald diese eine zur Überwindung der Trägheit der Membran genügende Kraft entwickeln kann; mit anderen Worten: die Membran schwingt mit jedem Ton. Diese Freiheit des Mitschwingens geht übrigens aus den allgemeinen Gleichungen für die Membranschwingungen hervor und charakterisiert diese Körper. Es gibt jedoch Grenzen für diese Schwingungsmöglichkeit; oberhalb einer gewissen Grenze kann die Membran nicht mehr folgen und antwortet nicht auf jeden Impuls (Schwingung) mit einem Ausschlag; unterhalb einer anderen Grenze sind die Stöße zu langsam, um sich addieren zu können; die Trägheit wird nicht überwunden, die Membran schwingt nicht. Je breiter das Mitschwingungsgebiet, desto geeigneter ist die Membran. Eine wesentliche Bedingung ist weiter, daß sie nicht einige bestimmten Schwingungen bevorzugt, d. h. auf sie leichter und stärker reagiert als auf andere, da sie sonst über die relative Stärke dieser Schwingung in einem Wellenzug oder einer Schwingungskombination (Akkord, Klangfarbe) falsche Angaben liefern würde. Diese Bedingung drückt man auch so aus, daß die registrierende Membran keinen Eigenton haben darf. Streng genommen wird die Bedingung nie erfüllt; jede Membran hat einen Eigenton und entstellt also die Schwingungen. Dies ist allen Forschern bekannt und ging noch neuerdings aus vergleichenden Versuchen hervor, die Brillouin, H. Abraham, Devaux-Charbonnel und Marage im Jahre 1908 gemeinsam ausführten (nach einer brieflichen Mitteilung von Prof. H. Abraham-Paris). Jede Membran bedarf also einer Korrektionsformel, und der beste Apparat wäre demnach derjenige, wofür die Korrektion bekannt ist. Die diesbezüglichen Untersuchungen sind aber schwierig, und man wird sich in der Praxis damit begnügen müssen, entweder solche Membranen anzuwenden, die keinen ausgeprägten Eigenton haben, oder den Apparat so einzurichten, daß die Wirkungen des Eigentons möglichst klein werden. Die Eigenschaft, keinen ausgeprägten Eigenton zu haben, besitzen gewisse Membranen von Haus aus, nämlich die nicht steifen und nicht elastischen, sofern sie nicht stark gespannt werden; sie sind aber technisch schwer anwendbar, da der nötige Hebel keinen richtigen Anhaltspunkt an der Membran finden will.

Was die anderen betrifft, so muß man versuchen, den Einfluß des Eigentones praktisch aufzuheben. Entweder wählt man die Membran so, daß der Eigenton außer dem Bereich der aufzunehmenden Schwingungen liegt, oder man vermindert den Ausschlag, den er verursachen würde, durch die Dämpfung der Membran. Der zur Dämpfung dienende Widerstand ist statisch (Beschwerung durch Auf- oder Anlegung eines dämpfenden Stoffes) oder dynamisch (Kraft eines magnetischen Feldes wie im Telephon, Kraftverbrauch beim Aufzeichnen wie im Phonographen, Grammophon oder in Hensen-Pippings Sprachzeichner).

Die technische Verwertung der Membranschwingungen für die Registrierung ist sehr verschieden. Entweder treibt die Membran den Schreibhebel, sei es einen festen, materiellen Hebel oder einen Lichtstrahl, direkt an; oder sie wirkt auf eine Flamme, die optisch oder unmittelbar registriert; oder endlich wirkt die Membran auf einen elektrischen Apparat, der seinerseits den registrierenden Hebel bewegt.

A. Direkt aufzeichnende Membranen.

I. Apparate mit festen Hebeln. — Der erste, der einen Membranvibrographen erfand, war Scott (122), dessen bereits 1856 erschienener „phonautographe“ von R. König ausgebildet wurde. Die gespannte Membran aus Goldschlägerhäutchen stand am Boden eines in Paraboloidform gebauten, großen Aufnahmetrichters (bzw. am Ende eines kleinen, in den Boden des Trichters mündenden Rohres). Der Hebel bestand aus einer Schweinsborste und schrieb auf berußtem Papier. Mit diesem Apparat hat u. a. Donders (107) gearbeitet. Wie er aber selbst bemerkt, ist die Dämpfung hier ungenügend, da die Reibung der Borste zu gering ist, um einen Widerstand ausüben zu können (was im allgemeinen von allen Methoden gilt, wo leichte Hebel auf berußtem Papier schreiben), und das Instrument hat jetzt nur noch ein historisches Interesse. Der von Schneebeli (123) und Hipp angewandte Apparat war im großen und ganzen ähnlich; nur war die Membran steif, mehr plattenartig; neben dem beweglichen Hebel trug dieser Phonautograph eine fixe Spitze zur Abszissenschreibung. — Barlow (124) konstruierte einen „Logographen“, dessen Aufnahmetrichter die Form einer Trompetenmündung hatte; die dünne Gummimembran war ziemlich groß (7 cm Durchmesser). Der Aluminiumhebel trug einen feinen, mit Farbe getränkten Haarpinsel, der auf einem endlosen Papierstreifen (vgl. den Telegraphen) aufschrieb. Diese Hebelanordnung ist ungenügend, weil der sehr flexible Pinsel durchbogen werden kann und dann nicht mitfolgt. — Preece und Stroh (125) nahmen eine dünne Gummimembran, die durch einen Papierkonus gespannt wurde. Das Ganze war auf einen Diskus gestellt und mit einem Mundtrichter versehen. Der Hebel war eine kleine kapillarisch endende Glasröhre, die, mit Tinte gefüllt, auf dem endlosen Papierstreifen schrieb. Das Interessante an diesem Apparat ist die konische Gestalt der Membran. Wie Fick (126) nachgewiesen hat, ist der Eigenton einer solchen, dem Trommelfell analogen Membran weniger ausgeprägt. Sonst waren die Leistungen nach der Aussage der Erfinder unbefriedigend.

Die Apparate von diesem Typus, die jetzt zur Anwendung kommen, sind entweder Schreibkapseln nach dem Mareyschen Modell, d. h. mit relativ kleinem Volum des Behälters, oder Instrumente mit großem Behälter, oder solche, die keinen geschlossenen Behälter haben.

1. Im allgemeinen zeichnet die Mareysche Schreibkapsel mit Mundtrichter und Leitungsröhre die Tonschwingungen auf. Je nach dem Volum der Kapsel und der Steifheit der Membran sind die Ausschläge für dieselbe Intensität eines Lautes verschieden. Doch empfiehlt es sich, wo es auf die bloße Tonregistrierung ankommt (und nicht auf die gleichzeitige Registrierung

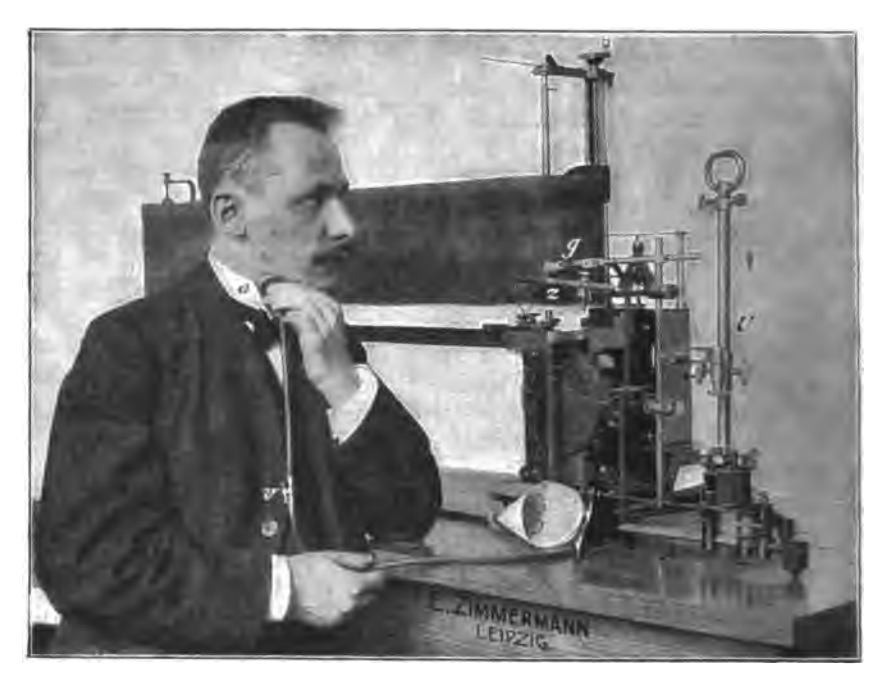


Fig. 49.
Kehltonschreiber nach Wirth-Krueger.

der Luftstromänderungen), geringe Dimensionen und ziemlich steife, gespannte Membranen (dickeres Gummi, Pergament usw.) anzuwenden, da bei den großen seitlichen Ausschlägen die Tonschwingungen (kleine Kräuselungen des Kurvenzuges) nicht oder nur schlecht markiert werden. Zünd-Burguet (vgl. Verdin (18) hat eine solche Kapsel mit einer Phonographenmembran versehen, die natürlich keine seitlichen Ausschläge gibt.[1]) Nur wo es sich um die Untersuchung der Nasalität handelt, soll man vom obigen Prinzip abweichen. Eine Schreibkapsel mit steifer Membran reagiert selbstverständlich auf die von der Nasenhöhle übermittelten Luftschwingungen. Es zeigt sich

1) Er hat auch eine doppelseitige Kapsel konstruiert, die einerseits mit einer Glasmembran, andererseits mit einer nachgiebigen Membran versehen ist, so daß man gleichzeitig den Luftstrom und den Ton aufgeschrieben bekommt.

aber, daß auch rein orale Laute, bes
Resonanz die Nasenhöhle zum M
einen Laut nur dann als nasaliert b
durch die Nase stattfindet. Deshal
eine Kapsel, die für den Luftstrom
nötig.

Von allen diesen Kapseln ist
Krueger (36) sicher die allerempfin
sehr geringen Dimensionen und hat
mit feinstem Kondomgummi überzog



Fig

Stimmtonschreiber (oreille i

einen leichten Aluminiumsteg. Wegen
leicht an. Die Hebelanordnung ver
und also die Gelenkreibung. Als Hel
einer Klemme gehalten wird und auf
Steg befestigt ist). Nach grober Län
durch eine besondere Schraube *h* noch
Schraube dient zur feineren Einstellu
muß nach der Stimmlage geregelt we

Der Apparat, den Wirth mir g
den leisen Ton gut an und eignet
Tonhöhe und der Stimmhaftigkeit sc
Schildknorpel aus geschieht und das
eventuell freibleibt. Etwas grob ist d

kann diese aber mit einer feinen Spitze versehen.[1]) Nach der Erfahrung von Gutzmann muß man dafür sorgen, daß die Gummimembran überall luftdicht schließt; ein Anbinden reicht nicht aus, sondern man soll noch vorher mit Gummileim die Membran ankleben. Die Schwingungsformen zeigen mitunter Obertöne. — Der Apparat wird von Zimmermann-Leipzig konstruiert. Preis 65 Mk.

2. Der Stimmtonschreiber von Rousselot (oreille inscriptrice, Fig. 50) besteht aus einer breiten Metallröhre, die am Ende schräg geschnitten ist (in demselben Winkel wie der Rahmen des Trommelfells). Die Membran erhält dann auch eine ovale Form. Der Hebel ist ein auf eine Nadel gesteckter leichter Grashalm. Um die Fläche der schwingenden Membran verkleinern zu können, sind innere Röhren vorgesehen, die in die Leitung eingeführt werden. Die Leitungsröhre ist entweder von der Dicke des

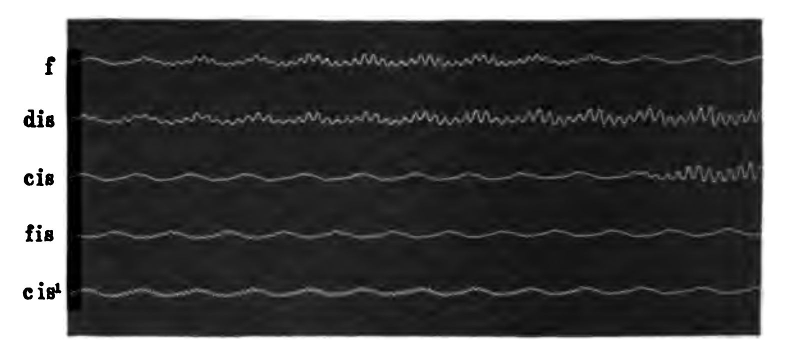


Fig. 51.
Vereinigte Stimmton- und Chronoskopkurve nach Gutzmann.

Metallrohres (so auf der beigegebenen Figur); dann gehört der Apparat eher zur Gruppe 3; oder sie ist geringer, und das mit einem Kork geschlossene Metallrohr dient als Behälter. Der von Verdin konstruierte Apparat kostet 90 Frcs. — Wie schon oben angedeutet, bin ich mit dem Apparat sehr zufrieden gewesen, soweit es nur gilt, Stimmton- oder einfache Klangfarbenuntersuchungen vorzunehmen. Mit einer Pergamentmembran gibt er keine großen seitlichen Ausschläge, und die Kurven zeigen für verschiedene Vokale verschiedene Formen; es sind also Obertöne darin enthalten. Daß die von diesem Apparat und von Wirth-Kruegers Kehltonschreiber aufgezeichneten Obertöne hoch reichen, ist jedoch mehr als zweifelhaft: denn eine stark gespannte Membran, deren Gewicht im Vergleich zu dem des Hebels nicht zu vernachlässigen ist, muß einen Eigenton haben. Die Reibung beim Registrieren auf berußtem Papier ist zwar, glaube ich, genügend, um die Eigenschwingungen des Halm- oder Borstenhebels zu dämpfen: das sieht

1) Rousselot empfiehlt die Spitzen der Blume von *centaurea calcitrapa*, die besonders fein, aber nicht sehr dauerhaft sein sollen. Ich habe ein Haar verwendet und damit Kurven erhalten, die ca. $^1/_{20}$ mm breit sein können. Ist das Haar sehr kurz geschnitten, so ist keine nennenswerte Durchbiegung zu befürchten.

man schon daran, daß die Ausschläge der Spitze, wenn der Hebel des Rousselotschen Apparates das Papier nicht berührt, vielfach größer sind, als wenn man registriert.[1]) Daß die Reibung aber zur Dämpfung der Membran ausreicht, ist unwahrscheinlich. Ich habe deshalb die Kurven, die ich erhielt bei der Fourierschen Analyse, nur mit 16 Ordinaten gemessen. Der Apparat kann immerhin, wie ich glaube, für Akzentuntersuchungen gut gebraucht werden; zur vollständigen Klanganalyse ist er natürlich ungeeignet.

Gleichzeitig mit der Tonaufnahme muß die Zeit markiert werden. Dies wird von einen Chronoskop, einem elektrischen Signal oder einer Stimmgabel mit Luftübertragung besorgt. Die Kurve wird neben der Tonkurve aufgezeichnet. Wenn man für diese Zeitmarkierung die Luftübertragung anwendet, so kann man nach dem Vorgange Gutzmanns (9) S. 185 die

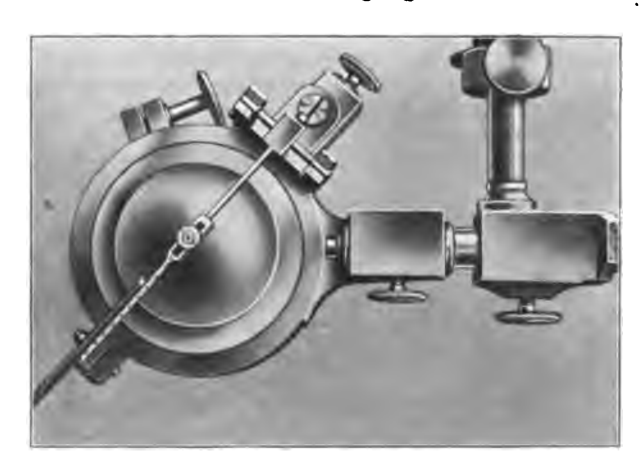


Fig. 52.
Sprachzeichner nach Hensen. Perspektivische Ansicht.

zweite Kurve entbehren. Gutzmann verbindet den Kehltonschreiber von Wirth-Krueger durch ein T-Rohr mit dem Chronoskop und mit dem Kehlkopf; die Impulse des Chronoskopes, besonders wenn dieses viel tiefer als die Stimme ist (z. B. 10, 20, 25 Schw. pro Sek.), geben sich als langperiodische Schwingungen kund, während die Stimmschwingungen diesen breiten Wellen aufgesetzt sind. Man braucht dann nur die Anzahl dieser Kräuselungen während einer Langperiode zu zählen und das Resultat mit der Schwingungszahl des Chronoskopes zu multiplizieren, um die Tonhöhe zu erhalten (s. Fig. 51, wo die Chronoskopwellen $^1/_{25}$ Sek. angeben). — Das Verfahren ist sehr praktisch, kann aber wohl nur mit nachgiebigen Membranen erfolgreich verwendet werden; für Rousselots Apparat mit steifer Membran dürfte es z. B. nicht bequem sein.

3. Die vorigen Apparate geben makroskopische Kurven. Der Sprachzeichner von Hensen (Fig. 52), zweifellos das vollkommenste Instrument

1) Doch kann es auch geschehen, obwohl selten, daß der Hebel von gewissen Tönen stark erregt wird, in Schwingungen gerät und in Schleifen schreibt.

dieser Kategorie, gibt sehr kleine, meistens mikroskopische Kurven. Wie Preece und Stroh hat Hensen (127) das Trommelfell nachahmen wollen. Er verwendet als Membran ein dünnes Goldschlägerhäutchen, das die Eigenschaften besitzt, sich im befeuchteten Zustand allen Formen anzuschmiegen, die es nach erfolgtem Trocknen bewahrt. Die befeuchtete Membran wird also zum Spannen von einem am Rahmen befestigten Holzkonus getrieben, der nachher entfernt wird. Um die Membran während des Versuches vor der Atemfeuchtigkeit zu schützen, stellt Pipping (128a) eine dünne, ungespannte Gummimembran vor die Registriermembran. Letztere muß gut und gleichmäßig gespannt sein, da sie sonst den Hebel nicht bewegen würde.

Um eine gleichmäßige Schrift (d. h. frei von Eigenschwingungen) zu erhalten, hat Hensen eine sehr starke Dämpfung zu erreichen versucht. Der Schreibhebel[1]) ist aus Aluminium und wird in der Mitte der Membran an dieselbe geschraubt. Als Drehungsachse dient ein Stahlstab *g* (Fig. 53), der von 2 Klemmen *n* gehalten wird. Der Druck muß genügend sein, um eine Schlotterung bei den Schwingungen der Membran zu verhindern; eine Schraube *m* dient zur Druckregulierung.

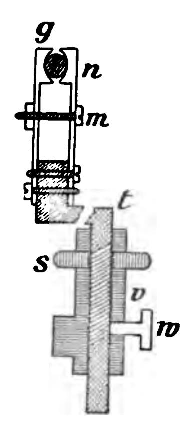
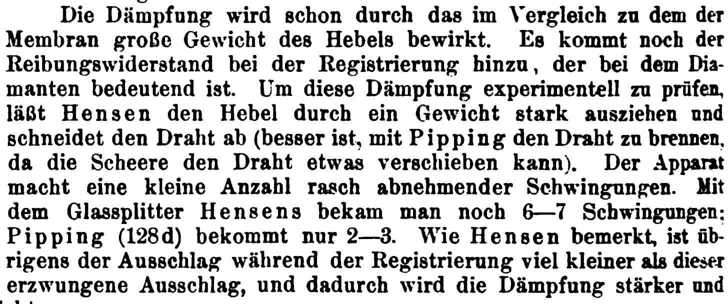


Fig. 53. Befestigung der Hebelachse am Sprachzeichner.

Ursprünglich fand die Registrierung auf berußten Glasplatten statt. Die Schreibspitze bestand aus einem feinen, von einer zersprengten Glaskugel gewonnenen Glassplitter, der, um die von der Zentrifugalkraft bedingte Schleifenschrift zu verhüten, hinter und unter dem Hebel umgekehrt wurde. Pipping (128a) ersetzte den Splitter durch einen kleinen, konisch geschliffenen Diamanten, der in die Glasplatte die Wellenschrift einritzt. Die totale Länge des Hebels beträgt 10 cm.



Die Dämpfung wird schon durch das im Vergleich zu dem der Membran große Gewicht des Hebels bewirkt. Es kommt noch der Reibungswiderstand bei der Registrierung hinzu, der bei dem Diamanten bedeutend ist. Um diese Dämpfung experimentell zu prüfen, läßt Hensen den Hebel durch ein Gewicht stark ausziehen und schneidet den Draht ab (besser ist, mit Pipping den Draht zu brennen, da die Scheere den Draht etwas verschieben kann). Der Apparat macht eine kleine Anzahl rasch abnehmender Schwingungen. Mit dem Glassplitter Hensens bekam man noch 6—7 Schwingungen; Pipping (128d) bekommt nur 2—3. Wie Hensen bemerkt, ist übrigens der Ausschlag während der Registrierung viel kleiner als dieser erzwungene Ausschlag, und dadurch wird die Dämpfung stärker und die Bewegung leichter.

Die starke Reibung bewirkt Durchbiegungen aller Stücke des Hebels. Um diese und die Eigenschwingungen unwirksam zu machen, setzt man den Hebel aus mehreren Teilen zusammen; in Pippings Apparat, den ich für mein Laboratorium kopiert habe, ist zwischen dem Metallfutter der Spitze und dem obersten Aluminiumhebel ein Holzstück eingesetzt, das mit Leim, Wachs oder Siegellack angeklebt wird. Diese Anordnung sichert Interferenzen der Eigenschwingungen.

Der Membranrahmen trägt ein zylindrisches Leitungsrohr. Dieses hat jedoch Pipping (128a) beseitigt, da er einen Einfluß auf die Klangfarbe befürchtet. Damit die Luftschwingungen dann auf der anderen Seite der Membran keine Interferenzen hervorbringen, hängt er um den Membranrahmen herum einen Schirm aus Leinwand und Pappe. Durch die Wegnahme des Leitungsrohres wird die Schrift noch verkleinert, und, um brauchbare Kurven zu erhalten, muß man sehr laut sprechen.

Die Zeitmarkierung wurde zuerst von einer Stimmgabel besorgt, die neben der Membran schrieb. Pipping (128d) gebrauchte eine Stimmgabel von 1000 Schwingungen,

---

1) Versuche, um nach dem Vorschlag von Fick (126) den Hebel radiär wie den Hammerstiel zu befestigen, führten nach Hensens Angaben zu keinem Resultat.

deren eine Zinke mit einer Diamantspitze versehen war. Jedoch merkte er, daß die Schwingungen die Membran beeinflußten, und ersetzte die Stimmgabel durch eine Zungenpfeife.

Die Glasplatte *g* (Fig. 54), die zum Schreiben dient, wird auf einen Holzschlitten *d* gelegt. Der Schlitten selbst gleitet zwischen zwei gegeneinander schräg gestellten Glasplatten *c*, die von Metallträgern *b* in der richtigen Lage gehalten werden. Das Ganze liegt auf einem Brett *a*. Die Leiste *e* und Federn befestigen die ziemlich dicke Glasplatte. Der 35 cm lange Schlitten wird mit der Hand oder mit der Maschine gezogen.

Der eigentliche Schreibapparat und der Zeitmarkierer werden von einem schweren Stativ getragen, mit mehreren Armen und Schrauben zur gröberen und feineren Einstellung nach den verschiedenen Richtungen. Der Sprachzeichner wird vom Mechaniker Zwickert-Kiel konstruiert.

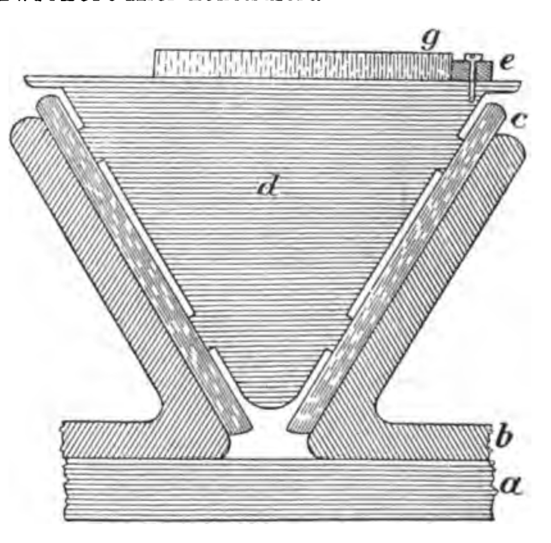


Fig. 54.
Sprachzeichner: der Schlitten.

Die außerordentlich starke Dämpfung bedingt, wenigstens mit der Pippingschen Anordnung, eine so kleine Schrift, daß die Ablesung nur unter dem Mikroskop möglich ist. Die von Hensen mitgeteilten Proben (Glassplitter, Rußschrift) waren noch makroskopisch, obwohl sehr klein. Die Schrift ist schön, und sogar die *i*- und *ü*-Laute, der Prüfstein für die Leistungen der Phonautographen, zeigen die hohen Obertonkräuselungen deutlich (s. Kurven bei Pipping 128a). Der Sprachzeichner Hensens ist besonders durch die zahlreichen, sorgfältigen Untersuchungen Pippings bekannt. Wenn man ihn mit den obigen Phonautographen vergleicht, so ist er allen diesen Apparaten hinsichtlich der Aufnahmetreue weit überlegen. Dagegen ist die Handhabung des Sprachzeichners ziemlich kompliziert und diffizil; die Zeitmarkierung erschwert noch den Versuch und besonders die Messungen. Die Messung mikroskopischer Kurven ist natürlich sonst zeitraubender als die von makroskopischen. Der Inhalt der Aufnahme ist auch durch die kurze Glasplatte beschränkt. Als einen weiteren Nachteil muß man noch den Umstand bezeichnen, daß die Versuchsperson sehr laut sprechen muß; besonders die natürliche Tonhöhe kann leicht daran leiden. Für Untersuchungen, die nicht auf die Klangfarbenanalyse speziell zielen, ist also m. E. die Anwendung der anderen Apparate aus diesen Rücksichten vorzuziehen. Die Wahl des Apparates muß nämlich immer dem Zweck der Untersuchung angepaßt werden.

II. Apparate mit Lichthebel. — Die Anwendung eines Lichtstrahles als Schreibhebel ist zuerst von Blake (129) eingeführt worden, und zwar teils

um größere Ausschläge zu bekommen, als die von den ersten Phonautographen (Scott, Barlow) gelieferten, teils um die von der Trägheit der Hebel und der Reibung der Spitze herrührenden Schwierigkeiten der Aufnahme zu beseitigen. Blake benutzte eine Telephonmembran, befestigte daran einen kleinen Stahldraht, der mit einem drehbaren Spiegel verbunden war. Ein Sonnenstrahl wurde von einem Rheostat auf das Spiegelchen geworfen, und durch ein geeignetes Linsensystem wurde der reflektierte Strahl auf eine bewegte photographische Platte geworfen. Die Membranschwingungen versetzten den Spiegel in Bewegung, und das Schwingungsbild wurde mit der gewünschten Vergrößerung photographiert. Boltzmann (204) machte auch Versuche mittels einer auf einer Luftkapsel befestigten Mikrophonplatte. Letztere trug eine glanzpolierte Platinalamelle, die von einem Lichtstrahl beleuchtet wurde. Der längliche reflektierte Strahl wurde von einer Zylinderlinse in einen Punkt verwandelt; Aufnahme auf rotierendem photographischem Papier.

Im Apparat von Rigollot und Chavanon (130) ist die Kapsel ein mit dünner Collodiummembran geschlossenes Paraboloid. Im Zentrum trägt die Membran ein kleines Gummiprisma, das, etwa wie in Blakes Anordnung, die Schwingungen der Membran auf ein drehbares Spiegelchen überträgt. Das von einem rotierenden Königschen Spiegel auf einen Schirm zurückgeworfene Schwingungsbild wird auf diese Weise beobachtet (natürlich wäre ebensogut eine Photographie möglich).

Die ersten phonophotographischen Versuche von L. Hermann (131) (Hermanns α-Methode) gehören auch hierher. Ein vertikal gehaltener Rahmen umfaßte die Membran; vom Rahmen ging auch ein dünner radialer Glimmersteg aus, der am freien Ende den kleinen versilberten Glasspiegel trug (Durchmesser 5 mm, Dicke 0,2 mm, Gewicht ca. 0,02 gr). Mit dem Zentrum der Membran war der Spiegel durch ein kleines Holzstäbchen fest verbunden. Dämpfung durch einen zwischen Membran und Glimmersteg gesetzten Wattebausch. Bezüglich der photographischen Einrichtung s. unten S. 141.

Hermann versuchte prinzipiell verschiedene Membranen: Metall, Glimmer, Holz, Papier, gespanntes Gummi. Von den erhaltenen Kurven gibt die nach einem von Hermann gütigst mitgeteilten Originalfilm abgebildete Fig. 55 eine Probe. Bekanntlich hat Hermann dieses Verfahren zugunsten des Phonographen aufgegeben.

Diese Anordnungen haben hauptsächlich ein historisches Interesse. Bevor wir die letzten, jetzt verwendeten Apparate durchgehen, ist es angemessen, die Vorteile und Nachteile des Lichtverfahrens kurz darzulegen. Der als Langarm des Hebels dienende Lichtstrahl kann offenbar keine Eigenschwingung haben und keine Druckbiegung erfahren; er zeichnet die Spiegelbewegungen getreu auf. (Dann kann er allerdings keine Dämpfung ausüben, und die Membran muß selbst für die eigene Dämpfung sorgen.) Außerdem hat er eine beliebige Länge, und man kann (vorausgesetzt, daß die Belichtung ausreicht) die Vergrößerung beliebig variieren, ohne die Belastung der Membran, bzw. das Gewicht und die Trägheit des schwingenden Systems

zu ändern. Da der Hebel keine
Nachteil der Bogenschrift, da der L
ohne die bei der Stirnschrift sonst
sind ja Vorteile von weittragender
aber auf gewisse Nachteile hinwei
wodurch sich das photographische V
fahren unbequemer gestaltet als
Rußverfahren. Die meisten Anordnun
verlangen, daß das Arbeitszimmer dun
ist. Außerdem muß die Lichtquelle k
stant sein, da eine Variation in der
lichtung große Unterschiede in
Schärfe und in der Breite der Kur
zur Folge hat. Weiter ist es sch
oder unmöglich, die Aufnahme währe
des Versuches zu prüfen und eventu
zu korrigieren, was das Rußverfah
so leicht erlaubt. Endlich darf m
bedenken, daß der chemische Proz
der Entwickelung nicht scharf begre
ist, sondern sich über die Grenzen
streckt, so daß die Ränder des Kurve
zuges eigentlich nicht die Schärfe d
guten, auf berußtem Papier gewonnen
Kurven besitzen. Wir gehen jetzt
den neueren Apparaten über.

1. Marage (132) hat eine Einric
tung kurz beschrieben, die mit dem A
parat von Rigollot-Chavanon ve
wandt ist. Die Schwingungen ein
dünnen Gummimembran werden eine
Spiegelchen übertragen Die Lichtquel
ist vom extraschnellen Telegraphen vo
Pollak-Virag entlehnt. Der Stra
schwingt senkrecht gegen die Achse d
photographischen Papiers, das durch ei
elektrisch angetriebenes Walzwerk b
wegt wird. Marage ersetzt den Mu
Rand. — Die dürftige Notiz erlaubt
Apparates; auch sind m. W. keine ein
Die mitgeteilten Kurven sind nicht be

2. In seinem Phonautographen hat
feinem Korkpulver angefertigte Membr
branen sind vom russischen Physike
ihres Eigentones angegeben worden.

unzusammenhängenden Struktur beruhen, die allerlei Interferenzen bewirken muß.

Die 1 mm dicke Korkmembran *p* (s. Fig. 56) wird in eine Fassung eingeklemmt, die aus zwei, 2 cm breiten Ringen mit Filzunterlage besteht; ein konischer Trichter sammelt den Laut gegen die Membran, deren freie Ebene 3 cm Durchmesser hat. Kleinere Membranen sind nach Samojlöff zu stark gedämpft.

Nach der vorderen Seite trägt die Platte *p* in ihrer Mitte ein Korkstäbchen *k*. Von der Fassung aus ragen zwei in Korkspitzen endende Stäbe *A*, *B* bis zum Stäbchen *k*, gegen welches sie sich stemmen. Der untere Stab B hat ein zugespitztes Ende *m*. Der obere Stab *A* ist unten in 2 Arme geteilt, welche eine Schraubenachse *c* tragen, die durch ein rhombisches Stück Kork *r* läuft. Das Korkstück *r* ist scharfkantig geformt, und die Länge der Kante ist der Breite von *K* gleich. Auf der einen Seite von *r* ist das Spiegelchen *s* zugeklebt. Die Stäbe A und B gleiten in Schraubenfassungen *a*, *b*, damit der Druck gegen K reguliert werden kann. Zur besseren Dämpfung setzt man (nach dem Vorgang Hermanns) Wattebäusche zwischen Stäbe und Membran.

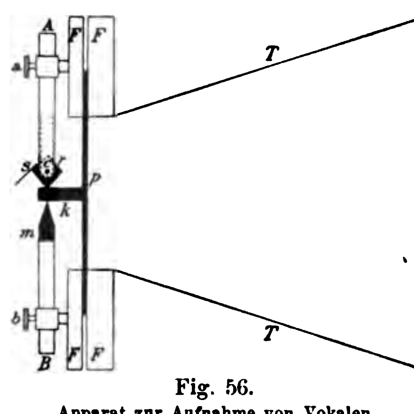


Fig. 56.
Apparat zur Aufnahme von Vokalen nach Samojloff.

Wenn die Membran angesprochen wird, so überträgt sie ihre Schwingungen auf das Korkstück *r*, den einzigen beweglichen Teil des Systems, und der vom Spiegel *s* reflektierte Lichtstrahl macht die Schwingungen der Platte mit.

Zur Kontrolle der Treue der Aufnahme schaltete Samojloff den Apparat in den Stromkreis eines Telephons, so daß die Membran als Mikrophon fungierte. Die Kontrolle zeigte, daß alles, was in die Membran hineingesprochen wird, im Telephon genau gehört wird. — Um die Dämpfung zu untersuchen, ließ Samojloff ein Korkpendel gegen die Mitte der Membran schlagen und photographierte die sukzessiven Ausschläge der Membran, deren Abnahme die Dämpfungsverhältnisse angibt. Es erwies sich dabei, daß die Dämpfung größer ist, wenn der Stab B gegen *k* drückt (s. näheres im Original).

Die Schwingungen werden auf photographische Platten aufgenommen, die durch den Pendelmyographen von Morochowetz bewegt werden. Die Abszissenachse bildet dann einen Kreisbogen; die Korrektion ist aber im Verhältnis zur Periodenlänge so klein, daß sie unberücksichtigt bleiben kann. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Platte wird die Unterbrechung des Lichtstrahles durch eine Stimmgabel benutzt.

Der vom Lichtstrahl gebildete, horizontale Spalt breitet sich beim Ansingen der Membran in ein Viereck aus, und der Apparat muß so eingestellt werden, daß die Seitenränder dem Vertikalspalt parallel stehen.

Samojloff hat den Apparat zur Aufnahme und Untersuchung isolierter Laute benutzt; diese Einschränkung ist wegen der Dimensionen der Platten erzwungen. Der Apparat kann aber natürlich zur Aufnahme längerer Stücke benutzt werden; dazu braucht man nur die photographische Einrichtung zu verändern.

Der Apparat bietet, in Verbindung mit einem Königschen rotierenden Spiegel, eine wegen ihrer Einfachheit sehr empfehlenswerte Demonstrations-

einrichtung. Was die sonstige Leistungsfähigkeit betrifft, so besitze ich keine Erfahrung. Es sind vom Erfinder keine sehr umfangreichen Untersuchungen veröffentlicht worden; und Katzenstein (93), der für Kehltonaufnahmen diese Einrichtung benutzte, fand sie ungenügend und hat sich zum folgenden Apparat gewendet.

3. Das von Martens erfundene, von Leppin-Berlin (134) konstruierte Instrument ist nach einem ganz anderen Prinzip hergestellt. Dem weiten Aufnahmetrichter ist die Reproduzermembran eines Grammophons aufgesetzt. Auf die Platte sind zwei Spiegelstreifen geklebt, die einander parallel und gegen den Mittelpunkt der Membran symmetrisch stehen. Der Apparat wird so eingestellt, daß der von der Lichtquelle ausgehende Strahl (Fig. 57) vom distalen Spiegel S_1 auf den proximalen S_2, vom letzteren durch eine Linse auf einen rotierenden Spiegel, und vom Spiegel auf einen Schirm geworfen wird. Wenn die Membran still steht, so erscheint ein gerader Streifen.

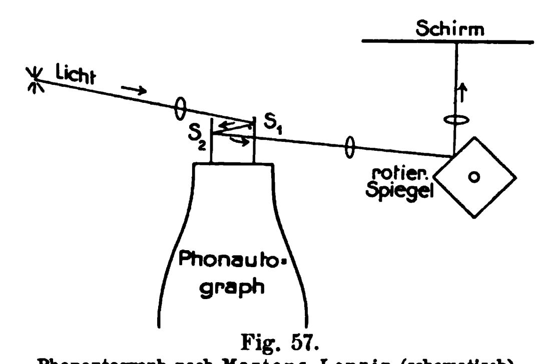


Fig. 57.
Phonautograph nach Martens-Leppin (schematisch).

Die Schwingungen der angesprochenen Membran verschieben aber die Spiegel gegeneinander und verursachen Schwingungskurven. Die Einrichtung kostet 200 Mk. — Als Demonstrationsapparat ist der Leppin-Martenssche Apparat sehr geeignet; wenn man den rotierenden Spiegel mit bewegtem photographischen Papier ersetzt, bekommt man eine Registrierung. Katzenstein (93) hält die registrierten Kurven für gut. Nach einer brieflichen Mitteilung von Gutzmann an den Verf. hat dieser Forscher neuerdings mit demselben Apparat Vokalkurven erhalten, die an Größe und Feinheit den bis jetzt produzierten überlegen sein sollen. Der Apparat wäre aber mit Rücksicht auf die Dämpfung zu untersuchen.

In den letzten Jahren sind mehrere Apparate vom hier behandelten Typus erfunden worden, die sich durch eine besondere Empfindlichkeit auszeichnen. Frank und Weiß haben eigentlich Einrichtungen zu konstruieren versucht, die den höchsten Ansprüchen der Hämodynamik (besonders der Registrierung der Herztöne) gewachsen wären; Struycken verfolgte dagegen akustische Zwecke.

4. Betreffend die von O. Frank konstruierten Schreibkapseln gibt der Erfinder im Abschnitt Hämodynamik eine eingehende Beschreibung und

Theorie; hinsichtlich der photographischen Registrierung sei auf den diesbezüglichen Abschnitt hingewiesen.

Die Frankschen Kapseln sind von Seemann (135) zur Registrierung von Sprachlauten verwendet worden. Die Aufstellung des Apparates erlaubt eine dreifache synchrone Registrierung. Die Mitteilung Seemanns enthält nur eine Probe, die nach dem Verfasser bei der Reproduktion an Deutlichkeit gelitten hat. Die Ordinaten sind groß; dagegen sind für manche akustische Zwecke die Abszisse zu klein, und eine größere Geschwindigkeit wäre also notwendig. Die Aufnahme von längeren Lautkomplexen ist auch möglich, wenn man die Einrichtung für fortlaufenden Film gebraucht. Die

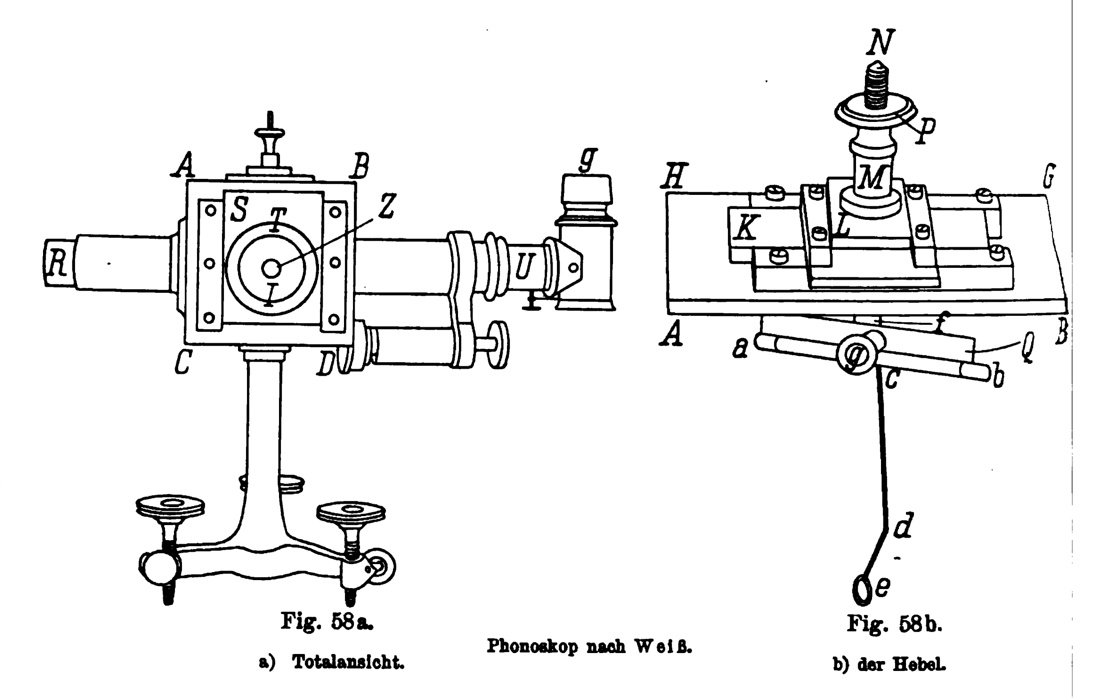


Fig. 58a. a) Totalansicht.

Phonoskop nach Weiß.

Fig. 58b. b) der Hebel.

Empfindlichkeit der Kapseln ist nach dem Modell verschieden; Kehlton und Mundton lassen sich sehr gut aufnehmen. Außerdem bietet die Aufstellung von Frank den großen Vorteil, daß man bei Tageslicht operiert.

5. In dem von O. Weiß (136) erfundenen Phonoskop werden die Schwingungen einer in den Newtonschen Farben schillernden Seifenlamelle[1] durch einen Glashebel auf empfindliches Papier geworfen. Der Apparat ist

1) Früher hatte Taylor (85) in seinem Phoneidoskop eine Seifenlamelle angewendet. Eine Metallscheibe mit kreisrunder Öffnung trägt die Lamelle; die Leitungsröhre führt zu einem Mundtrichter. Die Aussprache eines Lautes verursacht auf der Fläche der Lamelle stehende Figuren, die gezeichnet, bzw. photographiert werden können. Die Deutung dieser Wirbel ist aber nicht leicht, da die Stromverhältnisse in der Leitung einen Einfluß ausüben können; der Apparat von Weiß ist von diesem störenden Einfluß frei.

auch im Abschnitt Hämodynamik beschrieben, weshalb ich mich hier auf das Wichtigste beschränken kann. Ein von einem schweren Stativ getragener Kasten (Fig. 58a) trägt auf einer vertikalen Wand ABCD einen Tubus I, dessen Boden mit einer runden Öffnung Z (1 cm Durchmesser) versehen ist, die von der Lamelle geschlossen wird. Der an einen Messingstreifen geklebte Hebel *cde* (Fig. 58b) ist von der oberen Wand ABGH aus durch die Schlitten K und L und die Schraube P in den drei Raumdimensionen verschiebbar. Der Lichtstrahl einer Bogenlampe wird von einem in R enthaltenen Mikroskopobjektiv auf den Hebel geworfen, und ein zweites Objektiv im Tubus U entwirft vom Hebel ein Bild, das von zwei im Rohr *g* enthaltenen Prismen in die horizontale Ebene umgestellt wird. Dieses Bild wird gegen die vertikale Spalte des optischen Registrierapparates von Hermann und Gildemeister (137) geworfen. Gleichzeitig wird durch die Spalte der bewegte Schatten einer Feder registriert, die von einer entfernten Stimmgabel lautlos in Schwingungen versetzt wird.

Die Hauptschwierigkeit besteht in der Anfertigung und der Einstellung des Glashebels, wegen der besonders kleinen Dimensionen des Systems. Die dünne Lamelle aus Glyzerinseifenlösung hat nach den Messungen von Weiß für eine Fläche von 0,88 cm² ein Gewicht von 0,05 mg, und mit dem feinen, versilberten Glashebel (Durchmesser 10 μ, Länge 18 mm) hat das schwingende System ein Gesamtgewicht von 0,0535 mg, wohl ein bis jetzt unerreichtes Minimum. Der Hebel muß der Lamelle genau zentrisch anliegen, der vertikale Schenkel absolut senkrecht stehen, und die Öse keine ungleiche Spannung in der Lamelle hervorrufen; sonst bekommt das System ein Drehmoment und verliert bedeutend an Empfindlichkeit. Die Behandlung des Apparates ist also, wie leicht verständlich, sehr delikat. Auch muß die Unterlage des Phonoskopes absolut erschütterungsfrei sein.

Die Empfindlichkeit ist sehr groß. Leise gesprochene Vokale (mit Vollstimme) bewirken noch auf 10 m Abstand einen Ausschlag; geflüsterte Vokale werden auch gut registriert, und ebenso die hohen Obertöne der *sch*- und *s*-Laute (s. Weiß 136c). Das Phonoskop ist von Erich Herrmann (138) zur Aufnahme von Musikinstrumenten verwendet worden, wo der Phonograph den Dienst versagte.

Mittels synthetischer Versuche hat Weiß (139) die Leistungen des Apparates kontrolliert; diese Versuche sind befriedigend ausgefallen. — Der Apparat wird von Edelmann-München konstruiert.

Durch die Vermittelung Hermanns hat mir der Erfinder die auf Fig. 59 mitgeteilten Proben (1—4 piano gesungenes *a*, 5 geflüstertes *a*, *s*-Laut) mit großer Liebenswürdigkeit zur Verfügung gestellt.

6. Nach einem eigentümlichen, von den obigen abweichenden Prinzip ist der Apparat von Struycken-Breda gebaut. Hier werden 2 Membranen so aufgestellt, daß sie durch den Einfluß der Luftschwingungen synchrone Bewegungen ausführen und einem zwischenstehenden Spiegel dementsprechende Winkeldrehungen erteilen. Der Apparat wird zurzeit vom Erfinder noch verbessert; die Grundzüge der Ausführung findet man aber bei Struycken (140) und Gutzmann (9) S. 88 angegeben. Einiges entnehme ich auch einer brieflichen Mitteilung des Erfinders.

Eine schwere, kupferne Platte hat eine rechteckige Öffnung (3×4,5 cm), hinter welcher ein vorn offenes Kästchen aufgestellt wird. Die obere und die untere Wand werden von den Aufnahmemembranen gebildet (2×4,5 cm); die übrigen Wände sind aus Holz, und die Kassette wird in einer Mauer befestigt, die 2 Räume akustisch von-

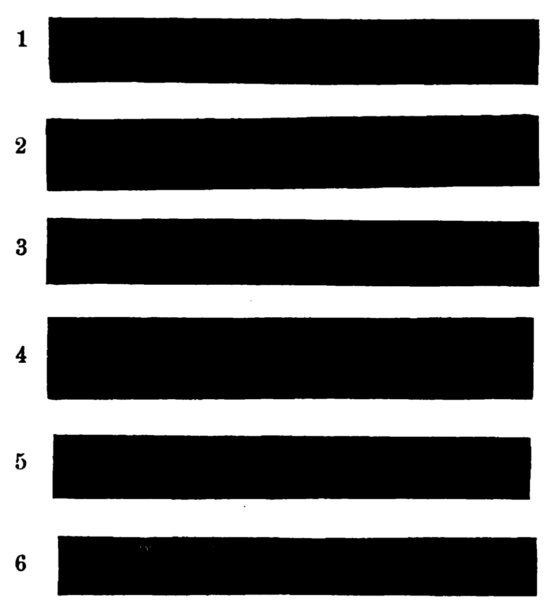


Fig. 59.
Lautkurven, mit dem Phonoskop aufgenommen.

einander trennt. In der Mitte des Kästchens steht der vertikale Spiegel (3 mm lang, 1—2 mm breit), der um eine feine, sich auf Achathütchen bewegende Stahlachse (6—8 mm lang, $^1/_{20}$ mm Durchmesser) drehbar ist. Ein kleiner Querarm wird auf der Achse gegen die Spiegelfläche senkrecht befestigt. Von jeder Membran geht, durch ein leichtes Dreifüßchen gehalten, ein sehr dünner Metalldraht bis zur Endspitze des Querarmes: um dem Winkelgelenk die größtmögliche Beweglichkeit zu sichern, wird die Verbindung von einem dünnen Kautschukfaden hergestellt (vgl. die schematische Ansicht Fig. 60).

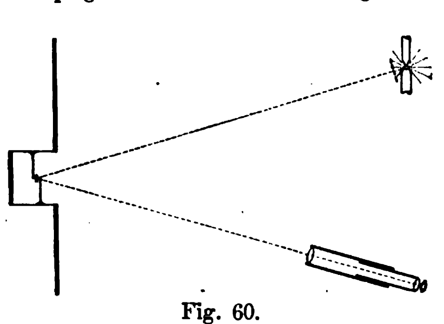
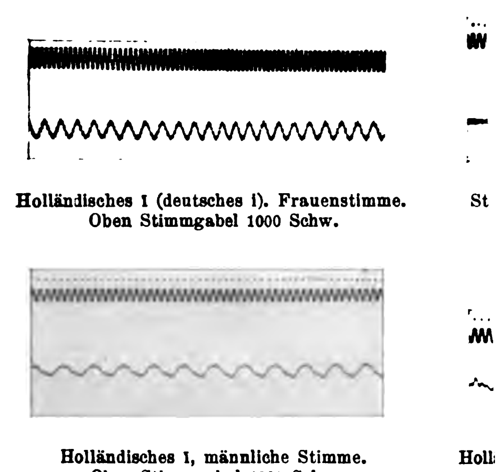


Fig. 60.
Apparat zur Tonaufnahme nach Struycken.

Der Mechanismus des Apparates ist demnach leicht verständlich. Die durch die Öffnung eintretenden Luftwellen (die noch dazu von der Hinterwand zurückgeworfen werden) versetzen die symmetrisch aufgestellten Membranen in Schwingungen, wobei beide gleichzeitig eine positive oder negative Elongation einnehmen; die Abstände werden also innerhalb einer Periode größer und kleiner. Bei positivem Ausschlag der Membran werden die rechten Winkel zwischen Fäden und Querarm stumpf, bei negativem Ausschlag dagegen spitz, und der Spiegel dreht sich nach Maßgabe dieser Elongationen um eine ideelle vertikale Achse. Es bleibt nur übrig, die Bewegungen des den Spiegel beleuchtenden Lichtstrahles zu beobachten und zu registrieren.

Struycken hat durch die Wahl des für die größte Empfindlichkeit gesorgt. dünnsten Aluminiumfolien (0,1 μ) oder aus ihrer Leichtigkeit zeichnen sie sich durch il an den Schmalseiten festgeklemmt, und die werden sie nur so viel gespannt, daß ein unbedeutend ändert. Das Gewicht des ganz folie) beträgt für eine Oberfläche von 16 cı reagiert auf alle Töne bis zur Hörgrenze. von Gutzmann und Zwaardemaker, di hat ihn in seiner **Camera silentia** geprüft), sehr groß, möglicherweise größer als die (Es scheint, als wäre man mit diesen Apparatei



Holländisches i (deutsches i). Frauenstimme. Oben Stimmgabel 1000 Schw. St

Holländisches i, männliche Stimme. Oben Stimmgabel 1000 Schw. Holl

Fig. 61.
Vokalkurven, von Struycken

barkeit gekommen; denn ein Registrierappar wie das Ohr, wäre, wie Weiß bemerkt, ı Geräusche und Laute reagieren würde, di(suchung fernhalten möchte.

Zur Sichtbarmachung der Kurven kanı verwenden; jedoch ist er für hohe Töne un braucht folgende Anordnung: eine starke Z streifen zu einem Lichtpunkt, und die Be durch ein Fernrohr beobachtet. Vor dem O aber ein kleines, total reflektierendes, gleichse Uhrpendel um die Längsachse des Spiegel(Töne wird er besser rotierend bewegt); ma Diese kann auch photographiert werden, ind linie der Zylinderlinse gezogen wird; nur mı werden. Die Zeitmarkierung macht hier auc

stellt vor der Zylinderlinse eine hohe, leichte Stimmgabel auf, die mit einem feinen Haar versehen ist. — Ich gebe hier auf Fig. 61 einige Proben der erhaltenen Kurven, die mir Dr. Struycken gütigst schickte. Laut seiner brieflichen Mitteilung sind die letzten Sommer aufgenommenen Originale noch nicht befriedigend, denn das Prismenpendel zeigt noch immer minimale Obertongipfel, die in den Photographien fehlen. Im heurigen Berliner Laryngologenkongreß wird Struycken seinen Apparat vorführen und die Theorie, namentlich die Korrektionsformel, entwickeln.

II. Registrierung mit schwingenden Flammen. — Statt auf eine Hebelvorrichtung zu wirken, kann der Luftstrom (mit oder ohne Vermittelung

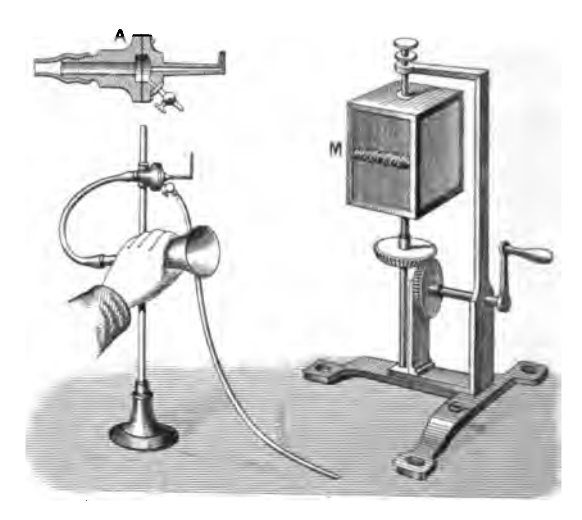


Fig. 62.
Manometrische Flamme nach König mit rotierendem Spiegel.

einer Membran) seine Schwingungen einer Flamme übertragen. Am bequemsten ist die von R. König (141) ausgebildete Methode der manometrischen Flamme. Ein Leuchtgasstrom wird durch eine kleine kreisförmige Kapsel geführt, deren Vorderseite von einer elastischen Membran gebildet wird, die von den Tonwellen getroffen wird. Es entstehen Druckschwankungen im Gasstrom, die sich durch Höhen- und Volumänderungen der Flamme äußern. Da diese Änderungen zu rasch verlaufen, um perzipiert zu werden, so beobachtet man das Bild der Flamme auf einer rasch bewegten Spiegelfläche; man sieht entweder einen leuchtenden Streifen (Ruhestand der Flamme) oder verschieden gezahnte Flammen (Fig. 62). Die gewöhnliche Form des rotierenden Spiegels ist quadratisch oder oktogonal.

Zur Erregung der Membran spricht man in den Trichter; man kann aber auch die manometrische Kapsel durch einen Schlauch mit einem Resonator verbinden, wobei die Flamme nur auf den Eigenton des Resonators reagiert. So hat König zur Klanganalyse mittels Resonatoren einen Apparat mit 8 zylindrischen Resonatoren und 8 Flammen konstruiert. Die Schall-

leitung verzweigt sich zu den 8 Resonatoren, und je nach dem Klange bleiben gewöhnlich einige Resonatoren (und Flammen) still, während andere schwingen.

Die Flammen wurden zuerst beobachtet und gezeichnet, was bei rasch variierender Tonhöhe und Klangfarbe (Sprachlaute) unbefriedigend war. Außerdem sind die Spiegel nicht immer genau zentriert; weiter wirkt die durch die Rotation erzeugte Luftbewegung auf die Flamme. Daher ist man später zur optischen Registrierung übergegangen, indem man statt des rotierenden Spiegels ein bewegtes photographisches Papier (bzw. Film oder Platte) anwendet. Ein Linsensystem muß zwischengestellt werden, das von der Flamme ein reelles Bild in der Ebene des Papiers entwirft. Nichols und Merritt (142) gebrauchen z. B. eine Kamera mit einer rotierenden Filmtrommel, Doumer (143) eine querlängliche Kamera mit einem Objektiv von kurzer Brennweite. Das Licht muß stärker sein als für die gewöhnliche Beobachtung. Doumer mischt das Leuchtgas mit Benzindämpfen und läßt es in Sauerstoff brennen; ebenso Nagel und Samojloff (144), bis auf den Sauerstoff. Nichols und Merritt bedienen sich einer Mischung von Wasserstoff und Azetylen (bzw. Leuchtgas), die auch in Sauerstoff brennt; Marage (145) gebraucht Azetylen. Der Brenner soll sehr klein und die Flamme niedrig sein; Nagel und Samojloff geben 1 cm als höchstes Maß an, Doumer hatte früher schon die Flamme auf 2 mm reduziert. — Eigentlich ist eine zweite von einer Gabel angetriebene Flamme zur Zeitmarkierung nötig.

Nagel und Samojloff haben als Gaskammer das Mittelohr eines frisch getöteten Tieres verwendet; als Membran dient also das Trommelfell; die tuba Eustachii bildet den proximalen Zweig der Gasleitung, und für den Abfluß wird ein Loch durch den Knochen gebohrt; man spricht in den äußeren Gehörgang hinein.

Wie die letztgenannten Forscher nachgewiesen haben, ist die Anwendbarkeit der Methode beschränkt. Die Flamme besitzt nicht die zur Aufzeichnung rascher Schwingungen nötige Beweglichkeit. Über die Tonhöhe und gewissermaßen über die Intensität (Amplitude des höchsten Gipfels jeder Periode) geben die Königschen Flammen Aufschluß; für Klanganalyse sind sie aus mehreren Gründen unbrauchbar. Scripture (8) S. 29 hat ein Verfahren angegeben, um den Zackenprofil allein zu bekommen; die ganze Mühe ist m. E. schon deshalb umsonst, weil die Flammenspitzen stark gebeugt erscheinen und kein sinusoidaler Kurvenzug daraus zu entnehmen ist. Die ganze Methode dürfte jetzt auf Orientierungs- und Demonstrationsversuche beschränkt werden.

Marbe (146) hat dagegen das Rußverfahren auf die Flammenmethode angewendet. Der Brenner steht unter einem beweglichen Streifen von Telegraphenpapier, das von der Flamme berußt wird. Steht die Flamme still (Pause, tonloser Laut), so erscheint ein kontinuierlicher Rußstreifen; wenn die Flamme schwingt, so bilden sich Ringe, die einander überdecken. Das Papier wird kontinuierlich bewegt, geht durch eine Fixierlösung und trocknet, eine zuerst von Pringsheim verwendete Anordnung. Die Kapsel hat sehr kleine Dimensionen, und die Gasleitung ist ein Kapillarrohr. Marbe gebraucht Azetylen, wegen seines starken Rußhaltes. Die Flamme

ist hoch (5 cm), der Rußstreifen ist ca. 1 cm breit. Marbe hat einen Apparat für dreifach synchrone Registrierung konstruiert. Die Zeit wird von einem zweiten Brenner markiert. — Nach Gutzmann (9) S. 49 kommt man aber mit einem Brenner, und auch ohne das sonstige Walzwerk für Papierstreifen gut zurecht. Die Flamme beleckt die untere Fläche eines wagerecht gehaltenen Kymographions, das spiralförmig registriert; sie wird am besten etwas seitlich gestellt, und zwar nach der Drehungsrichtung hin verschoben. Durch ein T-Rohr wird die Membran mit der Tonquelle und mit einem Chronoskop verbunden, welch letzterer erkennbare Impulse liefert. — Marbe hat auch die Membran fortgenommen und die Flamme mit gutem Erfolg direkt angesprochen. — Von den Marbeschen Rußringen gibt die Fig. 63 eine Probe.

Ich besitze von der Methode keine Erfahrung; nach dem Urteil der Fachleute ist sie bequem und empfindlich und kann für Stimmton- und Tonhöhenuntersuchungen empfohlen werden. Jedenfalls scheint mir aber die Kehltonschreibung nach Wirth oder die Aufnahme des Mundluftstromes,



Fig. 63.
Rußfiguren nach Marbes Verfahren (Vokaleinsätze).

wie sie allgemein üblich ist, vorzuziehen, weil beide Methoden (besonders die letztere) mehr Einzelheiten liefern, als das Marbesche Verfahren zu geben vermag.

III. Elektrische Phonautographie. — In den obigen Methoden wirkte die schwingende Membran auf die eigentliche Schreibvorrichtung durch die Vermittelung eines Hebels oder eines Gasstromes. Das Zwischenglied kann aber auch eine elektrische Stromleitung sein: die Schwingungen der Membran verursachen periodische Schwankungen der Stromintensität, die auf eine passende Schreibanordnung wirken. Für diese elektrische Registrierung bedient man sich entweder des Telephons oder des Mikrophons (bzw. einer Kombination beider Instrumente).

Auf die, übrigens noch sehr unvollständige Theorie dieser Apparate einzugehen, ist hier nicht der Ort; man wird sich mit einigen Hinweisen begnügen. Vom Telephon gibt es zwei Haupttypen. Im magnetischen Telephon (Grahams System) schwingt die angesprochene Membran über den Polen eines Elektromagneten und verursacht periodische Änderungen des Kraftfeldes, die sich durch die Spule und die Leitung fortpflanzen, um im anderen Apparat (Hörtelephon) eine ähnliche Membran in Schwingungen zu versetzen wie, weiß man nicht recht). Im elektromagnetischen Telephon (Bells System) geht der Stromkreis einer Batterie durch den Sprechapparat, wo

er durch die Membranschwingungen Änder
veränderten Form der Leitung, um auf
durchzusetzen. Als Sprechapparat dient j
zur Verstärkung des Stromes wird dem G
hinzugesetzt.

Das Mikrophon besteht in seiner e
an beiden Enden zugespitzten Graphitstäb

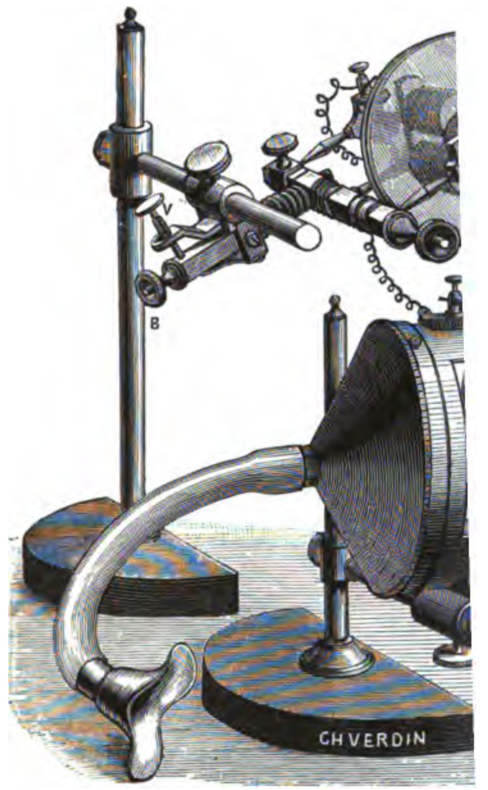


Fig. 64.
Vereinigte Mikrophon und Stimmtonaufne

Kohlen steht, deren wenigstens eine die M
Das Kohlensystem ist in den Stromkreis
schwingungen verändern die Kontaktverhältn
der Widerstand variiert infolgedessen im Stro
Elektromagneten des Hörapparates schwankt
schwingt die Membran dieses Apparates. (
kommt, ist ganz unklar.) Je labiler die A
desto stärker reagiert das Mikrophon auf d
üblichen Modellen verwendet man oft als
oder Kohlenkörnchen.

Über die Bedingungen, die ein genau arbeitendes Telephon bzw. Mikrophon zu erfüllen hat, ist noch ziemlich wenig bekannt, und die Konstruktion ist vorwiegend empirisch. Es sei hier auf zwei Punkte hingewiesen:

1. Einfluß der schwingenden Membran. Die Arbeiten der letzten Jahre haben das Problem wesentlich gefördert. Wiersch (147) zeigte, daß die Membranen mit tiefem Eigenton (größere Dimensionen, nicht starke Spannung, usw.) auf die höheren Schwingungen (hohen Obertöne) nicht gut reagieren, und daß man den Eigenton erhöhen muß, um ein besseres Resultat zu erzielen; dadurch wird aber nach dem Nachweis von M. Wien (148) die Amplitude enorm herabgesetzt.[1])

2. Einfluß des Stromkreises. — Diese Frage ist besonders von du Bois-Reymond (149), Weber (150), Helmholtz (151) und Hermann (152) untersucht worden. Es handelt sich darum, wie sich die Amplituden und die Phasen der Teiltöne auf dem Wege zwischen Aufnehmer und Abgeber verhalten. Die Verhältnisse sind kompliziert und lassen sich in geschlossener Form nur unter gewissen Annahmen darstellen. Man hat besonders die Induktionen zu berücksichtigen: Einfluß der Membranen auf die Spule, der Induktionskreise aufeinander, Selbstinduktion der Kreise usw. Aus der Arbeit Hermanns geht jedoch hervor, daß es unter Anwendung eines Telephons als Aufnehmer gelingt, die Übertragung theoretisch ohne Änderung der Amplitudenverhältnisse (und unendlich kleiner Phasenverschiebung) zu gestalten, wenn der Widerstand des Telephonkreises (bzw. der zwischengeschalteten Induktionskreise) im Verhältnis zum Potential der Spulen auf sich selbst sehr klein ist. Dient das Mikrophon als Aufnehmer, so muß der Telephonkreis mit dem Mikrophonkreis durch eine Induktionsvorrichtung verbunden sein, deren Potential gegen die Widerstände und das Potential des Telephonkreises groß ist. — Immerhin sind es ja angenäherte Lösungen.

Daß die Übertragung nie absolut getreu ist, weiß jeder aus der eigenen Erfahrung; die Verunstaltung des Klanges kann aber ebensogut von der Membran wie von dem Stromkreis herrühren. Was die Bewegung der Membran betrifft, so würde sie sich in einem guten Apparat (mit genügender Dämpfung) durch die Gleichung gedämpfter Bewegungen ausdrücken lassen. Ist t die Zeit, x die Elongation der Membran, M die Masse, A die Dämpfungskonstante (hier aus Reibung, Induktion usw. bestehend), B die Elastizitätskonstante (die die Membran zur Ruhelage zurückzieht), C die Amplitude der bewegenden Kraft (hier die Stimme), und weiter $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T ist die Schwingungsperiode), so lautet die Gleichung

$$\text{(4)} \qquad M\frac{d^2x}{dt^2} + A\frac{dx}{dt} + Bx = C\sin\omega t,$$

eine schematische Gleichung, die wir weiter unten noch antreffen werden. Sie gilt aber nur unter der Voraussetzung, daß die Bewegungsfrequenz bedeutend unter der eigenen Schwingungsfrequenz der Membran liegt; in

1) Die Originale konnten nicht mehr rechtzeitig angetrieben werden; ich entnehme obige Ausführungen dem Werke Auerbachs (106).

diesem Falle kann das erste Glied links (Trägheitsfaktor) vernachlässigt werden.

Es sind verschiedene Ansätze gemacht worden, um diese Apparate für die akustische Registrierung zu verwerten. Für die Registrierung wird der Abgeber durch eine passende Anordnung ersetzt. Entweder wird die Einrichtung mit Rußschrift oder mit photographischer Registrierung (Elektrometer, Oszillograph) verbunden. Endlich ist auch ein Verfahren erfunden worden, das eine spätere Wiederholung erlaubt (Poulsens Telegraphon) und den Übergang zur zweiten Abteilung bilden wird.

1. Apparate mit Rußschrift. — Rousselot (34) bediente sich des von Boudet de Pâris angegebenen, von Verdin konstruierten Mikrophons mit drei horizontalen Kohlen; eine Schraube reguliert den Druck der Kohlen aufeinander. Er versieht aber den Apparat (Fig. 64) mit einer Luftleitung,



Fig. 65.
Kurve des Vokals *a*, mit dem Kapillarelektrometer aufgenommen; nach Hermann.

die sich gegen die Membran konisch erweitert. Das ziemlich starke Elektromagnetenpaar wirkt auf eine eigentümliche Hebelvorrichtung. Eine gespannte Membran aus Schweinsblase trägt in der Mitte ein Eisenplättchen, das mit dem Schreibhebel verbunden ist. Die oszillierende Attraktion der Elektromagneten und die entgegenwirkende Spannung der Membran versetzen das Eisenplättchen und den Hebel in Schwingungen. — Daß der Apparat die Klangfarbe getreu wiedergeben kann, ist jedoch sehr zweifelhaft; die Mikrophoneinrichtung ist schon nicht befriedigend. Rousselot (7) hat ihn später verändert und soll bessere Resultate erhalten haben; die diesbezüglichen Angaben sind aber zu kurz, um eine Vorstellung der neuen Anordnung zu geben.

2. Registrierung mit dem Kapillarelektrometer. — Laut einer brieflichen Mitteilung an den Verf. hat L. Hermann zusammen mit E. Herrmann im Jahre 1906 Untersuchungen am Mikrophon angestellt. Als Abgeber diente ein Kapillarelektrometer, dessen Ausschläge mit der Einrichtung von Hermann-Gildemeister (137) photographiert wurden. (Über das Kapillarelektrometer s. den Abschnitt: Elektrophysiologie.) Die diesbezügliche Arbeit dürfte in der nächsten Zukunft erscheinen. Hermann hat

mir die beigegebene Probe (Vokal *a*) gütigst eingesandt (Fig. 65). — Es wurden auch hohe Sopranstimmen aufgenommen, wobei es sich herausstellte, daß die verschiedenen Vokale nicht mehr unterscheidbar waren. Das Resultat ist objektiv gut zu verstehen (der Text von Arien in den hohen Oktaven ist ja erfahrungsgemäß so gut wie unverständlich); es kann aber auch z. T. an der Membran gelegen haben, wenn diese einen relativ tiefen Eigenton hatte (vgl. die Ausführungen von Wiersch).

3. Registrierung mit dem Oszillographen. — Neuerdings haben mehrere Forscher zur Registrierung der Mikrophonkurven Apparate benutzt, die in der Elektrotechnik zur Aufnahme von Wechselstromkurven dienen, nämlich die sogen. Oszillographen. Die Theorie und Beschreibung dieser Apparate ist bei Orlich (153) zusammengestellt (S. 43—58), auf dessen Arbeit die folgende Darstellung fußt. Mit Rücksicht darauf, daß dieser Apparat ziemlich neu ist und bis jetzt wenig verwendet worden ist, schien mir ein näheres Eingehen auf dessen Leistungen angebracht.

Der von Blondel erfundene Oszillograph ist im Prinzip nichts anderes als ein Galvanometer, das zur richtigen Bezeichnung von kurzperiodischen elektrischen Strömen geändert wird. „Um die Wirksamkeit eines Oszillographen zu verstehen, denke man sich ein gewöhnliches Galvanometer von einem langsam veränderlichen Strom durchflossen. Der Strom soll zwar periodisch sein, sich aber so langsam verändern, daß die ganze Periode mehrere Minuten dauert. Das Galvanometer, dessen Schwingungsdauer einige Sekunden dauert, ist dann imstande, dem Strome zu folgen und in jedem Augenblick den Augenblickswert des Stromes richtig anzugeben“ (Orlich, S. 43—44). Soll der Apparat die Stromvariationen richtig wiedergeben, so müssen zwei Bedingungen erfüllt sein. Einerseits muß die Zahl der Eigenschwingungen des Apparates im Verhältnis zur Schwingungszahl des aufzunehmenden Stromes groß sein. Andererseits muß der Apparat so weit gedämpft sein, daß seine Eigenschwingungen sich der aufzunehmenden Kurve nicht addieren, und doch nicht so stark, daß er den Stromänderungen nicht unmittelbar folgen kann. Zur Erfüllung der ersten Bedingung muß das Trägheitsmoment des beweglichen Systems möglichst klein, und die Richtkraft (die das stromlose Galvanometer nach der Ruhelage zurücktreibt) möglichst stark sein.

Was die zweite Bedingung betrifft, so sieht man sofort, daß es ein Dämpfungsoptimum gibt, dessen Wert man berechnen kann. Es sei nämlich K das Trägheitsmoment, A die Dämpfungskonstante und B die Richtkraft, so muß, damit die Eigenschwingungen des Systems verschwinden, die Gleichung

$$A = 2\sqrt{BK} \tag{5}$$

bestehen.

Wir nehmen an, daß irgendein periodischer elektrischer Strom den Apparat durchfließt und die Nadel nach Maßgabe seiner jeweiligen Stärke ablenkt. Diese ablenkende Kraft stellt eine periodische Funktion der Zeit dar, die wir mit F bezeichnen. Sie läßt sich infolgedessen (s. unten Kap. IV) nach dem Fourierschen Satze durch eine unendliche Reihe von Sinusschwingungen ausdrücken, so daß ihr Wert im Augenblicke t

$$(6) \qquad F = \sum_{p=1}^{\infty} C_p \sin(p\alpha$$

ist, wo C_p die Amplitude des p^{ten} Gliedes
verschiebung gegen den Nullpunkt der zu
— Andrerseits ist die Bewegung des bewegl
durch die Differentialgleichung

$$(7) \qquad F = K \frac{d^2 \varphi}{d t^2} + A \frac{c}{c}$$

gegeben, wo F die Wirkung des Stromes auf
und φ den Ausschlagswinkel des Systems
Glied des rechten Membrums stellt, wie ob
heit, das zweite den der Dämpfung, und d
Aus dem Werte von (6) ergibt sich für (7) ei
Verhältnis der Eigenperiode des Galvanome
den Stromes bezeichnen, so ist, unter Ann
Integral von (6)

$$(8) \qquad \varphi = \frac{1}{B} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{C_p}{1 + p^2 \lambda^2} \sin($$

wo

$$\operatorname{tg} \gamma_p = \frac{2 p \lambda}{1 - p^2}$$

ist.

Die Aufnahme der Stromkurve ist nu
Reihen (6) und (8) dieselben Werte resultie
gleichung beider Reihen hervor, daß die
kleinere Werte, und für die Phasen andere
Reihe (6): m. a. W. der Oszillograph gibt
getreu wieder. Man kann aber den Grad
darüber weiter unten.

Die Oszillographen werden in verschiedenen
nach zwei Typen: Nadeloszillographen und bifilare O
graphen bildet der Magnet den beweglichen Teil, wä
Die Nadel besteht z. B. aus einem schmalen Eisenb
den Polen eines Magneten (bzw. Elektromagnete
Magneten quermagnetisiert wird. Zur Dämpfung w
Röhrchen gesetzt.

In dem bifilaren Oszillographen ist im Gege
bewegliche Stromleiter wird hier nicht von einer
Schleife gebildet. In der Ausführung von Dudde
zwei durch die Rolle R gespannten und durch den
wird in den Luftraum eines starken Elektromagnet
dem vorigen Typus.

1) Die Oszillographen dürften kaum zum Inve
toriums gehören; man wird wohl immer den App
technischen Anstalt zu eventuellen Versuchen benu
gehende Beschreibung verzichtet.

Die Nadeloszillographen sind solider, aber weniger empfindlich als die bifilaren; außerdem bildet die Selbstinduktion des Stromleiters eine Fehlerquelle, die bei den bifilaren Oszillographen praktisch belanglos ist.

Die Eigenschwingungen betragen gewöhnlich zwischen 6000 und 10000 pro Sekunde; man ist jedoch bis zu 50000 gekommen.

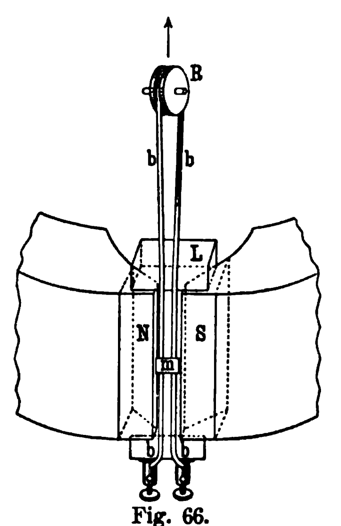


Fig. 66.
Bifilarer Oszillograph nach Duddell.

Damit die Drehungen des beweglichen Systems sichtbar werden, ist dieses mit einem versilberten Spiegelchen versehen (z. B. Fig. 66: *m*). Der Spiegel hat sehr kleine Dimensionen, oft nur 1 mm^2; es ist daher schwierig, dessen Bewegungen sichtbar zu machen. Die dazu benutzte Einrichtung ist schematisch folgende (Fig. 67). Die Strahlen einer starken Bogenlampe werden mittels Linsen konzentriert und durch einen vertikalen Schlitz S auf den Spiegel M geworfen. Der Spiegel wirft sie gegen eine Zylinderlinse Z, welche die vertikale Linie in einen Punkt P zusammenzieht, der bei den Drehungen des Spiegels horizontal hin und her schwingt. Hält man also in P eine Mattscheibe, so sieht man bei stromlosem Oszillographen einen Lichtpunkt; wenn ein periodischer Strom durch den Oszillographen geschickt wird, so breitet sich der Punkt in eine Linie. Ersetzt man die Mattscheibe durch einen rotierenden Spiegel, so sieht man den Verlauf der Oszillographenkurve sehr deutlich. Wird endlich an die Stelle der Mattscheibe eine passende photographische Einrichtung eingesetzt, so läßt sich die Kurve in der bekannten Weise photographieren.

Zur Aufnahme von Lauten schaltet man den Oszillographen in den Stromkreis eines Mikrophonen. Die Stärke des notwendigen Primärstromes hängt natürlich von der Konstruktion des Apparates ab. Nach den Versuchen von Devaux-Charbonnel (154) spielt die Beschaffenheit der Mikrophone (Kohlen, Kohlenpulver usw.) keine Rolle; dagegen hat die Aufstellung (horizontale oder vertikale Mikrophone) einen Einfluß auf die Form der

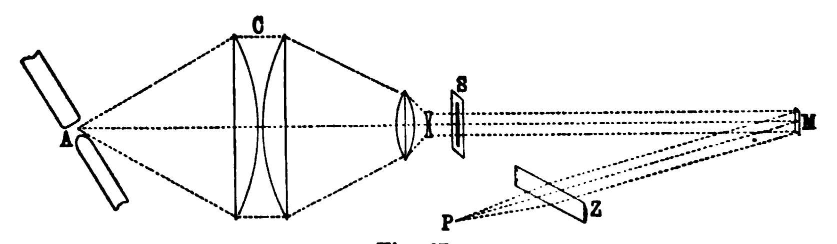


Fig. 67.
Einrichtung zur Sichtbarmachung der Schwingungen des Oszillographen (schematisch).

Kurve. Als Probe der Leistungen des Oszillographen gebe ich hier einige Vokalkurven (Fig. 68), die nach der Methode der fallenden Platte aufgenommen wurden.[1]) Die erhaltenen Kurven (vgl. andere bei Gutzmann (9)

1) Ich verdanke diese Platte der Güte von Prof. A. Wertheim-Salomonson (Amsterdam), der mir außerdem den Apparat mit großer Liebenswürdigkeit in seiner Klinik demonstrierte.

S. 96—97) sind scharf. Gegen dieses Verfahren ließe sich eigentlich nur einwenden, erstens daß die Dimensionen der Platte nur die Aufnahme isolierter Laute erlauben, und zweitens daß die Abszissenlänge nicht groß genug ist, um die Ausmessung einer größeren Anzahl von Ordinaten bequem zu machen. Für unsere Zwecke wäre also ein rasch bewegtes, endloses photographisches Papier vorzuziehen.

Wir sollen jetzt die Leistungsfähigkeit des Oszillographen untersuchen und kehren zur Gleichung (8) zurück. Der Grad der Verkleinerung von C_p und der Phasenverschiebung von ϑ_p hängt wesentlich von λ und auch von p ab. Die Rechnung (s. Orlich, S. 47) zeigt allerdings, daß die Phasenverschiebungen für die verschiedenen Werte von p ziemlich gleiche Werte haben und also vernachlässigt werden können. Mit den Amplituden ist es

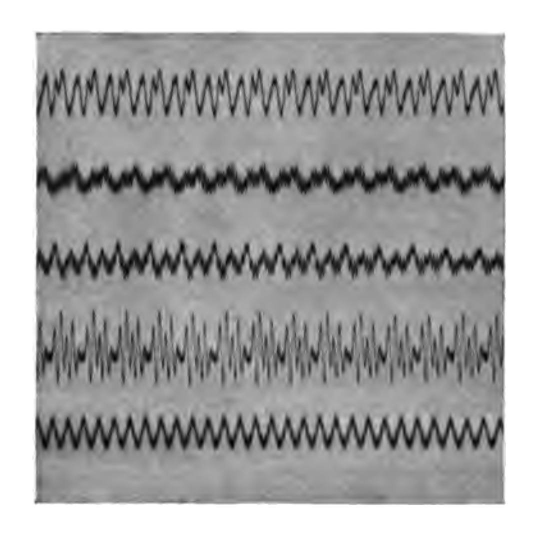


Fig. 68.
Oszillographenkurven nach Wertheim-Salomonson. (Von oben nach unten: *a, e, i, o,* Stimmgabel 485 Schw.)

aber anders. Es sei z. B. ein Vokal auf 100 Schwingungen pro Sek. mit einem sonst zweckmäßig gedämpften Oszillographen aufgenommen, dessen Eigenschwingungen 6000 pro Sek. betragen. Hier ist $\lambda = \frac{1}{60}$. Die vom Apparate gelieferten Amplituden sind $\frac{C_p}{1 + p^2 \lambda^2}$, und das Maß der Verkleinerung ist also $p^2 \lambda^2$ des Wertes von C_p. Es wäre dann

$$\text{für } C_1 = \frac{1}{3600} = 0{,}03\,\%,$$

$$\text{„ } C_5 = \frac{1}{144} = 0{,}69\,\%,$$

$$\text{für } C_{10} = \frac{1}{36} = 2{,}78\ \%,$$

$$\text{„ } C_{12} = \frac{1}{25} = 4{,}00\ \%.$$

Für einen Ton von 200 Schwingungen, was man bei Männerstimmen oft antrifft, wäre λ zweimal und die Verkleinerung viermal größer; sollte man einen Ton von 400 Schwingungen (Frauenstimmen) aufnehmen, so wäre bereits C_5 um 11 % zu klein. Sogar ein Oszillograph von 10000 Eigenschwingungen würde dazu nicht genügen, denn der 5. Oberton wäre bereits um 4 %, und der 10. um 16 % verkleinert. In der Elektrotechnik betrachtet man für λ den Wert $\frac{1}{50}$ als genügend. Es ergibt sich für den 9. Oberton allerdings bereits eine Verkleinerung von 3 %; da aber die Grundschwingung in den Wechselstromkurven stark hervortretend ist und die höheren Oberschwingungen sehr geringe Werte haben, so ist ein Fehler von 3 % bei einer oft nicht signifikativen Konstante der Fourierschen Reihe belanglos. Die Untersuchungen über Vokale haben aber gezeigt, erstens daß der Grundton, der vom Oszillographen am besten wiedergegeben wird, manchmal sehr schwach vertreten ist, und zweitens daß hohe Obertöne umgekehrt eine beträchtliche Amplitude haben können. Unter solchen Umständen ist die Anwendung des Oszillographen nicht unbedenklich. Jedenfalls scheint es nicht rätlich, mit Apparaten von weniger als 10000 Eigenschwingungen zu operieren und, bei dem jetzigen Stande der Technik, auf die Untersuchung der Frauenstimmen zu verzichten. Sofern man sich auf die obige Formel verlassen darf, könnte man zwar bei den berechneten Werten eine Korrektion anbringen; es dürfte aber ein gewagtes Experiment sein. — Zu den Fehlern des Oszillographen kommen noch jene des Mikrophones hinzu.

Oszillographische Kurven von Mikrophonströmen sind von englischen[1]) (Duddell, Shepherd), ungarischen[1]) (Bela Géti), holländischen (Wertheim-Salomonson), französischen (Devaux-Charbonnel (154)) Forschern aufgenommen worden. Jedoch sind bis jetzt m. W. keine Analysen der Kurven veröffentlicht worden.

Da man einmal die Apparate der Elektrotechnik zu phonetischen Zwecken anwendet, so dürfte es lohnend sein, mit dem Rheographen von H. Abraham-Paris Versuche anzustellen, da er dem Oszillographen gegenüber gewisse Vorteile zu haben scheint. Der Erfinder strebte darnach, den beim Oszillographen störenden Einfluß des Trägheitsmomentes und der Dämpfung auszuschalten, was durch zweckmäßige Verzweigungen erreicht wird.[2]) Ein Vorteil der Einrichtung ist, daß das bewegliche System nicht mehr so rasche Eigenschwingungen auszuführen braucht (Eigenschwingung des Rheographen 10 pro Sek.). Daher kann der bewegliche Teil massiver und der Spiegel dementsprechend größer gemacht werden (0,25 cm^3), weshalb die Sichtbar-

1) Gutzmann (9), S. 90, ohne weitere Angabe der Originalmitteilungen, die mir unbekannt sind.

2) Über Theorie und Ausführungen des Apparates, s. Orlich a. a. O. S. 58—62.

machung bzw. die Photographierun
erwähnten Experimenten hat Abra
gearbeitet. Wie bereits angegeben,
habe ich bis jetzt nicht gesehen.

Abte

Die Ph

Die jetzt zu behandelnden Meth
dadurch, daß das Eingesprochene w
ist die praktische Möglichkeit gegeb
in jeder Hinsicht, speziell von ihrer
machen. — Es gibt zwei Haupttype

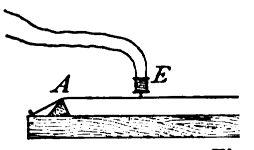


Fig
Telegraphon nach P

nahme elektromagnetisch (Telegraph
in einen weichen Stoff (Phonograph,

I. Das Telegraphon. — Das
erfundene Telegraphon scheint h
(Aufstellung von Relais) bestimmt g
stischen Zwecken dienen. Hier wer
einer Stahlfläche fixiert. Das Prinzip

Es sei AB ein gespannter Stahld
und E ein Elektrogmagnet, der AB
Pole P den Draht umfaßt. Man ver
nicht konstanter Intensität und führe
P entstandenen Stromvariationen den
stark magnetisieren, und wegen der k
ungleiche Magnetisierung in dem Dr
passenden Meßeinrichtung verbindet u
duziert der Draht Ströme in P nach M
und das Meßinstrument wird die Stro
erst mit einem angesprochenen Mik
telephon verbunden, so wird die zue
schrift im Hörtelephon das Gesproche
kann man E mit einer konstanten Stro
von A nach B oder von B nach A
wischen.

Die Bedingung einer guten Aufna
tromagneten aus reinem Metall besteht

siert ist, daß bei der ersten Bewegung des Elektromagneten keine Ströme in E induziert werden.

Mit der Länge von AB wächst auch die Länge der Aufnahme. Der lange Draht wird um einen Zylinder fest gewickelt; der Elektromagnet umfaßt den Draht mit einem oder beiden Polen (Fig. 70) und gleitet der Zylinderachse parallel [1]). Oder die Aufnahmefläche hat die Form einer Stahlplatte, und der Elektromagnet gleitet spiralisch nach dem Zentrum zu (so in dem einzigen Exemplar, das ich von dem Apparat zu sehen bekam). — Die Wiedergabe scheint unendlich oft geschehen zu dürfen. — Zum Auswischen der vorigen Schrift wird ein Elektromagnet (es kann der Aufnahmemagnet sein) mit einer Batterie von 2—3 Elementen verbunden. Die Bewegung kann in jeder Richtung geschehen; doch zeigt die Erfahrung, daß es für die feine Nuancierung der Aufnahme besser ist, wenn der Magnet nach der Richtung BA geführt wird.

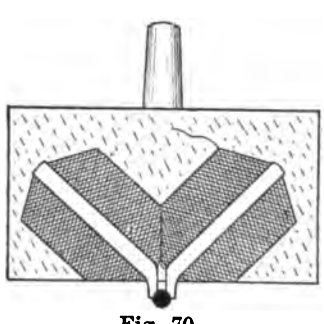


Fig. 70.
Anordnung des Magneten am Telegraphon.

Diejenigen Forscher, die vom Telegraphon eine genügende Erfahrung besitzen, haben über den Apparat abweichende Urteile ausgesprochen. Insbesondere wird die Abwesenheit der Nebengeräusche gerühmt, die am Phonographen und am Grammophon unvermeidlich sind; es war auch das, was mich am meisten frappierte. In dieser Beziehung steht das Telegraphon also den anderen Sprechmaschinen voran und wird sich wohl in Zukunft vervollkommnen lassen; ebenso hinsichtlich der unbegrenzten Wiedergabe. Die Deutlichkeit der Wiedergabe, die Jespersen befriedigend findet, läßt jedoch nach Rousselot sehr viel zu wünschen übrig. Offenbar ist das Telegraphon noch nicht technisch befriedigend.

Das Instrument läßt sich für alle mit den Sprechmaschinen anzustellenden Versuche anwenden: z. B. Wiedergabe nach verschiedenen Geschwindigkeiten, rückwärts usw. Solange man aber keine Einrichtung erfunden hat, um die magnetische Wellenschrift in eine graphische zu verwandeln, wird es mit den übrigen Registrierapparaten für die phonetische Forschung nicht konkurrieren können [2]). Jedenfalls lassen die Vorzüge des Apparates die Vermutung zu, daß er im Dienst der phonetischen Wissenschaft eine vielversprechende Zukunft hat [3]).

1) Wohl durch Spindelführung; Poulsen drückt sich an der betreffenden Stelle unklar aus.

2) Man könnte immerhin an die Verbindung des Telegraphons mit einem Oszillographen oder Rheographen denken, falls die Stromverhältnisse sich befriedigend gestalten lassen. Man könnte dann die Geschwindigkeit der Wiedergabe so verlangsamen, daß die Nachteile des Oszillographen (Verkleinerung der Amplituden) praktisch bedeutungslos würden. Bei sehr kleiner Geschwindigkeit könnte übrigens vielleicht ein gewöhnliches Galvanometer (nach Deprez-d'Arsonval) dienen.

3) Der Apparat scheint noch keine Verbreitung zu haben. Wenn man diversen Meldungen aus amerikanischen Zeitungen Glauben schenken darf, so hätte das Telegraphon dort Verbesserungen erfahren und würde bald gewerbsmäßig konstruiert werden.

II. Der Phonograph ι

A. Der Phonograph. — Der erst
rates stammt von Ch. Cros (157) he
teilung an die Akademie entwickelte
führen konnte. Das Verdienst der
strumentes gebührt Edison, dessen

Die Hauptteile des Apparates s
zeichnende Membran, 3. der Motor
phonograph), die jetzt noch in den
ist (Fig. 71), wurde die Aufnahmefläcl
Futter gebildet, das eine spiralische
1 mm) trug und für den Versuch mit
überzogen wurde. Die Membran b
Mikaplättchen (bzw. aus einem elast
den parabolischen Trichter sich öffn
Kapsel bildete. Am Zentrum der Me
war ein Stäbchen befestigt, das gege
am Trichterrahmen geschraubte Stahl
drückte, die ihrerseits mit der eigentl
nach unten gerichteten Schreibspitze
sehen war. Der ganze Aufnahmeap
konnte auf- und niedergeklappt we
und eine Mikrometerschraube erlaubt
feine Einstellung. Die Spitze mußt
fangs über einer Furche des Zylinde
tels stehen und die Zinnfolie etwas
drücken. Der Zylinder wurde unte
festen Membraneinrichtung mit der
bewegt und war dafür mit einer Sp
achse versehen, deren Steighöhe mi
des Zylindermantels genau übereinstin

Die Hauptfehler des Apparates
Widerstand der aufnehmenden Metall
die Spitze senkrecht gegen den Zyli
tielle Reibung bei der Bewegung senk
war. Auch war die Handdrehung ein
Klangfarbe war eigentlich stark entst
rakter. Daß die Zeitgenossen die Le
ist hinsichtlich des großen relativen I
überhaupt) nicht staunenswert; wir dü
anlegen.

1) Die Literatur des Gegenstandes ist
meistens wertlos. Solange das höchst wünsc
Stand der Kenntnisse darstellen würde, muß n
graph. Zeitschrift, Die Sprechmaschine, Ph
sich an eine bessere Agentur wenden. In der
wie interessanten Artikel dieser Publikatione
zeichnet.

bessert, namentlich darin, daß die Aufnahmefläche von einem glatt gehobelten Zylinder aus einem wachsähnlichen Stoff gebildet wurde, in welchen die Schreibspitze die Wellen eingrub. Edison nahm die Verbesserung auf, ersetzte den Motor durch einen fein arbeitenden Elektromotor oder durch ein gutes Uhrwerk, und veränderte auch die Aufstellung der Membran und besonders des Hebels; letzterer wurde zu einem Winkelhebel umgeändert, wobei die registrierende Saphirspitze die Wachsfläche unter einem sehr spitzen Winkel schnitt und der Widerstand bei den tangentiellen Bewegungen bedeutend reduziert wurde.

Seither sind zahlreiche Modelle in den Handel gebracht worden, die sich durch technische Einzelheiten voneinander unterscheiden: Form und Dimensionen der Aufnahmefläche, des Hebels und der Membrandose, Art des Motors usw.

Zu jedem Apparat gehören jetzt zwei Membrandosen (in der Technik als Membranen bezeichnet), ein sog. Recorder (Aufnahmemembran) und

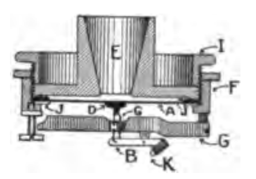
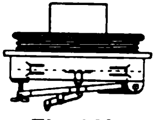


Fig. 72 a.


Fig. 72 b.

Phonographenmembranen: a) für Aufnahme; b) für Wiedergabe. Aus Scripture (8).

ein Reproducer (Wiedergabemembran). Das Profil der Dose, besonders des schalleitenden Rohres, ist etwas verschieden je nach dem Modell: vertikales (zylindrisches oder konisches) Rohr (Fig. 72a) oder horizontales Rohr mit Winkelbiegung (Fig. 73). Die schwingende Platte (technisch Diaphragm) ist aus Marienglas oder Elfenbein und von verschiedener Dicke (von etwa 0,1 mm bis 0,25 mm); sie wird entweder mit Wachs an der Dose befestigt (73) oder zwischen den beiden Teilen der Dose festgeschraubt (unter Zwischenschaltung von Gummiringen) usw. — Der Hebelkopf hat seine Anknüpfung genau im Zentrum der Membran und wird mit feinem Lack geklebt. In der von Edison zuerst angegebenen Form (Fig. 72a) besteht der Hebel aus drei Teilen: der Kopf D wird durch einen vertikalen Ring C mit einem horizontalen Arm B verbunden, an welchem der schräg gestellte Schreibsaphir K befestigt ist; der Arm B dreht sich um eine Ringachse, die selbst an eine rechteckige Metallplatte anknüpft, welche in G drehbar ist, und die die Spitze T mehr oder weniger beschwert. Diese Hebelform wurde für den Wiener Archivphonographen adoptiert, und ist mir selbst geläufig. Es gibt aber andere Formen: so hat man neuerdings einen steifen Hebel konstruiert, der am Rahmen der Membrandose und an einem schmalen, vom Zentrum der Membran ragenden Aluminiumsteg befestigt ist (Fig. 73). Lioret-Paris hat die Anordnung dahin verändert, daß der mittlere Abstand der schwingenden Membran von der Oberfläche der Walze, unabhängig von einer etwaigen Ungleichmäßigkeit der Walze, konstant bleibt. Dadurch wird ein gleichmäßigeres Eingraben gesichert.

Die Schreibspitze besteht aus
Saphir. Auch hier gibt es mehre
senkrecht gegen die Zylinderachse,
Columbiaschleifung (Schnitt schrä
Aussehen), Bettinischleifung (das
Es sind verschieden breite Saphire
muß natürlich so eingestellt werden
Aufnahmefläche diametral entgegen

Der Reproducer ist in der
Recorder ziemlich ähnlich; nur ist de
da er die eingegrabene Furche nicht
Hebelende. Aufstellung wie im Re
einen kleineren Durchmesser als de

Die Wachsmasse, die zur Auf
geblieben; nur weiß man, daß sie Wa
Cerasin und dgl. enthält; sonst hat je
auch mehrere Sorten hergestellt, u.

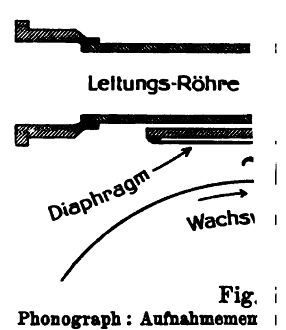


Fig.
Phonograph: Aufnahmemen

Aufnahmen (Originalrecords) bestim
Wiedergabe (vervielfältigte Records).
die Qualität der Aufnahme einen gew
und gute Massen, und wirklich taugli
eines erfahrenen Forschers (Hauser-
nur erstklassiges Material anschaffen.
betrifft, so ist sie an den meisten A
walze wird am Metallfutter des Appar
„Plattenphonographen", wo die scheiben
platte ruht. Es ist die vom Wiener P
(eine perspektivische Ansicht gibt die F
raumverschwendend in einer Sammlung
leichter. — Da die Wachsmasse bei
abgenutzt wird, so empfiehlt es sich, d
haben zu können. Dazu nimmt man
vanoplastik ein Kupfernegativ, von we
den Walzen gelingt das Verfahren, d
beim Erstarren zusammenzieht; mit den
Kupfernegativ kann blankpoliert und

Walzen hergestellten Negativen unmöglich, oder doch sehr schwer sein dürfte. Über die Technik der Vervielfältigung von Platten teilt Exner (158[a]) eingehende Angaben mit; das elektrolytische Verfahren erfordert übrigens eine besondere Installation und eine große Fertigkeit, sollen die Negative gut gelingen.

Die Aufnahmefläche soll absolut glatt und genau zentriert sein. Dazu wird sie mit einem besonderen Messer (Stahlklinge oder eigens geschliffener Saphir) gehobelt; die Hobelung muß wiederholt werden, bis die Fläche keine Unregelmäßigkeiten, besonders kein „moiré" aufweist und die Walze, bzw. Platte so gut abgedreht ist, daß sie sich nicht verschlägt, eine besonders für solche Aufnahmen, die später in vergrößerter Skala aufgezeichnet werden sollen, unerläßliche Bedingung.

Die Schallwellen werden durch eine besondere Leitung zur Membrandose geführt. Edison hat ein besonderes Leitungsrohr aus beklöppeltem Gummi konstruiert; sonst kann man auch konisch erweiterte Trichter nehmen, entweder aus Metall oder aus Pappe; hier gibt es auch manche Formen. Zum Abhören bedient man sich gewöhnlich besonderer Hörschläuche.

Das ganze Verfahren ist noch ziemlich empirisch. Erfahrungsgemäß taugen nicht alle Membranen, und man muß oft Dutzende prüfen, um eine annehmbare zu finden. Die Aufstellung in der Membrandose ist auch empirisch. Für den Forscher ist es sehr zu bedauern, daß die allerbesten Dosen, sog. Expertre corder, womit die Agenten der großen Firmen ihre Aufnahmen machen, nicht käuflich sind. Man kann allerdings die Membrandosen selbst herstellen; dazu gehört aber eine Übung, die nicht jeder haben kann.

Die Dicke der schwingenden Membran muß je nach den Umständen gewählt werden. Dünnere Platten sind für schwache Stimmen geeignet; dicke Glas- oder Elfenbeinplatten soll man für den Gesang nehmen. Durch Einstellung des Membranhalters soll man den Winkel des Saphirs gegen die Aufnahmefläche regulieren; am besten beträgt er ca. 30°. Auch soll die Längsachse des Saphirs nicht schräg gegen die Bewegungsrichtung stehen, da dem System sonst ein Drehmoment erteilt wird.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit kann verschieden sein. Unter 60 Touren pro Minute dürfte man jedoch nicht gehen, und die Geschwindigkeiten 90, 100, 120 Touren werden am meisten angewendet.

Der Mechanismus der Registrierung ist in seinen großen Zügen leicht verständlich. [1]) Die Schwingungen der angesprochenen Membran versetzen die Hebelspitze in vertikale Bewegungen; gleichzeitig bewegt sich die Wachsfläche unter der Spitze, welche dann eine sinusoidale Spur in dem Wachs hinterläßt. Bei den negativen Ausschlägen (wo die Spitze über ihre Ruhelage gehoben wird) darf die Spitze doch nicht den Wachsmantel verlassen, da der Kurvenzug sonst unterbrochen wird und die Wiedergabe von einem stark rasselnden Geräusch begleitet wird. Daher wird der Hebel so eingestellt, daß die Spitze auch bei ruhender Membran eine Furche hineingräbt,

1) Eine wirkliche Theorie fehlt auch vollständig; besonders sind die Bewegungen der Membran noch unklar. Scripture (166) (S. 16ff.) hat mit dem Grammophon einige Versuche ausgeführt; beim Phonographen liegen aber die Verhältnisse wegen der großen Widerstände wahrscheinlich anders.

deren Tiefe die Hälfte der voraussichtlichen Amplituden betragen muß. Allzutief soll man aber nicht eingraben, um den Widerstand nicht unnötig zu vermehren. — Mancher Kunstgriff der Aufnahmetechnik läßt sich übrigens besser zeigen als erklären. Deshalb ist es am zweckmäßigsten, wenn der angehende Forscher sich von einem Spezialisten unterweisen läßt.

Der zu überwindende Widerstand rührt von der tangentiellen Reibung und von der Zähigkeit der Wachsmasse her. Ersterer Faktor bleibt für eine gegebene Geschwindigkeit konstant; die zum Eingraben verbrauchte Kraft wechselt aber mit der Schwingungsgeschwindigkeit, die während der Periode bekanntlich oszilliert, und mit der Tiefe der Furche. Daher ist der Widerstand speziell für den positiven Ausschlag der Membran größer als für den negativen, was eine gewisse, von Hermann (171a) gleich bemerkte Asymmetrie zur Folge hat. Andererseits bewirkt der beträchtliche Widerstand eine starke Dämpfung der Eigenschwingungen der Membran.

B. Das Grammophon. — Ein gemeinsamer Zug bei allen Phonographen ist, daß die Schreibspitze sich senkrecht gegen die Aufnahmefläche bewegt; es ist die sog. Edisonschrift. Daneben existieren andere Apparate, die sich der sog. Berlinerschrift bedienen und gewöhnlich unter dem gemeinsamen Namen von Grammophonen bekannt sind. In der Berlinerschrift zeichnet der Hebel in der Ebene der Aufnahmefläche, wie der Hebel des Phonautographen; Berliner hat übrigens den Scottschen Gedanken aufgenommen.

Die Recorderdose des Grammophons ist in ihren Hauptzügen dem Phonographenrecorder ähnlich (Leitung mit Erweiterung, Glasmembran); nur hat der Hebel eine andere Aufstellung. Er ist am Zentrum der Membran angeheftet; die Drehungsachse liegt in der Mitte des Hebels und ist am Rahmen der Dose befestigt (Fig. 74a).

Die Aufnahmefläche ist eine Platte (meistens aus Zink), die mit einer dünnen Schicht Wachsfett (einer Lösung von Wachs in Benzin) überzogen wird. Die Schreibspitze bewegt sich unter Spindelführung radiär von der Peripherie nach der Mitte (oder umgekehrt); wenn die Membran angesprochen wird, zeichnet erstere, statt der einfachen Linie, eine Kurve mit seitlichen Ausschlägen (wie sie vom Phonautographen her bekannt sind). Die dünne Fettschicht wird überall den Kurvenzug entlang fortgerissen. Nachher wird durch Ätzung die Rinne eingegraben, von diesem Negativ ein Metallpositiv gemacht, und von diesem Positiv werden die bekannten Platten aus hartem Stoff unter der hydraulischen Presse hergestellt. Das Verfahren, bis zur Herstellung des Positivs, kann etwas abweichend angeordnet sein.

Die Reproducerdose (Fig. 74b) hat einen kräftigen Hebel, dessen unterer Teil eine abnehmbare Stahlnadel bildet. Bei der Wiedergabe fährt die Nadel in die Spuren und versetzt die Membran in Schwingungen.

Ein wesentlicher, von Fick (159b) bereits hervorgehobener Vorteil beider Apparate, besonders des Phonographen, liegt in den kleinen Dimensionen des Schreibhebels, speziell des Schreibarmes. Der kurze Hebel kann den raschen Bewegungen der Membran folgen, was bei den langen Hebeln

der Phonautographen wegen der Trägheit unmöglich wird, wenn sie große Ausschläge geben, d. h. große Geschwindigkeiten haben sollen. Ein anderer Vorteil liegt in der Dämpfung, die am Phonographen stärker ist als am Grammophon, da die Reibung in der dünnen Fettschicht gegenüber dem Widerstand der Wachsmasse sehr klein ist. — Ein Nachteil ist dagegen das Nebengeräusch, das von der Schleifung der Recorder- oder Reproducerspitze gegen die Furchenwände herrührt; da Spitze und Masse im Grammophon härter sind als im Phonographen, so ist auch dieses Geräusch stärker im ersteren als im letzteren Apparat. Das Nebengeräusch stört übrigens erst im Anfang; man kann sich bald darüber hinwegsetzen.

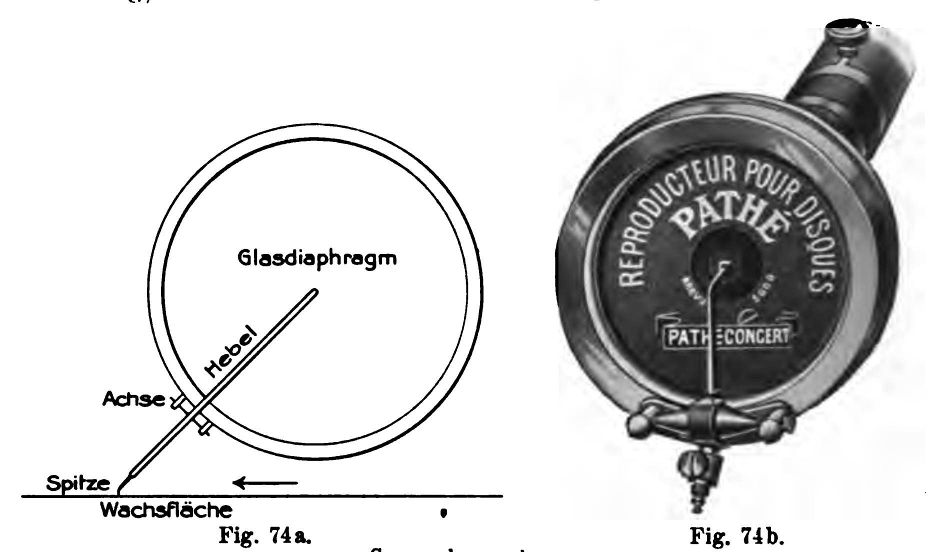


Fig. 74a. Fig. 74b.

Grammophonmembranen.

a) Aufnahmemembran (schematisch). Aus Scripture (166). b) Wiedergabemembran. Modell von Pathé.

Ein anderer Nachteil ist, daß die Intensität, besonders am Phonographen, beträchtlich kleiner wird; man wird also gezwungen, um eine brauchbare Registrierung zu haben, ziemlich laut zu sprechen, was für die Akzentverhältnisse nicht unbedenklich ist.

Was die Aufnahmetreue betrifft, so erweist es sich, daß nicht alle Membranen die hohen Vokale gut registrieren, und daß die Konsonantengeräusche, besonders die Zischlaute, im allgemeinen auch nicht befriedigend aufgezeichnet werden. Die Verständlichkeit der zusammenhängenden Rede wird dadurch erfahrungsgemäß nicht beeinträchtigt; wenn man aber spezielle Klangfarbenuntersuchungen anstellen will, soll man die Leistungen des Recorders an isolierten Lauten zuerst prüfen. Übrigens darf man nicht vergessen, daß etwaige Mängel möglicherweise dem Reproducer, nicht dem Recorder zuzuschreiben sind; besonders muß, wie Hermann ausführt, der Saphir des Reproducers in gewissem Verhältnisse zum Recordersaphir stehen, um dem Kurvenzug genau zu folgen; darüber weiter unten. — Es sei doch hier erwähnt, daß die Probe des Abhörens keine absolut zuverlässige Kontrolle der Aufnahmetreue bildet. Es hat sich aus den Vokalstudien herausgestellt, daß gewisse Eigen-

schaften der Kurve fehlen dürfen, ohne daß der Lauteindruck verschwindet; und die Annahme ist vorläufig nicht abzuweisen, daß eine nicht allseitig getreue Kurve doch den Vokaleindruck hervorruft. Der Nachweis der Entstellung müßte aber anders erbracht werden; und solange die Theorie der Aufnahme ungenügend ist, bleibt die Hörkontrolle das Hauptmittel.

Es wird noch viel darüber gestritten, ob der Phonograph oder das Grammophon den Vorzug verdient: m. E. soll der verfolgte Zweck den Ausschlag geben; denn hinsichtlich der Aufnahmetreue dürften beide Schriftarten ziemlich gleichwertig sein. Das Grammophon hat vor allem den Vorteil der größeren Lautheit, die eine Vorführung vor einem großen Auditorium erlaubt, und für den Sprachunterricht entscheidend sein dürfte. Der wissenschaftliche Forscher muß aber seine Aufnahmen direkt studieren und eventuell vervielfältigen können, was ja mit dem Grammophon nicht möglich ist. Der Wachszylinder des Phonographen kann gleich abgehört und die mißlungene Aufnahme unmittelbar erneuert werden. Diese Vorteile müssen hier die Wahl zugunsten des Phonographen bestimmen.

Was das Modell betrifft, so sind auch mancherlei Rücksichten zu erwägen: Möglichkeit eines Austausches mit anderen Instituten[1]), Art der Ausnutzung der Aufnahmen usw. Vor allem soll der Motor gut sein, d. h. geräuschlos und von gleichmäßigem Gang. Gedenkt man die Aufnahmen nach einem der Hermannschen Methode analogen Verfahren zu vergrößern, so wird man auf eine genaue Zentrierung und Gleichmäßigkeit des Zylinderfutters achten; denn selbst bei Hermanns offenbar gutem Apparat bleibt ein Teil des Zylinders wegen Ungleichheiten des Futters unangewendet. Für mein Laboratorium habe ich das Wiener Archivmodell angeschafft, wegen der Möglichkeit des Austausches, der leichteren Vervielfältigung und auch der bequemeren Vergrößerung; mit geringeren Geldmitteln kommt man aber auch zurecht, wenn man sich z. B. einen guten Walzenapparat und Boekes Meßeinrichtung anschafft.

Die Anwendungen dieser Instrumente sind mannigfach. Sie sind bekanntlich zu allerlei akustischen Registrierungen geeignet. Speziell vom phonetischen Standpunkt aus erlauben sie Aufnahmen von Proben aller Art: Sprachen, Dialekte, individuelle Aussprachen. Sie eignen sich also sehr gut zur Gründung von Museen. Solche sind auch tatsächlich von Azoulay (161)[2]) in Paris, von der Wiener Akademie (162) in Wien und von Stumpf in Berlin [jetzt von der Universität Paris] gegründet worden. Es kommen noch die zahlreichen, im Handel befindlichen Walzen und Platten hinzu.

Beide Instrumente erlauben die Wiedergabe. Ein schätzbarer Vorteil der Apparate ist, daß diese Wiedergabe nicht nur im ursprünglichen Tempo, sondern auch mit veränderter Geschwindigkeit geschehen kann; letzteres bedingt eine Transposition des Ganzen um ein bestimmtes Intervall (leider auch eine entsprechende Änderung der absoluten Dauer, was man nicht immer haben möchte), und erlaubt ein Studium der sich eventuell ergebenden

1) Diese Rücksicht ist übrigens sekundär, da Hauser (160) am Wiener Archiv Apparate konstruiert hat, mit denen Walzenaufnahmen auf Platten und Plattenaufnahmen auf Walzen übertragen werden können.

2) In den letzten Jahren ist leider von diesem Museum m. W. nichts mehr verlautet.

Änderungen und der damit zusammenhängenden Probleme[1]). — Auch ist mit dem Phonographen (m. W. nicht mit dem Grammophon) die Wiedergabe in umgekehrter Richtung möglich: am Walzenapparat wird die Walze umgewendet (eine Änderung des konischen Futters ist an manchen Apparaten nötig); am großen Wiener Modell wird der Antriebsriemen einfach gekreuzt.

Das Studium der aufgenommenen Walzen und Platten kann auf zweifache Art betrieben werden.

1. Man kann die Aufnahme abhören und mit dem Ohr das Resultat der Aufnahme feststellen. Gegenüber der Beobachtung der lebenden Sprachen hat das Verfahren offenbar gewisse Nachteile, da die Klangfarbe jedenfalls verändert wird und gewisse Laute überhaupt schlecht registriert sind. Doch hat es auch Vorteile, die nicht übersehen werden sollen, namentlich für das Studium des Akzentes und der Dauer, d. h. solcher lautlichen Verhältnisse, die durch die Aufnahme nicht oder nur wenig leiden. Erfahrungsgemäß wird ein Satz nie zweimal genau gleich wiederholt, und die Feststellung von Durchschnittswerten ist allenfalls schwer. Die Platte wiederholt aber die Aufnahme immer unverändert, und man kann also die Niederschrift des Vortrags, wie er tatsächlich einmal stattfand, nach wiederholtem Abhören ausführen.

2. Immerhin ist diese Methode nur ein Notbehelf. Viel exaktere Resultate würde die Messung der Aufnahmekurven liefern. Es sind daher manche Methoden erfunden worden, um die Kurven des Phonographen oder des Grammophons in eine leicht meßbare Form zu verwandeln. — Die Umwandlung der eingeritzten Rinnen in aufgezeichnete Kurven, und das Studium dieser Kurven macht jedoch die erstgenannte Methode nicht überflüssig. Namentlich die Akzentverhältnisse und die Rhythmik müssen mit dem Ohr festgestellt werden. Die aufgezeichnete Kurve zeigt im besten Falle nur den Verlauf des äußeren Reizes dar; über die subjektive Verwertung dieses Reizes kann nur das Abhören einen Aufschluß geben.

Die Aufzeichnung der Kurven des Phonographen und des Grammophons.

Die Aufzeichnung geschieht meistens mechanisch, und allen solchen Einrichtungen liegt ein gemeinsames Prinzip zugrunde. Ein an einem Hebel befestigter Fühlstift (ähnlich dem Reproducerstift) liegt auf dem Boden der Furchengrube und führt, wenn die Aufnahmefläche sich verschiebt, Bewegungen aus, die der Richtung oder dem Bodenprofil dieser Rinne entsprechen. Diese Bewegungen werden durch eine zweckmäßige Anordnung des Hebels auf eine bewegte Schreibfläche gezeichnet. Wie am Phonautographen kann der Hebel entweder gänzlich aus fester Materie bestehen oder als langen Arm einen Lichtstrahl benutzen; er kann übrigens einfach oder zusammengesetzt sein.

Doch kann die Aufzeichnung punktweise ausgeführt werden, indem der jeweilige Ordinatenwert des Kurvenzuges an bestimmten Stellen direkt

1) Über die Technik der Versuche vgl. die während der Drucklegung erschienene Abhandlung Hermanns (204).

ausgemessen und das Messungsresultat zur Zeichnung der Kurve benutzt wird. Bevor wir die Apparate zur mechanischen Aufzeichnung durchgehen, soll die Messungsmethode, die Boeke (163) ausgebildet hat, zuerst beschrieben werden.

Die direkte Messung der phonographischen Kurven. — Der holländische Forscher Boeke maß die Phonographeneindrücke direkt am Zylinder unter dem Mikroskop. Die direkte Ausmessung der Tiefe der Eindrücke ist kaum ausführbar; Boeke gewann aber den gesuchten Wert auf dem Umwege der Breitenmessung, da Tiefe und Breite der Rinne in einem theoretisch zu bestimmenden Verhältnis stehen.

Es seien nämlich:

EGDF der senkrechte Durchschnitt des Recorders und ED der Durchmesser desselben; HK ein Längsschnitt der Oberfläche des Phonographen

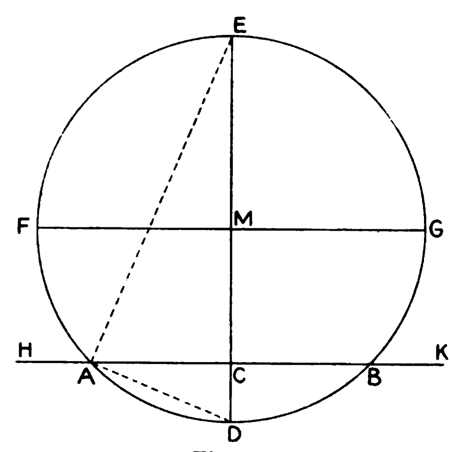


Fig. 75.
Erläuterndes Schema zu Boekes Verfahren.

und ACBD der senkrechte Durchschnitt der vom Recorder eingegrabenen Rinne (Fig. 75).

Im rechtwinkligen Dreieck ADE ist bekanntlich

$$\text{(9)} \qquad \overline{AC}^2 = DC \times \overline{CE}.$$

Wenn wir nun $AB = b$ (Rinnenbreite), daher $AC = \frac{1}{2} b$; $CD = d$ (Rinnentiefe) und $ED = 2r$ setzen, so ist also

$$\text{(9)}' \quad \frac{1}{4} b^2 = d(2r - d) = 2rd - d^2, \quad \text{oder} \quad \text{(9)}'' \quad d^2 - 2rd + \frac{1}{4} b^2 = 0,$$

daher

$$\text{(10)} \qquad d = r \pm \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} b^2},$$

wo die Wurzel selbstverständlich nur positiv sein kann.

Die Voraussetzung für die Gültigkeit obiger Gleichungen ist, daß der Recorder den Zylinder genau tangential trifft; immerhin macht er immer mit der Tangentialebene einen gewissen Winkel α, so daß der absolute Wert von d

$$d = r \pm \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} b^2} \, . \cos \alpha \tag{3}$$

ist. Die Schwingungen der Glasmembran verändern diesen Winkel α beständig; die Verschiebungen sind aber minimal und können unberücksichtigt bleiben, so wie übrigens der konstante Faktor $\cos \alpha$, da es nur auf die relativen Werte der Ordinaten ankommt. — Um die Tiefe d zu bestimmen, braucht man daher nur $2r$ und b zu kennen. Der Faktor $2r$ ist konstant und wird so bestimmt, daß das freie zylindrische Ende des Recorders in eine auf ein Deckglas ausgebreitete Paraffinschicht eingedrückt und der Durchmesser des Eindrucks unter dem Mikroskop gemessen wird. Bedient man sich dazu derselben Kombination und Messungsskala wie für die Breitenmessungen, so kann man im voraus eine Tabelle ausrechnen, die für jeden Wert von b den entsprechenden Wert von d gibt.

Dieses Verfahren ist einfach und bequem und hat manche praktische Vorteile. Vor allen Dingen entbehrt man die komplizierten, unten beschriebenen Apparate; dann braucht die Walze nicht so sorgfältig abgehobelt zu werden wie bei den obenstehenden Methoden; sie kann vor der Messung abgenommen werden, was für die Bearbeitung von auf Expeditionen aufgenommenen Phonogrammen ein sehr großer Vorzug ist. Das ganze Instrumentarium reduziert sich auf ein besonderes Messungsmikroskop. — Nach dieser Methode haben verschiedene holländische Forscher gearbeitet, meist Schüler und Mitarbeiter Zwaardemakers, u. A. Verschuur (164). Ich selbst habe in Utrecht die Methode prüfen können.

Die ganze Berechnungsart setzt natürlich voraus, daß das theoretische Verhältnis immer besteht, m. a. W. daß der Recorder immer scharf und genau schneidet, und besonders daß an den Kanten der Rinne keine Teilchen Wachs mitgerissen werden. Dazu darf das Wachs nicht spröde sein; und nach den Erfahrungen Zwaardemakers trifft es stets zu, wenn das Wachs die Temperatur eines gut geheizten Zimmers angenommen hat. Die Qualität des Wachses dürfte auch eine Rolle spielen; es ist aber immer klar, daß man zu solchen Zwecken nur erstklassiges Material anwendet.

Die Walze wird zur Messung unter ein besonderes Mikroskop (Fig. 76) gebracht. Die definitive Form des Instruments ist die von Boeke (163b) beschrieben; das Utrechter Exemplar zeigt einige Detailverbesserungen, worauf ich hier Rücksicht genommen habe. (Eine perspektivische Ansicht wird von Rousselot (7) Bd. II gegeben).

Die Achse des Metallfutters, das den Zylinder trägt, ist an einem Ende (rechts vom Beobachter) mit einer Meßtrommel P versehen, die in 360 Teile eingeteilt ist. Ein Zeiger W (eventuell mit Nonius) dient zur Ablesung. Die Achse trägt außerdem ein Zahnrad A, das in einen Schneckenzapfen B eingreift, dessen Achse eine zweite, gleichfalls in 360 Teile eingeteilte Meßtrommel Q trägt, die man mittels eines Zeigers W abliest. Durch das Verhältnis der Zähne von A und B ist die Umdrehung von Q auf $\frac{1}{10}$ von P reduziert; ein Teilstrich von Q ist also $\frac{1}{3600}$ Teil von P oder des Umkreises des Wachszylinders. Das ganze System wird von der Achse der Trommel Q aus umgedreht.

Zur Beseitigung von Fehlern, besonders von dem Einfluß des toten Ganges des ganzen Systems, wird erstens die feste Verbindung der Zahnräder A und B dadurch gesichert, daß ein aufgehängtes Gewicht (bzw. eine Feder) die Walze der Aufnahmerichtung entgegen spannt. Zweitens werden die Teilstriche von Q eingefeilt, und ein federnder Zahn, der verschiedentlich drücken oder gar abgezogen werden kann, greift in die Einkerbungen ein. Die Achse der Trommel Q wird durch einen Knopf bewegt. Bei vorsichtiger Drehung dieser Achse kann die Trommel Q an jeder Einkerbung arretiert werden. Die Länge der Verschiebung der Abszissenachse ist dann konstant und beträgt $\frac{1}{3600}$ des Zylinderumfanges.

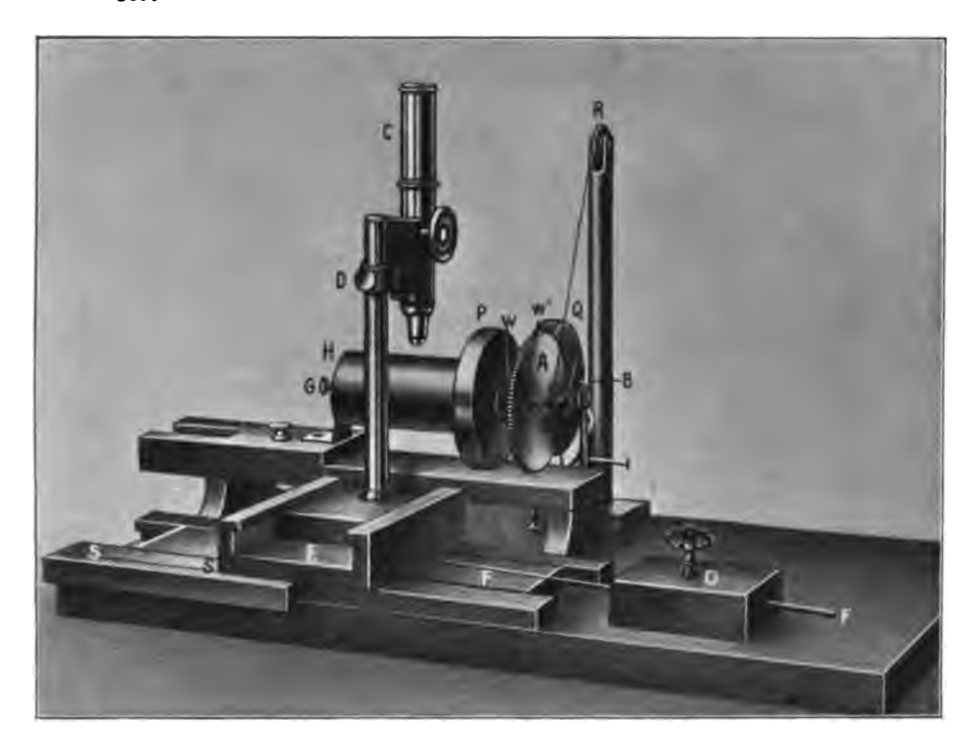


Fig. 76.
Apparat zur Messung von Phonographeneindrücken nach Boeke.

Dasselbe Stativ, das den Zylinder und die Trommeln P und Q trägt, dient zur Aufstellung des Mikroskopapparates. Ein Mikroskop, natürlich ohne Objekttisch, ruht auf einem Sockel, der durch 2 Spindeln der Zylinderachse parallel zu bewegen ist. Ein Trieb FF' und ein Schneckenzapfen O erteilen dem Apparat nach beiden Seiten hin eine sichere Bewegung an der Wachswalze entlang, und eine Millimeterskala SS' erlaubt, die Stellung genau zu bestimmen. Die optische Achse des Mikroskopes muß natürlich über dem obersten Punkte der Zylinderfläche hängen.

Eine besondere technische Schwierigkeit bietet das Problem der Beleuchtung wegen der glatten, ziemlich glänzenden Ebene des Phonographen und der relativ kleinen Tiefe der Einschnitte. Die Tageslichtbeleuchtung läßt sich schwer anwenden. Zwaardemaker hat die Schwierigkeit gelöst: er bedient sich einer gewöhnlichen elektrischen Lampe (10—16 Kerzen), die nach hinten mit einem Reflektor, und nach vorn, dem Zylinder zu, mit einem Schirm versehen ist. Der Schirm hat nur eine kleine, etwa fingergroße Öffnung zur Einfassung eines Röhrchens, durch welches das Licht

geworfen wird; am Ende trägt das Röhrchen eine kleine Linse. Der Lichtring wird genau auf die zu messende Stelle gerichtet, die in scharfer Beleuchtung erscheint. Je nach der Vorwärtsverschiebung oder bei Stellungsänderungen des Mikroskopes wird die Lampe verschoben (es könnte leicht automatisch geschehen).

Boeke gebrauchte die Kombination Zeiss Objektiv A A, Okular 2 (o. Okularmikrometer), also etwa eine 5-fache Vergrößerung. Jetzt gebraucht Zwaardemaker ein Meßokular, was allerdings bequemer ist.

Die Messungen werden folgendermaßen vorgenommen. Nach der Besprechung wird die Walze auf den Messungsapparat gebracht, und man

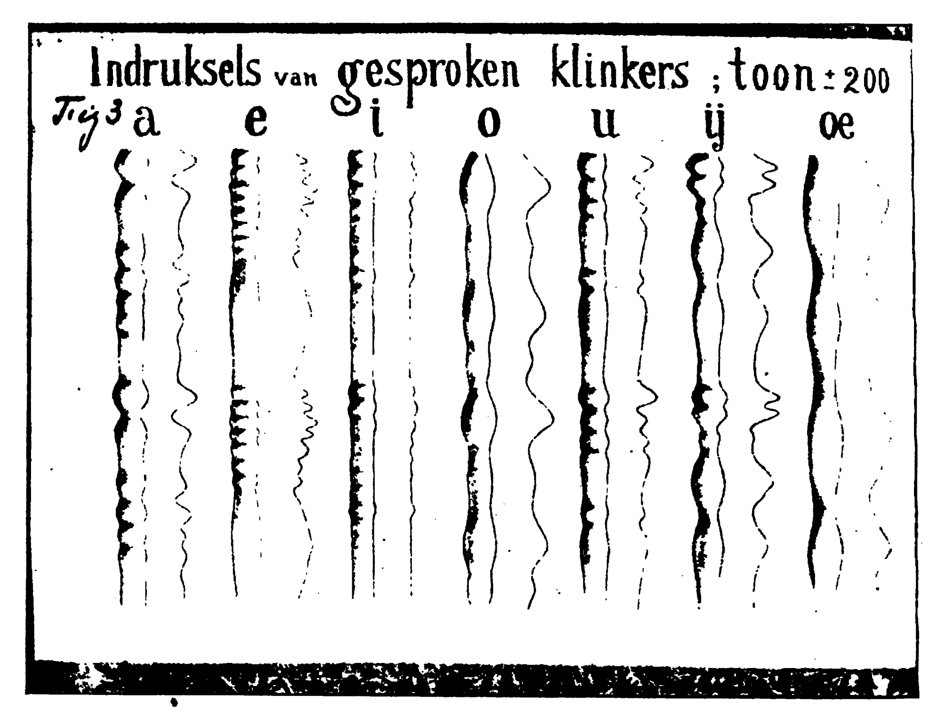


Fig. 77.
Phonographenkurven, mittels Boekes Apparat gezeichnet.

sucht die zu messende Stelle auf. Soll eine Welle gemessen werden, so kann man zuerst die Periodenlänge bestimmen, und zwar nach zwei Methoden. Entweder verschiebt man die Trommel Q (und folglich die Walze) vom Anfang bis zum Ende der Welle und bestimmt durch die Ablesung W′ die Länge der Periode; oder man mißt mit der Okularskala die Entfernung der beiden Enden der Welle und bestimmt deren absoluten Wert. Beide Methoden sind aber unbequem: der Perspektivfehler macht die letztere weniger zuverlässig; und, was die erstere betrifft, so ist es schwer, die Endpunkte nachher wiederzufinden. Es ist daher besser, die Trommel Q von Strich zu Strich zu bewegen, die Breite der Rinne an jedem solchen Punkte zu bestimmen, und so immer fortzuschreiten. Die Ordinatenwerte werden auf Mmpapier eingetragen, und die Kurve ergibt sich von selbst. Einige

Proben gibt die Fig. 77. Da die gemessenen Ordinaten äquidistant sind und die Länge der Verschiebung bekannt ist, so kann die Periodenlänge leicht berechnet werden.

Die Rinnenbreite wird mit der Okularskala bestimmt; dazu ist das verschiebbare Fadenkreuz des Meßokulars besonders bequem. Die erhaltenen Breitenwerte werden mittels der Tabelle in Tiefenwerte (Ordinaten der Kurve) unmittelbar umgewandelt. Die Messung erfolgt, wie ich mich in Utrecht überzeugen konnte, leicht und ziemlich schnell. Aus dem auf Mm-papier eingetragenen Kurvenbilde werden die Ordinaten, die der Rechnung zugrunde liegen sollen, eventuell durch Interpolation abgelesen (vgl. übrigens auch S. 140).

Zur Bestimmung der Tonhöhe ist die Kenntnis der Aufnahmegeschwindigkeit notwendig. Zwaardemaker bedient sich einer Pfeife von bekannter Tonhöhe, die man am Anfang und Ende der Aufnahme ertönen läßt. Aus der Länge der Perioden des Pfeiftones berechnet man leicht die Tonhöhe jeder anderen Welle.

Die mechanische Aufzeichnung der Kurven.

Allgemeines. — Die allgemeinen Bedingungen für eine gute Aufzeichnung sind natürlich erstens daß die Hebelbewegungen möglichst reibungsfrei geschehen, und zweitens, daß der Fühlstift dem Boden der Rinne genau aufliegt. Für die Edisonschrift erfordert die Erfüllung letzterer Bedingung bestimmte Dimensionen des Stiftkopfes. Damit der kugelige Kopf den Boden überall wirklich berührt, muß, wie Hermann (171 a) S. 4 nachweist, der Krümmungsradius ϱ der Bodenkurve mindestens ebenso groß sein wie der Radius r des Stiftkopfes. Es sei a die Amplitude eines registrierten Tones (eventuell eines Teiltones) von der Schwingungszahl n, d der Durchmesser der Wachswalze, g die Winkelgeschwindigkeit pro Sekunde, p die Länge der Periode des Tones und x der Abszissenwert (a, d, p, x nach derselben Einheit gemessen), so hat man für p

$$p = \frac{g\,d\,\pi}{n},$$

und für die allgemeine Gleichung der Kurvenordinate

$$y = a \sin \frac{2\pi x}{p} = a \sin \frac{2nx}{gd}. \tag{11}$$

Der kleinste Wert von ϱ für diese Sinuskurve (an den Umkehrungspunkten) ist

$$\varrho = -\frac{g^2 d^2}{n^2 a};$$

für eine fehlerfreie Reproduktion müssen die Relationen

$$r \leqq \frac{g^2 d^2}{n^2 a}, \text{ oder } (12)' \; a < \frac{g^2 d^2}{n^2 r} \tag{12}$$

bestehen. Man könnte allerdings versucht sein, einen möglichst dünnen

Stiftkopf zu wählen; unter eine gewisse Grenze kommt man aber praktisch nicht, wegen der Zerbrechlichkeit des Stiftes, der Möglichkeit einer Schädigung der Rinne (wenn der kleine Kopf wie eine Spitze wirkt) und einer damit verbundenen Reibung und der Schwierigkeit der genauen Einstellung.

A. Apparate mit materiellen Hebeln.

I. Einfacher Hebel. 1) Mit Luftübertragung. — Das Verfahren der Luftübertragung mit Rußschrift ist nur von Lahr (165) angewendet worden, der überhaupt eine einfachere Einrichtung konstruieren wollte als die frühere von Jenkin und Ewing (s. unten). Er bediente sich zweier Schreibkapseln (Mareys Polygraphen nach Krolls Ausführung). Mit dem Phonographen (es war noch der Stanniolphonograph) wurde eine Kapsel so verbunden, daß deren empfindliche Membran der Walze zugekehrt war und der im Zentrum der Membran geklebte Fühlstift in der phonographischen Furche ruhte. Zur genauen Einstellung wurde diese Kapsel von einem mikrometrisch verstellbaren Metallstück festgehalten, das auf ein Brett geschraubt war. Das nach oben gerichtete Ausflußrohr der Fühlkapsel war durch ein Gummirohr mit der zweiten Schreibkapsel verbunden, die mit Mikrometerschrauben vertikal und horizontal eingestellt werden konnte. Der Schreibhebel war ca. 10 cm lang. Die erhaltenen Kurven wurden zuerst mit 16, dann mit 24 Ordinaten gemessen.

Lahr gibt keine Proben, wonach man die Leistungsfähigkeit des Apparates beurteilen könnte. Die Nachteile der Lufttransmission sind aber genügend bekannt, um gegen die Zweckmäßigkeit der Anordnung Bedenken zu erregen; schon die Änderungen der Empfindlichkeit der Gummimembranen mit der Witterung dürfte eine unter Umständen beträchtliche Fehlerquelle bilden. Die direkte Hebelübertragung ist an sich besser.

2) Einfacher Hebel mit direkter Übertragung. Zu dieser Gruppe gehören die von Scripture und Lioret konstruierten Einrichtungen.

Die Apparate von Scripture. — Scripture hat sowohl Grammophon- wie Phonographenkurven studiert und dafür besondere Vergrößerungsapparate konstruiert.

A. Der Grammophonapparat. — Eine der ersten Formen des Apparates zur Vergrößerung von Grammophonkurven wird in den Elements of experimental phonetics (Kap. 4) beschrieben. Die vierte und letzte Form wird in einer späteren Arbeit (166) eingehend beschrieben.

Die Aufnahmefläche ist ein berußter, zwischen 2 Kymographiontrommeln T, T′ (Fig. 78, Nr. 1) gespannter, sehr langer Papierstreifen. Die „Ferntrommel" T wird von einem Elektromotor angetrieben; eine Kombination von 2 Schrauben und 2 Zahnrädern Z, Z′ reduziert die Umdrehung der Trommelachse auf $\frac{1}{164 \times 164} = \frac{1}{26896}$ der Umdrehungen der ersten vom Motor getriebenen Scheibe. Der gespannte Papierstreifen überführt diese Bewegung auf die „Nahtrommel", von deren Achse aus die Grammophonplatte bewegt wird. Eine Stufenscheibe A erteilt der Plattenunterlage M eine kreisförmige Bewegung; eine zweite Stufenscheibe B dient zur radiären Verschiebung der Platte. Die Schnüre werden durch Gewichte oder federnde Halter C in möglichst konstanter Spannung gehalten.

Die Grammophonplatte liegt auf einer horizontalen Metallscheibe M (Fig. 78, Nr. 2), deren untere Seite mit Hartgummi bekleidet ist. Die vertikale Achse dieses Rotators wird selbst von einer Unterlage getragen, welche an der Führungsstange D entlang radiär verschiebbar ist; dies geschieht durch eine Schraubenspindel E und eine Gegenmutter F. Die Kombination der radiären mit der kreisförmigen Bewegung resultiert in einer spiralischen Bewegung der Platte.

Durch die Hartgummischeibe der Unterlage hindurch sind an 10 äquidistanten Stellen Sätze von Metallspitzen bis zur Metallscheibe geschraubt; der erste Satz hat nur 1 Spitze, der zweite 2 hintereinander auf demselben Kreis, der dritte 3 usw. Unter dem Rotator und an der Führungsstange befestigt steht ein Kontakthalter K, dessen oberes Ende eine Metallborste trägt, die während der Umdrehung von M der Hartgummi-

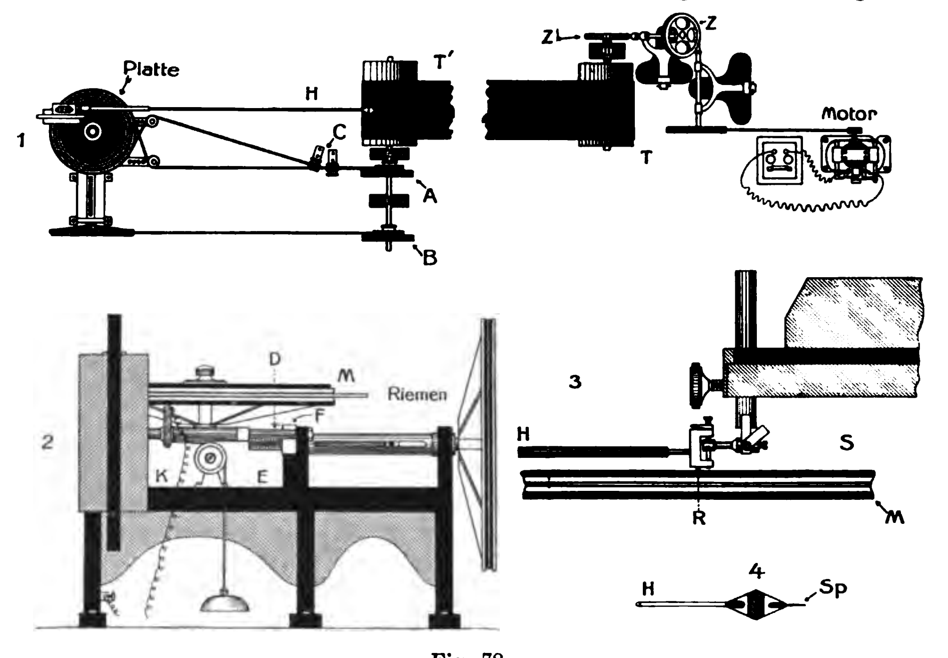


Fig. 78.
Apparat nach Scripture zur vergrößerten Aufzeichnung von Grammophonwellen. Gesamtansicht und Einzelheiten.
Aus Scripture (166).

schicht sanft anliegt und von allen Metallspitzen gestreift wird. Die Einschaltung des Rotators und des Kontaktes mit einem elektrischen Signal in einen Stromkreis erlaubt die Markierung der Segmente der Platte, und auch ihre Numerierung. Die einzige Gefahr bei dieser sinnreichen Einrichtung wäre, daß die anstemmende Borste den Rotator verschlägt; sie kann aber leicht beseitigt werden.

Während der Aufnahme oder der Wiedergabe von Grammophonstücken verschiebt sich der Stift spiralisch nach dem Zentrum der Platte. Hier mußte davon abgesehen werden, da die Abszissenachse sonst eine ständige Verschiebung erfahren würde; deshalb bewegt sich die Platte spiralisch unter dem unbeweglich hängenden Schreibapparat. Der Schreibapparat (s. Fig. 78, Nr. 3) hängt an einer durch eine Schraube fixierbaren, gabelförmig endenden Stange; diese trägt an einer kleinen Stange S die vertikale Achse des Hebels. Der Hebel H selbst wird von einem U-förmigen Rahmen getragen, der durch 2 Spitzen mit der vertikalen Achse verbunden ist. — Von der unteren Kurzseite des Hebelrahmens hängt die kleine Recorderspitze R, die der Grammophonfurche anliegt; an der Langseite ist der Langarm des Hebels, ein kombinierter Strohhalm, befestigt.

Am Ende trägt dieser die Schreibspitze (Fig. 78 Nr. 4), eine Glasspitze Sp, die an einem rhombischen Stück Karton angeklebt ist. Um die Reibung zu reduzieren, ist das Kartonstück nach der kurzen Achse geschnitten, und die beiden Hälften sind in dem passenden Winkel durch Goldschlägerhäutchen verbunden, das ein Scharnier bildet. Statt des einfachen Hebels kann man auch einen zusammengesetzten anwenden. Der Kurzarm des Hebels kann durch Verschiebung der Recorderspitze verändert werden. Weitere Einzelheiten sind dem Original zu entnehmen.

Wenn die Recorderspitze die seitlichen Ausschläge der Grammophonkurve befolgt, so wird der Hebelrahmen um die vertikale Achse auch seitwärts verschoben, und die Schreibspitze beschreibt in der horizontalen Ebene, d. h. auf dem Kymographion, die vergrößerten Ausschläge der Recorderspitze. Ist die Grammophonplatte ungleich dick, so wird das ganze System um die (horizontale) Achse von S gehoben, welch unbedeutende Hebung die Kurve der Schreibspitze kaum nennenswert beeinflußt; sonst dient diese Stange dazu, die Recorderspitze gegen den Furchenboden fest zu drücken. Der Anliegepunkt der Schreibspitze auf dem Kymographion muß sich in derselben horizontalen Ebene befinden wie die Recorderspitze.

Die technische Hauptschwierigkeit liegt natürlich in der Herstellung des Hebels. Die vertikale Achse und der Hebelrahmen müssen genau senkrecht

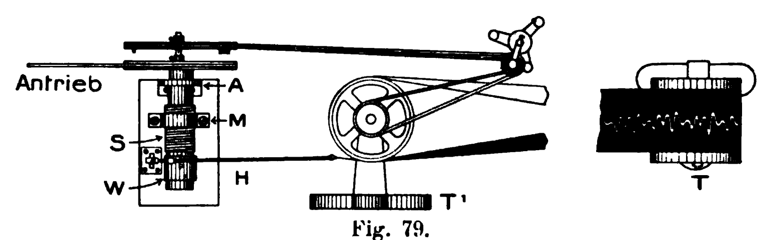


Fig. 79.
Apparat nach Scripture zur Aufzeichnung von Phonographenwellen.
Aus Scripture (166).

hängen; die Achsenspitzen und die Führungslöcher der vertikalen Achse müssen auf der Achse dieses zylindrischen Stückes liegen. Die obere Schraubenspitze muß die vertikale Achse so klemmen, daß sie nicht seitwärts verschlägt und sich doch reibungslos drehen kann. Ebenso müssen die Artikulationen des zusammengesetzten Hebels sowie der Schreibspitze reibungslos fungieren. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so entstehen Störungen der Wiedergabe. Eingehende Erörterungen über die Prüfung verschiedener Fehlerquellen wird man am besten im Original lesen.

Die Treue der Wiedergabe kann verschiedentlich geprüft werden: einerseits dadurch, daß man dasselbe Stück mehrmals kopiert und die verschiedenen Bilder vergleicht; andrerseits durch die umgekehrte Probe des Einritzens der zu prüfenden Kurven auf eine Grammophonmatrix (s. weiter unten S. 153.)

B. Der Phonographenapparat (Fig. 79). — Er ist für Zelluloidwalzen von Liorets Modell konstruiert und ähnelt dem vorigen in seinen Hauptzügen.

Die zu kopierende Walze W wird auf eine Schraubenspindel S gebracht, die von 2 Achsenlagern A und M geführt wird; eine von diesen fungiert als Schraubenmutter M und erteilt dem Zylinder die spiralische Bewegung unter dem unbeweglichen Hebel.

Der Schreibapparat besteht aus einem Hebel, dessen Kurzarm in einem kugeligen Saphirknopf endet, der dem Furchenboden anliegt. Der Langarm ist ein leichter Strohhalm und wird von einem Gegengewicht äquilibriert. Die Schreibspitze ist auch mit Scharnier artikuliert, ungefähr wie im vorigen Apparat. Der Hebel bewegt sich natürlich in einer vertikalen Ebene; ebenso ist die Nahtrommel vertikal, während die Ferntrommel horizontal zu liegen scheint. — Der Motor wird nicht mit der Ferntrommel, sondern mit der Rotatorachse verbunden.

Die Ordinatenvergrößerung beträgt bis 300 mal mit den einfachen Hebeln. Die zusammengesetzten erlauben nach Scripture keine stärkere Vergrößerung als etwa 125 mal, da die Reibungen sonst zu groß werden. Die Abszissenvergrößerung variiert auch bedeutend; die „Zeitgleichung", wie sie Scripture nennt, d. h. die der Längeneinheit auf dem Papier entsprechende Zeit der Originalkurve kann bis auf 1 mm = 0^{σ},2 gebracht werden, was für einen Ton von z. B. 100 Schwingungen eine Periodenlänge von 5 cm ergibt.

Es ist unmöglich, sich auf Grund von Beschreibungen eine so klare Vorstellung dieser Apparate zu machen, daß man einen Vergleich mit den unten erwähnten aufstellen könnte. Die relative Kompliziertheit der Hebelsysteme gibt allerdings zu verschiedenen Bedenken Anlaß. Immerhin kann man in das relativ ungünstige Urteil, das nach Gutzmann (9) S. 82 mehrere Augenzeugen über die Leistungen des Apparates ausgesprochen haben, nicht ohne weiteres einstimmen, weil der Apparat, den Scripture bei seinen Untersuchungen in Deutschland gebrauchte, wohl nicht der letzte war und damals vorhandene Fehler vielleicht später beseitigt worden sind. Man ist daher auf die mitgeteilten Kurven angewiesen, um die Leistungen der Einrichtung zu beurteilen. In dieser Hinsicht scheint sie mir allerdings den Apparaten von Hermann und Hauser nicht gleich zu kommen. Die Kurven für *i*-Laute zeigen z. B. nicht denselben Reichtum an kleinen Kräuselungen wie die Kurven jener Apparate[1]). Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß die Reproduktion hauptsächlich daran schuld ist, denn in beinahe allen Tafeln ist der weiße Zug zu breit, um etwa vorhandene Feinheiten der Originalkurven wiedergeben zu können. — Zur Untersuchung der Akzentverhältnisse (Melodie und Intensität) sind sie selbstverständlich sehr zuverlässig; zur Klangfarbenanalyse sind sie möglicherweise nicht so gut geeignet.

Das Verfahren von Lioret. — In den Comptes rendus (167) beschreibt Lioret (der bekannte Phonographenfabrikant) eine hierher gehörende Einrichtung. Für die Aufzeichnung der besprochenen Walze wird die Recordermembran durch einen nicht näher beschriebenen Hebel aus leichtem Metall (métal-liège vom spezif. Gewicht = 1,7) ersetzt, der nahezu senkrecht schreibt. Die Vergrößerung kann zwischen 10 und 576 mal variieren. Die Bewegungen werden auf berußtes Papier übertragen. Hier ist auch der Hebel unbeweg-

1) Auch die von Pipping gewonnenen Kurven sind feiner; ich erwähne sie aber deshalb im Texte nicht, weil die möglichen Fehler im vorliegenden Falle nicht der Originalkurve, deren Treue durch das Abhören kontrolliert wurde, sondern dem Vergrößerungsapparate zuzuschreiben sind.

lich; die Walze verschiebt sich spiralisch. Die Beschreibung ist so knapp, daß sie vom Apparat keine Vorstellung zu geben vermag. [Eine eingehende Beschreibung mit Figuren findet man jetzt bei Chlumský (208)].

Bei der Aufzeichnung strebt Lioret darnach, die Abszissenvergrößerung der Ordinatenvergrößerung gleichzumachen. Wird die Hebellänge größer und die Umdrehungsgeschwindigkeit der Walze kleiner, so erhält man solche Kurven, wie sie andre Forscher bekommen haben. Sie scheinen aber weniger genau zu sein; wenn die Welle der Höhe nach n mal vergrößert wird, muß sie auch der Länge nach ebensoviel vergrößert werden. — Dieser Einwand ist jedoch kaum stichhaltig. Die Abszissenlänge hat mit der Ordinatenhöhe wenig zu tun, wie es der Umstand schon beweist, daß die Aufnahmegeschwindigkeit innerhalb weiter Grenzen variieren darf, ohne die Qualität der Aufnahme zu beeinträchtigen. Allerdings bewirkt die Veränderung der Geschwindigkeit bei der Reproduktion einer gegebenen Aufnahme eine Veränderung der akustischen Eigenschaften (scheinbare Tonhöhe und Klangfarbe). Bei der Analyse der Wellen kommt aber alles auf die einzige Frage an: bleibt die einem beliebigen Argumentwert φ_ν entsprechende Ordinate y_ν bei veränderter Abszissenvergrößerung unverändert oder nicht? Es scheint kaum annehmbar, daß die letztere Alternative bei einem gut konstruierten Apparat eintreffen sollte.

II. Zusammengesetzte Hebel. — In den folgenden Apparaten ist der Hebel zusammengesetzt. Entweder sind die 2 Arme gegen einander senkrecht gerichtet (Jenkin & Ewing), oder sie sind einander parallel (Fick, Hauser).

Der Apparat von Jenkin & Ewing. — Die englischen Forscher Jenkin & Ewing (168) gebrauchten den Stanniolphonographen von Edison mit einigen Detailverbesserungen (vgl. den Apparat im Original, Pl. XXIV und im Text). — Zur vergrößerten Aufzeichnung der phonographischen Wellen bedienten sie sich der doppelten Hebelübertragung und der Tintenschrift.

Zu diesem Zweck wird die Membran des Phonographen durch einen starren Glasdraht k (Fig. 80) mit einem ersten dreieckigen, aus Halmstroh verfertigten, um die Spitzenachse n drehbaren Hebel l verbunden; dadurch wird erzielt, daß der Hebel leicht und starr ist. Ein Seidendraht y verbindet die Basis von l mit einer feinen Glasröhre, die den zweiten, um die Achse x drehbaren Hebel bildet. Der obere, u-förmige Teil der Röhre taucht in ein Tintenfaß g; das niedere, leicht gekrümmte Ende o hängt sehr nahe an der mit Papier bedeckten Kante des großen Registrierrades W. Die Bewegungen des Phonographenstiftes resultieren also in vergrößerten seitlichen Ausschlägen der Spitze o. Da dieses Ende der Kapillarröhre das Papier nicht berührt, würde die Tinte bei der langsamen Umdrehung des Phonographen gar nicht abfließen. Die Achse x wird aber mit einer Metallplatte t verbunden, über welcher eine Metallspitze r herabhängt. Zwischen den isolierten Stücken t und r entladen sich ununterbrochen elektrische Funken, die die Glasröhre erschüttern und die Tinte auf das Papier tropfenweise werfen. Diese, dem „telegraphic recorder" von W. Thomson (Lord Kelvin) entlehnte Anordnung beabsichtigte die Aufhebung der Reibung zwischen Schreibspitze und Schreibfläche. Ein kleines, am Nagel v gehaltenes Gummidrähtchen u bietet dem Draht y das Gleichgewicht und sichert den Rückgang von o zur Ruhelage trotz der vertikalen Erschütterungen. — Die Achse des Rades W und die des Phonographen sind durch eine Schnur verbunden, welche die Bewegungen des Phonographen auf das Rad überträgt.

Die erhaltenen Kurven, wovon eine Auswahl in der Originalarbeit publiziert ist, wurden nach 12 Ordinaten analysiert. Sie sind auch nicht

sehr reich an Obertonkräuselungen
Man kann aber nicht beurteilen, w
was den Fehlern des Hebelapparat

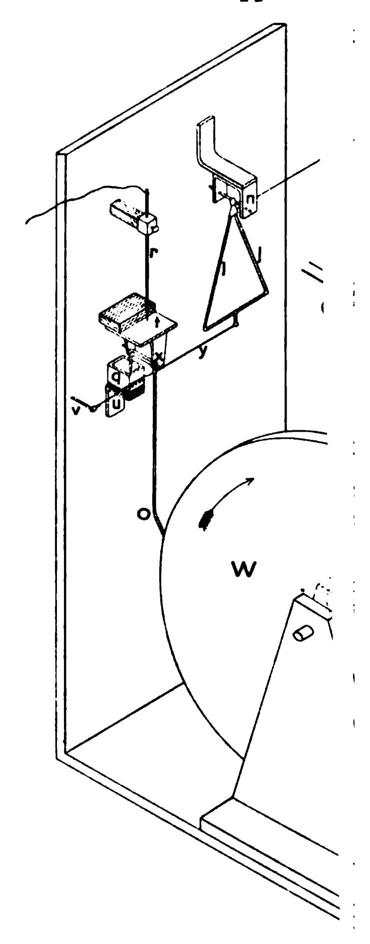


Fig
Aufzeichnungsapparat n

Der Apparat von A. Fick. —
größerungseinrichtung bestand aus ei
Der erste, 15 cm lange, leichte Hebel
Fühlstift; am Ende des Langarmes ist ein
worauf sich eine in das Ende des zweiten
freie Ende dieses Hebels trägt die Schreibs
Gesamtvergrößerung ist daher 100 mal. Du
das ganze System nahezu äquilibriert. — A
Eisendraht aufgewickelt, der vom Baltzars
Winkeldrehung des Phonographen im Verh
gegebene Einstellung der Friktionsscheibe d
dieser Scheibe regulierbar.

Die drei a. a. O. (S. 27) gegebenen Proben sind nicht schön und wegen der Unsicherheit der Kurvenränder zur Analyse untauglich. Das mag auf dem Phonographen oder auf zu starker Geschwindigkeit bei der Aufzeichnung und dgl. beruht haben. Jedenfalls bietet die Hebelanordnung Ficks gegenüber der von Jenkin-Ewing erhebliche Vorteile. Der Fühlstift muß nämlich gegen die Furche gedrückt werden, damit er dem Boden sicher aufliegt. Dieser Druck wird beim Potenzhebel Ficks durch die Schwerkraft ausgeübt, indem die Schreibspitze ein gewisses, übrigens regulierbares Übergewicht besitzt und infolgedessen das andere Ende des Doppelhebels, d. h. den Fühlstift, nach unten drückt. Dieser Gedanke ist von Hauser aufgenommen und mit mannigfacher Verbesserung am Wiener Archivphonographen verwirklicht worden.

Die Einrichtung des Wiener Phonogramm-Archives. — Als Phonograph dient natürlich das Archivmodell mit elektrischem Antrieb. Um[1]) die

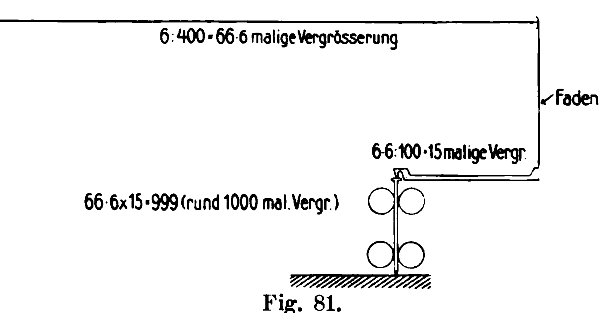


Fig. 81.
Aufzeichnungshebel nach Hauser (schematisch).

Aufnahmegeschwindigkeit genau zu bestimmen, trägt das Zahnrad K (Fig. 82), das die Spindelachse und die Platte bewegt, seitlich äquidistante Kontaktstifte, die, in einen elektrischen Stromkreis eingeschaltet, die Touren angeben. Auf einem besonderen Kymographion werden während der Aufnahme die Umdrehungen und die Zeit markiert.

Die Schreibvorrichtung, die an die Stelle der Phonographenmembran eingesetzt wird, besteht aus 2 Röhren, die gegeneinander verschiebbar sind. Der untere Teil der unteren Röhre trägt die Achse des Hebels, an dessen kurzem Arm der Fühlstift befestigt ist. Die obere Röhre trägt am oberen Ende die Achse des zweiten Hebels. Diese Achse und ihr Achsenlager sind wie das Messer einer Wage und dessen Träger geformt. Um diese Achse schwingt der Hebel wie ein Wagebalken mit ungleichen Armen. Der hintere, kürzere Teil ist aus Metall verfertigt und bildet mit der Achse ein einziges Stück; der vordere Teil besteht aus einer Metallspitze, in welche der Langarm des Hebels, ein Strohhalm, eingesteckt wird. In das freie Ende des Strohhalmes ist eine rechtwinklige Spitze eingefügt, welche die eigentliche Schreibspitze trägt. Diese federnde Spitze ist an das Ende eines kleinen Halmes geklebt, der in einem metallenen Hütchen endet, welches der Spitze aufgesetzt wird. Es dreht sich leicht um diese Spitze. Durch die Änderung der Neigung der rechtwinkligen Spitze kann die Neigung der Schreibspitze gegen die Schreibfläche des Kymographions verändert werden, so daß sie mit einem beliebigen Teil ihres Eigengewichtes dem Kymographion anliegt. Diese sinnreiche Einrichtung gestattet, die Reibung in hohem Grade zu vermindern.

Die beiden Hebel sind mit einander durch einen Metalldraht verbunden. Der lange Arm des oberen Hebels ist achtmal so lang wie der kurze Arm. Der Langarm des

1) Die ganze Einrichtung wird vom Mechaniker L. Castagna-Wien konstruiert.

oberen Hebels hat eine feste Länge; der Kurzarm hat 3 Anknüpfungslöcher und also eine variierende Länge. Man bekommt 3 Vergrößerungen der Ordinaten, die zwischen rund 500 und 1000 mal liegen.

Das Übergewicht der Schreibspitze soll erfahrungsgemäß am besten einem Druck von 30 g entsprechen. Zur Regulierung dieses Drucks ist der hintere Teil des oberen Hebels mit einem Laufgewicht G versehen. Die Bestimmung dieses Druckes kann z. B. so geschehen, daß man zuerst ohne Laufgewicht die beiden Hebel in die Stellung bringt, die zur Aufzeichnung dienen soll, dann am Ende des Langarmes des unteren ein Gewicht von $\frac{30}{8}$ g anhängt und das Laufgewicht ansetzt und verschiebt, bis die ursprüngliche Stellung wieder erlangt wird. (Vgl. übrigens Hauser (169).)

Es ist die Form des Schreibapparates, die mir selbst geläufig ist. Angestellte Kontrollversuche zeigten jedoch, daß die ganze Anordnung nicht einwandsfrei war, und Hauser konstruierte ein verbessertes Modell. Hier hat er dafür gesorgt, daß die Aufzeichnung in einem absolut rechtwinkligen Koordinatensystem geschieht. Die Beschreibung der Einrichtung, deren Veröffentlichung durch den unerwarteten Tod Hausers (1910) verspätet worden ist, soll demnächst erscheinen; der Nachfolger Hausers, R. Pöch, wird den Apparat beschreiben und ein Physiker die Theorie des Systems entwickeln. Dank dem liebenswürdigen Entgegenkommen von Hofrat S. Exner und Dr. Pöch darf ich das nebenstehende schematische Bild reproduzieren (Fig. 81). Wie man sieht, besteht der Hauptunterschied darin, daß der Fühlstift jetzt nicht mehr an den unteren Hebel geschraubt ist, sondern am Ende eines sich nur senkrecht zwischen Führungsrollen bewegenden Stäbchens hängt, dessen Bewegungen auf den Potenzhebel übertragen werden. Andrerseits ist auch dafür gesorgt, daß die radiären Verschiebungen des Systems sich genau in der horizontalen Ebene vollziehen. Es ist nur eine Vergrößerung vorgesehen. Für die Einzelheiten verweise ich auf die bald erscheinende Beschreibung.

Die von der Schreibspitze beschriebene Kurve wird auf ein mit berußtem Papier überzogenes Kymographion gezeichnet. (Vgl. Fig. 82.) Das Kymographion P senkt sich während der Aufnahme spiralisch. Es wird von einem Elektromotor angetrieben. Ein erstes System von Stufenscheiben A, B reduziert die Geschwindigkeit des Motors. Von diesen Stufenscheiben wird durch eine Schnur die Bewegung auf eine zweite Stufenscheibe D übertragen, die eine horizontal gestellte Schraube ohne Ende bewegt. Diese Schraube dreht ein mit einer vertikalen Achse C verbundenes Zahnrad, das die Umdrehungen von C auf $\frac{1}{100}$ der Umdrehungen von D herabsetzt. Weitere Stufenscheiben an der Achse C und dem Kymographion (E) erteilen diesem im Verhältnis zu C 3 Umdrehungsgeschwindigkeiten (2, 1, $\frac{1}{2}$).

Von dem Kymographion wird auch der Phonograph während der Aufzeichnung angetrieben, durch Vermittelung der Stufenscheiben G und H und der eigens für diesen Zweck dem Phonographen zugesetzten Scheibe J, die mit einem Zahnrad die Spindelachse K dreht. Das Umdrehungsverhältnis zwischen der Aufnahmeplatte und dem Kymographion P bleibt also für eine gegebene Koppelung von G und H konstant. Der Vorteil einer solchen Einrichtung ist für die Aufzeichnung längerer Stücke, und besonders wo es sich um die Feststellung der Tonhöhen handelt, sofort evident. Eine ähnliche Anordnung haben auch Scripture und Lioret verwendet.

Zu demselben Zweck teilt man auch mittels eines sich radiär bewegenden Messers die Platte in 10 gleiche Sektoren. Der den Furchen senkrechte Strich des Messers gibt sich bei der Kopierung auf dem Kymographion als deutliche Marke kund. Der zwischen 2 solchen Strichen gelegene Teil der Kymographionkurve entspricht also immer $\frac{1}{10}$ des Umfanges einer Schriftlinie auf der Platte, unabhängig von allen Betriebsstörungen während der Aufzeichnung. Andrerseits entspricht eine bekannte Anzahl von Sektoren einer Teilung des Zahnrades K, und aus der registrierten Umdrehungsgeschwindigkeit während der Aufnahme läßt sich die entsprechende Zeit für die Sektoren berechnen. Die Bestimmung der Tonhöhe bei deutlich ausgeprägten Perioden, oder

umgekehrt die Bestimmung der Periodengrenzen bei weniger deutlicher Periodenform, aber einigermaßen bekannter Tonhöhe sind dann leichte Aufgaben. — Ein weiterer Vorteil dieser Einrichtung ist, daß das Profil des Striches eine bekannte Form hat,

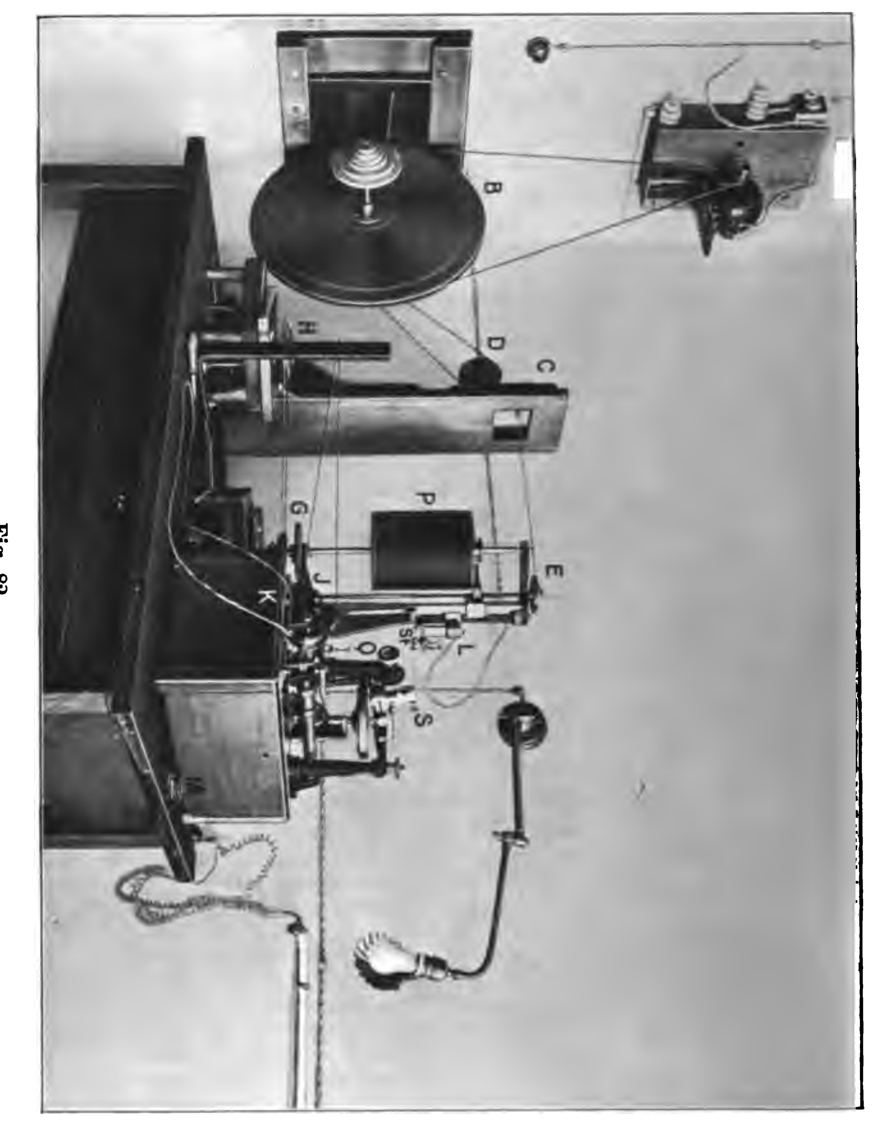


Fig. 82.
Apparat zur Aufzeichnung von Phonographenwellen nach Hauser.

und daß dessen Wiedergabe durch den Schreibapparat (S auf Fig. 82) sofort zeigt, ob der Hebel bei plötzlichen, starken Niveauänderungen eine Schleuderung erfährt.

Bei der Kopierung eines Phonogramms verfährt man folgendermaßen. — Nach sorgfältiger Hobelung der Platte wird diese besprochen und abgehört: während der Aufnahme wird die Geschwindigkeit mittels der Kontaktstifte registriert. Ohne die Platte zu entfernen, teilt man sie gleich in 10 Sektoren,

setzt das Rad J auf, stellt die Verbindung zwischen Phonographen und Kymographion her, setzt den Schreibapparat S ein und braucht nur das Kymographion in Bewegung zu setzen, damit die Aufzeichnung beginnt. Wenn das Kymographion vollgeschrieben ist, so löst es durch einen elektrischen Kontakt L den Motor selbsttätig aus.

Die Ordinatenvergrößerung ist bekannt. Zur Bezeichnung der Abszissenachse gebrauche ich eine Feder, die, von einem unbeweglichen Stativ getragen, unter der Spitze des Schreibapparats auf dem Kymographion schreibt. Die Abszissenvergrößerung hängt von der Koppelung von G und H ab; da G zwei und H drei Scheiben hat, sind 6 Kombinationen möglich. Was die Geschwindigkeit der Aufzeichnung betrifft, so muß sie selbstverständlich viel langsamer sein als bei der ursprünglichen Aufnahme. Hierbei kommt es übrigens nur auf die Umdrehungen der Platte selbst an. Die relative Geschwindigkeit der Platte wird durch die Kombination von G und H reguliert; die absolute Geschwindigkeit des ganzen Systems kann durch die Koppelung von C und E, bzw. A und D innerhalb weiter Grenzen verändert werden. Die größte Umdrehungsgeschwindigkeit der Platte beträgt 1 Tour in 2 Minuten 19 Sekunden, die geringste 2 Stunden 20 Minuten; eine zweckmäßige Geschwindigkeit ist 45 Minuten. Da die Aufnahmegeschwindigkeit gewöhnlich von 80 bis 120 Touren pro Minute beträgt (also 1 Tour per 0^s, 45 bzw. 0^s, 30), so liegt bei letzterer Aufzeichnungsgeschwindigkeit die Verlangsamung zwischen 2025 und 5400 mal die ursprüngliche Geschwindigkeit. Zur Kopierung einer Plattenaufnahme von $1\frac{1}{2}$ Minuten bedarf man etwa 68 Stunden.[1])

Diese enorm langsame Umdrehung ist natürlich durch die Beschaffenheit des Hebels bedingt. Bei dem Hermannschen Verfahren (s. unten), wo der Langarm gewichtlos und erschütterungsfrei ist, kann der Phonograph rascher gedreht werden. Hier ist aber der obere Hebel für Schleuderungen sehr empfindlich. An dem Exemplar meines Laboratoriums konnte ich diese Empfindlichkeit gegen allerlei Erschütterungen beobachten: schwerere Schritte in der Nähe des Tisches, Sprengungsschüsse mit Dynamit bei der Fundamentierung von Häusern, sogar auf einige hundert Meter Entfernung vom physiologischen Institut, Holzhauen im Keller des Instituts, ergeben sofort zwar kleine, aber merkliche Erschütterungen, Zickzacklinien statt glatter Linien.

Ein genauer Vergleich dieses Systems mit dem unten beschriebenen von Hermann ist für mich schon deswegen unmöglich, weil ich die Einrichtung Hermanns nicht aus eigner Anschauung kenne. Die Erfahrung, die ich vom Wiener Apparat habe, berechtigt mich jedoch zu dem Urteil, daß er bequem ist und vor dem photographischen Verfahren jedenfalls den praktischen Vorzug der leichteren Handhabung, der unmittelbaren Sichtbarkeit der

1) Diese Dauer läßt sich mitunter verkürzen. Neben den 2 oben erwähnten Registrierungen während der Aufnahme (Umdrehungen der Platte, Zeit) kann man nämlich mit dem elektrischen Signal M z. B. den Anfang und den Schluß der Aufnahme, der einzelnen Sätze usw. markieren. Da man bei der Aufzeichnung diese Stellen sofort wiederfindet, kann man eventuell dem System einen rascheren Gang über die wellenleeren Stellen erteilen.

Kurven und der Möglichkeit der Arbeit bei Tageslicht hat. Die erhaltenen Kurven sind auch sehr fein; die Breite beträgt etwa $\frac{3}{100}$ mm.

B. Apparate mit Lichthebel.

I. Ohne photographische Registrierung: die Einrichtung K. Verners. — Der dänische Philologe Karl Verner (170), der mit dem Stanniolphonographen gearbeitet hatte, erfand (1880) zur Messung der Eindrücke ein besonderes Instrument, dessen Prinzip an die Anordnungen von Boeke (punktweise Aufzeichnung) und von Hermann (Lichtverfahren) erinnert[1].

Zur Vorwärtsbewegung der Walzenfurche (Abszissenbewegung der Kurve) dient eine Kombination von 2 Zahnradsystemen, die die Bewegung verlangsamt. Die Phonographenachse AA′ (Fig. 83, I) trägt in *f* ein Zahnrad mit 56 Zähnen, das zwar die Umdrehungen, aber nicht die spiralische Translation von AA′ mitmacht. Eine andere, von den Ständern *m*, *n* getragene Achse BB′ endet mit einer endlosen Schraube *o*, und trägt in *p* eine mit 20 äquidistanten Strichen versehene Scheibe. Nach erfolgter Aufnahme und für die Aufzeichnung werden die Achsen AA′ und BB′ durch die vom Eisenrahmen *g* getragene, um die Achse *h* drehbare Spindel *i* verbunden (Fig. 83, II). Sie greift in das Zahnrad *f* mit einer endlosen Schraube *k*, in die Schraube *o* mit einem Zahnrad *l* (mit 24 Zähnen). Die Bewegung der Walze erfolgt dann nicht von *e*, sondern von *r* aus, und die Umdrehung von AA′ geschieht $56 \times 24 = 1344$ mal langsamer als die von BB′. Die Drehung der Walzenfläche (Abszissenverschiebung der gemessenen Welle) für 1 Teil der Scheibe *p* betrug an Verners Exemplar $17\,\mu$. Nach jeder Drehung um 1 Teilstrich wird die entsprechende Ordinate abgelesen. Wie am späteren Apparate Boekes wird also die Abszisse um eine bestimmte feste Länge verschoben, und man bekommt für verschieden hohe Tonwellen eine variierende Anzahl von Ordinaten.

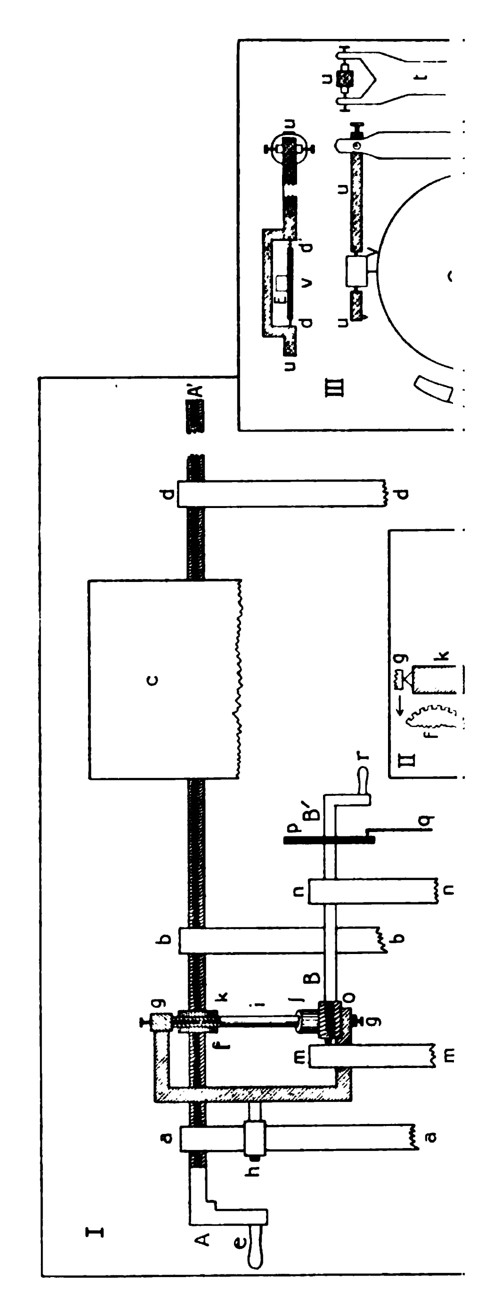
Die Kurvenordinaten werden von einem Spiegel geliefert, dessen vergrößerte Bewegungen durch ein Fernrohr abgelesen werden. Über der Walze C hängt der Spiegelapparat; er ist von einem Arm *u* getragen, welcher selbst am gabelförmigen Ende eines Ständers *t* festgeschraubt werden kann[2]. Der Spiegel *v* hat 10×15 mm und dreht sich um eine Spitzenachse *d*, *d*; auf der Rückseite ist eine kleine viereckige Platte, deren untere Seite von einem dünnen Glasplättchen ($2\,mm^2$) bedeckt ist, wagerecht gegen den Spiegel festgeklebt (Fig. 83, III u. IV). Unter dieser Platte hängt der Fühlstift B; dieser ist schmäler als die Rinnenbreite und gleitet durch Führungslöcher in 2 unbewegliche, am Arme *u* befestigte Platten γ, γ'. Der Apparat wird so eingestellt, daß die Platte E dem oberen Ende des Fühlstiftes mit ihrem äußeren Rande sanft aufliegt und die der Kurvenordinate entsprechenden vertikalen Bewegungen mitmacht: der Spiegel dreht sich dann um seine Achse.

Die Länge der Platte E bestimmt die Länge des kurzen Hebelarmes; der lange Arm ist ein Lichtstrahl. Ein gut beleuchteter Maßstab aus Elfenbein mit mm-Teilung, dessen Nullpunkt in der Mitte liegt, hängt in einem gewissen Abstand vom Spiegel und bildet sich teilweise darin ab (Fig. 83, IV, V). Das vom senkrecht hängenden Maßstab ausgehende Lichtbündel trifft den Spiegel in der transversalen Ebene unter einem Winkel

---

1) Verner gab seine Untersuchungen, wie es scheint, nach dem Erscheinen der Arbeiten Hermanns und Pippings auf und hat nichts veröffentlicht. Eine Beschreibung seines Apparates hat er selbst (170, a) in einem Brief an H. Pipping gegeben; sein Bruder R. Verner hat auch in einem Anhang zu dem sub (170, b) erwähnten Buche den Apparat beschrieben. Die gänzlich unbekannte Anordnung schien mir eine nähere Beschreibung zu verdienen, da sie gewisse, jetzt noch anwendbare Ideen enthält.

2) Zur leichteren Haltung könnte man ein Gegengewicht anbringen. Ebenso könnte der obere Teil von *t* mit einem Schraubenaufzug versehen werden, um die Einstellung des Spiegelapparates zu erleichtern.



von 45° [1]). Das Bild wird mittels eines möglichs
recht liegenden Fernrohrs beobachtet, das 10 m

1) Nach der Zeichnung Verners a. a. O. zu b
Winkel von 90° nur so viel abweichen, daß de
Maßstabes nicht okkultiert.

Fadenkreuz trägt. Das ganze System wird derart eingestellt, daß, wenn der Fühlstift auf einer wellenleeren Stelle ruht, die Spiegelfläche vertikal steht, der Nullpunkt des Maßstabes sich im Mittelpunkt des Spiegels abbildet und der Schnittpunkt des Okularkreuzes auf diesen Nullpunkt fällt. Der Nullpunkt bestimmt also die Abszissenachse; er befindet sich auf der ideellen Fortsetzung der unteren Fläche der Platte E.

Es sei nun a die Länge von E (Kurzarm) und b der Abstand des Spiegelzentrums vom Maßstab. Für eine beliebige Stellung des Spiegels macht E mit der Abszissenachse einen Winkel φ, und der Ausschlag des freien Randes von E, oder des oberen Endes des Fühlstiftes, ist a arc φ. Der reflektierte Lichtstrahl wird aber um 2φ abgelenkt; der Ausschlag des Langarmes, d. h. der im Fadenkreuz erscheinende Punkt des Maßstabes, oder die Ordinate der Kurve an dieser Stelle, ist also

$$y = b . \mathrm{tg}\, 2\varphi.$$

Ist φ sehr klein (eine Bedingung, die durch geeignete Dimensionen von E erfüllt werden kann), so kann die Tangente mit dem Bogen ersetzt werden: es kommt dann

$$y = b \ \mathrm{arc}\ 2\varphi$$

und die Vergrößerung ist $\frac{2b}{a}$. Bei den Versuchen Verners war $a = 2$ mm, $b = 3650$ mm, die Vergrößerung sodann 3650 mal.

Die sukzessiven Ordinaten werden auf mm-Papier eingetragen, so daß für jeden Strich der Scheibe p als Abszissenverschiebung 1 mm gerechnet wird und die abgelesene Ordinate an ihrer Stelle durch einen Punkt bezeichnet wird.

Die ganze Einrichtung dürfte recht empfindlich gewesen sein und verdient jedenfalls Beachtung, da sie leicht technisch verbessert werden könnte. Die einzige spezielle Schwierigkeit liegt in der Herstellung eines reibungsfreien Spiegelsystems; sie ist aber nicht unüberwindlich.

II. Aufzeichnung durch photographische Registrierung. — 1. Das Verfahren Hermanns. — Nachdem der zweite Edisonsche Phonograph (mit Wachswalze) in den Handel gekommen war, benutzte Hermann (171) den Apparat, unter Beibehaltung des Prinzips der photographischen Registrierung, und gab sein früheres, oben (S. 94) beschriebenes Verfahren auf. Eine eingehende Beschreibung des Verfahrens findet man in seinen Arbeiten; ich gebe hier die Hauptzüge davon. Die ganze Einrichtung besteht wie früher aus 3 Teilen, nämlich dem eigentlichen Reproduktionsapparat, der Lichtquelle und dem photographischen Aufnahmeapparat.

Da man den Spiegel am gewöhnlichen Reproduzer nicht anbringen kann, konstruierte Hermann ein besonderes Instrument, dessen äußere Dimensionen genau denen des Reproduzers entsprechen. Der metallene Ring A (Fig. 84, a, b) bildet den äußeren Rahmen des Apparates; an ihm ist die Platte B befestigt, die 2 Schrauben b, b' trägt, welche die Achsenlager des Hebelsystems bilden. Jetzt werden alle Achsenlager aus Rubinen hergestellt. Der Hebel besteht aus einem dreieckigen Plättchen C, das am freien Ende die etwas schiefgestellte, gläserne Fühlstange c trägt; diese Stange c hat einen kugeligen Kopf, der nach dem verbesserten Modell schmäler als der Reproduzer ist (Durchm. 0,7 mm statt 0,9 mm), um dem Furchenboden besser aufzuliegen. Senkrecht zur Achse bb', aber näher am Anknüpfungspunkte von c liegt eine zweite, auch zwischen Schraubenspitzen gehaltene Achse ee', die durch die Platte E am Ring A befestigt ist. In der Achse ee' dreht sich ein viereckiges Plättchen F. Die untere Seite von F trägt

eine kleine geklebte Glasplatte *f*, worauf sich das obere, runde Ende von *c* lehnt; die obere Seite von F trägt das versilberte, runde Spiegelchen H. Die feste Berührung zwischen F und *c* wird von einer Feder *h* besorgt, die einerseits sich auf F lehnt, andrerseits an E befestigt ist, und deren Druck durch die Schraube *g* reguliert wird. Dadurch, daß *ee'* sehr nahe an *c* liegt, bewirken kleine vertikale Bewegungen von *c* große Winkelbewegungen der Platte F und des Spiegels H. Die Festigkeit der Achsenschrauben wird durch Gegenmuttern gesichert.

Zur Reproduktion seichter Eindrücke, wie z. B. der Konsonanten, erwies sich diese Einrichtung als ungenügend, und Hermann verbesserte sie durch Einschaltung eines neuen Hebels zwischen C und F (vgl. 171, b). Das Plättchen F bekommt wie C eine dreieckige Gestalt und greift mit Glaskontakt an ein drittes, auch dreieckiges Plättchen G (Fig. 84, c), welches nun den Spiegel H trägt; dadurch erhält Hermann eine doppelte Hebelübertragung, die jetzt genügt.

Die Lichtquelle (Beschreibung bei Hermann 131, b) ist eine elektrische Bogenlampe (20 Amp. × 65 Volt), die sich in einer Dunkellaterne befindet (vom Mechaniker Wipprecht-Königsberg). Das Licht kommt nur durch einen Ausschnitt an der Stirnseite

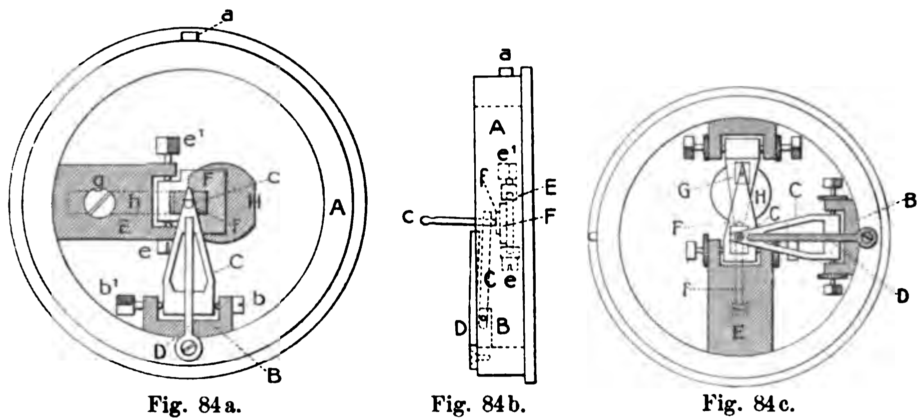


Fig. 84a. Fig. 84b. Fig. 84c.

Apparat zur Aufzeichnung photographischer Wellen nach Hermann.
a, b) Mit zweiteiligem Hebel (für Vokale). c) Mit dreiteiligem Hebel (für Konsonanten).

heraus, die als Kollektor eine Laterne von Duboscq-Paris mit verstellbarem Spalt trägt.

Der Aufnahmeapparat ist ein mit empfindlichem Papier bekleideter Baltzarscher Zylinder. Vor dem Zylinder ist ein verschiebbarer Spalt angebracht, der dicht vor dem Papier liegt, und das Ganze steckt in einem lichtdichten Gehäuse, das nur ein rechteckiges Fenster dem Spalt gegenüber trägt.

Der Gang eines Versuches ist folgender. Die sorgfältig abgehobelte Wachswalze wird besprochen und zur Kontrolle abgehört. Nach Anbringung des Spiegelapparates wird der Phonograph auf ein Pult gestellt, das so schief steht, daß der Spiegelapparat nahezu vertikal ist, um der Furche mit dem möglichst geringen Druck aufzuliegen. — Die Lampe wird auf einen besonderen Tisch in einer Entfernung von ca. 2 m so gestellt, daß das vertikale Spaltbild auf das Spiegelchen H fällt; dicht vor den Spiegel stellt man als Kollektor eine schwache Konvexlinse (1 bis 1 ½ Dioptrien), wodurch der Spiegel ein reelles verkleinertes Bild des Spaltes liefert, das ein zweites Mal, und zwar etwas abgelenkt (35°) durch die Linse geht. Auf dem Wege des Spaltbildes liegt der auch von einem besonderen Stativ getragene Baltzarsche Apparat; er ist so orientiert, daß der Spalt vor dem Zylinder

senkrecht gegen das vom Spiegel geworfene Spaltbild zu liegen kommt. Auf das empfindliche Papier fällt daher nur der Kreuzungspunkt zwischen vertikalem und horizontalem Spalt. — Die Bewegungen des Spiegels H bewirken, daß das vertikale Spaltbild und infolgedessen der Lichtpunkt am Papier mit sich selbst parallel horizontal schwingt; wenn also der Zylinder sich dreht, beschreibt der Lichtpunkt eine Kurve, deren Ordinate in jedem Augenblick von der Bewegung des Spiegels, d. h. des Fühlhebels *c* abhängt und das Profil des Kurvenbodens wiedergibt.

Um die Erschütterungen des Spiegels zu vermeiden, geschieht die Bewegung des Phonographen sehr langsam; ein Uhrwerk von Eichens-Paris

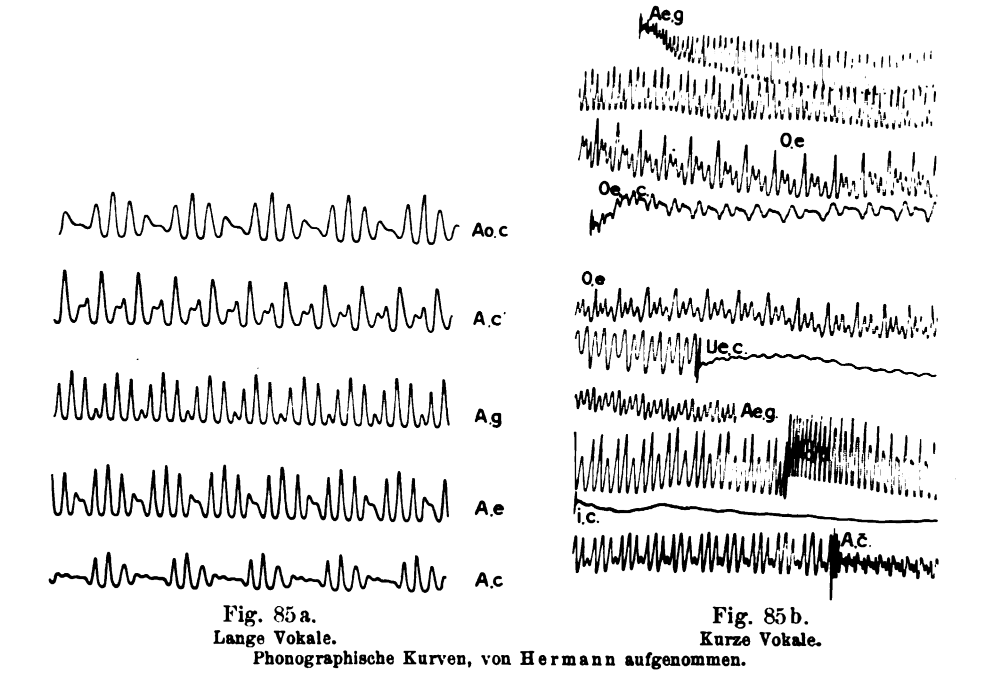


Fig. 85 a.
Lange Vokale.

Fig. 85 b.
Kurze Vokale.

Phonographische Kurven, von Hermann aufgenommen.

setzt die Geschwindigkeit bis auf $\frac{1}{500}$ der Aufnahmegeschwindigkeit herab. Zur Aufzeichnung längerer Stücke kann der Baltzarsche Zylinder sich spiralförmig drehen. Eine besondere Einrichtung ist vorgesehen, um diesen Zylinder mit der fortschreitenden Bewegung des Phonographen synchron zu bewegen. Die Ordinaten- und Abszissenvergrößerung kann variiert werden. Sie beträgt mit dem Apparat Fig. 84, *a* ca. 750 mal, für den Apparat *b* ca. 4180 mal. Diese und weitere Einzelheiten wird man am besten im Original nachlesen.

Die von Hermann gewonnenen Kurven zeichnen sich durch die Feinheit des Zuges und den Reichtum an Einzelheiten aus, die für eine gute Lösung des technischen Problems bürgen. Eine Anzahl Proben, die nach den gütigst mitgeteilten Originalblättern photographiert wurden, geben die Fig. 85—86.

2. Der Apparat von **Bevier**. **Bevier** (172) hat verschiedene Versuche mit einem hierher gehörenden Apparat angestellt. Der Hauptteil der An-

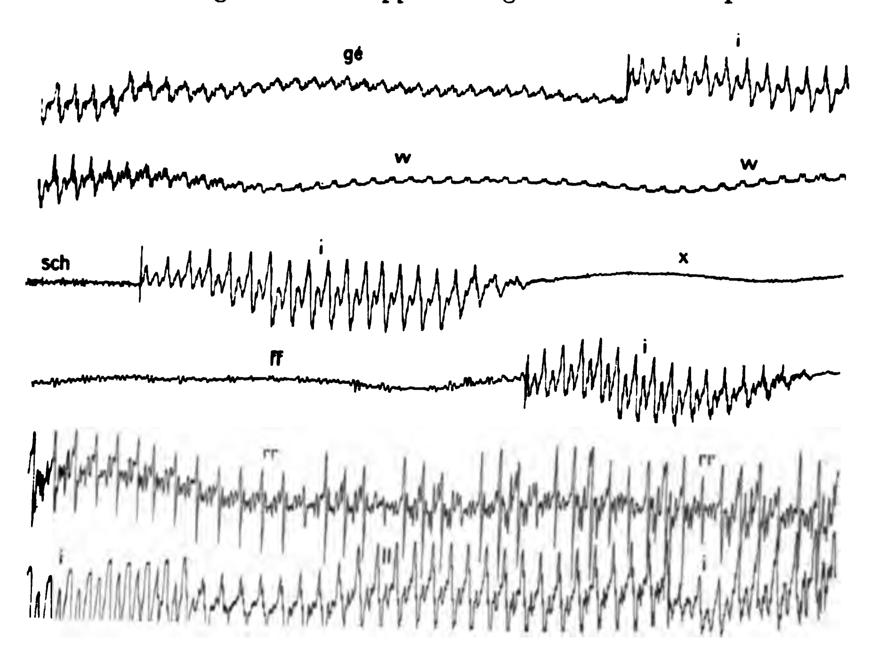


Fig. 86.
Konsonanten.
Phonographische Kurven von Hermann aufgenommen.

ordnung besteht aus einem rechtwinklig gebogenen Hebel ED, dessen Kurzarm den Fühlstift D trug; eine am Langarm wirkende Feder sichert das Aufliegen des Fühlstiftes Der Langarm trägt den Spiegel F, der den

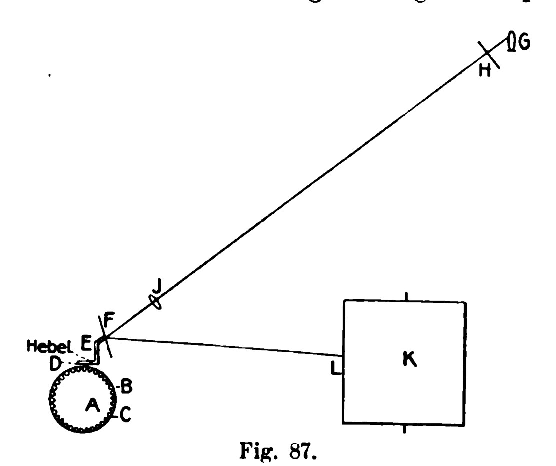


Fig. 87.
Apparat zur Aufzeichnung von phonographischen Wellen nach Bevier (schematisch).

Strahl der Lichtquelle G auf die Kamera K wirft (Fig. 87). Die Originalarbeit ist mir leider vor der Drucklegung unbekannt geblieben.

3. Der Apparat von Laudet-Gaumont. — G. Laudet und L. Gaumont (173 a) haben einen Apparat zur Verstärkung der Töne von Lautmaschinen (wohl Grammophonen) beschrieben. Sie benutzen dazu die beim Verbrennen einer Gasmischung entwickelte Energie. Die Spitze der Lautmaschine wird mit einer Gaskammer A (s. Fig. 87) in Verbindung gesetzt. In diese Kammer kommt von B aus die komprimierte Gasmischung. Die Kammer enthält eine Scheibe C, die in O auf Messerachsen beweglich ist und mit der Spitze verbunden ist. In die Kammer ragen die Auslaufsröhren ED, E'D', welche die Mischung zu den Brennern F, F' führen. Die Öffnungen DD' stehen ganz nahe an der beweglichen Scheibe C. Wenn C still steht, strömen von D, D' gleiche Mengen Gas aus; durch die Verschiebungen der Spitze und der Scheibe C variieren die in D, D' strömenden Mengen,

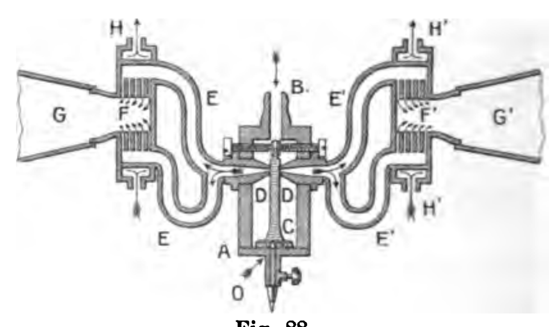


Fig. 88.
Tonverstärker (mégaphone) nach Laudet-Gaumont. Aus Laudet (173a) S. 319.

obwohl die Summe konstant bleibt. Vor den Brennern F, F' befinden sich 2 Trichter G, G'. — Der Verstärkungsprozeß wird jedoch nicht näher erklärt.

Diesen Apparat haben Georges und Gust. Laudet (173b) zur Photographierung der Schwingungen benutzt. Die zitierte Mitteilung beschreibt aber das Verfahren nicht, und man kann nicht wissen, wo die zur Aufnahme nötigen Membran und Spiegel sich befinden.

4. Die Einrichtung von Th. Rosset. — Th. Rosset-Grenoble (174) hat neuerdings das Prinzip eines Apparates zur Photographie vergrößerter Phonographeneindrücke angedeutet. Die eingehende Beschreibung der Einrichtung soll später erscheinen.

Den älteren Vergrößerungsmethoden von Hermann und Scripture[1] wirft Rosset vor, daß der Fühlstift der Spur des Recorderstiftes möglicherweise nicht genau folgt, und daß man die Kontrolle über die Genauigkeit der Vergrößerung vermißt. Deswegen müssen Abhören und Kopieren gleichzeitig geschehen; dieses Prinzip hat Rosset zu verwirklichen gesucht.

1) Rosset nennt sie „transcriptions optiques", was für Scripture unrichtig ist.

Der Apparat besteht aus zwei parallel liegenden Phonographentrommeln, deren eine die zu kopierende Wachswalze trägt, während der anderen eine leere Walze aufgesetzt wird. Zwischen den beiden hängt ein Apparat, der die Eindrücke des ursprünglichen Zylinders auf den leeren Zylinder überträgt.[1]) Er besteht aus 2 Hebeln, die durch eine besondere Verbindungseinrichtung in einer vertikalen Ebene um 2 parallele Achsen schwingen. Der eine Hebel trägt einen Reproducerstift und liegt der besprochenen Walze auf; der andere trägt eine Recorderspitze und gräbt in die leere Walze ein. Den beiden Hebelachsen wird je ein Spiegel aufgeklebt, der in bekannter Weise das Bild der resp. Hebelbewegungen auf ein bewegtes empfindliches Papier werfen kann.

Die beiden Walzen werden gleichzeitig in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit gedreht. Durch gleichzeitige Photographierung der beiden Hebelbewegungen hat Rosset nach eigener Angabe konstatiert, daß beide Kurven bis auf die durch das Verhältnis der Hebel bedingten Amplitudenverhältnisse identisch sind. Andrerseits merkt man beim Abhören keinen Unterschied zwischen den beiden Kurven.[2]) Dadurch gewinnt man den Vorteil, daß man die doppelte Photographie entbehren und nur mit dem Ohr die Genauigkeit der Kurve prüfen kann, während sie gleichzeitig photographisch aufgenommen wird[2]).

Es ist schwer, auf Grund der knappen Beschreibung des Apparates in den Comptes rendus eine klare Vorstellung desselben zu gewinnen, und man muß auf die spätere Arbeit warten, um sich über die Leistungsfähigkeit desselben ein Urteil zu bilden. Immerhin gibt die Mitteilung zu verschiedenen Bedenken Anlaß:

a) die Umdrehungsgeschwindigkeit bei der Kopierung ist natürlich dieselbe wie bei der Aufnahme. Hermann hat bekanntlich bei seinem optischen Verfahren eine viel langsamere Umdrehung gewählt, um die Erschütterungen des Apparates zu vermeiden. Allerdings gewährt die Einrichtung Rossets, durch die gleichzeitige Eingrabung einer Kurve, eine starke Dämpfung des Hebels, dessen Bewegungen der Spiegel überträgt; immerhin müßte man nachweisen, daß die Dämpfung vollständig ist. Die Solidarität der beiden Hebel läßt nämlich die Möglichkeit zu, daß beide dieselben Erschütterungen erleiden, die als Störungsfaktoren einwirken können.

b) Wegen der raschen Geschwindigkeit der Walzen muß man dem photographischen Papier eine sehr große Geschwindigkeit erteilen, um brauchbare Kurven zu erhalten, d. h. solche, wo die Abszissenlänge genügend groß ist, um die Ausmessung der erforderlichen zahlreichen Ordinaten bequem und sicher zu erlauben[3]). Dadurch wird aber das photographische Verfahren erschwert.

c) Die obenstehenden Befürchtungen betreffen nur technische Einzelheiten und sind vielleicht grundlos. Wichtiger ist aber, daß Rosset seinen gegen die früheren Methoden erhobenen Einwand nicht beseitigt zu haben scheint. Daß der Fühlstift während der vergrößerten Aufzeichnung den Weg, den der Recorderstift während der Aufnahme beschrieb, nicht ganz

---

1) Die nach ähnlichen Grundsätzen gebauten Apparate Hausers (160) scheint Rosset übersehen zu haben; er erwähnt sie jedenfalls a. a. O. nicht.

2) Diese Angabe ist irreführend; denn die spätere Arbeit (210) zeigt, daß die Gehörkontrolle nicht gleichzeitig, sondern vor oder nach der Aufzeichnung stattfindet.

3) Die Proben, die ich in einer Juninummer der Illustration gesehen habe, sind zu diesem Zwecke viel zu gedrängt; m. a. W. sind die Perioden viel zu klein.

genau befolgt, ist an sich denkbar.[1]) Der Einwand trifft aber jede Methode, die dem ursprünglichen Recorder einen Reproducer für die Aufzeichnung substituiert, und folglich auch das Verfahren Rossets. Die konsequente Durchführung des Gedankens erfordert, daß der Spiegel dem Hebel des Recorders angeklebt wird und daß die photographische Aufzeichnung gleichzeitig mit der Aufnahme selbst geschieht (was vielleicht nicht unmöglich, aber jedenfalls schwer ausführbar wäre). In dieser Hinsicht steht also das Verfahren Rossets auf demselben Standpunkt wie die früheren von ihm beanstandeten Methoden. [Die zwischen der ersten und der zweiten Korrekturlesung erschienene Arbeit Rossets (210) beseitigt nicht die ausgesprochenen Bedenken. Die Geschwindigkeit des photographischen Papiers ist entschieden zu gering; und erst eine Analyse der Kurven könnte über die Leistungen des Apparates Aufschluß geben].

Abteilung III.

Vokalsynthese.

Neben den akustischen Registriermethoden stehen uns als ein wertvoller Zusatz die synthetischen Methoden zur Verfügung, wo man durch die Kombination von zweckmäßig gewählten physikalischen Wirkungen den Schalleindruck hervorzubringen sucht. Der Vorteil eines solchen Verfahrens liegt darin, daß man die relative Bedeutung der an der Schallbildung beteiligten Faktoren systematisch untersuchen kann. Andrerseits muß man bedenken, daß der Nutzen einer solchen Methode nur dann voll ist, wenn die zur Synthese dienenden Mittel hinsichtlich ihrer Wirkung bekannt sind: sonst hätte man ein unklares Problem durch ein anderes, auch unklares ersetzt.

Es sind in der neueren Zeit verschiedene Methoden zur Lautsynthese erfunden worden, die man in 4 Gruppen einteilen kann: 1) Resonatorenapparat, 2) Seebecksche Sirenen, 3) Wellensirenen, 4) phonographische Apparate.

I. Die Resonatorenmethode. — Sie ist von Helmholtz (105) im Anschluß an seine analytische Methode ausgebildet worden. Der von ihm erfundene Apparat bestand aus einer Serie von 8 (oder mehr) zylindrischen Resonatoren, die von 8 elektrisch angetriebenen Gabeln erregt werden können und deren Eigentöne eine harmonische Reihe von B bis b″ (bzw. höher) darstellen (Fig. 89). Eine Gabel, die die Unteroktave des tiefsten Resonators gibt, wird von 2 Elementen angetrieben und dient zur Erregung aller anderen. Die Öffnungen der Resonatoren können durch verschiebbare Scheiben nach Bedarf bedeckt werden, und zur Dämpfung läßt sich der Abstand zwischen Resonator und Gabel variieren. Verschiedene Kombinationen ergaben Töne, die einigen Hauptvokalen ähnlich klangen: so gab B allein ein dumpfes **u**; gedämpftes B, starkes *b′*, schwache *b*, *f′* und *d″* ergaben zusammen ein geschlossenes **o** usw. — Die Handhabung des Instrumentes scheint schwer gewesen zu sein, und die Resultate waren auch nicht

[1]) Die Anwendung eines schmäleren Stiftes, wie es Hauser, Hermann und Scripture tun, dürfte jedoch den Fehler aufheben.

ganz befriedigend (abgesehen davon, daß gewisse Vokale gar nicht gelangen). Man hat auch nicht weiter damit gearbeitet.

II. Die Anwendung der Seebeckschen Sirenen. — a) Mit Windantrieb. — L. Hermann (175) S. 138 hat die in der physiologischen Akustik bekannte Doppelsirene von Helmholtz zur Hervorbringung eines a-Klanges verwendet. — Scripture (166) S. 112 hat eine einfache Seebecksche Scheibe

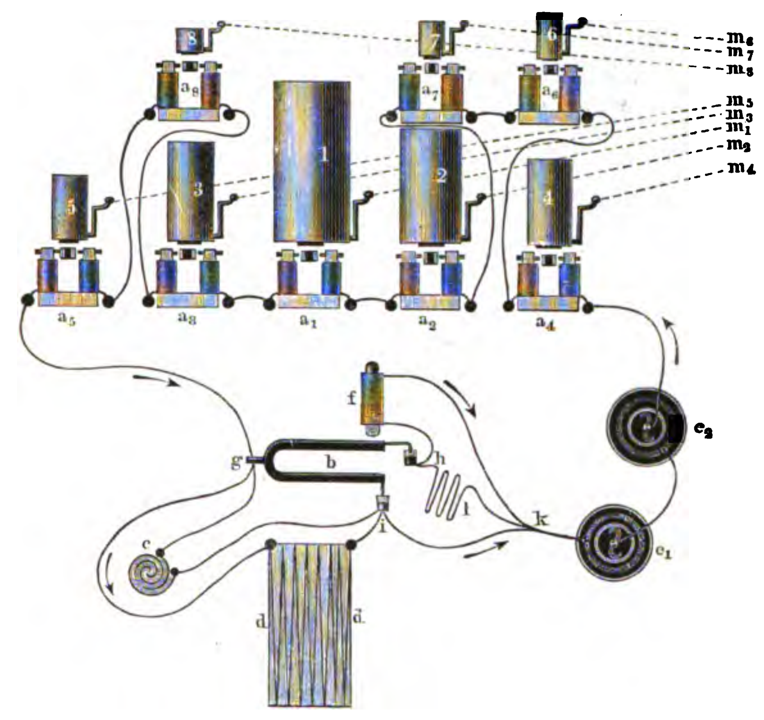


Fig. 89.
Apparat zur Vokalsynthese nach Helmholtz.

als Sirene benutzt. Das Anblaserohr mündet gegenüber der Öffnung eines Resonators (Fig. 90), und die Scheibe rotiert zwischen den beiden; ein gepolsterter Rahmen verhindert, so weit möglich, das Strömungsgeräusch. Es können gleichzeitig 8 Röhren mit Resonatoren angebracht werden. Bei den Versuchen kamen Resonatoren von verschiedenem Material zur Anwendung. — Neuerdings hat auch Marage (176) eine hierher gehörende Vokalsirene konstruiert. Es ist eine Unterbrechungssirene mit 2 Scheiben, deren eine vom Luftstrom gedreht wird, während die eigentliche Unterbrechungsscheibe von einem Elektromotor angetrieben wird. Von dieser letzteren gibt es mehrere Modelle, die verschiedene Klänge hervorbringen. Auch setzt Marage dem Ausflußrohr verschiedene Resonatoren auf, die nach der Form der Mundhöhle für die verschiedenen Vokale gebaut sind. Das Instrument scheint hauptsächlich für otiatrische Zwecke gebaut worden

zu sein; es ließe sich aber auch für theoretische Versuche anwenden. Ich hatte in Utrecht Gelegenheit, ein dort konstruiertes Modell (ohne die Resonatoren) zu hören, und fand allerdings, daß die erzeugten Klänge mit den Vokalen nur eine entfernte Ähnlichkeit hatten; immerhin mag das an dem Fehlen der Resonatoren gelegen haben.

b) Telephonsirenen. — Alle Sirenen mit Luftantrieb haben den Nachteil, daß der eigentliche Klang von dem störenden Geräusch der ausströmenden „wilden" Luft begleitet wird. Um sich von diesem Nebengeräusch zu befreien, ist man in der Akustik immer mehr zu den telephonischen Sirenen übergegangen. Streift unter der Polebene eines magnetischen Telephons eine rotierende, mit Löchern versehene Eisenscheibe, so werden während des Durchganges eines Loches durch die erst ab-, dann wieder zunehmende

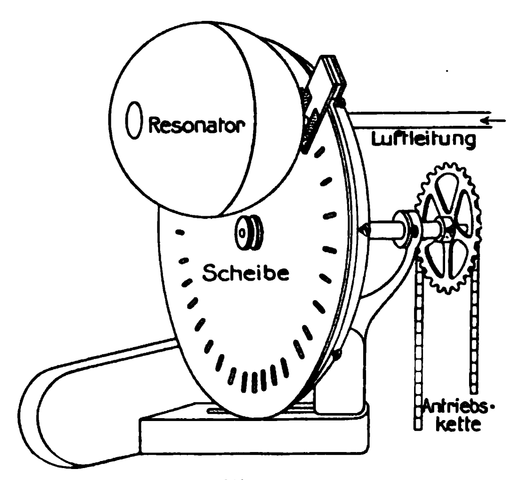


Fig. 90.
Seebecksche Sirene nach Scripture.

Okkultation des Poles oszillierende Ströme in der Spule induziert, die, in ein Hörtelephon geleitet, die Membran in entsprechende Schwingungen versetzen.

Nach diesem Prinzip hat L. Hermann (175) einen Apparat konstruiert, den er zu ausgedehnten Versuchen benutzt hat. Auf der Spitzenachse IK (Fig. 91) sind 2 Lochscheiben P, Q und eine Zahnradsirene R (mit 60 Zähnen) aufgesetzt; der Antrieb erfolgt durch den Riemen W. Das Rad R dient zur Bestimmung der Geschwindigkeit (aus der Tonhöhe). Jede Scheibe P, Q wirkt auf ein Siemenssches Präzisionstelephon U, V, dessen einer Polschuh weggenommen ist. Durch die Wippe *a* und den Schlüssel *b* werden die Ströme auf das Hörtelephon *c* übertragen; man kann also alternativ U und V abhören. Der längliche Polschuh kann (Fig. 92) entweder die Stellung A (radiär und parallel der Scheibe) oder B (senkrecht zur Scheibenebene und zur Scheibe) oder C (senkrecht zur Scheibenebene, tangential zur Scheibe) einnehmen; gewöhnlich wird die Stellung A benutzt; C ist am wenigsten vorteilhaft. Die Scheiben haben entweder radiär längliche oder runde Scheiben (Breite, bzw. Durchmesser gleich der Breite des Polschuhes).

Erstere Form gibt einen lauteren Schall, aber einen stark diskontinuierlichen Verlauf der Ströme; die kreisrunden Löcher geben gleichmäßigere Ströme

Fig. 91.
Telephonsirene nach L. Hermann.

und einfachere Töne (theoretisch am besten wären nach Hermann Löcher, deren Peripherie aus 2 kongruenten Sinuskurven bestände, weil die Induktion

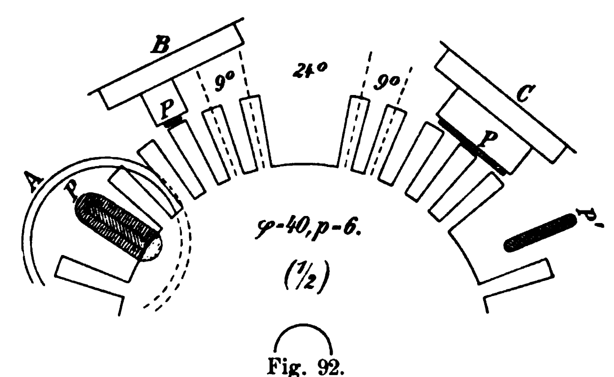


Fig. 92.
Telephonsirene nach Hermann: Stellung der Polfläche (schematisch).

dann streng sinusartig oszillieren würde). Die Löcher werden verschiedentlich zu Gruppen kombiniert. Nach den Angaben Hermanns ist die Hervorbringung von einigen Vokalen gut, von anderen befriedigend, von gewissen Vokalen aber nicht gelungen.

Gegenüber den Windsirenen haben die Telephonsirenen den Vorteil, daß die Nebengeräusche der Luft wegfallen; jedoch sind auch da störende Induktionsfaktoren vorhanden; Weiß (179) macht speziell auf die Wirbelströme aufmerksam.

III. Die Wellensirenen. — Die Scheibensirenen geben natürlich nur Stöße, während die von den Registrierapparaten gelieferten Kurven kontinuierlicher Natur sind. Daher lag der Gedanke nahe, die Sirene so umzubilden, daß ihre Wirkung einem ununterbrochenen Vorgang entspricht. Dieser Gedanke

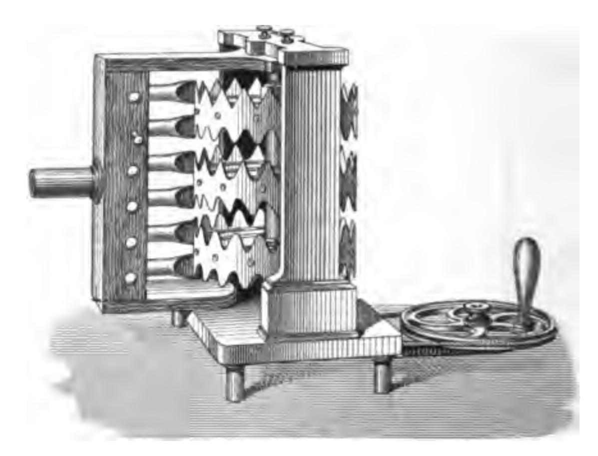


Fig. 93.
Wellensirene nach R. König.

ist von R. König durch die Erfindung der Wellensirene verwirklicht worden. Ein dünnes Blech wird nach dem Profil der Lautkurve geschnitten und an der tonerzeugenden Einrichtung vorbeigeführt. Das Prinzip des Apparates besteht darin, daß die tonbildende Kraft nach Maßgabe der Kurvenordinate wirkt; es setzt also voraus, daß die räumliche Ausdehnung der Kraft nach der y-Achse praktisch keine Breite hat, damit die Kraft einer geradlinigen Ordinate gleichgestellt werden kann. Wie bei dem Scheibentypus, so hat man Windsirenen und Telephonsirenen konstruiert.

a) Windsirenen. — In den Sirenen von König wird das wellenförmige Blech entweder in Form eines Zylindermantels (Fig. 93) oder in Scheibenform konstruiert. Das Luftrohr endet mit einer sehr schmalen Spalte, die der Abszissenachse senkrecht gestellt wird und der Blechfläche möglichst nahe steht. Die Menge der ausströmenden Luft ist dem jeweiligen Ordinatenwert des Wellenprofils proportional und es entstehen oszillierende Schwankungen der Strömung und des Druckes, die einen Klang verursachen. Man kann also erwarten, daß das einer registrierten Kurve entsprechende Wellenblech den registrierten Laut wiedergeben muß, falls die ursprüngliche Kurve richtig war. Hermann (177) hat ein A-Blech mit befriedigendem Erfolg

probiert. Eichhorn (178) hat auch mit
Blechprofile waren aber nach den ung
Lahr mit dem Stanniolphotographen erh
wirkt natürlich auch das Anblasegeräusc

b) Telephonsirenen. — Neben sei
hat Hermann (175) auch die Möglicl
elektrische Wellensirene zu konstruieren
Polfläche des Telephons besonders schn
fläche wird „an der in Eisenblech aus

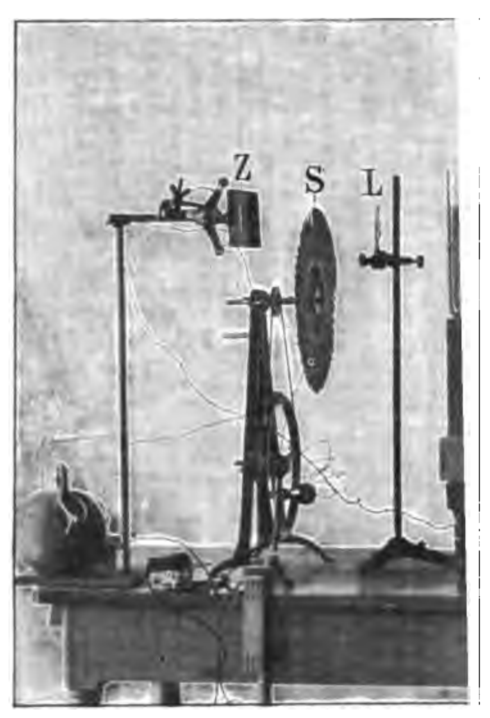


Fig. 94.
Telephonische Wellensirene

richtung vorbeibewegt; die induzierte K
Differentialquotienten der Kurve. Bei gr
Widerstand wird die Kurve selbst wieder
Hermann erhielt von Siemens und Halske
nicht über die Vorversuche hinausgekomm

Neuerdings hat aber O. Weiß (179)
anderen Form verwirklicht. Eine kreisrun
nach dem Wellenprofil phonoskopischer K
auf eine drehbare, horizontale Achse ges
durch den Kondensor C einen spaltförmige
gekühlt und von der Zylinderlinse L nocl

fällt radiär zur Scheibe, also nach der y-Achse; nach der Scheibenperipherie ist er nur so hoch, daß er den höchsten Gipfel deckt; nach unten darf er tiefer gehen als das tiefste Tal. Jenseits der Scheibe steht in der Höhe der Lichtstrahlbahn eine Selenzelle, die mit einem Telephon in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet ist. Bekanntlich hat das Selen die Eigenschaft, daß dessen elektromotorischer Widerstand sich mit der Belichtung ändert. Die Umdrehungen der Scheibe S verursachen durch oszillierende Okkultation des Lichtstrahles Schwankungen des Widerstandes in der Selenzelle und folglich des Stromes im Telephonkreise; die Telephonmembran schwingt

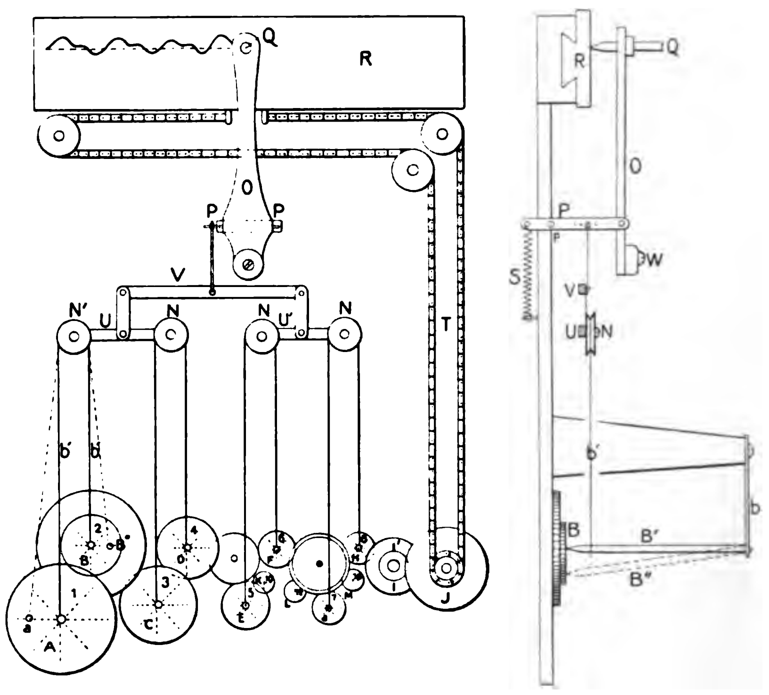


Fig. 95.
Einrichtung zur Aufzeichnung synthetischer Wellenzüge nach Preece u. Stroh.

und reproduziert den ursprünglichen Klang. Diese elegante Lösung des Problems hat nach den Angaben des Erfinders (179b) mit *u, o, a* und geschlossenem *e* gute Resultate gegeben; es wird noch weiter daran gearbeitet.

IV. Phonographische Synthese. — Als der Edisonsche Phonograph bekannt wurde, war es ziemlich naheliegend, den Apparat zur synthetischen Forschung zu verwenden. Man konnte versuchen, einen Wellenzug zuerst mechanisch einzuritzen, um ihn auf die (Reproducer)membran einwirken zu lassen; oder man versuchte, eine Membran rein mechanisch in Schwingungen zu versetzen.

Als erste scheinen Preece und Stroh (125) versucht zu haben, diesen Grundgedanken in mehrfacher Weise zu verwirklichen.

1. Ein Antriebsrad I (Fig. 95) bewegt eine Serie (8 oder mehr) Zahnräder A, B, C...., deren Umdrehungszahlen eine harmonische Reihe bilden. Jedes Rad trägt auf 8 Durchmessern mehrere Löcher; in ein Loch wird ein Stift eingesteckt, der zur Anknüpfung eines Seidendrahts dient, welcher die Bewegungsresultante übermittelt; je nach der Stellung des Stiftes variiert diese Resultante bezüglich der Amplitude und der Phase. Die Seidendrähte werden zu je zwei gekoppelt usw., und allmählich wird die Bewegungsresultante einer horizontalen Achse P übertragen, die einen vertikalen Hebel Q bewegt. Der Hebel schreibt die zusammengesetzte Kurve auf eine Platte R, die von einem Rad J (auch von I aus angetrieben) transversal bewegt wird. Die aufgezeichnete Kurve wurde jedoch nicht direkt zur Synthese angewendet.

2. In einem anderen Apparat waren 8 Zahnräder mit sinusartigem Zahnprofil und harmonischem Verhältnis der Räder auf eine Achse aufgestellt; eine Feder schmiegte sich an jedes Rad, und die Schwingungen der Federn wurden durch Drähte einer schwingenden Ebonitmembran übertragen. Die Resultate fielen jedoch nicht befriedigend aus.

3. Ein drittes System bestand darin, daß verkleinerte Kurvenprofile auf einer Schraubenachse montiert wurden und nach Art der Stanniolwalze des ersten Phonographen auf eine Membran wirkten. Die Resultate waren besser.

Nach dem Erscheinen des neuen Phonographen mit Wachswalze und des Grammophons war das Verfahren technisch leichter auszuführen, da der Widerstand bei der Welleneingrabung gering war. Die Hauptschwierigkeit liegt in der Herstellung eines gut arbeitenden Hebels, dessen Langarm auf dem Wellenprofil ruht, während der Kurzarm mit der Schreibspitze endet und in das Wachs einritzt.

Ein solcher Apparat ist zuerst, wie es scheint, von Grützner (180) S. 499 konstruiert worden, der jedoch zu keinem befriedigenden Resultat kam. Seitdem sind m. W. nur 2 Versuche gemacht worden, nämlich von Scripture und von Hauser.

Der synthetische Apparat von Scripture (166) S. 53ff. bezweckt die Übertragung von beliebigen Kurvenprofilen auf Grammophonplatten. Es ist einigermaßen eine Umkehrung des S. 128ff. beschriebenen Apparates zur Aufzeichnung von Grammophonkurven.

Ein mit geätzten Kurveneindrücken versehenes Zinkband Z (Fig. 96) bewegt sich zwischen Führungsrollen über ein horizontal gestelltes Rad R. In der Kurvenrinne bewegt sich die Stahlspitze eines Hebels H, dessen Kurzarm am Ende eine andere Stahlspitze trägt, welche die stark verkleinerten Bewegungen des Langarmes auf eine Grammophonmatrix S einritzt. Die Länge des Kurzarmes kann variiert werden. — Das Zinkband und die Grammophonplatte werden auch von demselben Motor M angetrieben, und zwar durch die Vermittelung einer Reihe von Scheiben und Zahnrädern und einer gemeinsamen Achse A. Die Platte kann nach Belieben spiralisch oder kreisförmig (durch Ausschaltung der radiären Bewegung) bewegt werden.

Der Aufzeichnungsapparat Hausers (S. 135) ist von diesem Forscher zur Herstellung eines synthetischen Apparates verwendet worden. Der ganze Mechanismus bleibt bestehen, außer dem Schreibhebel, der durch einen metallenen Hebel ersetzt wird, dessen Langarm der aufzunehmenden Kurve aufliegt; der Kurzarm ist mit dem scharf geschliffenen Saphirstift der Aufnahmemembran versehen und gräbt in die Platte den verkleinerten Kurvenzug ein. Die Kurvenprofile werden von der vertikalen Achse aus getrieben. —

Der Apparat, den ich in Wien 1908 ansehen konnte, hatte ermutigende Resultate geliefert; doch müßte der Hebel noch verbessert werden. Der inzwischen erfolgte Tod Hausers dürfte jedenfalls die weitere Arbeit an dem Apparat in die Zukunft verschieben.

Es wäre immerhin wünschenswert, wenn die von Weiß, Scripture und Hauser eingeführten Methoden eine technisch befriedigende Lösung finden könnten. Sie würden nämlich erlauben, erstens die mit den Phonautographen und den Aufzeichnungsapparaten für Phonographen und Grammophon erhaltenen Kurven auf ihre Treue zu prüfen, und zweitens beliebige Kurven aufzunehmen und abzuhören.

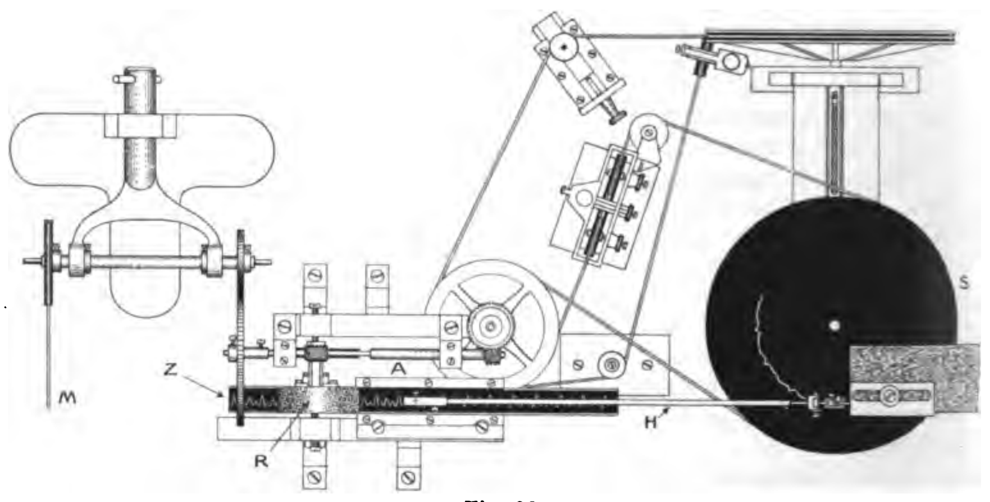


Fig. 96.
Apparat zur Aufzeichnung von synthetischen Grammophonkurven nach Scripture.

Insbesondere dürfte die Auslöschungsmethode von Grützner und Sauberschwarz durch die Anwendung solcher Apparate zu einer fruchtbaren Untersuchungsmethode ausgebildet werden können. Aus einer gegebenen, mit dem Apparat bereits kontrollierten Vokalkurve ließe sich leicht eine Reihe von Kurven konstruieren mit Hilfe der die Klangfarbe angebenden Fourierschen Reihe, die unten S. 167 entwickelt wird,

$$y = A_0 + \sum_{1}^{\frac{n}{2}-1} C_\nu \sin(\nu\varphi + \vartheta_\nu) + A_{\frac{n}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}\varphi + \vartheta_{\frac{n}{2}}\right), \tag{24}$$

nämlich die sich ergebenden Kurven, wenn man eine willkürliche Anzahl der vorhandenen Komponenten ausscheidet, bzw. deren Amplitudenverhältnisse variiert; man könnte mit den Verstärkungsgebieten (im Sinne Pippings), wohl auch mit den Formanten (im Sinne Hermanns) Experimente anstellen. Mehrere andere Probleme mehr akustischer Natur ließen sich auch in Angriff nehmen.

Kapitel IV.

Messungen und Berechnungen.

In diesem Kapitel sollen die Methoden zur Messung und Berechnung der registrierten Kurven, soweit sie ein besonderes Interesse haben, dargelegt werden; das Hauptgewicht fällt natürlich auf die akustische Analyse.

Abteilung I.

Messungen.

Vor der eigentlichen Messung ist manchmal die Aufzeichnung von Hilfslinien (speziell zur Redaktion des Bogenfehlers), bzw. von synchronen Punkten bei mehrfacher Registrierung usw. nötig.

1. Abszissenmessung. — Die Abszisse stellt bei allen Apparaten mit bewegter Schreibfläche die Zeitverhältnisse dar. Der Abszissenwert kann mit Hilfe der synchronen Zeitmarkierung direkt gegeben werden, wenn man von den zu bestimmenden Abszissenpunkten auf die Chronographenkurve Senkrechte fällt. Er kann aber gemessen werden.

Für den Fall, daß die Geschwindigkeit gleichmäßig ist, daß die Ordinaten (seitliche Ausschläge) nicht bedeutend sind und die Korrektion des Bogenfehlers folglich keine Schwierigkeit bietet, läßt sich die Abszissenmessung leicht ausführen. Als Meßapparat ist ein Maßstab am bequemsten; ein solcher aus Glas ist immer vorzuziehen, da er der Kurve aufgelegt werden kann, ohne die Sichtbarkeit zu beeinträchtigen.[1]) Die Teilung wird nach der erstrebten Genauigkeit und den sonstigen Umständen gewählt. Ich gebrauche meistens eine Registriergeschwindigkeit von 5 cm pro Sekunde, und einen in $\frac{1}{10}$ mm eingeteilten Glasstab; natürlich geschieht die Messung mit Hilfe einer starken Lupe. Am einfachsten legt man den Nullpunkt der Skala auf den Anfangspunkt der Kurve, und schreibt die jedem Abszissenwert entsprechende Zahl auf (der Anfangswert = 0 wird natürlich nie geschrieben). Wenn man nicht einzelne Punkte, sondern Abszissenstrecken (Dauer einer Erscheinung) bestimmen soll, so wird man ebenso verfahren, d. h. die Grenzpunkte jeder Strecke messen; zur Aufschreibung benutzt man quadriertes Papier, schreibt die abgelesenen Werte horizontal in jedes zweite Quadrat und erhält durch Abziehung jeder linken Zahl von der folgenden rechten den Wert der sukzessiven Strecken. Die erste Kolumne gibt immer die Länge der ersten Strecke, die letzte die gesamte Länge der Kurve; die sonstigen Werte der Grenzpunkte, die jetzt unnötig sind, werden zur Vermeidung von Fehlern gestrichen. Sind von der registrierten Erscheinung mehrere Exemplare vorhanden, so schreibt man sie untereinander auf und berechnet den Mittelwert.

[1]) Die Skalenstriche können zweckmäßig ca. 2 mm lang sein; man lasse sie nicht schwarz, sondern eher rot bemalen, da diese Farbe sich auch bei Lampenlicht sowohl gegen einen schwarzen wie gegen einen weißen Fond scharf abhebt.



2. Ordinatenmessung. — Hier ist auch ein Glasstab am bequemsten. Um die ständige Verschiebung an der x-Achse entlang zu vermeiden (was übrigens Fehler veranlassen kann, wenn die Achse der Skala nicht genau senkrecht zur Abszisse liegt), so wird man den Stab so einrichten, daß die Skalenstriche sehr lang sind (z. B. 5 cm oder mehr); die Anzahl der Skalenteile wird ja nach der Höhe der Ordinatenwerte gewählt werden.

Wo es nur auf die Ordinatenwerte ankommt (nicht zugleich auf die Zeitwerte), so ist die graphische Reduktion des Bogenfehlers unnötig. Man wird sich aber daran erinnern, daß die wirkliche Ordinate einen Bogen bildet (Radius = Hebellänge von der Drehachse an), während die gemessene Ordinate den entsprechenden Sinus darstellt. Man wird also bei einigermaßen großen Ordinaten den daraus resultierenden Fehler bestimmen und eventuell eine Korrektionstabelle ausrechnen.

3. Kombinierte Messungen. — Wenn die Abszissen und Ordinaten zugleich gemessen werden sollen, wird man, statt zwei unabhängige Messungen vorzunehmen, eine Anordnung eher wählen, die die Messung in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auszuführen erlaubt. Wenn nötig, werden die graphischen Korrektionen vorher gemacht. — Dieses System wird besonders für die Ausmessung der Schallkurven angewendet. Die Anordnungen sind mannigfach.

In Boekes (163) Einrichtung ist die Abszissenverschiebung von der Ordinatenverschiebung unabhängig: erstere erfolgt durch den oben S. 124 beschriebenen Apparat; die Ordinate (Rinnenbreite) wird mittels eines Okularschraubenmikrometers ausgeführt (für eine Beschreibung des Apparates s. die Kataloge der Mikroskopfabrikanten, z. B. von Zeiß, 33. Aufl., S. 77). Dieses Mikrometer muß natürlich so azimutiert sein, daß die Verschiebung des Glasplättchens genau nach der y-Achse erfolgt; dazu bedient man sich des Strichkreuzes. — Eine ähnliche Einrichtung habe ich auch gelegentlich benutzt. Zur Messung von phonautographischen Kurven, die auf kreisrunden Scheiben registriert waren, wurde von Zeiß ein Meßtisch konstruiert, der im wesentlichen nach dem Prinzip des Objektschraubenmikrometers dieser Firma gebaut ist (s. Mikroskopkatalog, 33. Aufl. S. 78). Nur bewirkt die eigentliche Mikrometerschraube eine tangentiale (nicht, wie am obigen Instrument, radiäre) Verschiebung (Abszissenverschiebung), und der Knopf gibt direkt 2μ an. Zur groben radiären Verschiebung (y-Achse) dient eine Zahnstange; die eigentliche Ordinatenablesung geschieht auch hier mit einem Okularschraubenmikrometer; und zwar ist die verschiebbare Glasplatte in der Verschiebungsrichtung (y-Achse) mit einer Skala ($\frac{1}{10}$ mm) versehen, so daß die Ordinatenablesung sowohl direkt wie durch Schraubenbewegung erfolgen kann.

Sonst ist in den meisten Apparaten das Koordinatensystem fertig und unverrückbar zusammengesetzt (Koordinatenmesser). Man gebraucht verschiedene Anordnungen:

a) Objektmikrometer, wo zwei gegeneinander senkrechte Mikrometerschrauben die Bewegung der x-Achse und der y-Achse bewirken; es sind natürlich zwei Triebknöpfe, gelegentlich mit großer Trommel und Nonius, vorhanden. Der Meßtisch wird auf ein Mikroskop gebracht; zur

Beobachtung ist das Okular mit Fadenkreuz versehen. — Hermann (171c) benutzt einen Meßtisch von R. Fueß; die Abszissenschraube erlaubt die direkte Ablesung von $\frac{1}{400}$ mm, die Ordinatenschraube von $\frac{1}{10}$ mm. — Pippings (128a) Objektmikrometer (konstruiert von Zwickert-Kiel nach Hensens Anweisungen) erlaubt nach beiden Richtungen die Ablesung von 0,1 μ. — In Scriptures Modell (166) S. 57 steht das Mikroskop neben dem eigentlichen Meßtisch und wird von einem an dessen Rahmen befestigten Arm getragen (Fig. 97). Über die Leistungsfähigkeit der Triebknöpfe wird a. a. O. nichts angegeben.

b) Meßtisch ohne Mikroskop. — Ein solcher Apparat ist von A. v. Tschermak (181) beschrieben worden. Er besteht aus einem recht-

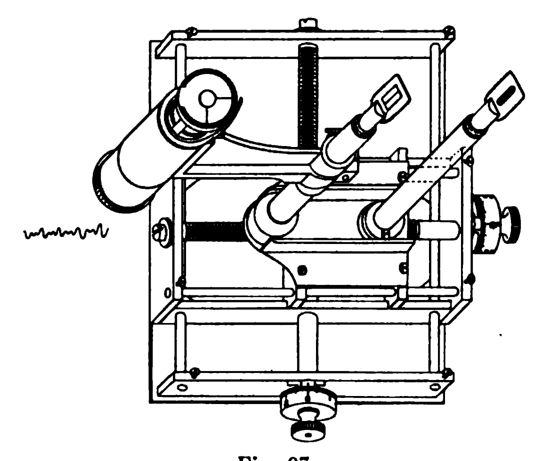


Fig. 97.
Koordinatenmesser nach Scripture.

eckigen Rahmen, dessen Basis einen Maßstab trägt. An dieser Basis entlang bewegt sich mit Schlittenführung eine mit Maßstab (und Nonius) versehene Stange, an welcher die Meßspitze gleitet. Die Basis wird durch zwei Spitzen parallel zur x-Achse gestellt; durch die Verschiebung der vertikalen Stange in basaler und der Meßspitze in vertikaler Richtung wird die Messung ausgeführt. Der Apparat ließe sich in verschiedenen Dimensionen ausführen. Er wird vom Mechaniker Polikeit-Halle konstruiert.

c) Quadratnetz mit Okularmikrometer. — Die Bewegung des Objekttisches und die Ablesung des Triebknopfes sind zeitraubend. Wenn die verwendete optische Kombination eine Übersicht über die ganze Welle (eventuell nur nach einer Achse) erlaubt, kann man durch die Anwendung eines Okularmikrometers mit Quadratnetz die Messung vereinfachen. Im ersteren Fall wird die Periodenlänge und an den geeigneten Stellen die Ordinatenhöhe abgelesen; sonst verschiebt man durch den Objekttisch die Kurve nach der Richtung, die nicht *in toto* übersehen wird. Diese Erleichterung führte Pipping (128, c, d) nach seiner ersten Arbeit ein. Ich habe auch zur Messung von Kurven, die mit Rousselots oreille inscriptrice ge-

ein Objektglas geklebt und von dem Zeißschen großen Objekttisch getragen; sie wurde aber mit diesem Objekttisch nur um je eine Welle verschoben; die Ausmessung der 16 Ordinaten (bzw. der Periodenlänge für bloße Tonhöhenuntersuchungen) erfolgte mit einem von Zeiß gelieferten, im Okular befindlichen Quadratnetz (4×4 mm, in $\frac{1}{10}$ mm eingeteilt; um die Lesungsfehler zu vermeiden, ließ ich nach dem Vorgange Pippings die mm-Striche punktiert aufzeichnen). Die Messung wird natürlich rascher; mit einiger Übung kann die Abschätzung der Intervalle zwischen zwei Skalenteilen gut ausgeführt werden.

d) Quadratnetz ohne Mikroskop. — Für die Messung der Klangkurven, die von Hausers Aufzeichnungsapparat in ziemlich großen Dimensionen geliefert werden, habe ich mir von Zeiß ein Quadratnetz konstruieren lassen, das ich der Kurve einfach auflege. Die Dimensionen sind: 3×2 cm, Teilung in $\frac{1}{10}$ mm², mm-Striche punktiert, Striche rot bemalt. Der Basis parallel laufen auf 1 mm Abstand 5 Striche, die für den Fall dienen sollen, daß die vom Abszissenschreiber gezogene Linie sich etwas weiter von der Kurve befindet. Mit einer starken Zeißschen Lupe (zehnfache Vergrößerung) wird $\frac{1}{10}$ von einem Skalenteil noch gut abgeschätzt.

Bei den genauen Messungen, die die Klanganalyse erfordert, kann man im Zweifel darüber sein, wie man die Ordinate einer Kurve zu nehmen hat, deren Breite nicht vernachlässigt werden darf. Statt nur den unteren oder den oberen Rand zu wählen, messe ich an beiden Rändern und nehme den Mittelwert davon. Für Rußkurven ist es schon richtiger, besonders an den Umkehrungspunkten; bei photographischen Kurven, deren Breite oft beträchtlich variiert, ist es meines Erachtens geradezu unerläßlich.

Abteilung II.

Die Rechnungen.

I. Die Lautdauer oder Quantität. — Die Bestimmung der Dauer ist die einfachste Aufgabe, da man nur die Abszissenwerte zu berechnen hat. Wenn eine synchrone Zeitmarkierung vorliegt, zählt man einfach die jedem Abszissenabschnitt entsprechenden Chronographenperioden nebst den (gemessenen oder bloß abgeschätzten) Periodenteilen, die an beiden Enden der Strecke liegen, und multipliziert die Zahl durch die Schwingungszahl des Chronographen. — Wenn man die Abszissenabschnitte gemessen hat, so berechnet man die entsprechende Zeit einfach; ist nämlich a die Geschwindigkeit der Aufnahmefläche, b der Abszissenwert und x die Dauer, so gilt die Relation $x = b/a$.

Wenn die Geschwindigkeit für große Strecken praktisch konstant ist, so wird man am besten ein Diagramm auf mm-Papier aufstellen, wo die Abszissenlängen als Abszissen und die entsprechenden Zeitwerte als Ordinaten auftreten. Der Vorteil ist ein dreifacher: durch die Wahl der

Ordinateneinheit (ich nehme gewöhnlich 1 σ, d. h. $\frac{1}{1000}$ Sekunde) läßt sich die Genauigkeit so weit treiben, wie es die Messungsanordnung erlaubt; man braucht nicht eine fertige Tabelle auszurechnen, sondern führt die neuen Werte je nach ihrem Vorkommen ein; und endlich ist die Zeitbestimmung einfach und rasch.

Für zweckmäßige Resultate müssen die Lautgrenzen gut bestimmt sein. Wie man die Laute abzugrenzen hat, gehört nicht hierher; die Hauptsache ist, daß man konsequent verfährt und über die verfolgten Grundsätze Rechenschaft gibt. Die Zeit wird mitunter in Sekunden angegeben, was mir eine zu große Einheit zu sein scheint; besser ist die Angabe nach $\frac{1}{100}$ Sek., da man in den meisten Fällen dann die Einheitszahl noch scharf geben kann und die Dezimalzahl (1 σ) den unsicheren Teil darstellt. Was man eigentlich braucht, ist der Mittelwert m der einzelnen Exemplare. Zur Beurteilung des Schwankungsgebietes dieser einzelnen Werte kann man die äußersten Abweichungen ($\pm$) von diesem Mittelwert beifügen. Auch kann man den mittleren Fehler η des Mittelwertes nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnen. Wenn δ der absolute Wert der Abweichung jedes Einzelwertes von diesem Mittelwert, und n die Anzahl der Einzelfälle ist, so besteht bekanntlich die Gleichung

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2}{n(n-1)}}. \tag{13}$$

Der ganze Ausdruck der Lautdauer ist dann $m \pm \eta$, und η kann als ein praktischer Ausdruck des Bereiches, innerhalb welches der Mittelwert seine Geltung hat, angesehen werden.

II. Die Tonhöhe. Die Bestimmung der Tonhöhe ist sehr einfach. Es sei a die Geschwindigkeit der aufnehmenden Schreibfläche, b die (nach derselben Einheit gemessene) Länge irgendeiner Wellenperiode der untersuchten Kurve und n die Frequenz der Periode während der Zeiteinheit (die Schwingungszahl), so ist $n = a/b$. Ist die Registrierungsgeschwindigkeit sehr ungleich, so daß jeder einzelne Wert von a nur für kurze Strecken gilt, so wird man (am besten mit Hilfe einer Rechentabelle) die Division a/b jedesmal ausführen müssen. Praktisch wird es sein, eine Tabelle vorzubereiten, worin man jedes gewonnnene Resultat einführt, um es eventuell wiederfinden zu können. — Verfügt man dagegen über einen Apparat mit gleichmäßigem Gang, so empfiehlt es sich, besonders wenn man viele Wellen zu messen hat, nach der Bestimmung von a und vor den Messungen eine Tabelle zu berechnen. Man wird wohl immer von dem Stimmumfange des aufgenommenen Stückes eine annähernde Vorstellung haben. Es sei n_1 die mutmaßliche höchste, n_2 die mutmaßliche niedrigste Schwingungszahl. Daraus berechnet man die entsprechenden Periodenlängen

$$b_1 = \frac{a}{n_1}, \quad b_2 = \frac{a}{n_2},$$

und hat nur die zwischenliegenden Funktionswerte zu berechnen. Da man

ferner im voraus bestimmt hat, mit welcher Genauigkeit man die Schwingungszahl angeben will oder kann, so ist es zweckmäßiger, von n auszugehen und b zu berechnen, als umgekehrt. Werden die Schwingungen in ganzen Zahlen ausgedrückt, so wird man den Wert b z. B. sukzessiv für $n = 100{,}5$; 101,5; 102,5 usw. bestimmen; die Tabelle enthält dann in drei Kolumnen a) die Werte von n in ganzen Zahlen (... 100, 101, 102 ...), und b), c) die entsprechenden oberen und niederen Grenzwerte von b.

Wenn die Verhältnisse günstig liegen, wird man nur einen Teil der Tabelle zu berechnen haben. Die Funktion $n = \frac{a}{b}$ stellt nämlich geometrisch eine gleichschenklige Hyperbel dar, deren Symmetrieachse die Halbierungslinie des Koordinatenwinkels ist, welche die Hyperbel beim Punkte schneidet, für welchen

$$b = n = \sqrt{a}.$$

Jenseits dieses Wertes wiederholt sich der erste Teil der Tabelle in umgekehrter Ordnung.

Die Tonhöhe kann entweder für jede Schwingung oder im Durchschnitt für gewisse Strecken angegeben werden. In Diagrammform läßt sie sich im letzteren Fall nach einer Art Tonskala angeben, deren Intervalle aber für die phonetischen Zwecke öfters kleiner genommen werden müssen als die der musikalischen Leiter. Um den Abstand von zwei Tonhöhen in bezug auf die uns geläufige Tonleiter schätzen zu können, wird man z. B. den höheren Ton in Prozenten des niederen umrechnen. Es sei hier die kleine Tabelle der so umgerechneten Intervalle aus Auerbach (106) S. 217 reproduziert (natürliche Tonskala).

Intervall	im % des niederen Tones.	Intervall	im % des niederen Tones.
Unisono	0,0	Verminderte Quinte	44,0
Erhöhte Prime	4,2	Quinte	50,0
Verminderte Sekunde	8,0	Erhöhte Quinte	56,3
Sekunde	12,5	Kleine Sexte	60,0
Erhöhte Sekunde	17,2	Große Sexte	66,7
Kleine Terz	20,0	Erhöhte Sexte	73,6
Große Terz	25,0	Kleine Septime	80,0
Verminderte Quart	28,0	Große Septime	87,5
Erhöhte Terz	30,2	Verminderte Oktave	92,0
Quart	33,3	Erhöhte Septime	95,3
Erhöhte Quart	38,9	Oktave	100,0

Die Lautqualität. Um die Lautqualität zu bestimmen, muß man die Kurve eingehend auf ihre charakteristischen Einzelheiten studieren. Insbesondere ist es für die wissenschaftliche Verwertung der verschiedenen Lautkurven notwendig, dieselben nach einem einheitlichen System so zu analysieren, daß die vorhandenen Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten klar hervortreten, wonach man gute Aussichten hätte, die Kurven und folglich die Laute nach ihren akustischen Verwandtschaftsgraden klassifizieren zu können. Wir wollen mit der Methode der harmonischen Analyse anfangen.

Die Analyse nach Fourierschen Reihen.

I. Die Theorie.

Die seit etwa dreißig Jahren meistens angewandte und wohl auch beste Methode des Studiums ist die sogenannte harmonische Analyse [1]). Zuerst wurde sie von den schweizerischen Forschern Weber [2]) und Schneebeli (123), dann von Jenkin und Ewing (168), Lahr (165), Hensen (182), Pipping (128), Hermann (131b), Boeke (163), Scripture (166) usw. angewandt und vervollkommnet. Sie beruht auf der praktischen Verwertung eines Satzes, dessen allgemeine Gültigkeit in der Wellenlehre Fourier (183) zuerst bewiesen hat, und der unter seinem Namen bekannt ist.

Der Satz Fouriers läßt sich folgendermaßen formulieren: jede Funktion einer Veränderlichen x läßt sich in einem Intervall 0 bis 2π (oder von $-\pi$ bis $+\pi$) durch eine Summe von zwei unendlichen trigonometrischen Reihen, nämlich je einer Sinus- und Kosinusreihe, eindeutig darstellen. Die Glieder jeder Reihe schreiten bezüglich des Argumentes nach den Vielfachen des Sinus, bzw. des Kosinus von x fort; jedes ist mit einer bestimmten, ihm speziellen Konstante behaftet. Ist speziell die Funktion periodisch und von derselben Periode wie die Reihe selbst, so ergibt sich daraus die Möglichkeit einer Darstellung für den ganzen Funktionsbereich.

In unserem Falle stellen die Kurven Funktionen der Zeit dar, die sich periodisch wiederholen. Es sei eine, z. B. zwischen 2 Minimistellen liegende Strecke vorgelegt, eine Welle der Kurve. Die Abszissenlänge bestimmt die Periode T, so daß der Anfang der Welle den Abszissenwert 0, das Ende den Wert T hat. Für irgendeinen Wert der Zeit x innerhalb der Periode (x variiert dann von 0 bis T) wird die Elongation y oder der Wert der Funktion im Augenblicke x durch folgende Reihe ausgedrückt:

$$(14)\quad y = a_0 + a_1 \cos\frac{2\pi}{T}x + a_2 \cos\frac{2\pi}{\frac{1}{2}T}x + \cdots + a_n \cos\frac{2\pi}{\frac{1}{n}T}x + \cdots$$
$$+ b_1 \sin\frac{2\pi}{T}x + b_2 \sin\frac{2\pi}{\frac{1}{n}T}x + \cdots + b_n \sin\frac{2\pi}{\frac{1}{n}T}x + \cdots,$$

oder, wenn wir $\frac{2\pi}{T} = h$ setzen:

$$(15)\quad y = a_0 + a_1 \cos hx + a_2 \cos 2hx + \cdots + a_n \cos nhx + \cdots$$
$$+ b_1 \sin hx + b_2 \sin 2hx + \cdots + b_n \sin nhx + \cdots.$$

---

1) Die damit verknüpften Probleme sind in ihrem historischen Zusammenhang von Burkhardt (134) eingehend dargelegt worden. Eine theoretische Darstellung und Beweisführung findet man in den Handbüchern der Analyse, z. B. von E. Picard und a.; Auerbach (106) S. 26 ff. erörtert auch die Frage. Runge (185) Kap. IV gibt eine gedrängte Darstellung der Theorie und Praxis. Die Literatur ist sonst sehr groß.

2) Nach den Angaben von Scripture (166) im Vorwort seiner Arbeit.

Die Koeffizienten $a_0, a_1, \cdots, a_n, \cdots, b_1, \cdots, b_n, \cdots$, werden durch folgende bestimmte Integrale gegeben[1]):

$$(16)\qquad \begin{cases} a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y \cdot dx \\ a_p = \frac{2}{T}\int_0^T y \cdot \cos phx \cdot dx \\ b_p = \frac{2}{T}\int_0^T y \cdot \sin phx \cdot dx. \end{cases} \qquad (p = 1,\ 2, \cdots n, \cdots)$$

Die Reihe (15), die sowohl Sinus- wie Kosinusglieder hat, kann auf eine bloße Sinusreihe reduziert werden. Setzt man nämlich

$$a = c \sin \vartheta, \qquad b = c \cos \vartheta,$$

so wird

$$(17)\qquad a \cos \varphi + b \sin \varphi = c\,(\sin \vartheta \cos \varphi + \cos \vartheta \sin \varphi) = c \sin(\varphi + \vartheta),$$

wo φ ein beliebiges Argument darstellt; weiter ist

$$(18)\qquad c = \sqrt{a^2 + b^2}; \qquad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{a}{b}.$$

Dann geht der Ausdruck (15) in folgende Reihe über

$$(19)\qquad y = a_0 + c_1 \sin(hx + \vartheta_1) + c_2 \sin(2hx + \vartheta_2) + \cdots + c_n \sin(nhx + \vartheta_n) + \cdots.$$

Die untersuchte Kurve wird also in eine Reihe von einfachen periodischen Sinuskurven zerlegt, deren resp. Schwingungszahlen in demselben Verhältnis zueinander stehen wie die Reihe der ganzen Zahlen. Dieses Verhältnis nennt man ein harmonisches, und die Reihe ist also eine harmonische Reihe. In dieser Reihe bezeichnen:

- a_0 den Abstand der Kurvenachse von der Abszissenachse (oder die Ordinate für den mittleren Wert der Funktion),
- c_p die maximale Elongation oder Amplitude des Komponenten p der Reihe und
- ϑ_p die Phasenverschiebung des Komponenten p gegenüber dem Nullpunkt der Welle.

Durch diese Elemente ist die Ordinate y vollständig bestimmt.

Die verschiedenen Glieder der Reihe (außer a_0) bilden sozusagen Teilschwingungen der analysierten Kurve.[2])

1) Die Ableitung dieser Werte ist analog dem unten S. 165 für den eingeschränkten Fall (diskrete Anzahl der Ordinaten) angewendeten Verfahren. Vgl. Auerbach (106 a. a. O. und Runge, der die Ableitung mit der Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ausführt und im Zusammenhang damit den Beweis erbringt, daß diese Werte tatsächlich die beste Darstellung ergeben.

2) Als mathematisches Verfahren ist die Entwicklung nach harmonischen Reihen eine bequeme, aber selbstverständlich willkürliche Art der Analyse. Erst durch eine

Es ist klar, daß diese Analyse den oben angegebenen Ansprüchen gerecht ist. Sie erlaubt, nach einer einheitlichen Methode die Kurven in viele Bestandteile zu zerlegen, wodurch etwaige Ähnlichkeiten und Differenzen leicht hervortreten.

Die **Fouriersche** Reihe enthält im allgemeinen eine unendliche Anzahl von Gliedern. Immerhin zeigt es sich, daß sie konvergent ist, d. h. daß die Summe der ersten Glieder der Reihe, bei wachsender Anzahl dieser Glieder, dem Werte der gegebenen Funktion y beliebig nahe kommt. Wie rasch dieses Resultat erreicht wird, m. a. W. wie stark die Konvergenz ist, hängt von vielen Faktoren ab.

Für die weitere analytische Begründung des Verfahrens: Möglichkeit einer Entwicklung, mathematische Bedingungen der Konvergenz usw., muß ich auf spezielle Arbeiten hinweisen.

Wie man leicht einsehen wird, ist die Bestimmung der verschiedenen a, b die schwierigste Operation, da sie die Integration der Kurve erfordert. Allerdings kann man dazu spezielle Maschinen verwerten: die Anwendung dieser „harmonischen Analysatoren" (s. unten S. 178ff.) ist aber aus manchen Ursachen nicht immer möglich oder bequem. Man nimmt daher seine Zuflucht zu einem anderen Verfahren. Statt der unendlichen Anzahl von Funktionswerten, die zur Integration dienen, nimmt man nur eine diskrete Anzahl von Werten, welche den Rechnungen zugrunde liegen sollen.

Es seien also auf der Abszissenachse innerhalb der Periode n Punkte bestimmt und die entsprechenden n Ordinaten gemessen worden. Jetzt liegen, zur Berechnung der Funktion, n Werte von y vor. — Der Abstand zwischen zwei nebeneinanderstehenden Ordinaten kann willkürlich sein, ebenso die Zahl n. Jedoch ist es für die Bequemlichkeit der Rechnung angebracht, einerseits äquidistante Punkte zu bestimmen, andererseits für n eine gerade Zahl zu wählen. Der Abstand zwischen zwei Ordinaten ist dann $\frac{T}{n}=z$, und die Abszissenwerte der verschiedenen x_ν $(\nu=0,1,2\cdots\cdots n)$ sind gleich νz. Die entsprechenden Ordinaten sind y_0, y_1, $\cdots\cdots y_{n-1}$, y_n (wobei zu bemerken ist, daß $y_n=y_0$). Die Vermehrung der Variablen, wenn man von einem Index zum anderen übergeht, ist jetzt z statt dx wie in den Formeln (16). Wir setzen weiter, zur Vereinfachung der Formeln, $T=2\pi$, und also $\frac{2\pi}{n}=z$.

Für ein beliebiges, zwischen 0 und 2π variierendes Argument φ bekommen wir als **Fouriersche** Entwicklung

$$(15') \qquad y(\varphi)=a_0+a_1\cos\varphi+a_2\cos 2\varphi+\cdots\cdots+a_n\cos n\varphi+\cdots\cdots$$
$$+b_1\sin\varphi+b_2\sin 2\varphi+\cdots\cdots+b_n\sin n\varphi+\cdots\cdots,$$

physikalische oder physiologische Hypothese kann sie direkt zur Grundlage einer Erklärung der Lautqualität gemacht werden, nämlich durch die Hypothese von **Ohm** und **Helmholtz**; dann werden die Teilkurven als Teiltöne des zusammengesetzten Klanges aufgefaßt. Hier sehe ich von der Prüfung dieser Hypothese gänzlich ab. Ich stelle nur die mathematische Handhabung der harmonischen Analyse dar, unabhängig davon, ob die Resultate derselben unmittelbar zur Erklärung der Tatsachen verwertet werden dürfen, oder mit Rücksicht auf andere Hypothesen noch weiter verarbeitet werden müssen.

die den Wert der Ordinate y für die sukzessiven Werte von φ liefert. Setzen wir speziell $\varphi = \nu z$, so ist der wahre Wert der Ordinate y_ν

$$(15'') \qquad y_\nu = a_0 + a_1 \cos \nu z + a_2 \cos 2\nu z + \cdots\cdots + a_n \cos n\nu z + \cdots\cdots$$
$$+ b_1 \sin \nu z + b_2 \sin 2\nu z + \cdots\cdots + b_n \sin n\nu z + \cdots\cdots.$$

Die verschiedenen Glieder dieser Reihe (15″) haben verschiedene Argumente. Nun ist aber bekanntlich

$$\left|\begin{aligned} &\cos n\nu z = \cos 2n\nu z = \cos 3n\nu z = \cdots\cdots = \cos 2\pi = 1, \\ &\sin n\nu z = \sin 2n\nu z = \sin 3n\nu z = \cdots\cdots = \sin 2\pi = 0, \\ &\cos \frac{n}{2} \nu z = \cos \frac{3n}{2} \nu z = \cos \frac{5n}{2} \nu z = \cdots\cdots = \cos \pi = -1, \\ &\sin \frac{n}{2} \nu z = \sin \frac{3n}{2} \nu z = \sin \frac{5n}{2} \nu z = \cdots\cdots = \sin \pi = \quad 0; \end{aligned}\right.$$

und, da

$$\left\{\begin{aligned} &\cos (n \pm p) \nu z = \cos \nu (2\pi \pm pz) = \cos \nu p z, \\ &\sin (n \pm p) \nu z = \sin \nu (2\pi \pm pz) = \pm \sin \nu p z, \end{aligned}\right.$$

so erhält man weiter

$$\cos p\nu z = \cos (n-p) \nu z = \cos (n+p) \nu z = \cos (2n-p) \nu z = \cdots\cdots$$
$$\sin p\nu z = -\sin (n-p) \nu z = \sin (n+p) \nu z = -\sin (2n-p) \nu z = \cdots\cdots.$$

In der Formel (15″) können daher alle diejenigen Glieder zusammengefaßt werden, die dasselbe Argument haben. Setzen wir also die Gleichungen

$$(20) \qquad \left\{\begin{aligned} &a_0 + a_n + a_{2n} + a_{3n} + \cdots\cdots\cdots\cdots = A_0 \\ &a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{3n}{2}} + a_{\frac{5n}{2}} + a_{\frac{7n}{2}} + \cdots\cdots\cdots = A_{\frac{n}{2}} \\ &a_p + a_{n-p} + a_{n+p} + a_{2n-p} + \cdots\cdots = A_p \\ &b_p - b_{n-p} + b_{n+p} - b_{2n-p} + \cdots\cdots = B_p \end{aligned}\right.$$

von welchen Beziehungen wir später mehrmals Gebrauch machen werden, so erhalten wir als Ausdruck für (15″) die n-gliedrige Reihe

$$(21) \qquad y_\nu = A_0 + A_1 \cos \nu z + A_2 \cos 2\nu z + \cdots\cdots + A_{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} \nu z$$
$$+ B_1 \sin \nu z + \cdots\cdots + B_{\frac{n}{2}-1} \sin \left(\frac{n}{2} - 1\right) \nu z$$
$$= A_0 + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}} A_p \cos \nu p z + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}-1} B_p \sin \nu p z,$$

welche Formel den Wert der Ordinate y_ν gibt.

Wir haben dann einerseits n Kombinationen der Koeffizienten der Reihe (15″), nämlich

$$(22) \qquad A_0,\ A_1, \cdots\cdots A_{\frac{n}{2}};\ B_1, \cdots\cdots B_{\frac{n}{2}-1},$$

und andrerseits ein System von n Gleichungen y_ν, woraus wir die A_0, A_p, B_p bestimmen sollen. Um dieses System zu lösen, multiplizieren wir jede Gleichung (21) durch das Argument des zu bestimmenden Gliedes (für A_0 ist das Argument gleich 1, für A_p ist es $\cos \nu p z$, für B_p $\sin \nu p z$) und summieren die n neuen Gleichungen. Dabei beachten wir die bekannten Formeln

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu p z = \sum_{\nu=0}^{n-1} \sin \nu p z = 0$$

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu \mu z \cdot \cos \nu \zeta z = \sum_{\nu=0}^{n-1} \sin \nu \mu z \cdot \sin \nu \zeta z = \sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu \mu z \cdot \sin \nu \zeta z = 0$$

$$\left(\mu,\ \zeta = 1,\ 2, \cdots \frac{n}{2} - 1;\ \mu \gtrless \zeta\right)$$

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos^2 \nu p z = \sum_{\nu=0}^{n-1} \sin^2 \nu p z = \frac{n}{2},$$

und

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos^2 \frac{n}{2} \nu z = n\ ^{1)}.$$

Um A_0 zu bekommen, summieren wir also einfach die unveränderten Gleichungen. Die Argumente für A_p, B_p werden dann $\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu p z$ bzw. $\sum_{\nu=0}^{n-1} \sin \nu p z$. — Daher verschwinden alle Unbekannten identisch außer A_0, und es kommt

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu = n A_0 .$$

Zur Bestimmung jedes A_p $(p = 1,\ 2, \cdots \frac{n}{2} - 1)$ multiplizieren wir die Gleichungen (21) mit dem Argument des bez. A_p. Für den betrachteten Index wird das Argument von A_p gleich $\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos^2 \nu p z$; sonst bekommt man

1) Es ist nämlich, je nach dem Wert von ν, $\cos \frac{n}{2} \nu x = \pm 1$, nämlich $+1$ für die ungeraden ν, -1 für die geraden ν. Dies drückt man bequem durch das Symbol $\cos \frac{n}{2} \nu x = (-1)^\nu$ aus, da, nach der bekannten Vorzeichenregel, die ungeraden Potenzen von (-1) gleich -1 sind, während die geraden Potenzen gleich $+1$ sind.

als Argumente: für A_0 den Ausdruck $\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu p z$, für A_k den Ausdruck $\sum_{\nu=0}^{n-1} \cos \nu k z \cdot \cos \nu p z$, und für B_k den Ausdruck $\sum_{\nu=0}^{n-1} \sin \nu k z \cdot \cos \nu p z$. Nach den obigen Beziehungen verschwinden also alle Unbekannten außer A_p, und wir erhalten

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu \cos \nu p z = A_p \sum_{\nu=0}^{n-1} \cos^2 \nu p z = \frac{n}{2} A_p,$$

und ebenso

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu \sin \nu p z = B_p \sum_{\nu=0}^{n-1} \sin^2 \nu p z = \frac{n}{2} B_p.$$

Für $A_{\frac{n}{2}}$ endlich verschwinden alle Unbekannten außer $A_{\frac{n}{2}}$, und es folgt

$$\sum_{n-1}^{\nu=0} y_\nu \cos \frac{n}{2} \nu z = \sum_{n-1}^{\nu=0} (-1)^\nu y_\nu = n A_{\frac{n}{2}}.$$

Die Werte der Koeffizienten der Reihe (21) sind also

$$(23) \quad \begin{cases} A_0 = \dfrac{1}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu; & A_{\frac{n}{2}} = \dfrac{1}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} (-1)^\nu y_\nu; \;^{1)} \\ A_p = \dfrac{2}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu \cos \nu p z; & B_p = \dfrac{2}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu \sin \nu p z. \end{cases}$$

Die n Bedingungsgleichungen (23) erlauben natürlich nur, diese n Unbekannten zu berechnen.

Diese Koeffizienten (23) stellen nicht nur die obigen Werte, sondern auch bestimmte Kombinationen der Koeffizienten der Reihe (15)'', nämlich die Kombinationen (20), dar. Es sind nur drei verschiedene Annahmen möglich:

1. Entweder hat die Reihe (15)'' nur die n ersten Glieder $a_0, a_1, \ldots\ldots a_{\frac{n}{2}}, b_1, \ldots\ldots b_{\frac{n}{2}-1}$, indem alle Glieder von höherem Index gleich Null sind. Dann sind die Koeffizienten (23) identisch mit denen der Reihe (15)'' und geben also die wahren Werte von (15)'', vorausgesetzt, daß die y_ν die wahren Werte der Ordinaten sind.

---

1) Nach dem oben S. 166 Fußnote Gesagten löst sich das Symbol $\sum_{0}^{n-1} (-1)^\nu y_\nu$ folgendermaßen: $y_0 - y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - \ldots$



2. Oder die Reihe hat mehr als n Koeffizienten, so daß $a_{\frac{n}{2}+1}, \ldots\ldots$, $b_{\frac{n}{2}+1}, \ldots\ldots$ darin wirklich vorkommen. Dann sind die Glieder der Reihe nicht gesondert, sondern nur in den Kombinationen (20) zu erhalten, die man allein berechnen kann. Wir werden jedoch unten S. 208ff. sehen, daß man den Einfluß dieser unbestimmbaren Glieder von höherem Index durch eine besondere Anordnung der Rechnungen bis auf einen gewissen Grad eliminieren kann.

3. Oder endlich hat die Reihe weniger als n Glieder und bricht mit dem Index $\mu\left(\mu < \frac{n}{2}\right)$ ab. Dann gibt es mehr Gleichungen als Unbekannte. Wenn die y_ν die wahren Werte der Ordinaten sind, so sind die Gleichungen exakt zu lösen; wenn aber, wie es mit empirischen Werten stets der Fall ist, die gemessenen Werte y_ν nicht genau sind, so leisten die Koeffizienten (23) den Gleichungen (21) nicht mehr Genüge; die Gleichungen sind unverträglich. Diesen Fall werden wir untern S. 169ff. berücksichtigen.

Mit Hilfe der A_p und B_p bestimmt man nach (18) die Amplituden der Teilschwingungen C_1, $C_2, \ldots\ldots C_{\frac{n}{2}-1}$, und deren Phasenverschiebungen. Durch Anwendung der Reihe (19) kann man die ursprüngliche Kurve rekonstruieren, was namentlich als Kontrolle der Rechnung wünschenswert sein kann. Sind nämlich sämtliche A_p, B_p berechnet worden, so muß die Entwickelung

$$(24) \qquad y_\nu = A_0 + \sum_{p=0}^{\frac{n}{2}-1} C_p \sin(\nu p z + \vartheta_p) + A_{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} \nu z$$

diejenigen Werte von y_ν wiedergeben, die der Rechnung zugrunde lagen.[1])

Gegenüber den Ausdrücken (16) geben die Formeln (23) nur Näherungswerte der Konstanten. Bei wachsendem n (und also abnehmendem z) kommt man immer näher an den Wert, den die Integration geben würde. Da die Summen (23) aber zugleich umfangreicher und die Rechnungen zeitraubender werden, so soll man n nicht unnötig groß nehmen (vgl. jedoch unten S. 175). Im allgemeinen kann man sagen, daß es genügt, wenn der zwischen zwei Ordinaten gelegene Teil der Kurve einen gleichmäßigen Verlauf zeigt und keinen singulären Punkt enthält.[2]) Je nach dem Aussehen der Kurve wird diese Bedingung mit verschiedenen Minimiwerten von n erfüllt. Schneebeli und Lahr rechneten mit 24 Ordinaten; Bevier mit 12 bis 36; Hensen empfiehlt als Minimum 36; Hermann gebraucht 40, Pipping, je nach

1) Natürlich gibt auch die Anwendung der Reihe (21) diese Werte wieder; die Berechnung der Reihe (24) ist aber wohl weniger zeitraubend als die von (21).

2) Mitunter sagt man, ein solcher Teil müsse praktisch als eine gerade Linie angesehen werden können. Diese Bedingung ist nicht nötig, sondern nur der gleichmäßige Verlauf der Kurve innerhalb dieser Grenzen. Eine einfache Sinuskurve wäre z. B. mit 4 Ordinaten völlig definiert, obwohl die Intervalle von y_ν bis $y_{\nu+1}$ $\left(=\frac{\pi}{2}\right)$ von einer geraden Linie stark abweichen würden.

den Umständen 24 oder 48; Scripture hat sogar mit 72 Ordinaten gerechnet.[1]) Über die praktische Ausführung der Rechnung s. weiter unten S. 190ff.

II. Die Fehlerrechnung in der Analyse nach Fourierschen Reihen.

Wir haben bisher angenommen, daß diejenigen n Ordinatenwerte, die der Rechnung zugrunde liegen, exakt sind. Immerhin sind diese Werte empirischer Natur und gewissen Fehlern ausgesetzt. Man muß sich vom Betrag dieser Fehler eine Vorstellung bilden.

Die Fehlerquellen, die hier walten, sind hauptsächlich folgende:

1. Die Apparate geben die Lautkurve ungetreu wieder, sei es daß der Fehler in der Registrierung oder in der Kopierung liegt. Es ist die Sache des Forschers, sich über die Mängel seines Instrumentariums Rechenschaft zu geben und zu untersuchen, welchen Einfluß sie auf die Resultate ausüben können.

2. Die Rechnung mit einer diskreten Anzahl von Funktionswerten (Ordinaten) ergibt nur eine angenäherte Darstellung der Kurve. Dieser Fehler ist unvermeidlich, kann aber durch eine zweckmäßige Wahl von n gemildert werden.

3. Die Konstanten der Reihe werden falsch gerechnet; gegen diesen Fehler schützen nur die Aufmerksamkeit und eine praktische Anordnung der Rechnungen.

4. Die Ordinatenwerte, wie sie aus den Messungen hervorgehen, sind mit Messungsfehlern behaftet. Diese Fehler sind zum Teil systematisch, insofern sie von den Mängeln der Messungsinstrumente herrühren, und können also korrigiert werden; oder sie sind zufällig und rühren vom Beobachter selbst her.

In unserem Falle sind die Messungsfehler:

a) entweder Abszissenfehler, indem der Ordinatenfuß und folglich der Schnittpunkt zwischen Ordinate und Kurve falsch angesetzt werden, was einen fehlerhaften Wert der Ordinate zur Folge hat:

b) oder reine Ordinatenfehler, indem man die Größe der sonst richtig genommenen Ordinate falsch abliest. Natürlich können Aufmerksamkeit und Übung den Betrag des Messungsfehlers kleiner machen; die Abschätzung der Intervalle zwischen 2 Strichen der Skala wird aber immer innerhalb gewisser Grenzen unsicher bleiben. Schätzt man auf $\frac{1}{10}$ der Skaleneinheit und mit einer genügenden Vergrößerung, so dürfte im allgemeinen der maximale Fehler bei der Abschätzung eines bestimmten Punktes nach einiger Übung nicht größer als $\frac{2}{10}$ sein. Es ist wichtig, sich von diesem Betrag eine Vorstellung zu schaffen.

[1]) Runge (185) empfiehlt 60 Ordinaten, da diese Zahl eine große Anzahl von Teilern hat (3, 4, 5,), was eine vorteilhafte Aufstellung der Formeln erlaubt. Immerhin hat sie den Nachteil, daß sie kein Vielfaches von 8 ist, und daß man daher nicht dieselbe Aufstellung zur Rechnung mit $\frac{n}{2}$ Ordinaten benutzen kann, was sehr oft wünschenswert ist, und mit $n = 40$ oder 48 bzw. $n = 72$ sehr leicht möglich ist (s. unten S. 197).



Der Einfluß der kombinierte
lich für verschiedene Teile der
horizontalen Strecke der Kurve is
Strecken ist aber nicht nur der zu
sondern der Einfluß des Abszisse
solchen Teilen muß die Präzision
wagerechten Strecken. Ebenso
Verhältnis zur Schärfe der Kurv
graphischen Registrierung zu bea

Die Bedeutung des Messungs
unter der größten, mit einer pra
größerung vorgenommen werden.

Der Fehler läßt sich übrigens
wiederholt werden. In diesem Fa
y_ν den Mittelwert der n einzelnen
Mittelwertes ist nach der Metho
Ausdruck

$$\eta = \sqrt{\quad} \tag{13}$$

gegeben.

Die Wiederholung der Messu
Übung fehlt, als zweckmäßige Kon
weniger notwendig, und es bleibt d
würde jedoch diese Mühe mit in
Methode gäbe, die indirekt einen E
oder auf eine obere Grenze desselb
hang) angegebene Methode ist von
Zulässigkeit derselben hat Herman
Lindelöf geantwortet haben (186).
rin, daß man von den n Konstan
Anzahl zur Rekonstruktion der ur
annimmt, daß die vernachlässigten
entspringen, welche man auf Grund
Quadrate zu bestimmen sucht. I
Anschluß an Lindelöf entwickeln

Die Voraussetzung für die A
Quadrate ist, daß es mehr Bedingu
bekannte gibt. Wir wollen daher z
daß die Fouriersche Entwickelung
ist, und weiter, daß man zur Bestimn
stanten n Ordinaten gemessen hat
Kurve die Form

$$y = A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \, c$$

während man für die Bestimmung der Konstanten über die n Gleichungen

$$(21)' \qquad y_\nu = A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \cos \nu p z + \sum_{p=1}^{\mu} B_p \sin \nu p z$$

verfügt. Die empirisch gewonnenen Werte der n Ordinaten sind mit Fehlern behaftet, die wir mit $\varDelta$ bezeichnen wollen, so daß der wahre Wert jeder Ordinate $y_\nu + \varDelta_\nu$ ist. Der Einfluß dieser Fehler macht, daß die ν Gleichungen (21)' untereinander nicht verträglich sind; es bleibt ein Rest übrig, den wir für jeden Index ν mit δ_ν bezeichnen. Nach der Methode der kleinsten Quadrate hat man nun, um die bestmögliche Darstellung der Reihe zu erhalten, die Konstanten A_p, B_p so zu bestimmen, daß die Summe der Quadrate dieser Reste, also $\sum_{\nu=0}^{n-1} \delta_\nu^2$ ein Minimum wird. Die Ausführung der Rechnung ergibt für diese Konstanten genau die früheren Werte (23).

Wegen der Beobachtungsfehler sind natürlich die aus den Ordinaten y_ν gewonnenen Konstanten **nicht exakt**, sondern mit gewissen Fehlern behaftet, die wir mit $\varDelta A_p$, $\varDelta B_p$ bezeichnen; es sind daher

$$(25) \qquad \overline{A}_p = A_p + \varDelta A_p; \; \overline{B}_p = B_p + \varDelta B_p$$

die wahren Werte der Konstanten. Man sieht leicht, daß

$$(26) \quad \varDelta A_0 = \frac{1}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} \varDelta_\nu; \; \varDelta A_p = \frac{2}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} \varDelta_\nu \cos \nu p z; \; \varDelta A_p = \frac{2}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} \varDelta_\nu \sin \nu p z.$$

Für die verschiedenen $\varDelta_\nu$ gelten die Gleichungen

$$(27) \qquad \begin{aligned} \varDelta_\nu = -y_\nu + (A_0 + \varDelta A_0) + \sum_{p=1}^{\mu} (A_p + \varDelta A_p) \cos \nu p z + \\ + \sum_{p=1}^{\mu} (B_p + \varDelta B_p) \sin \nu p z \end{aligned}$$

und für die δ_ν die Gleichungen

$$(28) \qquad \delta_\nu = -y_\nu + A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \cos \nu p z + \sum_{p=1}^{\mu} B_p \sin \nu p z.$$

Wenn wir diese letzteren quadrieren und addieren, erhalten wir

$$(29) \qquad \sum_{\nu=0}^{n-1} \delta_\nu^2 = \sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu^2 - \frac{n}{2} \left[2 A_0^2 + \sum_{p=1}^{\mu} (A_p^2 + B_p^2) \right].$$

Wir müssen nun die Summe $\Sigma \delta_\nu^2$ in bezug auf die Summe der Beobachtungsfehler $\Sigma \varDelta_\nu^2$ ausdrücken. Zu diesem Zweck ziehen wir (28) von (27)

ab, quadrieren und addieren, und
Beziehung

$$(30) \qquad \sum_{0}^{n-1} \delta_\nu^2 = \sum_{0}^{n-1} \Delta_\nu^2 - \frac{n}{2}$$

Hier ist die rechte Seite der G
Messungsfehler, während die link
(29) zu berechnenden numerisch
Messungen zu ermitteln, hat man,
die rechte Seite von (30) durch ih
lichen Wert zu ersetzen. Es
Größe x, und ε der mittlere Feh
Annahme, daß ε für alle Messu
löf (186e) S. 17):

$$W[\Delta A_0^2] = \frac{1}{n} \varepsilon^2; \; V$$

und daher für die rechte Seite v

$$W[X$$

woraus die fundamentale Formel

$$(31) \qquad \varepsilon^2$$

Hier ist der numerische Wert
Quadrat des mittleren Fehlers η,
durch ihren wahrscheinlichen Wer

$$\eta^2 = W[\{X - (n$$

daher wird der bei dem Werte (

$$(32) \qquad \frac{\eta}{n - m} = $$

Aus (31) und (32) sieht man, daß
je größer $n - m$ ist.

Dies ist der „klassische Fall“
Fall nämlich, wo man im voraus w
als Unbekannte gibt. Diese Vorau
kurven nicht eintreffen; *a priori* k
der Kurve.

So wie sie zur Analyse vorlie
Apparatenfehler, enthält sie eine
mit Lindelöf und Pipping reell
Konstanten messen wir n Ordinat
falls unbekannten Messungsfehler

beeinflussen die Werte der Konstanten; da sie aber, falls die Messung mit einiger Sorgfalt ausgeführt werden, im Vergleich zu den Ordinatenwerten klein sind, kann man einen geringen Einfluß erwarten.

Nach dem oben Gesagten (S. 163) ist der **wahre** Wert der Ordinate

$$(15)' \quad \bar{y}(\varphi) = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 \cos\varphi + \bar{a}_2 \cos 2\varphi + \cdots\cdots + \bar{b}_1 \sin\varphi + \bar{b}_2 \sin 2\varphi + \cdots\cdots,$$

wo $\bar{a}_p$, $\bar{b}_p$ der wahren Werte der Koeffizienten bezeichnen. Der wahre Wert der Koeffizienten $\bar{A}_p$, $\bar{B}_p$, wie sie aus den n wahren Ordinaten hervorgehen würden, ist

$$(20)\begin{cases} \bar{A}_0 = \bar{a}_0 + \bar{a}_n + \bar{a}_{2n} + \cdots, & \bar{A}_p = \bar{a}_p + \bar{a}_{n-p} + \bar{a}_{n+p} + \bar{a}_{2n-p} + \cdots \\ & \left(p = 1, 2, \cdots \frac{n}{2} - 1\right) \\ \bar{A}_{\frac{n}{2}} = \bar{a}_{\frac{n}{2}} + \bar{a}_{\frac{3n}{2}} + \bar{a}_{\frac{5n}{2}} + \cdots, & \bar{B}_p = \bar{b}_p - \bar{b}_{n-p} + \bar{b}_{n+p} - \bar{b}_{2n-p} + \cdots \end{cases}$$

Wir nehmen also die Analyse vor, wie sie oben angegeben worden ist. Wir setzen dann voraus, daß von einem gewissen Index μ $\left(\mu < \frac{n}{2}\right)$ an die Koffizienten A_p, B_p klein werden und nicht mehr entschieden abnehmen; es ist gerade das, was wir früher als Konvergenz der Reihe bezeichnet haben. Da wir aber vermuten dürfen, daß der Einfluß der Messungsfehler geringe Abweichungen der Konstanten von ihrem wahren Werte verursachen wird, so liegt in diesem Falle die Vermutung nahe, daß die kleinen Konstanten, deren Index höher als μ ist, entweder ganz oder zum wesentlichen Teil dem Einfluß der Messungsfehler zuzuschreiben sind, indem deren wahrer Wert genau oder beinahe gleich Null ist. Wenn wir sie als unreell vernachlässigen, erhalten wir für die Kurve die angenäherte Darstellung

$$y(\varphi) = A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \cos p\varphi + \sum_{p=1}^{\mu} B_p \sin p\varphi,$$

und für die Bestimmung der Konstanten die n Gleichungen

$$(33) \qquad y_\nu = A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \cos \nu p z + \sum_{p=1}^{\mu} B_p \sin \nu p z,$$

die miteinander nicht verträglich sind. Wenn wir wiederum für die Konstanten die sich aus der harmonischen Analyse ergebenden Werte (23) annehmen, bleiben in diesen Gleichungen die Fehler

$$(34) \qquad \delta_\nu = -y_\nu + A_0 + \sum_{p=1}^{\mu} A_p \cos \nu p z + \sum_{p=1}^{\mu} B_p \sin \nu p z$$

übrig. Wenn wir weiter die wirklich stattgefundenen Messungsfehler mit Δ_ν bezeichnen, so daß $\bar{y}_\nu = y_\nu + \Delta_\nu$ die **richtigen** Werte der Ordinaten darstellt, so ist exakt

$$y_\nu + \Delta_\nu = \bar{A}_0 + \ldots$$

andererseits ist, nach der harmo

$$y_\nu = A_0 + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}} \ldots$$

Wenn wir die letzte Gleichung

$$\bar{A}_k = A_k + \ldots$$

setzen, so kommt

$$\Delta_\nu = \Delta A_0 + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}} \Delta \ldots$$

welche Formeln, quadriert und a

$$(35) \qquad \sum \Delta_\nu^2 = \frac{n}{2} \Big\{ 2 \, (\Delta A_0^2 \ldots$$

geben. Weiter erhält man

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta A_0 = \frac{1}{n} \sum_{\nu=0}^{n-1} \Delta_\nu & \Delta A \ldots \\ \Delta A_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_{0}^{n-1} (-1)^\nu \Delta_\nu & \Delta B \ldots \end{array} \right.$$

Die Quadrierung und Addiem unter Beachtung der S. 165 ange

$$(36) \qquad \sum_{0}^{n-1} \delta_\nu^2 = \sum_{0}^{n-1} y_\nu^2 - \ldots$$

und, da nach (21)

$$(37) \qquad \sum_{\nu=0}^{n-1} y_\nu^2 = \frac{n}{2} \Big\{ 2 \Big(A_0^2 \ldots$$

so erhält man

$$(38) \qquad \sum_{0}^{n-1} \delta_\nu^2 = \frac{n}{2} \Big\{ 2 \ldots$$

und schließlich

$$(39)\quad \sum \delta_\nu^2 = \frac{n}{2}\left\{2\left(\bar{A}_{\frac{n}{2}} - \Delta A_{\frac{n}{2}}\right)^2 + \sum_{\mu+1}^{\frac{n}{2}-1}\left[(\bar{A}_p - \Delta A_p)^2 + (\bar{B}_p - \Delta B_p)^2\right]\right\}.$$

Die Kombination von (39) mit (35) zeigt zwischen den $\Sigma\delta_\nu^2$ und den Messungsfehlern die Beziehung

$$(40)\quad \sum \delta_\nu^2 = \sum \Delta_\nu^2 - \frac{n}{2}\left\{2\,\Delta A_0^2 + \sum_1^{\mu}(\Delta A_p^2 + \Delta B_p^2)\right\}$$

$$- n\left\{2\,\bar{A}_{\frac{n}{2}}\,\Delta A_{\frac{n}{2}} + \sum_{\mu+1}^{\frac{n}{2}-1}(\bar{A}_p\Delta A_p + \bar{B}_p\Delta B_p)\right\}$$

$$+ \frac{n}{2}\left\{2\,\bar{A}_{\frac{n}{2}}^2 + \sum_{\mu+1}^{\frac{n}{2}-1}(\bar{A}_p^2 + \bar{B}_p^2)\right\}.$$

In diesem Ausdruck müssen wir, wie oben, die unbekannten Beobachtungsfehler durch ihren wahrscheinlichen Wert ersetzen. Betreffend den mittleren Fehler ε_ν der einzelnen Messungen können 2 Annahmen gemacht werden: entweder haben alle ε_ν denselben absoluten Wert (überall gleiche Präzision), oder die verschiedenen ε_ν haben verschiedene absolute Werte.

Im ersteren Falle ist, wie bei (30), und wenn wir $m = 2\mu + 1$ setzen, der wahrscheinliche Wert der 2 ersten Glieder von (39), die wir wieder mit X bezeichnen,

$$W[X] = (n - m)\cdot\varepsilon^2,$$

und der mittlere Fehler dieses Wertes ist $\eta = \sqrt{2(n-m)}\cdot\varepsilon^2$.

Was das dritte Glied der rechten Seite von (39) betrifft, so sind alle $\bar{A}_k\Delta A_k$, $\bar{B}_k\Delta B_k$ unabhängige lineare Funktionen der Beobachtungsfehler, deren Vorzeichen nur vom Zufall abhängen. Der wahrscheinliche Wert dieses Ausdrucks ist also gleich Null. — Das vierte Glied ist wesentlich positiv. Indem wir hier wieder die rechte Seite von (40) durch ihren wahrscheinlichen Wert ersetzen, finden wir also, daß $\Sigma\delta_\nu^2$ als **obere Grenze** von $(n-m)\,\varepsilon^2$ betrachtet werden kann, und wir können also schreiben:

$$(40)\quad \varepsilon^2 \leq \frac{\Sigma\delta_\nu^2}{n-m}.$$

Wenn es unter den vernachlässigten $n - m$ Konstanten solche gibt, deren wahrer Wert nicht gleich Null ist, und die also nicht ausschließlich von den Messungsfehlern herrühren, so zeigt es sich, daß die Wahrscheinlichkeit einer Überschreitung der obigen Grenze $\left(\varepsilon^2 > \frac{\Sigma\delta^2}{n-m}\right)$ kleiner ist, als wenn alle diese Konstanten gleich Null sind, ein Resultat, das sonst auch natürlich erscheint.

Bei der zweiten Annahme, wenn die Präzision für die verschiedenen Messungen verschieden ist, erleidet die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung gewisse Änderungen.

Bezeichnen wir mit $\varepsilon_\nu (\nu = 0, 1, \ldots. n-1)$ den mittleren Fehler der einzelnen Messungen, so ist

$$W[X] = (n - m)\left(\frac{\Sigma \varepsilon_\nu^2}{n}\right).$$

Setzen wir

$$\varepsilon^2 = \frac{\Sigma \varepsilon_\nu^2}{n},$$

so gelangen wir wiederum zur Formel

$$\varepsilon^2 \leqq \frac{\Sigma \delta_\nu^2}{n-m}, \tag{41}$$

wo ε^2 jetzt das arithmetische Mittel der Quadrate der einzelnen mittleren Fehler darstellt. Hier kann man auch nachweisen, daß die Wahrscheinlichkeit einer Überschreitung der Grenze (41) kleiner ist, wenn sich unter den Konstanten A_p, B_p $(p > \mu)$ solche befinden, die nicht gleich Null sind, als wenn alle diese Konstanten verschwinden.

Aus dem Werte für $\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma \delta_\nu^2}{n-m}}$ kann man den wahrscheinlichen Fehler der Messungen r direkt bekommen. Es ist der Wert des Messungsfehlers, wofür man mit derselben Wahrscheinlichkeit erwarten kann, daß die zu befürchtenden Fehler hinsichtlich ihres absoluten Wertes größer oder kleiner als r ausfallen. Unter Annahme des Gaußschen Fehlergesetzes ist

$$r_\nu = 0{,}6745 \cdot \varepsilon_\nu,$$

also ungefähr $\frac{2}{3}$ von ε.

Hier ist noch zu bemerken, daß, wie überhaupt in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Nenner des Bruches $\frac{\Sigma \delta_\nu^2}{n-m}$ nicht zu klein werden darf, wenn die obigen Betrachtungen ihre Gültigkeit behalten sollen. Es ist leicht einzusehen, daß man sonst dem Zufall einen zu großen Spielraum lassen würde. Da die Zahl μ (von welchem Index ab wir die Entwickelung abbrechen) je nach der Kurve variieren kann, so liegt darin eine weitere Mahnung, eine reichlich große Anzahl von Ordinaten zu nehmen, damit $(n-m)$ in jedem Falle groß genug bleibt.

Wie klein ε^2 ausfällt, wird von verschiedenen Faktoren abhängen. Es kann sein, daß der erhaltene Wert so groß ist, daß er über die Genauigkeit der Messungen nichts zu sagen erlaubt (der gefundene Wert von ε ist eine obere Grenze, und ε könnte kleiner sein, ohne daß man es sagen kann). Ist aber die Reihe stark konvergent, sind also μ klein und $n-m$ groß und ebenso $\Sigma \delta_\nu^2$ relativ klein, so wird man gewisse Schlüsse ziehen können.

In dem Ausdruck

$$\varepsilon \leqq \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2}{n-m}} \tag{41}$$

kann $\Sigma \delta_\nu^2$ aus der Formel (36) S. 173 berechnet werden, oder, falls alle Konstanten berechnet wurden und man erst nachher bestimmt, wieviel man als nicht signifikativ vernachlässigen will[1]), aus der Formel (38).

Aus dem Werte für ε zieht man die wahrscheinlichen Fehler der verschiedenen Elemente der Kurve. Der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Messungen ist, wie oben angegeben,

$$(42) \qquad r = 0{,}6745 \cdot \varepsilon.$$

Daraus leitet man die wahrscheinlichen Amplitudenfehler ab. Die Amplitudenfehler ΔA_p, ΔB_p sind unabhängige lineare Funktionen der Messungsfehler Δ_ν. Mit Rücksicht auf die Wahrscheinlichkeit ihrer Werte sind sie auch voneinander unabhängig und verhalten sich wie Beobachtungsfehler von der Präzision $k\sqrt{\frac{n}{2}}$ (außer ΔA_0, $\Delta A_{\frac{n}{2}}$, wo es $= k\sqrt{n}$). Es ist daher

$$(43) \qquad RA_0 = r\sqrt{\frac{1}{n}};\ RA_p = RB_p = R_p = r\sqrt{\frac{2}{n}},$$

und weiter

$$(44) \qquad R\vartheta_p = \frac{R_p}{C_p} \cdot \frac{180^0}{\pi}.$$

Aus diesen Werten für die wahrscheinlichen Amplitudenfehler läßt sich eine einfache Methode herleiten, um sich vom Werte von r eine approximative Vorstellung zu machen.[2])

Es sei z. B. x der unbekannte Wert von r, also der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Messungen. Nach der Definition dieses Begriffes darf man voraussetzen, daß etwa die Hälfte der Messungsfehler zwischen die Grenzen $-r$ und $+r$, und die andere Hälfte außerhalb dieser Grenzen fallen. Die Messungsfehler sind allerdings unbekannt; sie stehen aber zu den Amplitudenfehlern ΔA_p, ΔB_p in dem oben angegebenen Verhältnis. Nach (43) ist $\xi = x\sqrt{\frac{2}{n}}$ der wahrscheinliche Amplitudenfehler. Nun ist nach (26) S. 170

$$A_p = \overline{A}_p - \Delta A_p;\ B_p = \overline{B}_p - \Delta B_p.$$

Soll z. B. A_p zwischen die Grenzen $-\xi$ und $+\xi$ fallen, so muß daher ΔA_p zwischen den Grenzen $\overline{A}_p + \xi$ und $\overline{A}_p - \xi$ liegen. Nach dem Gaußschen Fehlergesetze ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß dies eintrifft, wenn $\overline{A}_p$ von Null verschieden ist, kleiner, als wenn $A_p = 0$; sie ist also kleiner als $\frac{1}{2}$. Wenn also die Hälfte der Amplitudenfehler zwischen die Grenzen $+\xi$ und $-\xi$ fällt, was aus der Definition von ξ hervorgeht, darf man erwarten, daß weniger als die Hälfte der vernachlässigten Konstanten zwischen $\pm\xi$ fällt.

1) Wie ich unten zeigen werde, ist dieses Resultat bei zweckmäßiger Anordnung der Rechnungen leicht zu erhalten.

2) Lindelöf (186,d), S. 610—611.

Vorausgesetzt, daß $n-m$ groß genug ist, so kann man die Grenzen $\pm\xi$ bestimmen, innerhalb welcher die $\frac{n-m}{2}$ kleinsten vernachlässigten Konstanten liegen, und diesen Wert als angenäherten Wert von R_p annehmen, woraus r und ε einfach zu erhalten sind:

$$r = \frac{R_p}{\sqrt{\frac{2}{n}}}; \quad \varepsilon = \frac{r}{0{,}6745}.$$

Aus dem Beispiel, das Lindelöf gibt (a. a. O. S. 602), geht hervor, daß der Wert von r, nach (42) gerechnet, 0,54 ist. Unter den vernachlässigten 35 Amplituden sind die 20 kleinsten $\leq |0{,}09|$. Daher würde man für r (n hier $=48$) den Wert etwa 0,45 bekommen, der mit dem vorigen gut übereinstimmt.

Die oben angegebene Fehlerrechnung bezweckt eigentlich nur, über die bei der Beobachtung einer vorgelegten Kurve stattgefundenen Fehler, d. h. also über die Messungsfehler einen Aufschluß zu geben; von den Eigenschaften der Kurve selbst, d. h. von den Aufnahmefehlern, kann sie keine Vorstellung geben; denn während wir zur Bestimmung des Messungsfehlers eine Mehrzahl von Funktionen dieses Fehlers zur Verfügung hatten (die Konstanten der Reihe), so steht jetzt zur Bestimmung des Wertes der Kurve an sich nur die eine Kurve, und jede Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist jetzt ausgeschlossen.

Immerhin ist es möglich, daß die Anwendung dieser Methode zur Entdeckung gewisser Aufnahmefehler beitragen kann. Diese Fehler sind mehrfacher Natur. Einige wirken wie konstante Fehler, z. B. die akustischen Eigenschaften der Membranen, die Dämpfungsverhältnisse und dgl. Andere wiederum sind eher zufällig oder wirken unregelmäßig. Unfeste Achsenlagerungen, Biegung und Eigenschwingung der Schreibhebel usw. müssen den richtigen Lauf der Schreibspitze beeinträchtigen. Diese Abweichungen dürften aber kaum streng periodisch erscheinen, und noch weniger kann man annehmen, daß sie sich der Periode der jeweils gezeichneten Kurve anpassen. Die Folge davon wird sein, daß die Deformation des Schwingungsbildes von Periode zu Periode verschieden ist; dann muß die Analyse für verschiedene benachbarte Perioden ein und desselben Vokals verschiedene Resultate geben. Nehmen wir z. B. an, daß die Analyse mehrerer, aufeinander folgender Wellen eines Vokals sehr abweichende Werte von ε liefern. Ein solches Resultat kann auf ungleicher Präzision der Messungen beruhen; wenn eine wiederholte Messung aber zeigt, daß die Präzision überall vergleichbar war (was *a priori* zu erwarten ist, gleiche Sorgfalt vorausgesetzt), so wird man zur Annahme geführt werden, daß die Ursache an den Kurven selbst liegt, und zufällige Fehler der Aufnahme vermuten. So erwähnt Pipping (128d), daß die Analyse gewisser Kurven ihn zu der Entdeckung führte, daß die Stimmgabel seines Apparates die Aufzeichnung störte.

In der Analyse nach Fourierschen Reihen werden die Koeffizienten der Reihe, wie oben gezeigt, entweder durch Integrale oder durch Summen ausgedrückt, je nachdem man die Funktion in ihrem ganzen Bereich oder nur an bestimmten Punkten kennt. — Die Integrationen können nur mittels besonderer Apparate, nämlich der harmonischen Analysatoren, ausgeführt werden. Die Summen können entweder mechanisch durch ähnliche Apparate oder rechnerisch bestimmt werden. Wir werden die beiden Methoden beschreiben.

A. Die mechanische Bestimmung der Konstanten durch Planimeter und Analysatoren.

Zur mechanischen Ermittelung der Glieder der Fourierschen Reihe sind verschiedene Apparate und Verfahren erfunden worden.[1]) Als erster hat

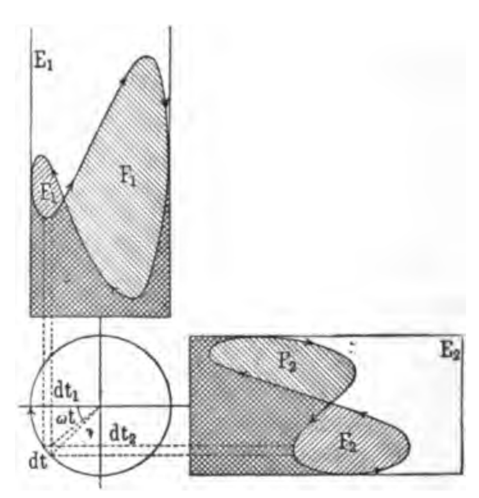


Fig. 98.
Zur Methode Clifford-Finsterwalder. Aus Orlich (153)

W. Thomson (188) (Lord Kelvin) bereits 1876 eine derartige Maschine erfunden, die hauptsächlich zu meteorologischen Rechnungen (Gezeitenkurven) verwendet wurde; sie war aber mit Fehlern behaftet. Henrici (189) erfand einen anderen, von Coradi-Zürich ausgeführten harmonischen Analysator, ebenso u. a. Sharp (190), Udny Yule (191), Leconte (192), Wiechert und Sommerfeld (193), Michelson und Stratton (194), Mader (195). Ich werde hier nur die zwei letzten Apparate, die nach voneinander verschiedenen Prinzipien konstruiert sind, berücksichtigen.

Die zeichnerische Methode von Clifford und Finsterwalder. — Der Apparat Maders bildet gewissermaßen die mechanische Ausführung eines von Clifford (196) und Finsterwalder (197) angegebenen zeichnerischen

1) Allgemeines über diese Apparate bei Henrici (187).

Verfahrens zur Bestimmung der
werden soll[1]).

Es sei die zu analysierende
so aufgewickelt, daß die X-Achse
einen ununterbrochenen Linienzug
rechte, axiale Ebenen E_1, E_2 pr
Kurven bildet. Es sei hx (nach O
entsprechende Zentriwinkel. Die
dann

(45) auf E_1
auf E_2

Wenn man daher die Flächen F

$$F_1 =$$

(46)

$$F_2 =$$

woraus durch Vergleichung mit (

$$A_1 = \frac{2}{T}$$

und allgemein, indem man sich z
dex p die Abszissenachse p-fach
wickelt und projiziert denkt,

$$A_p = \frac{2}{Tp}$$

Aus diesen Erwägungen geh
Analyse hervor. Wird die Periode
man längs der X-Achse die n Pun

$$\xi_0 = \sin 0^0; \; \xi_1 = \sin \frac{2\pi}{n}$$

und zeichnet von diesen Punkten
Längs der Y-Achse bestimmt man die
Punkte $y_0, y_1, y_2, \ldots . . y_{n-1}$, und
(der X-Achse parallel). Die Gleic

$$\frac{n}{2} A_p =$$

1) S. Orlich (153), S. 73—75, dess
arbeiten nicht mehr rechtzeitig zur Han

$$\frac{n}{2} B_p = \sum_0^{n-1} y_\nu \sin \nu p z$$

geben die Schnittpunkte der ξ-Linien ($\cos \nu p z$, bzw. $\sin \nu p z$) und der y-Linien (y_ν), die durch einen Kurvenzug zu verbinden sind. Es bleibt nur übrig, sämtliche Kurven mit einem Planimeter auszumessen. Folgt man mit der Fahrspitze des Planimeters der Kurve von 0 bis T und längs der X-Achse von T bis 0 zurück, so hat das Planimeter die Integration $\int_0^T y \cdot dx$ ausgeführt und der gefundene Wert, dividiert durch $\frac{1}{T}$, ergibt A_0.[1]) Fährt man längs jedes geschlossenen Kurvenzuges $\frac{n}{2} A_p$, bzw. $\frac{n}{2} B_p$, so erhält man die Zahlenwerte der Konstanten.

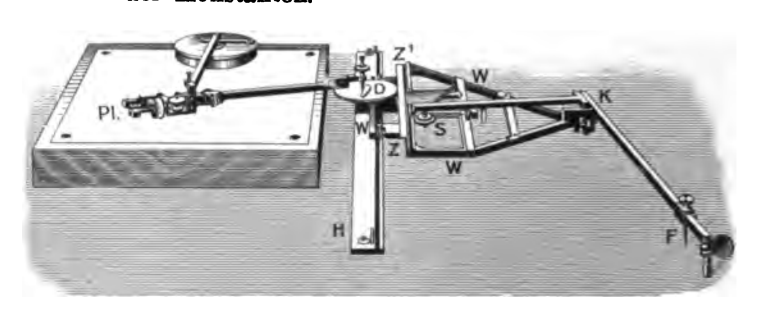


Fig. 99.
Analysator nach Mader. Perspektivische Ansicht.

Diese Methode setzt also voraus, daß für jeden bestimmbaren Koeffizienten der Fourierschen Reihe die entsprechende Kurve konstruiert und deren Fläche ausgemessen werden soll. Immerhin hat sie den Nachteil, daß die F_{p1}, F_{p2} nur punktförmig, auf Grund der n gemessenen Ordinaten gezeichnet werden; es wäre besser, wenn sie durch die Ausführung der Integrale (16) gewonnen würden. Unter Beibehaltung des Clifford-Finsterwalderschen Prinzips, nämlich der sukzessiven Bestimmung der Glieder der Fourierschen Reihe, wird dieses Resultat durch den Analysator von Mader erreicht.[2])

Der Analysator von Mader. — Mader-Aachen hat vor allem einen einfachen, bequemen und billigen Apparat konstruieren wollen, der viele, mit den anderen Typen nötige, zeitraubende Operationen erspart.

Eine perspektivische Ansicht des Apparates gibt die Fig. 96, während Fig. 100 den schematischen Bau des Analysators erläutert. Der Wagen W trägt die wesentlichsten beweglichen Teile des Apparates und ist selbst auf 3 Rollen beweglich, deren 2 in die Nute einer Führungsschiene H gleiten. Diese Schiene wird derart aufgestellt, daß W nur in der Richtung der Y-Achse verschiebbar ist. An dem Wagen sind befestigt:

1) Es sei hier gleich erwähnt, daß A_0, sofern man ein mechanisches Verfahren anwendet, immer auf diese Weise zu bestimmen ist.

2) Nach demselben Prinzip war bereits der Analysator von Yule und Leconte konstruiert, mit welchem der Apparat Maders Ähnlichkeiten aufweist.

a) der Winkelhebel F K S ($\measuredangle$ 90°) drehbar in K; F ist die Fahrspitze des Apparates, und in S ist eine Rolle angebracht;

b) die Zahnstange ZZ', die einen der X-Achse parallelen Arm trägt, gegen welchen die Rolle S gleitet. ZZ' ist, wie W, nur nach der Y-Achse beweglich. Wenn der Hebel F K S sich um K dreht, wird der Arm und infolgedessen die Stange ZZ' auf- oder abwärts mitgenommen. Zwei Spiralfedern drücken S gegen den Arm und verhindern den toten Gang des Systems;

c) eine um den Punkt D des Wagens drehbare Scheibe, die in die Zahnstange ZZ' eingreift, so daß die Verschiebungen von ZZ' Umdrehungen der Scheibe bewirken. Die Scheibe hat den Radius R. Am Ende des Radius r ($r < R$) befinden sich 2 Einsatzpunkte P_s und P_c für den Fahrstift eines Planimeters (*Pl* auf Fig. 94); diese Punkte sind voneinander um 90° entfernt.

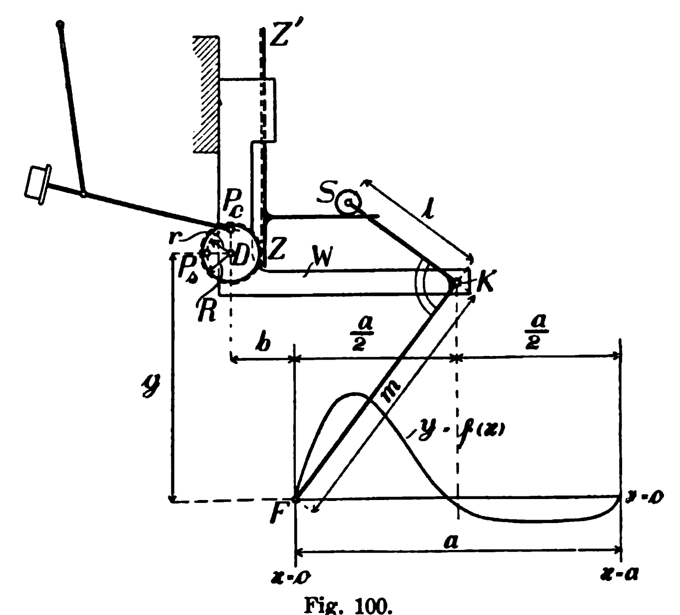


Fig. 100.
Analysator nach Mader (Schematischer Gang).

Zur Ausführung einer Analyse verfährt man wie folgt. Kurve und Apparat werden so gelegt, daß die Schiene H der X-Achse senkrecht aufliegt, während der Punkt K sich genau über der Ordinate $y = \frac{T}{2}$ (Mitte der Basis) befindet. Ein dazu dienender, mit mm-Teilung versehener Zeichenwinkel ist dem Instrumente beigegeben. Die Schiene H wird durch 2 Nadelspitzen unbeweglich gemacht. Die längs F K bewegliche Spitze F wird derart befestigt, daß F K = T (Basislänge oder Abszisse) ist. (Dazu ist auch F K mit mm-Teilung versehen.) Die Fahrspitze wird zuerst über den Punkt $y = 0$, $x = 0$, dann F längs der Kurve von y_0 bis y_T und längs der X-Achse (geradlinig) von T bis 0 geführt; F und auch P_s (bzw. P_c) haben also geschlossene Kurven beschrieben. Hat man in P_s (bzw. P_c) die Fahrspitze eines Planimeters eingesetzt, so wird das Instrument, durch die Differenz zwischen Anfangs- und Endablesung, den Flächeninhalt der von der Scheibe beschriebenen Kurve angeben. — Es bleibt jetzt zu ermitteln, was die von P_s (bzw. P_c) beschriebene Kurve darstellt.

Es seien:

F K $= m$ und K S $= l$ die Arme des Winkelhebels;

R der Radius der Scheibe und r der Radius $\overline{DP_s}$ (bzw. $\overline{DP_e}$);
y, x die Koordinaten von F; y_s, x_s die Koordinaten von P_s.

Die Anfangsbedingungen sind so gewählt, daß, wenn F die Koordinaten $y=0$, $x=0$ hat, P_s den Koordinaten

$$y_s = y_D = g$$
$$x_s = -(b+r)$$

entspricht.

Wird F der X-Achse parallel um die Quantität x verschoben, so verschiebt sich S der Y-Achse parallel um die Quantität $x \cdot \frac{l}{m}$. Die Scheibe dreht sich um einen gewissen Winkel β, und deren Verschiebung ist gleich $R\beta$, welcher Ausdruck auch als Maß der Verschiebung von S dienen kann. Es ist also die Abszisse von x_s im allgemeinen

$$x_s = -(b + r\cos\beta), \tag{45}$$

und da

$$R\beta = x \cdot \frac{l}{m}, \text{ also } \beta = \frac{xl}{Rm},$$

so hat man

$$x_s = -\left(b + r\cos\frac{xl}{Rm}\right). \tag{46}$$

Wird F der Y-Achse parallel geführt, so bleibt der Winkel, den FK mit der Y-Achse im Anfang bildet, unverändert; folglich tritt keine Drehung der Scheibe ein, und nur der Wagen W bewegt sich. Es gilt also die Differentialgleichung

$$dy_s = dy; \tag{47}$$

daraus folgt die allgemeine Relation

$$y_s = y + \chi(x), \tag{48}$$

wo $\chi(x)$ eine Funktion von x ist, worauf es weiter nicht ankommt. Im jetzigen Fall ist $\chi(x) = g$.

Wird endlich F längs der Kurve vom Punkte $y=0$, $x=0$ bis zum Punkte $y=f(x)$, $x=x$ geführt, so werden die Koordinaten von P_s

$$\begin{aligned} x_s &= -\left(b + r\cos\frac{xl}{Rm}\right) \\ y_s &= y + \chi(x) + r\sin\frac{xl}{Rm} \end{aligned} \tag{49}$$ [1].

Hat also F den geschlossenen Weg von 0 bis T und längs der X-Achse von T bis 0 zurückgelegt, so ist der Flächeninhalt der gezeichneten Kurve

---

1) Bei Mader (a. a. O., Fig. 2) wird $\chi(x)$ in die Elemente $g + \psi(x)$ aufgelöst, wo $\psi(x)$ eine Funktion der Drehung des Winkelhebels darstellt, die aber im Endresultat keine Rolle spielt.

(50) $$Fl_s = \int_0^T \left[y + \chi(x) + \right.$$

$$+ \int_T^0 \left[y + \chi(x) + \right.$$

Die Glieder mit $\chi(x)$ sind hier
in den restierenden Gliedern de
überall $y = 0$, weshalb dieser Tei
also übrig:

(51) $$Fl_s =$$

Für P_0 sind die Anfangsko

$$x_0$$
$$y_0$$

Ein ähnliches Räsonnement zeig
Kurve, wenn F den oben bezeic

(51)' $$Fl_c = \frac{r}{R}$$

dargestellt wird.

Ein Vergleich von (51) bzw.
wie sie S. 162 dargestellt werden

(16) $$b_p = \frac{2}{T}$$

$$a_p = \frac{2}{T}$$

zeigt, daß beide Beziehungen nur
sind. Macht man nun

(52) $$R =$$

$$r$$

wobei p sukzessiv die Werte 1, 2
dann ist, wie die Ausführung der

$$(51)'' \quad \begin{aligned} Fl_s &= k \cdot \frac{2}{T} \int_0^T y \sin phx = k \cdot B_p \\ Fl_c &= k \cdot \frac{2}{T} \int_0^T y \cos phx = k \cdot A_p. \end{aligned}$$

Durch die Wahl der Größenverhältnisse des Apparates wird weiter erreicht, daß 1 qcm, am Planimeter abgelesen, gleich 0,1 cm Amplitude von A_p bzw. B_p ist; mit Noniusablesung bekommt man noch 0,01 cm.

In den Ausdrücken (52) erhält p verschiedene Werte, und mit ihm auch R und r; m. a. W. man muß für jeden Wert von p eine neue Zahnscheibe haben. Bis jetzt sind Scheiben bis $p = 15$ konstruiert worden[1]), was für unsere Zwecke reichlich genügt. Es sind entweder einfache Scheiben oder Scheibenpaare (z. B. für $p = 7, 9, 11$), die leicht ausgewechselt werden können.

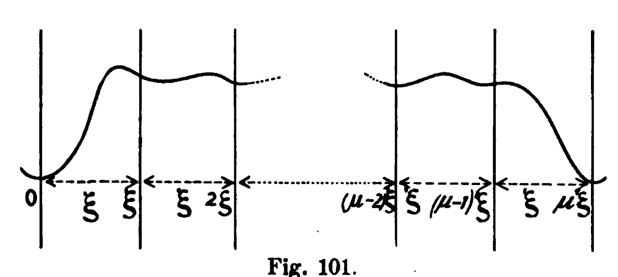


Fig. 101.
Partielle Integration einer Kurve.

Nach den obigen Ausführungen ist der Gang einer vollständigen Analyse leicht verständlich. Die Basislänge wird gemessen (die Konstante A_0 eventuell planimetrisch ausgemessen), der Analysator mit Scheibe 1 eingestellt, die Fahrspitze F an den Arm FK bis zur Basislänge verschoben und über den Anfangspunkt der Welle gestellt. Die Planimeterspitze wird in P_s eingesteckt und das Planimeter abgelesen. Dann wird die Welle mit der Fahrspitze befahren, wie oben angegeben, und das Planimeter wieder abgelesen. Die Differenz zwischen Anfangs- und Endablesung ergibt die Amplitude von B_1; das Vorzeichen dieser Differenz ist immer das Vorzeichen der Konstante. Die Planimeterspitze wird dann in P_c gestellt und die Welle wiederum befahren, wodurch A_1 bestimmt wird. Dann nimmt man die Scheibe 1 heraus und ersetzt sie durch Scheibe 2, bestimmt B_2 und A_2 usw.

Verfügt man über Scheiben für jede Oberschwingung, so ist der Gang der Analyse einfach. Wenn man nur eine gewisse Anzahl besitzt, so kann man auch die oberen Indizes erhalten, obwohl auf dem Umwege der partiellen Integration.

Es seien z. B. die Konstanten A_p, B_p der p^{ten} Oberschwingung zu bestimmen. Man suche zuerst den größten Faktor von p, dessen Scheibe man besitzt; es sei ξ dieser Faktor und μ die Ordnungszahl der Scheibe (also $\mu\xi = p$; bei Primzahlen natürlich $\mu = 1$). Man teilt die Basis T in ξ äquidistante Teile (Fig. 101). Dann lassen sich in dem allgemeinen Ausdruck

1) Nach einer brieflichen Mitteilung von Dr. Mader an den Verf., wo er auch das untenstehende Verfahren der partiellen Integration näher entwickelt.

der **Fourierschen** Reihe die ges
folgendermaßen umschreiben

$$A_\mu \cos \frac{2\pi}{\mu \xi}$$

Hier ist

$$A_\mu = \frac{2}{\mu \xi}$$

oder, wenn man das Integral in

$$(53) \qquad A_\mu = \frac{1}{\mu} \left[\frac{2}{\xi} \int_0^\xi y \cos \frac{2\pi x}{\xi} \right.$$

$$+ \frac{2}{\xi} \int_{(\mu-1)\xi}^{\mu\xi}$$

und ebenso

$$(53)' \qquad B_\mu = \frac{1}{\mu} \left[\frac{2}{\xi} \int_0^\xi y \sin \frac{2\pi x}{\xi} \cdot \right.$$

Zur Bestimmung von A_p, B_p
Jedes Segment der Welle, von de
messen, und zwar so, daß man de
Messung des Teiles ξ aufstellt, u
zwischen ξ_1 und ξ_2 und der Abszi
man A_ξ bekommt (ebenso B_ξ). M
fangswert $y = 0$, $x = \xi$ und integrie
teil, die Grenzordinate $y_{2\xi}$ und die
(bzw. $B_{2\xi}$), usw. Schließlich erhält

$$(54) \qquad A_p = \frac{1}{\mu} (A_\xi -$$

Natürlich wird es immer für die
passende Scheiben anzuschaffen; n
Aus den ermittelten A_p, B_p w
rechnerisch gewonnen.

Der Analysator **Maders** ist n
„das erste Instrument, das wegen
ihm innewohnenden Genauigkeit u
mäßig billigen Preises allen wissen
genügt".[1] Die Vorteile des Appa

1) **Schreiber**, Der harmonische A
S. 354.

1. die Analyse kann an Kurven von beliebiger, zwischen 2 und 36 cm liegender Abszissenlänge vorgenommen werden, während die anderen Analysatoren für eine bestimmte Basis eingerichtet sind und daher eine vorherige Umzeichnung der Kurve erfordern;

2. die verschiebbare Basis erlaubt die partielle Integration (s. oben);

3. ebenso erlaubt sie die Untersuchung versteckter Periodizitäten;

4. die Handhabung ist einfach und der Preis ziemlich gering[1]);

5. die Genauigkeit ist weitaus genügend. Mader hat dieselbe dadurch untersucht, daß er zwei aus je einer schiefen Linie und einem Lot zusammengesetzten Perioden zuerst rechnerisch und dann mechanisch analysierte. Ich gebe hier einige Resultate:

Konstante	Basislänge T = 36 cm $y_0 = 0$ $y_T = 20$ cm				Basislänge T = 7,2 cm $y_0 = 0$ $y_T = 4$ cm			
	Gerechnet	Gemessen	Fehler absolut	% d. ger. Wertes	Gerechnet	Gemessen	Fehler absolut	%
B_1	−6,366	−6,39	0,02	0,00	−1,273	−1,31	0,04	0,03
B_2	−3,182	−3,18	0,00	0,00	−0,636	−0,65	0,02	0,03
B_3	−2,122	−2,15	0,03	0,01	−0,424	−0,43	0,01	0,02
B_4	−1,591	−1,61	0,02	0,01	−0,318	−0,32	0,00	0,00
B_5	−1,273	−1,28	0,01	0,01	−0,254	−0,26	0,00	0,00
B_6	−1,061	−1,08	0,02	0,02	−0,212	−0,23	0,02	0,01
B_7	−0,909	−0,93	0,02	0,02	−0,182	−0,19	0,01	0,01

Die Fehler sind, wie man sieht, absolut und relativ gering. Wie zu erwarten, scheint deren relativer Wert für die kürzere Basis größer zu werden;

6. der Apparat bietet denselben Vorteil wie Hermanns Schablonen, nämlich daß man leicht nur eine Konstante bestimmen kann, wenn man es aus besonderen Rücksichten wünscht.

Der Apparat empfiehlt sich sehr für besser ausgerüstete Anstalten; übrigens dürfte er sich verbreiten, so daß ihn einzelne Forscher wohl auf anderen Instituten werden benutzen können. Insbesondere eignet er sich für die Analyse der nach Boekes Methode gewonnenen Kurven, weil man der Kurve, beim Zeichnen auf quadriertem Papier, große absolute Dimensionen geben kann, die den Einfluß des Apparatenfehlers herabsetzen. Die anderen Kurven, wie sie z. B. durch Hermanns oder Hausers Verfahren geliefert werden, sind oft zu klein, um direkt gemessen zu werden, können aber photographisch vergrößert werden.

Was den Zeitaufwand betrifft, so geht die planimetrische Ausführung der Analyse wohl rascher vor sich als die Ausmessung der n Ordinaten (bei Boekes Verfahren jedoch unvermeidlich) und die Rechnungen. Sollte sie aber auch ebensoviel Zeit beanspruchen, so ist dieses Verfahren vorzuziehen, da es weniger ermüdend ist und die Rechnungsfehler beseitigt.

1) Der Apparat wird von der Firma Gebr. Staerzl, München, Amalienstraße 28 geliefert. Ein Apparat mit Scheiben 1–6 und Planimeterpodium kostet 150 Mark; der Preis der weiteren Scheiben ist variabel; Winkellineal 15 Mark. Es kommt noch das Planimeter hinzu, dessen Preis verschieden ist, je nachdem man ein Polarplanimeter oder ein Präzisionsplanimeter zu haben wünscht.

Der **Analysator von Michelson und Stratton.**[1]) — Der Analysator von **Michelson und Stratton** (194) liefert für eine nach n Ordinaten gemessene Kurve (n ist eine von dem Bau des Apparates bedingte gerade Zahl und variiert von 20 bis 80) die $n-1$ Konstanten A_p, B_p (A_0 bekommt man rechnerisch sehr leicht und ist meistens belanglos).

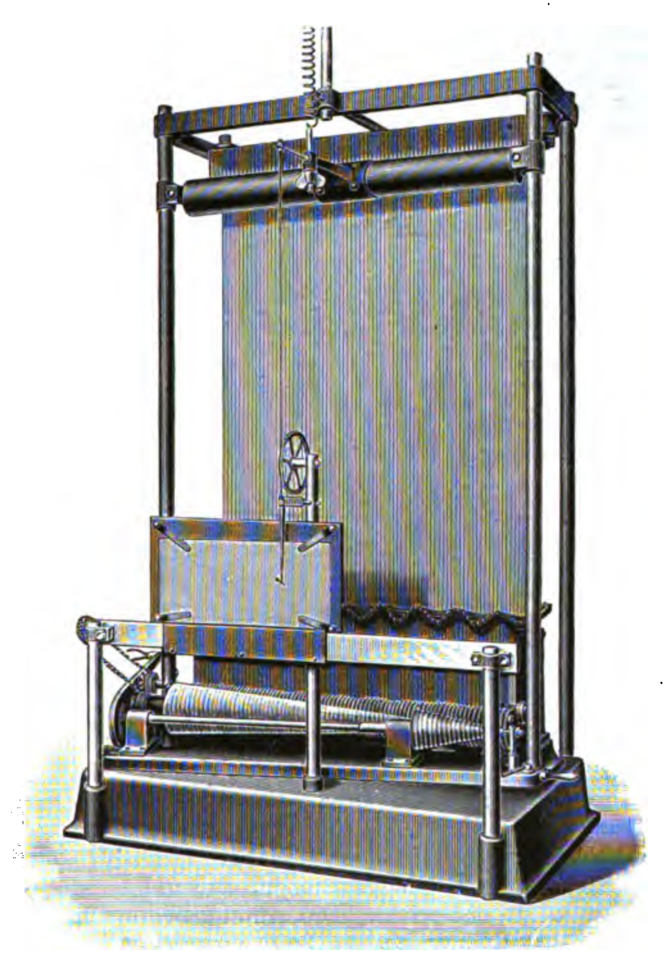


Fig. 102.
Analysator nach **Michelson & Stratton** (Gesamtansicht).

Eine mit einer Handkurbel drehbare Achse D trägt eine Reihe von n Zahnrädern (Fig. 102, vorn unten), deren jedes in ein zweites, mit einem Exzenter versehenes Zahnrad A eingreift (Fig. 103). Die Verhältnisse sind so gewählt, daß die Umdrehungszahlen der verschiedenen Exzenter eine harmonische Reihe bilden. Die n Exzenter sind am Ende eines Hebels der ersten Art B befestigt und übertragen durch die n, am Hebelarm verschiebbaren Stangen R (auf der Fig. 102 als längliche vertikale Saiten sichtbar) die Bewegungen des Exzenters auf den Hebel der dritten Art x; für eine volle Um-

1) Vgl. **Runge** (185) S. 164—168 und **Orlich** (153), S. 103—108.

drehung des Exzenters machen also die Hebel einen Hin- und Hergang. Die Punkte x sind mit einem auf Schneiden ruhenden Hohlzylinder C (Fig. 102, vorn oben) durch n Spiralfedern s verbunden, während die starke Spiralfeder S dem Drehmoment der Federn s das Gleichgewicht hält. Das untere Ende von s wirkt auf C durch den Hebelarm a, während das untere Ende von S durch den Hebelarm b wirkt. Nach der Konstruktion des Apparates muß also die Spannung der großen Feder S sowohl im Ruhestand wie in jeder Bewegungsphase der Kurbel gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen der Federn s sein. Vom Zylinder C ragt ein Hebel u, der durch einen vertikalen Draht w mit einer Schreibspitze verbunden ist, welch letztere auf eine durch die Handkurbel bewegte Scheibe zeichnen kann. Die Bewegung der Scheibe ist so reguliert, daß sie sich für eine Umdrehung des Grundexzenters A_1 um eine volle Periode verschiebt.

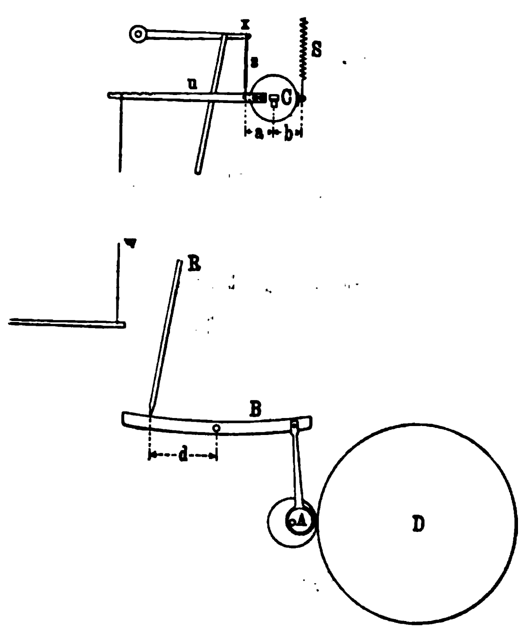


Fig. 103.
Analysator nach Michelson & Stratton (schematisch).

Nach der Ausmessung der n Ordinaten wird für jeden Hebel B_ν ($\nu = 1, 2, .., n$) die Stange R_ν so verschoben, daß die Länge des Armes d_ν der Ordinatenlänge y_ν entspricht. Die Anfangsbedingungen seien so gegeben, daß die Hebel B ihre mittlere Lage einnehmen. — Wird die Kurbel um einen Winkel φ gedreht, so beschreibt der Exzenter A_ν den Winkel $\nu\varphi$. Der obere Hebel beschreibt einen Weg x, der proportional ist erstens der Größe $\sin \nu\varphi$, zweitens aber der Größe d (d. h. unter obiger Annahme der jeweiligen Ordinate y_ν); man hat also

$$x_\nu = y_\nu \sin \nu\varphi.$$

Ist z_ν die Verlängerung, die die Feder S unter diesen Umständen erfährt, so ist die Verlängerung von s_ν in Funktion von z_ν und x_ν gleich

$$x_\nu - \left(\frac{a}{b} \cdot z_\nu\right).$$

Es sei weiter die Spannung
gleich p_0, und die Spannungszun
hält man als allgemeinen Ausdru

$$p_\nu = p_0 +$$

Ebenso ist für die große Feder

$$P_\nu =$$

Es ist mithin nach den Konstrukt

$$p_1 \sum_{\nu=1}^{n} \Big(x_\nu -$$

wo Z die Resultante der n Züge z
S und von der Schreibspitze darst

(55) $$\sum_1^n x_\nu =$$

Andererseits ist

(56) $$\sum_1^n x_\nu =$$

Wenn wir also die in (55) zwische
bezeichnen, so zeigt die Vergleichu
der Kurbel um den Winkel φ die

(57) $$Z_\varphi = K$$

Werden die Anfangsbedingung
ihre höchste Stellung einnehmen
frühere Einstellung um $+90^0$), so

$$x_\nu =$$

und

(57)′ $$Z_\varphi = K$$

Für eine volle Umdrehung der
um $\nu \cdot 2\pi$; die Schreibspitze zeichn
volle Periode einer Sinus- (bzw. Ko
$\varphi = p \cdot \frac{2\pi}{n} \left(p = 1, 2, \ldots \frac{n}{1} \right)$ ist dann

von einer Konstante, die von den Dimensionen abhängt, im ersteren Falle (Anfangsstellung der Exzenter gleich 0°)

$$Y_\varphi = \frac{n}{2} B_p, \tag{58}$$

im zweiten Falle (Anfangsstellung 90°)

$$Y_\varphi = \frac{n}{2} A_p. \tag{58'}$$

Nach der Einstellung der Räder A in die gewünschte Lage (dafür sind die Exzenter ausrückbar und werden durch eine Führungsstange gleichzeitig in die Anfangslage gebracht) und der Hebellängen d den Ordinaten y_ν entsprechend, genügt also eine einzige Kurbelumdrehung, um sämtliche A_p zu erhalten; eine Umstellung der Exzenter und eine neue Umdrehung der Kurbel gibt alle B_p. Beide Kurven werden unter den obigen Bedingungen wie die ursprüngliche Kurve gemessen.

Der Apparat bietet dadurch ein besonderes Interesse, daß er die umgekehrte Aufgabe zu lösen erlaubt: für eine gegebene Sinus-, bzw. Kosinusreihe die entsprechende Kurve zu konstruieren. Dazu stellt man die Hebellänge d gleich A_p, bzw. B_p. Je nachdem die Anfangsstellung der Exzenter 0^0 oder 90^0 ist, so erhält man durch eine Umdrehung der Kurbel eine Kurve, deren Ordinate für jedes Argument φ

$$Y_\varphi = \sum_1^{n/2} A_p \cos p\varphi \text{ bzw. } Y'_\varphi = \sum_1^{n/2} B_p \sin p\varphi \tag{59}$$

ist. Wird die willkürliche Konstante A_0 außerdem gegeben, so erhält man die Ordinate y_φ aus der Gleichung

$$y_\varphi = A_0 + Y_\varphi + Y'_\varphi.$$

Das Argument φ reicht allerdings nur von 0 bis π; die andere Hälfte der Periode ist aber das Spiegelbild der ersteren.

Man kann also synthetische Kurven konstruieren, was für manche theoretische Untersuchung wichtig sein kann. Sonst scheint der Apparat weniger einfach zu sein als der Analysator von **Mader**, und er ist jedenfalls viel teurer.[1])

B. Die rechnerische Bestimmung der Konstanten. — Diese Art der Bestimmung kommt für diejenigen Fälle in Betracht, wo nur eine diskrete Anzahl von Ordinatenwerten vorliegt. Die Rechnung setzt eine große

---

1) Der Apparat dürfte für elektrotechnische Aufgaben allerdings empfehlenswerter sein als für rein akustische, da es bei den Wechselstromkurven oft eintrifft, daß entweder die A- oder die B-Konstanten fehlen. — Dieser Analysator wird von Gaertner & Co., Chicago, konstruiert. Preis von 250 Doll. (mit 20 Elementen) bis 750 Doll. (mit 80 Elementen).



Anzahl von Operationen voraus: Multiplikation der Ordinaten mit den trigonometrischen Werten, Summierungen, Divisionen, Wurzelausziehungen usw. Diese Anzahl wächst mit der Anzahl der Ordinaten, und rascher als die letztere; außerdem gibt die Komplikation der Vorzeichen leicht zu Fehlern Anlaß.[1]) Daher sind alle Forscher bemüht gewesen, Schablonen zur mechanischen Ausführung der Rechnungen zu erfinden. Hensen hat solche für 36 Ordinaten, Hermann (3) für 40, Scripture (nach dem Hermannschen Modell) für verschiedene Werte: 12, 24, 36, 72 Ordinaten, Pipping für 48 Ordinaten anfertigen lassen. Ich selbst habe auch Schablonen für 48 Ordinaten drucken lassen und anläßlich spezieller Forschungen Schablonen für 72, 96, 120 und 144 Ordinaten entworfen. Jedes der erwähnten Muster wird von den betreffenden Forschern bzw. deren Anstalten gern mitgeteilt oder verkauft. — Hier will ich aber eine allgemeine Anleitung zum Entwerfen solcher Schablonen geben, wonach jeder nach Bedarf zweckmäßige Modelle wird ausführen können. Das Prinzip dieser Methode ist von K. Verner (198) dargestellt worden.

Die Anzahl der gemessenen Ordinaten kann beliebig genommen werden; praktisch wähle man aber immer, mit Rücksicht auf die Erleichterung, ein Vielfaches von 4. In diesem Falle weisen nämlich die trigonometrischen Serien eine weitgehende Symmetrie auf, die eine ständige Kontrolle bei der Aufstellung der Formeln ermöglicht. Die Anzahl der Ordinaten sei also $x = 4n$. Für die Analyse wird die Periode der zu berechnenden Kurve gleich 360^0 gestellt. Die einzelnen Ordinaten seien: $y_0, y_1, y_2 \ldots\ldots y_{x-1}$. Die Formeln (23) S. 166 geben als Werte der Koeffizienten A, B

$$(60)\quad \left\{\begin{array}{ll} A_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{4n-1} y_\nu \cos \nu p z, & \left(z = \frac{90^0}{n}, p = 1, 2, \ldots\ldots 2n-1\right) \\ & A_0 = \frac{1}{4n}\sum_{\nu=0}^{4n-1} y_\nu, \\ B_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{4n-1} y_\nu \sin \nu p z, & \\ & A_{2n} = \frac{1}{4n}\sum_{\nu=0}^{4n-1} (-1)^\nu y_\nu. \end{array}\right.$$

Man könnte die einzelnen y nacheinander schreiben. Es wird aber immer je vier y geben, deren Argument denselben absoluten Wert hat, nämlich

(1)	(2)	(3)	(4)
y_k	y_{2n-k}	y_{2n+k}	y_{4n-k},

welche folgenden Argumenten entsprechen

$$kz \qquad 180^0 - kz \qquad 180^0 + kz \qquad 360^0 - kz.$$

Für diese 4 Ordinaten wird $\nu p z$ folgende Werte annehmen:

1) Pipping (128a) hat solche bei Lahr (165) nachgewiesen.

$$(1) \qquad k \cdot \frac{p \cdot 90^0}{n} = k\,p\,z$$

$$(2) \quad (2n - k)\frac{p \cdot 90^0}{n} = p \cdot 180^0 - k\,p\,z$$

$$(3) \quad (2n + k)\frac{p \cdot 90^0}{n} = p \cdot 180^0 + k\,p\,z$$

$$(4) \quad (4n - k)\frac{p \cdot 90^0}{n} = p \cdot 360^0 - k\,p\,z.$$

Daher gelten, je nachdem p ungerade oder gerade ist, für die Vorzeichen und Argumente der Glieder der Summen (60), die unsere 4 Ordinaten enthalten, folgende Beziehungen:

a) für p ungerade:

y_k	y_{2n-k}	y_{2n+k}	y_{4n-k}
$+\sin kpz$	$+\sin kpz$	$-\sin kpz$	$-\sin kpz$
$+\cos kpz$	$-\cos kpz$	$-\cos kpz$	$+\cos kpz$

b) für p gerade:

y_k	y_{2n-k}	y_{2n+k}	y_{4n-k}
$+\sin kpz$	$-\sin kpz$	$+\sin kpz$	$-\sin kpz$
$+\cos kpz$	$+\cos kpz$	$+\cos kpz$	$+\cos kpz.$

Diese Ausdrücke gelten für alle Werte von k, außer für $k = 0$, n, $2n$ und $3n$: dann sind es nur je 2 Ordinaten, die mit demselben trigonometrischen Faktor multipliziert werden, nämlich y_0, y_{2n} und y_n, y_{3n}.

Jede dieser Ordinatengruppen muß mit verschiedenen Sinus- und Kosinuswerten multipliziert werden. Da aber

$$\cos k = \sin\left(\frac{\pi}{2} - k\right),$$

so hat man (abgesehen vom Vorzeichen), nur $n + 1$ trigonometrische Faktoren, die ich in meinen Schablonen (außer 0 und 1) der Kürze halber mit griechischen Buchstaben bezeichne, z. B. für 48 Ordinaten von α bis λ, wobei $\alpha = \sin 7^0 30' = \cos 82^0 30'$. Man stelle daher die $4n$ Ordinaten so auf, daß die anzuwendenden Argumente gleich hervortreten. Am einfachsten ist die folgende Anordnung

Grad	Wert des sin	Wert des cos	K	I	Vorz. des sin	Vorz. des cos	II	Vorz. des sin	Vorz. des cos	III	Vorz. des sin	Vorz. des cos	IV	Vorz. des sin	Vorz. des cos
$0 \cdot z = 0^0$	0	1	Reihe 0	y_0		+				y_{2n}		—			
z	.	.	1	y_1	+	+	y_{2n-1}	+	—	y_{2n+1}	—	—	y_{4n-1}	—	+
2 z	.	.	2	y_2	+	+	y_{2n-2}	+	—	y_{2n+2}	—	—	y_{4n-2}	—	+
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
(n—2) z			n—2	y_{n-2}	+	+	y_{n+2}	+	—	y_{3n-2}	—	—	y_{3n+2}	—	—
(n—1) z			n—1	y_{n-1}	+	+	y_{n+1}	+	—	y_{3n-1}	—	—	y_{3n+1}	—	—
$n z = 90^0$	1	0	n	y_n	+					y_{3n}	—				

Links von der Kolumne K werden also die jedem Ordinatenindex entsprechenden absoluten Werte für Sinus und Kosinus aufgeschrieben und rechts von jeder Ordinatenkolumne die jedem Ordinatenindex entsprechenden Vorzeichen des Sinus und des Kosinus. — Von den 4 Kolumnen haben I und III $n+1$ Reihen, II und IV nur $n-1$; die Reihen 0 und n enthalten je 2, alle anderen je 4 Ordinaten.

Diese Tabelle kann nun zur Aufstellung der Ausdrücke für die Koeffizienten A_p, B_p dienen. Die Ordinatengruppen und -vorzeichen, die als Glieder in den Ausdrücken für die bzw. A_p, B_p vorkommen, ergeben sich aus der folgenden Tabelle:

Gruppe	I y_k	II y_{2n-k}	III y_{2n+k}	IV y_{4n-k}
D	+	+	—	—
E	+	—	—	+
F	+	—	+	—
G	+	+	+	+

Nach obiger Darstellung gelten die Gruppen D und F für die Sinuskoeffizienten (B_p), und zwar D, wenn der Index p ungerade ist, F, wenn p gerade ist. Die Gruppen E und G erscheinen in den Kosinuskoeffizienten (A_p), E, wenn p ungerade ist, G, wenn p gerade ist.

Die Ausdrücke (60) gehen also in die folgenden über:

für p ungerade:

$$A_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{n} E_\nu \cos \nu p z; \qquad B_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{n} D_\nu \sin \nu p z;$$

für p gerade:

$$(61) \qquad A_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{n} G_\nu \cos \nu p z; \qquad B_p = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{n} F_\nu \sin \nu p z;$$

und weiter:

$$A_0 = \frac{1}{4n}\sum_{\nu=0}^{n} G_\nu; \qquad A_{2n} = \frac{1}{4n}\sum_{\nu=0}^{n} (-1)^\nu G_\nu .$$

Die neuen Summen haben nur n Glieder statt $4n$.[1])

Die Bestimmung des jeweiligen Argumentes $\nu p z$ wird durch die oben beschriebene Ordinatenaufstellung sehr erleichtert. Das Argument ist nämlich hinsichtlich des Wertes und des Vorzeichens immer dasjenige, welches nach dieser Tabelle dem Ordinatenindex $y_{\nu p}$ entsprechen würde. Ist $\nu p < x$, so wird man das Argument gleich ablesen; ist $\nu p > x$, so zieht man von

1) Für eine ähnliche Deduktion vgl. auch Runge (185) S. 150—152.

νp so vielmal x ab, daß der Rest $< x$ wird, und erhält einen auf der Tabelle befindlichen Index.[1])

Dank der symmetrischen Anordnung der Reihen braucht man nur die Hälfte der Formeln auf diese langsamere Weise niederzuschreiben, denn die A_{2n-p}, B_{2n-p} lassen sich aus A_p, B_p einfach ableiten. Setzen wir

$$u = \frac{p \cdot 90^0}{n} = p\,z, \text{ und } u' = (2n - p) \cdot \frac{90^0}{n},$$

so ist

$$u' = 180^0 - u = 180^0 - p\,z,$$

und wir können in den Ausdrücken für A_{2n-p}, B_{2n-p} die Argumente $\sin \nu\,(2n - p)\,z$ und $\cos \nu\,(2n - p)\,z$ durch ihre neuen Werte

$$\sin \nu\,(180^0 - p\,z), \text{ bzw. } \cos \nu\,(180^0 - p\,z)$$

ersetzen. Nun ist aber $\sin \nu\,(180^0 - p\,z)$,

$$\begin{aligned} &\text{für } \nu \text{ ungerade} = + \sin \nu\,p\,z, \\ &\text{für } \nu \text{ gerade} \quad\; = - \sin \nu\,p\,z, \end{aligned}$$

und umgekehrt $\cos \nu\,(180^0 - p\,z)$

$$\begin{aligned} &\text{für } \nu \text{ ungerade} = - \cos \nu\,p\,z, \\ &\text{für } \nu \text{ gerade} \quad\; = + \cos \nu\,p\,z \text{ (ebenso für } \nu = 0). \end{aligned}$$

Also erhält man aus A_p, B_p sogleich A_{2n-p}, B_{2n-p} nach folgender Regel:

1. in den Kosinuskoeffizienten (A_p) ändert man das Vorzeichen der Glieder von ungeradem Index;[2])

2. in den Sinuskoeffizienten (B_p) ändert man umgekehrt das Vorzeichen der Glieder von geradem Index.

Demnach lassen sich die Ausdrücke für A_p, A_{2n-p}, bzw. B_p, B_{2n-p} auf die Form

$$\begin{aligned} A_p \quad\; &= a + b \\ A_{2n-p} &= a - b \end{aligned}$$

zurückführen, eine wesentliche Erleichterung.

Die Ausdrücke für die A_p, B_p haben $n + 1$ Glieder. Wie man aber gleich merken wird, hat man

1. $D_0 \sin 0 \cdot p\,z \equiv 0$, da $\sin 0 \cdot p\,z = \sin 0^0 = 0$;
2. $E_n \cos n\,p\,z \equiv 0$, da $\cos n \cdot p\,z = \cos m \cdot 90^0 = 0$, weil m ungerade ist;
3. $F_0 \sin 0 \cdot p\,z = F_n \sin n\,p\,z \equiv 0$. Sie werden also gestrichen.

Die Glieder $G_0 \cos 0\,p\,z$ und $G_n \cos n\,p\,z$ sind allerdings nicht immer gleich Null; man kann aber das eine eliminieren. Für die trigonometrischen Reihen gilt nämlich, wenn p gerade ist,

---

1) Es empfiehlt sich, bei der Aufstellung der Formeln für A_p, B_p erst die Glieder D , E_ν usw. nacheinander zu schreiben, indem für die jeweiligen Argumente ein leerer Platz gelassen wird, und über jedem Glied den numerischen Wert von νp (bzw. $\nu p - x$) mit Bleistift einzutragen; mancher Irrtum wird dadurch vermieden.

2) Die Beziehung gilt noch für $p = 0$; denn man kann durch die Anwendung obiger Regel A_{2n} aus A_0 gewinnen.

$$\text{(62)}\quad \cos 0\cdot pz + 2\cos 1\cdot pz + 2\cos 2\cdot pz + \ldots + 2\cos(n-1)pz + \cos npz = 0.$$

Da aber

$$\text{(63)}\quad 2nA_p = G_0 \cos 0\cdot pz + G_1 \cos 1\cdot pz + G_2 \cos 2\cdot pz + \ldots + G_{(n-1)} \cos(n-1)pz + G_n \cos npz,$$

so braucht man nur, um z. B. G_0 zu eliminieren, (62) mit G_0 zu multiplizieren und das Resultat von (63) abzuziehen; es kommt

$$\text{(64)}\quad 2nA_p = G'_1 \cos 1\cdot pz + G'_2 \cos 2pz + \ldots + G'_{(n-1)} \cos(n-1)pz + G'_n \cos npz,$$

wo G'_m $(m = 1, 2, \ldots n-1)$ die Differenz

$$G'_m = G_m - 2G_0$$

und

$$G'_n = G_n - G_0$$

darstellen.[1])

Man schreitet dann zur Vereinfachung der Gleichungen, hebt die gemeinsamen Produktfaktoren hervor usw. In dieser Hinsicht stellen sich die Formeln besonders günstig, wenn n ein Vielfaches von 3 (z. B. 36 Ordinaten, $n=9$) und noch mehr, wenn n zugleich ein Vielfaches von 3 und 2 ist, also für 24 Ordinaten ($n=6$), 48 ($n=12$), 72 ($n=18$), 96 ($n=24$). Weniger vorteilhaft ist die von Hermann gewählte Zahl 40, weil $n=10$ dann kein Vielfaches von 3 ist.

Die Aufstellung und Anordnung der Formeln wird durch eine weitgehende Symmetrie unterstützt, wodurch etwaige Fehler, besonders Vorzeichenfehler sich gleich verraten. Ich gebe hier die Hauptkriterien an, die für die Kontrolle zur Verfügung stehen:

1. wie oben bewiesen, lassen sich alle Formeln für die Indizes p und $2n-p$ auf die Form $a \pm b$ reduzieren, wobei das eine Glied nur die ungeraden, das andere nur die geraden Termen enthält, und zwar besteht

in den Ausdrücken für A a aus den Gliedern von ungeradem Index
b aus den Gliedern von geradem Index,

in den Ausdrücken für B umgekehrt;

2. wenn man die Formeln für x Ordinaten von $p=1$ bis $p=n$ aufgestellt hat, so enthalten diese auch die Formeln für $\frac{x}{2}$ Ordinaten, falls x ein Vielfaches von 8 ist; denn die Ordinaten gerader Ordnungszahl sind diejenigen, die bei der Rechnung mit $\frac{x}{2}$ Ordinaten zur Anwendung kämen, während die Ordinaten ungerader Ordnungszahl wegfielen. Die Ausdrücke für die A_p, B_p in der Rechnung mit $\frac{x}{2}$ Ordinaten lassen sich aber auch auf die Form $a \pm b$ zurückführen. Daher kann man folgende praktische Regel aufstellen:

1) In den im Anhang mitgeteilten Formeln, sowie in meinen Schablonen habe ich umgekehrt aus praktischen Rücksichten das Symbol G'_m für die ursprüngliche Form dieser Gruppen, und G_m für die in (64) erscheinenden Gruppen gewählt.

bei der Rechnung mit $x = 8n$ Ordinaten lassen sich in allen Formeln für die Koeffizienten die Glieder von **geradem** Index nach der Form $a \pm b$ anordnen, und zwar so, daß

a) die Formeln für p und $\frac{x}{4} - p$ korrespondieren; z. B. lassen sich bei der Rechnung mit 72 Ordinaten die **geraden** Glieder der Ausdrücke für die Koeffizienten, deren Indizes 1 und 17, 4 und 14 usw. sind, nach dem Schema $a \pm b$ darstellen;

b) diejenigen Glieder, deren Ordnungszahl ein **ungerades** Vielfaches von 2 ist (2, 6 usw.), bilden zusammen die eine Gruppe und die anderen, deren Ordnungszahl 0 oder ein **gerades** Vielfaches von 2 ist (4, 8, ...), die andere Gruppe;

c) in den Ausdrücken für B_p bilden diese ungeraden Vielfachen das Glied a, in den Ausdrücken für A_p umgekehrt das Glied b. Stimmt also irgend ein Zeichen nicht mit dem (nach dieser Regel) zu erwartenden überein, so zeigt die Nachprüfung, daß es fehlerhaft war. Außerdem bekommt man die Gleichungen für $\frac{x}{2}$ Ordinaten fertig.

3. Die Glieder **ungerader Ordnungszahl** reihen sich nicht nach demselben Prinzip. Wenn n jedoch ein Vielfaches von 3 ist, so entstehen auch dann symmetrische Gruppierungen:

a) diejenigen Glieder, deren Index ein Vielfaches von 3 ist (3, 9 usw.), gruppieren sich nach der Form $\pm a$, und zwar in den Ausdrücken für die Koeffizienten p, $\frac{x}{6} - p$ und $\frac{x}{6} + p$; z. B. für 96 Ordinaten, wo $\frac{x}{6} = 16$, sind es die Indizes 1, 15 und 17.

b) die anderen Glieder (Index = 1, 5, 7 usw.) reihen sich auch in Gruppen zusammen, die bezüglich des Vorzeichens auch eine symmetrische Anordnung zeigen.

4. In allen Formeln für die Koeffizienten von **geradem Index**, und, wenn n ein Vielfaches von 3 ist, in den Formeln für die Koeffizienten, deren **ungerader Index ein Vielfaches** von 3 ist ($p = 3$, 9 usw.), wiederholen sich die trigonometrischen Faktoren in einer bestimmten Reihenfolge mit regelmäßigem Vorzeichenwechsel; ist die Reihe gestört, so liegt irgendwo ein Fehler vor.

5. Betrachtet man alle Glieder von **gleichem Index** durch alle Gleichungen, so tritt auch eine Symmetrie in den vorkommenden trigonometrischen Faktoren zutage.

Unter Beobachtung dieser Kontrollregeln erfolgt die Gruppierung der Gleichungen, die sonst, mit Rücksicht auf die oft komplizierten Vorzeichenkombinationen, mühsam wäre, sehr leicht und sicher. Proben wird man im Anhang finden.

Ist man so weit gekommen, so können die Schablonen entworfen werden. **Hermann** hat für jeden Teilton eine besondere Tabelle konstruiert. Aus den unten entwickelten Gründen scheint mir jedoch die folgende Anordnung den Vorzug zu verdienen. Meine Schablonen umfassen folgende Tabellen:[1]

1) Die Anordnung **Hensens** und **Pippings** ist wesentlich dieselbe.



1. Ordinatentabelle, wo die ausgemessenen Werte für jede Ordinate einzuschreiben sind und die Gruppierung zu je 2 Ordinaten (also Kol. I und II, III und IV S. 193) erfolgt.

2. Ordinatengruppen, wo die Bildung der Gruppen D, E, F, G' bzw. G geschieht (zugleich berechnet man aus den Gruppen G' die Termen A_0, A_{2n}, indem man die Glieder von geradem Index für sich addiert, ebenso die Glieder von ungeradem Index. Die Summe der beiden Zahlen ergibt $4n A_0$, die Differenz $4n A_{2n}$).

3. Faktorentabelle, wo diejenigen Glieder summiert werden, die gleichen trigonometrischen Faktor haben oder ohne vorhergehende Multiplikation direkt zu summieren sind.

4. Produktentabelle, für die Multiplikation durch die trigonometrischen Werte. Dafür bediene ich mich fertiger Tabellen, die im Anhang mitgeteilt werden.

5. Eine Tabelle für die allmähliche Summierung der Glieder zu Formeln bis zu den Termen der Relation $a \pm b$.

6. Eine Tabelle der Schlußformeln für die Berechnung aller $2n A_p$, $2n B_p$ (Ausführung der Operationen $a \pm b$).

7. Eine Tabelle für die Berechnung der Konstanten, Amplitudenquadrate und Phasen. Es werden dort A_p und B_p berechnet (wozu wiederum, nach dem Vorgange Pippings, fertige Tabellen der Quotienten der Zahlen durch $2n$ zur Anwendung kommen können). Für die Phasen werden die Logarithmen von A, B gebraucht; für die Berechnung von A_p^2, B_p^2, sowie in der Tabelle 8 für die Berechnung von C_p bediene ich mich einer Quadratentabelle.

8. Eine Tabelle für die Amplituden und Intensitäten. Es werden die absoluten Intensitäten für die einzelnen Teiltöne direkt berechnet (dazu können auch fertige Tabellen dienen), die absoluten Amplituden aus C_p^2 erhalten und die relativen Amplituden und Intensitäten im Prozent der Amplituden- bzw. Intensitätensumme berechnet.

9. Eine kleine Tabelle zur Fehlerbestimmung bei abgebrochener Rechnung. Dazu ist die Formel (38) S. 173 am bequemsten. Allerdings setzt sie die Berechnung aller Konstanten voraus. Da man aber meistens die n ersten Teiltöne und also die Ausdrücke $a + b$ berechnen wird, erhält man mühelos $a - b$.[1]) Jedenfalls ist die dazu nötige Arbeit rascher erledigt als die Berechnung von (36).

Solche Schablonen lassen sich leicht für die Rechnung mit $\frac{x}{2}$ Ordinaten anwenden. In der ersten Tabelle sind nur die Ordinaten gerader Ordnungszahl einzuschreiben; in den anderen Tabellen lasse ich alle diejenigen Operationen fett drucken, die für 24 Ordinaten nötig sind, weshalb ein Fehler ausgeschlossen ist. Die Tabelle 6 ist dann unnötig, da die Werte $a \pm b$ sich nach dem oben Gesagten bereits in der Tabelle 5 finden müssen.

---

1) Es ist übrigens immer zweckmäßig, den Ausdruck $(a - b)$, m. a. W. alle Koeffizienten A_{2n-p}, B_{2n-p} zu bestimmen; denn sie gewähren eine gewisse Kontrolle über die Rechnungen. Vorausgesetzt, daß $4n$ so groß gewählt ist, daß man mit $p = n$ sicher über die letzte signifikative Konstante gelangt ist, so müssen alle A_{2n-p}, B_{2n-p} nicht signifikativ sein; und wenn der erhaltene Wert zu groß ist, wird man gleich einen Rechnungsfehler vermuten dürfen.



Die Anwendung einer Rechenmaschine macht die Rechnung weniger ermüdend und sicherer, vielleicht aber nicht viel rascher, da die meisten Operationen aus 2gliedrigen Additionen und Subtraktionen bestehen: am vorteilhaftesten ist sie für die direkte Berechnung der relativen Amplituden und Intensitäten, wobei man z. B. die einzelnen Amplituden C_p durch die Größe $\frac{100}{\Sigma C_p}$ multipliziert.

Hermanns Schablonen. — Die Rechnungsschablonen von Hermann (131,b) sind für jeden Teilton konstruiert. Als gemeinsamer Grund dient eine tabellarische Aufstellung der Ordinaten und trigonometrischen Werte, wo letztere horizontal, erstere vertikal laufen, nach folgendem Schema [Kosinuswerte]:

0°	9°	18°	27°	36°	45°	54°	63°	72°	81°	90°
1	0,99	0,95	0,89	0,81	0,71	0,59	0,45	0,31	0,16	0
y_0	$0{,}99y_0$	$0{,}95y_0$	$0{,}89y_0$	$0{,}81y_0$	$0{,}71y_0$	$0{,}59y_0$	$0{,}45y_0$	$0{,}31y_0$	$0{,}16y_0$	0
y_1	$0{,}99y_1$	$0{,}95y_1$	usw.							
|										
y_{39}	$0{,}99y_{39}$	$0{,}95y_{39}$	usw.							

Hermann bemerkt, daß man dann, um die Glieder der A- bzw. B-Formeln (Ordinaten nebst trigonometrischem Faktor und Vorzeichen) zu bestimmen, so zu verfahren hat:

für jedes A_p beginnt man links (rechts für die B_p) bei y_0 und überspringt diagonal (über y_1, y_2 usw.) in jeder der folgenden Reihen $p-1$ Stellen, bis man zum entgegengesetzten Rande der Tabelle gekommen ist, wo man diagonal zurückgeht usw. Jedesmal wo man zum entgegengesetzten Rande kommt (also rechts für die Kosinus-, links für die Sinusformeln), ändert man das Vorzeichen, behält es dagegen bei der Umkehrung am ursprünglichen Rande. Man hat also:

für A_3 (cos): y_0, $0{,}89y_1$ $0{,}59y_2$ usw.
für B_3 (sin): y_0, $0{,}45y_1$ $0{,}81y_2$ usw.

Die Aufstellung von Schablonen für jeden Teilton ist dann leicht. — Man schreibt die Ordinaten- und Produktentabelle auf quadriertem Papier, so daß jeder Wert ein Quadrat ausfüllt. — Für jeden Teilton nimmt man ähnliches Papier, bezeichnet die den vorkommenden Werten entsprechenden Quadrate und schneidet dieselben heraus. Die auf die Tabelle gelegte Schablone läßt nur die anzuwendenden Produkte zum Vorschein kommen. Da diese Produkte für die A- und B-Ausdrücke dieselben sind, kann man die Vorderseite der Schablone für die A-Gleichungen, die Rückseite für die B-Gleichungen anwenden. Man schreibt am oberen Rande der geschnittenen Fensterchen das betreffende Vorzeichen. — Aus praktischen Gründen werden für A_1, B_1 und A_{20} keine Schablonen angefertigt. Proben (stark vermindert, die zur Verfügung gestellten Originalschablonen sind 37 ⨯ 11 cm) s. Fig. 104. Eine Produktentabelle folgt mit dem Schablonensatz.

Diese Anordnung ist von vielen Forschern verwendet worden und dürfte die verbreitetste sein. Sie ist zweifellos sehr einfach; auch ist sie für den Fall, daß man eine bestimmte Konstante berechnen will, besonders zweckmäßig. Immerhin scheint mir die oben dargestellte Methode den Vorzug zu verdienen:

1. Mit Rücksicht auf die symmetrische Anordnung der Koeffizienten vom Index p und $2n-p$[1]) wäre jedenfalls die Schablonenanordnung dahin zu vervollständigen, daß die den verschiedenen Argumenten entsprechenden algebraischen Summen irgend ein Symbol erhielten; die Schablonen für die zwischen n und $2n$ liegenden Indizes würden dann auf die allereinfachste Form $(a-b)$ reduziert werden.

2. Nach den Schablonen Hermanns wären 360 Produkte (außer den Werten y_ν und 0) einzuschreiben und verschiedentlich zu summieren. Die

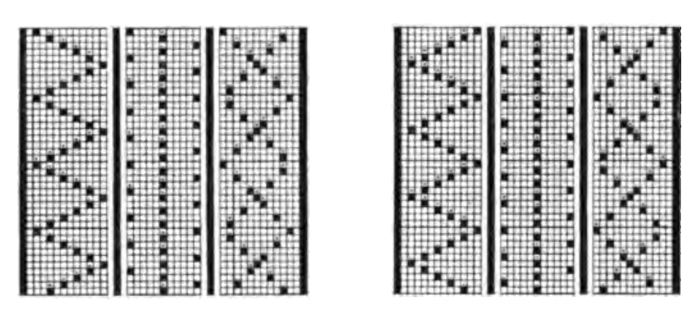


Fig. 104a. Fig. 104b.
Schablonen nach Hermann
für a_1, a_5, a_{11}. für b_1, b_5, b_{11}.
Nach gütigst mitgeteilten Originalen.

Gruppierung der Ordinaten zu je 4 oder mehr, wie sie in der Vernerschen Anordnung vor den Multiplikationen erfolgt, würde allerdings an sich keine oder keine nennenswerte Erleichterung bedeuten; sie ist übrigens in der Hermannschen Anordnung möglich, da jeder geübte Rechner alle Ordinaten, die in einer vertikalen Kolumne vorkommen, erst summieren wird, bevor er die Produktentafel aufschlägt.[2]) — Es kommen aber manchmal Systeme von 4 oder mehr Ordinaten, mit demselben oder einem anderen Argument bzw. Vorzeichen, in mehreren Konstanten vor; und es ist jedenfalls eine bessere Ökonomie der Arbeit, wenn diese Summen oder Produkte nur einmal ausgeführt werden, was mit den Schablonen Hermanns nur schwer realisierbar wäre. — Mit der von Hermann gewählten Ordinatenanzahl tritt allerdings dieser Umstand nicht so zutage, da 40 kein Viel-

1) Die in der Aufstellung der Hermannschen Schablonen besonders schön zum Vorschein kommt.

2) Zwaardemaker nimmt als Grundlage der Rechnungen nicht die Ordinatentafel y_0; $0{,}99y_0$ usw., wie sie oben angedeutet ist, sondern den numerischen Wert dieser Produkte in jedem Falle, indem er nach den Messungen zuerst die 444 (40×11) Werte y_k; $0{,}99y_k$; . . . .; 0 bestimmt und in das quadrierte Papierblatt einschreibt, wonach die übrigen Operationen (rein mechanisches algebraisches Summieren dieser Werte) einem Gehilfen überlassen werden. Die Möglichkeit der obigen Vereinfachung wird aber dadurch erschwert.

faches von 3 ist; man beachte aber in den Formeln für 48 Ordinaten (s. Anhang) das Vorkommen in den Formeln für A_2, A_{10}, A_{14}, A_{22} des Ausdruckes $[\pm \vartheta (G_2 - G_{10})]$ usw.

3. Für jede Ordinatenzahl, die ein Vielfaches von 8 ist (also auch 40), ist, wie oben gezeigt, die Reihe der von Glieder geradem Index auch nach dem Schema $a \pm b$ zu gruppieren, wodurch man manche Operationen erspart; die Schablonen Hermanns beachten das nicht und wären, so viel ich sehen kann, nicht ohne große Änderungen dahin zu modifizieren. Es werden z. B. sogar für eine Analyse, die mit dem Index 10 abbricht, die Operationen (vgl. im Anhang, Formeln für 40 Ordinaten): $(G_4 \beta - G_8 \zeta) \pm \{G_2 \zeta - (G_6 \beta + G_{10})\}$ zweimal (für eine vollständige Analyse sogar viermal) vom Grunde aus ausgeführt, während man das zweitemal mit einer Subtraktion eigentlich auskommen kann und soll.

In diesen 3 Punkten gewährt also diese Anordnung nicht die größtmögliche Zeitersparnis. Durch die Berücksichtigung dieser Erleichterungen, worauf die Vernersche Anordnung beruht, gewinnt die Reihenfolge der Operationen an Einfachheit; und man hat schließlich nur 84 Produkte aufzusuchen (52 für die Koeffizienten von ungeradem Index und 32 für die Koeffizienten von geradem Index).

Je mehr Ordinaten gemessen werden, desto bedeutender wird diese Zeitersparnis. Für 72 Ordinaten, wofür Rousselot (7) S. 1192 und Scripture (166, Anhang) Produktentabellen mitteilen, bekommt man statt 1224 Produkte nur 198.

Man könnte übrigens unter Beibehaltung des Prinzipes der Hermannschen Schablonen auf andere Weise Vereinfachungen einführen. Runge (185) S. 158 bemerkt nämlich, daß, wenn der Index p mit x einen gemeinsamen Teiler hat, so daß

$$p = m p', \quad x = m x' = 4 m n',$$

die Relationen

$$\nu p z = \nu p' z' = 2 \pi p' + p (\nu - x') z \quad \left(z = \frac{360^0}{x}; \; z' = \frac{360^0}{x'}\right)$$

gelten, woraus man die folgenden ableitet:

$$\sin (\nu - x') p z = \sin \nu p z; \quad \cos \nu p z = \cos (\nu - x') p z.$$

Es lassen sich dann in den Ausdrücken

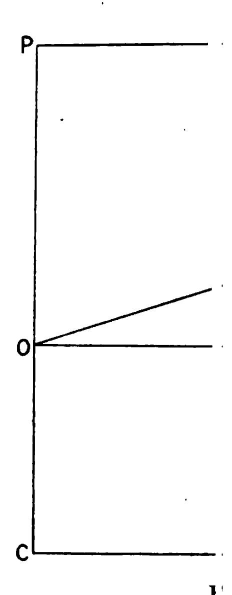
$$\sum_{\nu=0}^{x-1} y_\nu \sin \nu p z, \quad \sum_{\nu=0}^{x-1} y_\nu \cos \nu p z$$

alle diejenigen Glieder zusammenfassen, deren Index ν um ein Vielfaches von x' voneinander verschieden sind. Man kann daher die Ordinaten in m vertikalen Reihen zu je x' $(= 4 n')$ horizontalen Gliedern schreiben

$$\begin{array}{llll} 1 & y_1 & y_2 \cdots\cdots & y_{x'} \\ 2 & y_{x'+1} & y_{x'+2} \cdots\cdots & y_{2x'} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m & y_{x-x'+1} & y_{x-x'+2} & y_x \end{array}$$

und die Ordinaten reihenweise addi
Sie dienen als Glieder in den Au
als hätte man mit nur x' Ordinat
B_p für $p = p'_m$, $2p'_m$ usw. — In
diese Vereinfachungen zur Anwer

Roudets Verfahren. — L.
fahren zur Bestimmung der Wert
In der Mitte der Langseite ein
parallel mit den Kurzseiten eine A
Die Ordinatenachse wird von ein
tangels A B gebildet. Oberhalb v



I

Diagramm zur Bestimmung der Koeffi

halb die negativen. Von O als Ab
Vertikallinien $\left(n = \frac{x}{4}\right)$ gezogen, der
die Relation

$$\frac{OO_k}{OO'} = \sin \frac{k \cdot 90}{n}$$

bestimmt wird. Weiter wird in O
festigt, dessen freies Ende längs A
werden mit derselben Einheit gradu
keit gewählt wird. Außerdem wird
angeordnet, der auch längs A B be

Zur Bestimmung eines A_p, I

Gleichung und die Tabelle der gemessenen Ordinaten vor sich zu haben. Es sei z. B. $A_p = y_0 + y_1 \cos pz + \ldots\ldots$

Der Wert y_0 wird abgelesen und der Index M von O′ aus AB entlang um die entsprechende positive oder negative Quantität verschoben. Um $y_1 \cos pz$ zu bestimmen, fährt man mit dem freien Ende des gespannten Drahts von O′ nach B, bis man die der Größe y_1 entsprechende Stelle gefunden hat. Diejenige Stelle, wo der Draht das respektive O_k durchschneidet, gibt natürlich den gewünschten Wert $y_1 \cos pz$ (bzw. $y_1 \sin p \cdot z$). Man verschiebt den Index M um die entsprechende Zahl positiv oder negativ, bestimmt dann $y_2 \cos 2pz$ usw. Wenn $y_{n-1} \cos (n-1)pz$ bestimmt worden ist, ergibt die letzte Verschiebung von M den endgültigen numerischen Wert von Ap.

Wie Roudet bemerkt, könnte die Aufstellung kreisförmig geschehen. — Zur leichteren Orientierung gebraucht er Millimeterpapier.

Die Methode ist durch ihre Einfachheit sehr bestechend, dürfte aber in der Praxis manchmal auf Schwierigkeiten stoßen. Sie setzt nämlich voraus:

1. daß die Graduierung von AB, bzw. der O_k völlig gleichmäßig ist. Das Millimeterpapier erfüllt immerhin diese Bedingung nicht, und man muß jedenfalls diese Linien speziell messen. (Es ist dann besser, das Schema auf gewöhnliches Zeichenpapier zu zeichnen.)

2. daß die Abstände zwischen 2 Einheiten der kleinsten Ordnung so groß sind, daß beim Spannen des Drahts kein Lesungsfehler möglich ist. Die Skalengröße wird man so wählen müssen, daß für $y_k = 1$ der Wert $\sin \frac{360^0}{4n}$ wenigstens 1 mm, und praktisch eher ca. 2 mm genommen wird. Nun ist aber für 48 Ordinaten $\sin \frac{360^0}{48} = 0{,}13$. Die Einheit $y_k = 1$ wird daher am Rande AB 10, bzw. 20 mm groß. Sind aber einmal die Ordinaten so groß (oder so fein gemessen), daß sie sich mit dreiziffrigen Zahlen ausdrücken lassen[1]), so setzt das bereits für $y_k = 100$ eine 1 m bzw. 2 m lange Linie O′B voraus. (Eigentlich kann man die untere Hälfte entbehren. Denn die Skala für den Laufindex M kann sehr klein genommen werden und neben O′A stehen, getrennt von der übrigen Figur.) Dadurch verliert aber die Tafel an Verwendbarkeit.

Ebenso muß die Abszisse OO′ bei wachsender Ordinatenzahl große Dimensionen annehmen. Die O_k rücken nämlich immer näher aneinander nach O′B (90⁰) zu und können zu Lesungsfehlern Anlaß geben, wenn sie einander zu nahe stehen. Für 48 Ordinaten sind z. B. $\sin \frac{10}{12} \cdot 90^0 = 0{,}966$ und $\sin \frac{11}{12} \cdot 90^0 = 0{,}991$, $\sin 90^0 = 1 = OO'$. Es ist also OO′ das Hundertfache vom Abstand $\sin 90^0 - \sin \frac{11}{12} \cdot 90^0$. Wird letzterer Abstand auf ca. 1 cm genommen, was mit Rücksicht auf die Länge von O′B nicht übertrieben

1) Ich bekomme leicht mit dem Wiener Phonogramm-Archiv Ordinatenlängen von 1 cm und mehr, die auf das $\frac{1}{10}$ mm scharf und auf das $\frac{1}{100}$ mm schätzungsweise gut zu messen sind.

groß ist, dann ist O O' = 1 m; die ganze Tafel wird zu einem Rektangel von 1×2 m vergrößert und die Handhabung erschwert.

Mir scheint also, daß dieses Verfahren hauptsächlich auf die Rechnung mit wenig Ordinaten beschränkt werden soll, für $x = 12$ bis etwa $x = 24$ (wo z. B. $\sin \frac{90^0}{n} = 0{,}259$, $\sin \frac{4}{6} \cdot 90^0 = 0{,}866$ und $\sin \frac{5}{6} \cdot 90^0 = 0{,}966$) und auf die Fälle, wo die Zahlenwerte der Ordinaten nicht groß sind. Dann kann es bequem und schnell zum Ziele führen. — Es läßt sich übrigens vereinfachen, wenn man die Ordinaten nach dem Vernerschen Schema gruppiert. Man würde etwa so verfahren. Die Ordinatenwerte werden in eine Tabelle eingeschrieben, welche daneben Platz für das Einschreiben der D_k, E_k, F_k und G_k aufweist. Die Summierungen lassen sich mit dem Laufindex M am Rande A B vornehmen, und die betreffenden Werte in die Tabelle einschreiben. Für die Berechnung der A_p, B_p gebraucht man dann die gruppierten Formeln und verfährt sonst wie oben. Dadurch wird die Hin- und Herbewegung des Drahtes erspart; für 24 Ordinaten kann man diese auf 21 reduzieren; die übrige Arbeit wird nur mit dem Schieber ausgeführt.[1])

Das abgekürzte Rechnungsverfahren K. Verners.

Die zur Analyse von Klangkurven nötigen Rechnungen, sogar mit der Erleichterung, welche Schablonen bringen, sind umständlich und zeitraubend. Die Anzahl der gemessenen Ordinaten soll notwendig wenigstens so groß genommen werden, daß die Kurve zwischen je 2 Ordinaten keine Singularität aufweist. — Nun muß diese kleinste Anzahl von Ordinaten für verschiedene Kurven verschieden sein. Die *u*-Kurven erfordern im allgemeinen nicht über 24 oder 36 Ordinaten; zur Analyse der *a*- und *o*-Kurven muß man bereits wenigstens 40 Ordinaten messen, und die *i*- und *ü*-Kurven mit ihren zahlreichen, der Grundperiode aufgesetzten kleineren Kräuselungen lassen sich mitunter nicht einmal mit 48 Ordinaten gut messen, sondern würden eine größere Anzahl von Ordinaten erfordern. Dadurch schwellen aber die Rechnungen ungemein an.

Eine andere Erwägung würde auch die Ausmessung einer großen Anzahl von Ordinaten wünschenswert machen. Je größer die Anzahl der y_ν in den Summen

$$\sum_{\nu=0}^{x-1} y_\nu \sin \nu p z, \qquad \sum_{\nu=0}^{x-1} y_\nu \cos \nu p z,$$

ist, desto näher kommt man dem Wert, welchen die Integrale

1) Unter solchen Umständen ist aber der einzige Unterschied zwischen diesem Verfahren und dem von mir entwickelten der, daß man einerseits die trigonometrischen Produkte geometrisch auf dem Papier, statt arithmetisch in einer Tafel abliest und daß die Summierungen mit dem Laufindex, also einer Art Rechenstab, statt auf die gewöhnliche Art ausgeführt werden. Die arithmetische Ablesung ist aber sicherer und wohl auch rascher. Was endlich das Summieren mit dem Rechenstab betrifft, so hängt dessen praktische Anwendbarkeit von der Länge des Stabes ab, die durch die Größe der in den Rechnungen vorkommenden Zahlen bedingt ist.

$$\int_0^{+2\pi} f(x) \sin (p x) \cdot d x \text{ und } \int_0^{+2\pi} f(x) \cos (p x) \cdot d x$$

liefern würden, und dies unabhängig von der Form der Kurve. Die für die einzelnen Koeffizienten erhaltenen Werte sind tatsächlich etwas verschieden, wenn man eine Kurve auf Grund von x, $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$ usw. gemessenen äquidistanten Ordinaten analysiert. Ich habe eine Kurve mit 144 Ordinaten gemessen und gebe hier nebst den gemessenen Werten der Ordinaten die berechneten Werte der Koeffizienten bis zu A_{23}, B_{23}, wie sie sich aus den sukzessiven Analysen mit 144 Ordinaten, mit 72 (wobei nur y_0, y_2, y_4 .... dienen, mit 48 (y_0, y_3, y_6 ....), mit 36 (y_0, y_4, y_8 ....) und mit 24 (y_0, y_6, y_{12} ....) ergeben.

Die gemessenen Ordinaten[1]) sind

y_k		y_{2n-k}		y_{2n+k}		x_{4n-k}		y_k		y_{2n-k}		y_{2n+k}		y_{4n-k}	
nd ex	Wert	Index	Wert	Index	Wert	Index	Wert	Index	Wert	Index	Wert	Index	Wert	Index	Wert
y_0	0			y_{72}	835			y_{19}	1735	y_{53}	2270	y_{91}	1725	y_{125}	1515
y_1	35	y_{71}	800	y_{73}	870	y_{143}	10	y_{20}	1740	y_{52}	2345	y_{92}	2070	y_{124}	1615
y_2	65	y_{70}	810	y_{74}	845	y_{142}	35	y_{21}	1745	y_{51}	2390	y_{93}	2295	y_{123}	1735
y_3	115	y_{69}	790	y_{75}	835	y_{141}	45	y_{22}	1780	y_{50}	2450	y_{94}	2520	y_{122}	1915
y_4	145	y_{68}	750	y_{76}	825	y_{140}	55	y_{23}	1780	y_{49}	2465	y_{95}	2700	y_{121}	2080
y_5	150	y_{67}	735	y_{77}	790	y_{139}	105	y_{24}	1825	y_{48}	2485	y_{96}	2755	y_{120}	2275
y_6	270	y_{66}	745	y_{78}	760	y_{138}	135	y_{25}	1895	y_{47}	2505	y_{97}	2755	y_{119}	2475
y_7	300	y_{65}	810	y_{79}	780	y_{137}	180	y_{26}	2005	y_{46}	2495	y_{98}	2770	y_{118}	2635
y_8	350	y_{64}	890	y_{80}	800	y_{136}	215	y_{27}	2205	y_{45}	2485	y_{99}	2760	y_{117}	2785
y_9	405	y_{63}	940	y_{81}	790	y_{135}	275	y_{28}	2410	y_{44}	2520	y_{100}	2760	y_{116}	3025
y_{10}	530	y_{62}	1030	y_{82}	820	y_{134}	350	y_{29}	2570	y_{43}	2580	y_{101}	2700	y_{115}	3110
y_{11}	730	y_{61}	1385	y_{83}	890	y_{133}	415	y_{30}	2690	y_{42}	2620	y_{102}	2645	y_{114}	3270
y_{12}	905	y_{60}	1455	y_{84}	940	y_{132}	545	y_{31}	2880	y_{41}	2655	y_{103}	2625	y_{113}	3310
y_{13}	1025	y_{59}	1640	y_{85}	1015	y_{131}	665	y_{32}	2885	y_{40}	2725	y_{104}	2595	y_{112}	3325
y_{14}	1200	y_{58}	1805	y_{86}	1105	y_{130}	760	y_{33}	3045	y_{39}	2825	y_{105}	2565	y_{111}	3285
y_{15}	1385	y_{57}	2080	y_{87}	1190	y_{129}	920	y_{34}	3060	y_{38}	2885	y_{106}	2700	y_{110}	3245
y_{16}	1550	y_{56}	2140	y_{88}	1335	y_{128}	1070	y_{35}	3070	y_{37}	2995	y_{107}	2880	y_{109}	3115
y_{17}	1615	y_{55}	2200	y_{89}	1440	y_{127}	1160	y_{36}	3050					y_{108}	3045
y_{18}	1655	y_{54}	2260	y_{90}	1535	y_{126}	1335								

1) Sie sind nach dem S. 192 angeführten Prinzip auf 4 Kolumnen aufgestellt; um Raum zu ersparen, ist die ganze Reihe in zwei parallele gespalten worden, die man sich eigentlich untereinander gestellt vorzustellen hat. Die letzte Ziffer (0 bzw. 5) ist nicht scharf und wurde nach der Summierung der D_k, E_k, F_k, G_k abgeworfen.

Die Werte der Koeffizienten, wie sie aus der Rechnung mit 144, 72, 48, 36, 24 Ordinaten hervorgehen, sind

	144 O.	72 O.	48 O.	36 O.	24 O.		144 O.	72 O.	48 O.	36 O.	24 O.
A_0	+ 166,61	+ 164,36	+ 166,49	+ 167,38	+ 166,77						
A_1	— 31,79	— 31,54	— 31,50	— 32,03	— 30,59	B_1	— 0,68	— 0,17	— 1,02	— 0,49	+ 0,03
A_2	— 132,95	— 133,16	— 132,83	— 133,10	— 134,04	B_2	— 6,74	— 6,60	— 7,11	— 6,20	— 7,50
A_3	— 3,61	— 3,51	— 3,34	— 3,84	— 3,39	B_3	+ 16,47	+ 16,61	+ 16,65	+ 17,10	+ 17,70
A_4	— 0,56	— 0,62	— 0,37	— 1,39	— 0,92	B_4	+ 4,40	+ 5,00	+ 4,38	+ 4,68	+ 5,27
A_5	+ 4,27	+ 4,02	+ 4,38	+ 3,98	+ 3,01	B_5	+ 2,49	+ 2,20	+ 2,62	+ 2,40	+ 2,41
A_6	+ 2,67	+ 3,19	+ 2,40	+ 2,33	+ 1,92	B_6	— 0,99	— 1,23	— 0,66	— 1,35	— 0,08
A_7	— 14,12	— 13,15	— 13,29	— 13,03	— 12,94	B_7	— 15,77	— 15,39	— 16,07	— 15,48	— 15,32
A_8	+ 6,10	+ 6,20	+ 6,44	+ 6,02	+ 4,67	B_8	+ 5,31	+ 5,36	+ 5,74	+ 5,30	+ 4,56
A_9	+ 8,36	+ 8,13	+ 8,16	+ 8,06	+ 8,39	B_9	+ 2,09	+ 2,03	+ 2,72	+ 2,22	+ 3,38
A_{10}	+ 1,92	+ 1,74	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Diese Werte[1]) ergeben für die „Teiltöne" folgende absolute und relative Amplituden (die Amplituden sind in % des stärksten Komponenten umgerechnet)

	144 Ord.		72 Ord.		48 Ord.		36 Ord.		24 Ord.	
	abs.	%	abs.	%	abs.	%	abs.	%	abs.	%
C_1	31,80	23,81	31,54	23,69	31,52	23,70	32,04	24,04	30.59	22,78
C_2	133,57	100,00	133,16	100,00	133,02	100,00	133.25	100,00	134.25	100,00
C_3	16,86	12,62	17,01	12,78	16,98	12,76	17,53	13,16	18,02	13.42
C_4	4,44	3,32	5,04	3,79	4,40	3,31	4,68	3,51	5,35	3,99
C_5	4.94	3,70	4,58	3,44	5,10	3,83	4,65	3,49	3,86	2.87
C_6	2,85	2,13	3,42	2,57	2,49	1,87	2,71	2,03	2,08	1,55
C_7	21,17	15,85	20,24	15,20	20,85	15,67	20,23	15,18	20,05	14.93
C_8	8,09	6,06	8,20	6,16	8,63	6,49	8,02	6,02	6,53	4,86
C_9	8,62	6,45	8,38	6,29	8,60	6,47	8,36	6,27	9,05	6.74
C_{10}	2,44	1,83	2,64	1,98	3,26	2,45	2,56	1,92	2,66	1,98
C_{11}	6,27	4,69	5,96	4,48	7,05	5,30	5,38	4,04	7.18	5.35
C_{12}	0,09	0,07	0,99	0,75	0,83	0,62	0,75	0,56	0,85	0.63
C_{13}	0,98	0,73	1,01	0,76	1,18	0,89	0,96	0,72		
C_{14}	0,92	0,70	1,14	0,86	1,57	1,18	2.36	1,77		
C_{15}	0,85	0,64	0,87	0,65	0,39	0,33	0,84	0,63		
C_{16}	1.14	0,85	1,03	0,77	2,13	1,60	1,32	0,99		
C_{17}	0,37	0,28	0,38	0,29	0,83	0,62	0,93	0,70		
C_{18}	0,91	0,68	1,09	0,82	0,74	0,56	0,40	0,30		
C_{19}	1,12	0,84	1.18	0,88	1,78	1,34				
C_{20}	1,28	0,96	1,75	1,13	1,56	1,17				
C_{21}	0,50	0,38	0,43	0,33	1,05	0,79				
C_{22}	1,23	0,92	1,33	1,00	1,27	1,95				
C_{23}	0,85	0,64	0,38	0,29	1,35	0,01				

Um genauere Werte der Koeffizienten zu erhalten, wäre man also geneigt, überhaupt eine große Anzahl von Ordinaten zu messen. Der gewonnene Vorteil wird aber durch den Nachteil der zeitraubenden Rechnungen reichlich aufgewogen. Außerdem kann die Zweckmäßigkeit des Verfahrens fraglich erscheinen. Mit der Anzahl der Ordinaten wächst allerdings die Anzahl der zu gewinnenden Termen der Fourierschen Reihe. Hat man aber Grund anzunehmen, daß die signifikativen Termen einer Reihe z. B. mit dem 37. erschöpft werden (18. Teilton), dann ist es ein illusorischer Vorteil, 144 berechnen zu können, und es bleibt nur die Mühe bestehen, Summen mit einer viel größeren Anzahl von Gliedern ausführen zu müssen. Anders wäre es, wenn man durch die Anordnung der Rechnungen die Anzahl der Summanden vermindern könnte, ohne die Genauigkeit der Resultate nennenswert zu beeinträchtigen, m. a. W. wenn man eine mit x Ordinaten gemessene Kurve auf eine mit x' ($x' < x$) zurückführen könnte.

Solche Erwägungen hatten K. Verner (198) dazu veranlaßt, ein vereinfachtes Verfahren auszubilden, dessen Prinzip er a. a. O. andeutet und welches hier ausführlich behandelt werden soll.

1) Die Berechnung der Koeffizienten nicht nur mit 72 und 36, sondern mit 48 und 24 Ordinaten brauchte nicht von Anfang an wiederholt zu werden, sondern geschah mit Hilfe der bereits ausgeführten Rechnungen mit 144 Ordinaten, um keine neuen Fehler einzuführen.

Es sei eine Kurve gegeben, dere

$$(65) \quad y(\varphi) = a_0 + a_1 \cos\varphi + a_2 \cos$$
$$+ b_1 \sin\varphi + b_2 \sin$$

ist. Wenn wir zu dieser Kurve eine g
eine resultierende Kurve, deren Peri
der Komponenten übereinstimmen, wä

$$(66) \quad Y(\varphi) = 2a_0 + 2a_1 \cos\varphi + 2a_2 c$$
$$+ 2b_1 \sin\varphi + 2b_2 si$$

Hat aber die zweite Kurve zwar gle
aber eine andere Phase, so daß der N
Nullpunkt der ersteren um $\varDelta$ z. B. nac
Ausdruck dieser zweiten Kurve

$$(65)' \quad y'(\varphi) = a_0 + a_1 \cos(\varphi - \varDelta) + a_2 \cos$$
$$+ b_1 \sin(\varphi - \varDelta) + b_2 \sin$$

Die Addition von (65) und (65)' ergib

$$(66)' \quad Y'(\varphi) = 2a_0 + a_1 [\cos\varphi + \cos(\varphi -$$
$$+ a_p [\cos p\varphi + c$$
$$+ b_1 [\sin\varphi + \sin(\varphi -$$
$$+ b_p [\sin p\varphi + si$$

Durch Anwendung der bekannten Aus
bzw. $\cos a + \cos b$ erhalten wir als Aus

$$(67) \quad \begin{cases} a_p [\cos p\varphi + \cos p(\varphi - \varDelta)] = \\ b_p [\sin p\varphi + \sin p(\varphi - \varDelta)] = \end{cases}$$

Mit anderen Worten wird die Phase
Größe $\frac{\varDelta}{2}$ verschoben, während die Ampl
Faktor

$$2 \cos$$

multipliziert wird, der mit wachsenden
$\frac{p\varDelta}{2} < \frac{\pi}{2}$.

Wir können aber die Phasenversch
Kurve (66) mit (65)' addieren, und zu
links verschoben hinzufügen. Die Glied
Kurve werden jetzt

$$(68)\qquad \begin{cases} a_p[\cos p(\varphi+\varDelta)+2\cos p\varphi+\cos p(\varphi-\varDelta)] \\ b_p[\sin p(\varphi+\varDelta)+2\sin p\varphi+\sin p(\varphi-\varDelta)]. \end{cases}$$

Nun ist

$$\begin{cases} \cos p(\varphi+\varDelta)+2\cos p\varphi+\cos p(\varphi-\varDelta)=2\cos p\varphi+2\cos p\varphi\cos p\varDelta= \\ \qquad 2\cos p\varphi(1+\cos p\varDelta), \\ \sin p(\varphi+\varDelta)+2\sin p\varphi+\sin p(\varphi-\varDelta)=2\sin p\varphi+2\sin p\varphi\cos p\varDelta= \\ \qquad 2\sin p\varphi(1+\cos p\varDelta), \end{cases}$$

und wir erhalten schließlich nach der bekannten Formel für $1+\cos a$ für die Ausdrücke (68) die neuen Formen

$$(69)\qquad \begin{cases} a_p\cos p\varphi\cdot 4\cos^2\frac{p\varDelta}{2}=a'_p\cos p\varphi \\ b_p\sin p\varphi\cdot 4\cos^2\frac{p\varDelta}{2}=b'_p\sin p\varphi, \end{cases}$$

wo $a'_p=4\cos^2\frac{p\varDelta}{2}a_p$, $b'_p=4\cos^2\frac{p\varDelta}{2}b_p$.

Die Phasenverhältnisse bleiben also für alle Teiltöne unverändert; die Amplitude des p^{ten} Koeffizienten wird aber mit dem Faktor

$$4\cos^2\frac{p\varDelta}{2}$$

multipliziert.

Dieses Verfahren ist es, das Verner anwendete. Wir wollen es nun zuerst mathematisch prüfen, um nachher die praktische Handhabung der Methode anzugeben.

Einfluß auf die Koeffizienten von höherem Index. — Es sei eine periodische Kurve vorgelegt, deren Periode 2π ist, und deren Ordinate $y(\varphi)$ durch die Fouriersche Reihe

$$(65)\qquad \begin{aligned} y(\varphi)=a_0+a_1\cos\varphi+a_2\cos 2\varphi+\ldots+a_p\cos p\varphi+\ldots \\ +b_1\sin\varphi+b_2\sin 2\varphi+\ldots+b_p\,\mathrm{isn}\,p\varphi+\ldots \end{aligned}$$

ausgedrückt werden kann. Es seien weiter $x=4n$ Ordinaten gemessen worden, die den Argumenten

$$\varphi=0,\ z,\ 2z,\ldots(4n-1)z \qquad \left(z=\frac{2\pi}{x}=\frac{\pi}{2n}\right)$$

entsprechen und deren Werte wir mit

$$(70)\qquad y_0,\ y_1,\ y_2,\ \ldots\ y_{4n-1}$$

bezeichnen.

Nehmen wir ferner an, daß wir nur die Ordinaten gerader Ordnungszahl

$$(71)\qquad y_0,\ y_2,\ y_4\ \ldots\ y_{4n-2}$$

beibehalten und zur harmonischen .
Ordinate der Kurve die angenäh

$$(72)\quad y(\varphi) = A_0 + A_1 \cos\varphi + \ldots. -$$
$$+ B_1 \sin\varphi + \ldots. +$$

wo

$$(73)\quad \begin{cases} A_p = \frac{1}{n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu}\cos 2\nu p z, \quad B_p = \\ A_0 = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu}, \qquad A_n = \end{cases}$$

Unter Vernachlässigung der Mes
mit jenen der Reihe (65) durch folg
(20) S. 164)

$$(74)\quad \begin{cases} A_p = a_p + a_{2n-p} + a_{2n+1} \\ B_p = b_p - b_{2n-p} + b_{2n+1} \\ A_0 = a_0 + a_{2n} + a_{4n} + a_{6n} \\ A_n = a_n + a_{3n} + a_{5n} + a_{7n} \end{cases}$$

Durch Anwendung des Verne
der ursprünglichen Kurve $y(\varphi)$ die

$$(75)\quad y'(\varphi) = \frac{1}{4}[y(\varphi - z) -$$

deren Fouriersche Entwickelung

$$(65)''\quad y'(\varphi) = a'_0 + a'_1\cos\varphi + a'_2 \,c$$
$$+ b'_1 \sin\varphi + b'_2 \,s$$

ist. Nach den oben S. 208 ausgefüh
Koeffizienten die folgenden Werte:

$$(76)\quad a'_p = a_p \cos^2\frac{pz}{2};$$

Wenn $\varphi = 0, 2z, 4z, \ldots. (4n -$
Ordinaten der Kurve (75) die $2n$ We

$$(70)'\quad y'_0 = \frac{1}{4}(y_{4n-1} + 2y_0 + y_1),$$

$$y'_{(4n-2)} = \frac{1}{4}(y_{4n-3}$$

1) Die Ordinate $y(-z)$ ist allerdings n
aber hierfür den Wert y_{4n-1} an, den die Messu
ergeben hat.

Die harmonische Analyse ergibt als angenäherte Darstellung

$$(72)' \quad y'(\varphi) = A'_0 + A'_1 \cos\varphi + \ldots + A'_p \cos p\varphi + \ldots + A'_n \cos n\varphi + B'_1 \sin\varphi + \ldots + B'_p \sin p\varphi + \ldots + B'_{n-1} \sin(n-1)\varphi,$$

wo

$$(73)' \quad \begin{cases} A'_p = \frac{1}{n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} y'_{2\nu} \cos 2\nu pz & B'_p = \frac{1}{n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} y'_{2\nu} \sin 2\nu pz \\ A'_0 = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} y'_{2\nu} & A'_n = \frac{1}{2n}\sum_{\nu=0}^{2n-1} (-1)^\nu y'_{2\nu} \end{cases}$$

Durch Anwendung der Formeln (20) erhalten wir weiter

$$(74)' \quad \begin{cases} A'_p = a'_p + a'_{2n-p} + a'_{2n+p} + a'_{4n-p} + \ldots, \\ B'_p = b'_p - b'_{2n-p} + b'_{2n+p} - b'_{4n-p} + \ldots, \\ A'_0 = a'_0 + a'_{2n} + a'_{4n} + \ldots, \\ A'_n = a'_n + a'_{3n} + a'_{5n} + \ldots, \end{cases}$$

Hier substituieren wir für a', b' die Ausdrücke dieser Koeffizienten nach (76) und dividieren in den zwei ersten Gleichungen durch $\cos^2\frac{pz}{2}$, wobei zu bemerken ist, daß

$$\cos^2\frac{(2n \pm p)z}{2} = \sin^2\frac{pz}{2}.$$

Unter der Annahme, daß diejenigen Konstanten a, b, deren Index größer ist als $3n$ (also namentlich a_{4n-p}, a_{4n+p}, $\ldots$, b_{4n-p}, $\ldots$), vernachlässigt werden können, erhalten wir dann

$$(77) \quad \begin{cases} \frac{A'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}} = a_p + a_{2n-p}\,\mathrm{tg}^2\frac{pz}{2} + a_{2n+p}\,\mathrm{tg}^2\frac{pz}{2} + (a_{4n-p} + a_{4n+p} + \ldots, \\ \frac{B'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}} = b_p - b_{2n-p}\,\mathrm{tg}^2\frac{pz}{2} + b_{2n+p}\,\mathrm{tg}^2\frac{pz}{2}(- b_{4n-p} + b_{4n+p} + \ldots, \\ A'_0 \quad = a_0 + (a_{4n} + a_{8n} + \ldots), \\ 2A'_n \quad = a_n + a_{3n} + (a_{5n} + \ldots) \equiv A_n. \end{cases}$$

Wenn es also unter den Konstanten a, b, deren Index größer als n und kleiner als $3n$ ist, solche gibt, die nicht vernachlässigt werden können, so zeigt die Vergleichung von (77) mit (74), daß die Ausdrücke

$$\frac{A'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}},\ \frac{B'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}},\ A'_0 \quad (p = 1, 2, \ldots n-1)$$

für die Konstanten a_p, b_p, a_0 im allgemeinen genauere Werte liefern als A_p, B_p, A_0. Denn für $p < n$ hat man

$$\mathrm{tg}^2 \frac{pz}{2} < 1, \tag{78}$$

und die Einwirkung der Konstanten $a_{2n-p}, \ldots, b_{2n-p}, \ldots,$ ist also in (77) kleiner als in (74). Für verschiedene Werte von p nimmt der Faktor (78) die folgenden Werte an $\left(\frac{pz}{2} = p \cdot \frac{\pi}{4n}\right)$:

p	$\frac{pz}{2}$	$\mathrm{tg}^2 \frac{pz}{2}$	p	$\frac{pz}{2}$	$\mathrm{tg}^2 \frac{pz}{2}$
$\frac{n}{8}$	$\frac{\pi}{32}$	0,010	$\frac{5n}{8}$	$\frac{5\pi}{32}$	0,286
$\frac{2n}{8}$	$\frac{\pi}{16}$	0,040	$\frac{6n}{8}$	$\frac{3\pi}{16}$	0,446
$\frac{3n}{8}$	$\frac{3\pi}{32}$	0,092	$\frac{7n}{8}$	$\frac{7\pi}{32}$	0,674
$\frac{4n}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	0,172			

Die Fehler, die von der Vernachlässigung etwaiger signifikativer Konstanten von höherem Index herrühren, werden also wesentlich reduziert, da diese Konstanten nur mit etwa $\frac{1}{100}$ bis $\frac{7}{10}$ ihres Wertes einwirken.

Wir nehmen jetzt zuerst an, daß wir von den ursprünglichen Ordinaten (70) nur jede vierte beibehalten, also

$$y_0, y_4, y_8, \ldots y_{4n-4}, \tag{79}$$

so erhalten wir durch harmonische Analyse die angenäherte Darstellung der Kurve

$$\begin{aligned} y(\varphi) = A_0 + A_1 \cos\varphi + \ldots + A_{\frac{n}{2}} \cos\frac{n}{2}\varphi \\ + B_1 \sin\varphi + \ldots + B_{\frac{n}{2}-1} \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\varphi, \end{aligned} \tag{80}$$

wo die A- und B-Koeffizienten aus (23) nach den bekannten Formeln herzuleiten sind. Die Anwendung der Formeln (20) ergibt dann die Gleichungen

$$\begin{aligned} A_p &= a_p + a_{n-p} + a_{n+p} + a_{2n-p} + \ldots, \\ B_p &= b_p - b_{n-p} + b_{n+p} - b_{2n-p} + \ldots, \\ A_0 &= a_0 + a_n + a_{2n} + \ldots, \\ A_{\frac{n}{2}} &= a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{3n}{2}} + a_{\frac{5n}{2}} + \ldots . \end{aligned} \tag{81}$$

14*

Statt dessen wenden wir nochmals das Verfahren Verners auf die Kurve $y'(\varphi)$ an und bilden daraus die Kurve

$$(82)\qquad y''(\varphi)=\frac{1}{4}[y'(\varphi-2z)+2y'(\varphi)+y'(\varphi+2z)],$$

oder, wenn wir für $y'(\varphi)$ die Werte nach $y(\varphi)$ substituieren,

$$(83)'\quad y''(\varphi)=\frac{1}{16}[y(\varphi-3z)+2y(\varphi-2z)+3y(\varphi-z)+4y(\varphi)+3y(\varphi+z)+2y(\varphi+2z)+y(\varphi+3z)].$$

Nun soll die Kurve (82) auf Grund der n Ordinaten

$$(70)''\qquad y''_0,\ y''_4,\ y''_8,\ \ldots.\ y''_{4\nu},\ \ldots.,\ y''_{4(n-1)},$$

die den Werten

$$\varphi=0,\ 4z,\ 8z,\ \ldots.,\ 4\nu z,\ \ldots.,\ 4(n-1)z$$

entsprechen, harmonisch analysiert werden. Die Beobachtungen liefern für jedes ν den Wert

$$y''_{4\nu}=\frac{1}{4}(y'_{4\nu-2}+y'_{4\nu}+y'_{4\nu+2})$$
$$=\frac{1}{16}(y_{4\nu-3}+2y_{4\nu-2}+3y_{4\nu-1}+4y_{4\nu}+3y_{4\nu+1}+2y_{4\nu+2}+y_{4\nu+3}).$$

und die harmonische Analyse ergibt für die Kurve die angenäherte Darstellung

$$(72)''\ y''(\varphi)=A''_0+A''_1\cos\varphi+\ldots.+A''_p\cos p\varphi+\ldots.+A''_{\frac{n}{2}}\cos\frac{n}{2}\varphi$$
$$+B''_1\sin\varphi+\ldots.+B''_p\sin p\varphi+\ldots.+B''_{\frac{n}{2}-1}\sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\varphi,$$

wo die Koeffizienten folgende Werte haben:

$$(73)''\quad\begin{cases}A''_p=\dfrac{2}{n}\displaystyle\sum_{\nu=0}^{n-1}y''_{4\nu}\cos 4\nu pz, & B''_p=\dfrac{2}{n}\displaystyle\sum_{\nu=0}^{n-1}y''_{4\nu}\sin 4\nu pz,\ (p=1,2,\ldots,\frac{n}{2}-1.\\ A''_0=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{\nu=0}^{n-1}y''_{4\nu}, & A''_{\frac{n}{2}}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{\nu=0}^{n-1}(-1)^\nu y''_{4\nu}.\end{cases}$$

Wenn wir in (82) statt $y'(\varphi)$ die Entwickelung dieser Größe nach (65)' substituieren, so erhalten wir als Fouriersche Entwickelung von $y''(\varphi)$

$$(65)'''\qquad y''(\varphi)=a''_0+a''_1\cos\varphi+\ldots.+a''_p\cos p\varphi+\ldots.$$
$$+b''_1\sin\varphi+\ldots.+b''_p\sin p\varphi+\ldots.,$$

wo für jedes p (vgl. (76))

$$(83)\quad \begin{cases} a''_p = a'_p \cos^2 pz = a_p \cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2} \\ b''_p = b'_p \cos^2 pz = b_p \cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}. \end{cases}$$

Die Anwendung der Formeln (20) ergibt, unter Annahme exakter Messungen,

$$(74)''\quad \begin{cases} A''_p = a''_p + a''_{n-p} + a''_{n+p} + a''_{2n-p} + \ldots, \\ B''_p = b''_p - b''_{n-p} + b''_{n+p} + b''_{2n-p} + \ldots, \end{cases} \left(p = 1, 2, \ldots \frac{n}{2} - 1\right),$$
$$\begin{cases} A''_0 = a''_0 + a''_n + a''_{2n} + \ldots, \\ A''_{\frac{n}{2}} = a''_{\frac{n}{2}} + a''_{\frac{3n}{2}} + a''_{\frac{5n}{2}} + \ldots . \end{cases}$$

Wenn wir für a''_p, b''_p die Werte (83) einführen, und die Koeffizienten, deren Indizes p größer als $2n$ sind, vernachlässigen, so erhalten wir

$$(84)\quad \begin{cases} \dfrac{A''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}} = a_p + \varrho_p a_{n-p} + \sigma_p a_{n+p} + \tau_p a_{2n-p} + \ldots, \\ \dfrac{B''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}} = b_p - \varrho_p b_{n-p} + \sigma_p b_{n+p} - \tau_p a_{2n-p} + \ldots, \\ A''_0 = a_0 + (a_{4n} + \ldots), \\ \dfrac{2}{\cos^2 \frac{\pi}{8}} A''_{\frac{n}{2}} = a_{\frac{n}{2}} + \mathrm{tg}^2 \frac{\pi}{8} a_{\frac{3n}{2}} + \left(\mathrm{tg}^2 \frac{\pi}{8} \cdot a_{\frac{5n}{2}} + a_{\frac{7n}{2}} + \ldots\right), \end{cases}$$

wo

$$\varrho_p = \mathrm{tg}^2 pz \cdot \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{pz}{2}\right)}{\cos^2 \frac{pz}{2}},$$

$$\sigma_p = \mathrm{tg}^2 pz \cdot \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{pz}{2}\right)}{\cos^2 \frac{pz}{2}},$$

$$\tau_p = \mathrm{tg}^2 \frac{pz}{2}.$$

Die numerischen Werte dieser Koeffizienten sind immer <1 und gehen aus der folgenden Tabelle[1]) hervor ($\mathrm{tg}^2 \frac{\pi}{8} = 0{,}172$)

---

1) Für

$p = \frac{n}{8}$ ist $\varrho_p = \mathrm{tg}^2 11^0 15' \cdot \frac{\cos^2 39^0 22' 30''}{\cos^2 5^0 37^0 30''}$, $\sigma_p = \mathrm{tg}^2 11^0 15' \cdot \frac{\cos^2 52^0 37' 30''}{\cos^2 5^0 37' 30''}$,

p	ϱ_p	σ_p	τ_p
$\frac{n}{8}$	0,024	0,015	0,010
$\frac{2n}{8}$	0,123	0,055	0,040
$\frac{3n}{8}$	0,379	0,108	0,092

Eine Vergleichung von (84) mit (81) zeigt, daß der Einfluß der etwaigen signifikativen Konstanten in (84) wesentlich geringer ist als in (81).

Wenn man also die Rechnungen zur harmonischen Analyse nur auf Grund einer gegebenen Anzahl n von Ordinatenwerten ausführen will, so ist es also vorteilhafter, anstatt nur n Ordinaten $y_0, y_1, \ldots\ldots y_{n-1}$ zu messen und die Koeffizienten daraus direkt zu berechnen, eine Anzahl $x = 2n$, $4n$ usw. Messungen vorzunehmen, die Ausdrücke $y'_0, y'_2, \ldots\ldots y'_{2(n-1)}$, bzw. $y''_0, y''_4, \ldots\ldots, y''_{4(n-1)}$ usw., zu bilden, woraus man die Koeffizienten A′, B′, bzw. A″, B″ usw. berechnen und schließlich für

$$a_p, \qquad b_p, \qquad a_0,$$

die Werte $\left(z = \frac{2\pi}{x}\right)$

$$\frac{A_p}{\cos^2\frac{pz}{2}}, \qquad \frac{B'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}}, \qquad A'_0,$$

bzw.

$$\frac{A''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2\frac{pz}{2}}, \qquad \frac{B''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2\frac{pz}{2}}, \qquad A''_0,$$

sowie für a_n den Wert $2A'_n$

bzw. für $a_{\frac{n}{2}}$ den Wert $\frac{2}{\cos^2\frac{\pi}{8}} A''_{\frac{n}{2}}$

anzunehmen.

2. Einfluß des Messungsfehlers. — Im vorhergehenden haben wir besonders bei der Anwendung der Gleichungen (74), (74)′, (74)″, die Genauigkeit der Messungen vorausgesetzt. Nun müssen wir den Fehler der Beobachtungen berücksichtigen und untersuchen, wie sich dieser Fehler unter Benutzung der Vernerschen Verfahrens verhält.

$p = \frac{2n}{8}$ „ „ $= \mathrm{tg}^2 22^\circ 30' \cdot \frac{\cos^2 33^\circ 65'}{\cos^2 11^\circ 15'}$, „ $= \mathrm{tg}^2 22^\circ 30' \cdot \frac{\cos^2 56^\circ 15'}{\cos^2 11^\circ 15'}$,

$p = \frac{3n}{8}$ „ „ $= \mathrm{tg}^2 33^\circ 45' \cdot \frac{\cos^2 28^\circ 7' 30''}{\cos^2 16^\circ 52' 30''}$; „ $= \mathrm{tg}^2 33^\circ 45' \cdot \frac{\cos^2 61^\circ 52' 30''}{\cos^2 16^\circ 52' 30''}$.

Die Werte von τ_p gehen aus der Tabelle S. 211 hervor.

Wir nehmen wie früher an, daß die Messungen überall dieselbe Präzision haben, und bezeichnen

durch Δy_ν den Messungsfehler von y_ν
„ $y_\nu + \Delta y_\nu$ „ wahren Wert „ „
„ ε „ mittleren Fehler jeder einzelnen Messung.

Es sei nun

$$Y = \sum_{\nu=0}^{4n-1} C_\nu y_\nu$$

eine lineare Funktion der gemessenen Ordinaten, wo die C_ν konstante Koeffizienten darstellen. Dem berechneten Wert Y haftet ein Fehler ΔY an, dessen Ausdruck

$$\Delta Y = \sum_{\nu=0}^{4n-1} C_\nu \Delta y_\nu$$

ist. Wir wollen nun den wahrscheinlichen Wert von $(\Delta Y)^2$ ermitteln. Der wahrscheinliche Wert jedes $(\Delta y_\nu)^2$ ist $= \varepsilon^2$ und derjenige des Produktes $\Delta y_\mu \cdot \Delta y_\nu$ $(\mu \lessgtr \nu)$ ist gleich Null. Der gesuchte wahrscheinliche Wert W ist also

$$W(\Delta Y)^2 = \varepsilon^2 \sum_{\nu=0}^{4n-1} C_\nu^2,$$

und der mittlere Fehler (M.F.) des aus den Messungen berechneten Wertes von Y ist also gleich

$$\text{(85)} \qquad \text{M.F. von } Y = \varepsilon \sqrt{\sum_{\nu=0}^{4n-1} C_\nu^2}.$$

Nun sind, nach (73) und (73)', die Koeffizienten A, B, bzw. A', B', lineare Funktionen der Ordinaten, und wir können auf diese Koeffizienten die obigen Resultate anwenden. Die Werte von A^2, B^2 ergeben sich leicht unter Berücksichtigung der bekannten Gleichungen

$$\sum_{\nu=0}^{m-1} \sin^2\left(\nu p \cdot \frac{2\pi}{m}\right) = \sum_{\nu=0}^{m-1} \cos^2\left(\nu p \cdot \frac{2\pi}{m}\right) = \frac{m}{2},$$

die für $p = 1, 2, \ldots \frac{m}{2} - 1$ gelten. Hieraus folgt, wenn wir erst $m = 4n$, dann $m = 2n$ setzen,

$$\text{86)} \quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{4n-1} \sin^2 \nu pz = \sum_{\nu=0}^{4n-1} \cos^2 \nu pz = 2n \quad \text{für } p < 2n, \\ \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} \sin^2 2\nu pz = \sum_{\nu=0}^{2n-1} \cos^2 2\nu pz = n \quad \text{für } p < n, \end{cases}$$

und da

$$\sum_{\nu=0}^{4n-1} \sin^2 \nu p z = \sum_{\nu=0}^{2n-1} \sin^2 2\nu p z + \sum_{\nu=0}^{2n-1} \sin^2 (2\nu+1) p z$$

ist, erhält man durch Subtraktion der beiden Gleichungen in (86)

$$(87) \qquad \sum_{\nu=0}^{2n-1} \sin^2 (2\nu+1) p z = \sum_{\nu=0}^{2n-1} \cos^2 (2\nu+1) p z = n \quad \text{für } p < n.$$

Aus (73) und (85) folgt jetzt unmittelbar

$$(88)^{1)} \quad \begin{cases} \text{M. F. von } A_p,\ B_p = \dfrac{\varepsilon}{\sqrt{n}} (\text{für } p = 1, 2, \ldots . n-1) \\ \quad " \quad " \quad A_0,\ A_n = \dfrac{\varepsilon}{\sqrt{2n}}. \end{cases}$$

Um den mittleren Fehler von A'_p, B'_p zu eruieren, gehen wir von den Gleichungen (73)′ aus, indem wir für die $y'_{2\nu}$ die Ausdrücke (70)′ substituieren. Dann ist z. B. (wenn man $y_{-1} = y_{4n-1}$ schreibt)

$$A'_p = \frac{1}{2n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu} \cos 2\nu p z + \left(\frac{1}{4n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu-1} \cos 2\nu p z + \frac{1}{4n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \cos 2\nu p z \right)$$

$$= \frac{1}{2n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu} \cos 2\nu p z + \left[\frac{1}{4n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \cos (2\nu+2) p z + \frac{1}{4n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \cos 2\nu p z \right]$$

$$= \frac{1}{2n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu} \cos 2\nu p z + \frac{1}{2n} \sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \cos (2\nu+1) p z \cdot \cos p z.$$

Die Gleichungen (73)′ nehmen also folgende Form an:

$$(89) \quad \begin{cases} A'_p = \dfrac{1}{2n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu} \cos 2\nu p z + \dfrac{\cos p z}{2n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \cos (2\nu+1) p z \\ B'_p = \dfrac{1}{2n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu} \sin 2\nu p z + \dfrac{\cos p z}{2n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} y_{2\nu+1} \sin (2\nu+1) p z \\ A'_0 = \dfrac{1}{4n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{4n-1} y_\nu, \qquad A'_n = \dfrac{1}{4n} \displaystyle\sum_{\nu=0}^{2n-1} (-1)^\nu y_{2\nu} = \dfrac{1}{2} A_n. \end{cases}$$

1) Was hier und im folgenden vom mittleren Fehler gesagt wird, gilt natürlich auch für den wahrscheinlichen Fehler.

Hieraus findet man mit Hilfe der Formeln (86), (87)

$$\text{M. F. von } A'_p,\ B'_p = \frac{1}{2\sqrt{n}}\,\varepsilon\cdot\sqrt{1+\cos^2 p z}$$

$$\text{"}\quad\text{"}\quad A'_0 \quad = \frac{1}{2\sqrt{n}}\,\varepsilon$$

und also (vgl. (77))

$$(90)\quad \begin{cases} \text{M. F. von } \dfrac{A'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}},\ \dfrac{B'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{1+\cos^2 p z}}{\cos^2\frac{pz}{2}}\cdot\dfrac{\varepsilon}{\sqrt{n}} \\ \text{"}\quad\text{"}\quad A'_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\varepsilon}{\sqrt{2n}}. \end{cases}$$

Es ist also, wenn man (90) mit (88) vergleicht,

$$(91)\quad \begin{cases} \text{M. F. von } \dfrac{A'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}} = \varrho_p \ \text{M. F. von } A_p, & \\ \text{"}\quad\text{"}\quad \dfrac{B'_p}{\cos^2\frac{pz}{2}} = \varrho_p \ \text{M. F. von } B_p, & (p=1, 2, \ldots n-1), \\ \text{"}\quad\text{"}\quad A'_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \ \text{M. F. von } A_0, & \end{cases}$$

wo

$$(92)\quad \varrho_p = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{1+\cos^2 p z}}{\cos^2\frac{pz}{2}} = \frac{\sqrt{1+\cos^2 p z}}{1+\cos p z}.$$

Wenn p von 0 bis n wächst, wächst der Faktor ϱ_p beständig von $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$ bis 1; für $p = 1, 2, \ldots n-1$ ist also $\varrho_p < 1$. Wie ϱ_p mit wachsendem p variiert, zeigt die folgende Tabelle:

p	ϱ_p	p	ϱ_p
$\frac{n}{8}$	0,707	$\frac{5n}{8}$	0,735
$\frac{2n}{8}$	0,708	$\frac{6n}{8}$	0,774
$\frac{3n}{8}$	0,710	$\frac{7n}{8}$	0,853
$\frac{4n}{8}$	0,717		

Wenn wir die vorhergehende Untersuchung auf die Kurve $y''(\varphi)$ anwenden, erhalten wir als Resultate

$$(93)\begin{cases} \text{M. F. von } \dfrac{A''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}} = \varrho_p \cdot \text{M. F. von } A_p, \\ \text{M. F. von } \dfrac{B''_p}{\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}} = \varrho_p \ \text{M. F. von } B_p, \\ \text{M. F. von } \quad A''_0 \quad = \dfrac{1}{2} \ \text{M. F. von } A_0, \\ \text{M. F. von } \dfrac{2}{\cos^2 \frac{\pi}{8}} A''_{\frac{n}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{4 \cos^2 \frac{\pi}{8}} \text{ M. F. von } A_{\frac{n}{2}} = 0{,}717 \text{ M. F. von } A_{\frac{n}{2}}, \end{cases} \quad \left(p = 1, 2, \ldots \frac{n}{2} - 1\right),$$

wo

$$\varrho_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}} \sqrt{\frac{3 + 5 \cos^2 2pz}{8}}.$$

Wenn p von 0 bis $\frac{n}{2}$ zunimmt, wächst ϱ_p von $\frac{1}{2}$ bis 0,717 und durchläuft folgende Werte:

p	ϱ_p	p	ϱ_p
$\frac{n}{8}$	0,500	$\frac{3n}{8}$	0,539
$\frac{2n}{8}$	0,505	$\frac{4n}{8}$	0,717

Wie man sieht, wird durch die Anwendung des Vernerschen Verfahrens die von den Messungsfehlern herrührende Ungenauigkeit der Koeffizienten wesentlich reduziert. Der mittlere Fehler der durch die Analyse von $y'(\varphi)$ gewonnenen Koeffizienten A'_p, B'_p, deren Index $p \leqq \frac{n}{2}$ ist, beträgt nur etwa $\frac{7}{10}$ des mittleren Fehlers der Koeffizienten A_p, B_p, wie sie nach (73) erhalten werden. Die Analyse von $y''(\varphi)$ andererseits liefert für A''_p, B''_p Werte, deren mittlerer Fehler etwa die Hälfte des mittleren Fehlers der durch die gewöhnliche Analyse von (72) erhaltenen Koeffizienten beträgt.

Selbstverständlich kann man aus $y''(\varphi)$ durch weitere Zusammenziehung eine Kurve $y'''(\varphi)$ bilden usw. Andere Kombinationen als die oben dargestellten sind auch denkbar, z. B. die Reduktion auf $\frac{x}{3}$ usw. Ordinaten. Verner gibt selbst a. a. O. eine von ihm verwendete Kombination, wo er aus der ursprünglichen Kurve (72) durch Verschiebung und Zusammensetzung folgende neue Kurve bildet:

$$y = \frac{1}{8}\Big[y(\varphi - 2z) + 2y(\varphi - z) + 2y(\varphi) + 2y(\varphi + z) + y(\varphi + 2z)\Big],$$

und diese auf Grund von $\frac{x}{5}$ Ordinaten analysiert, die den Werten

$$\varphi = 0,\ 5z,\ 10z, \ldots\ldots$$

entsprechen, und die so gebildet werden:

$$\frac{1}{8}\left(y_{4n-2} + 2y_{4n-1} + 2y_0 + 2y_1 + y_2\right),\ \frac{1}{8}\left(y_3 + 2y_4 + 2y_5 + 2y_6 + y_7\right), \ldots$$

In diesem Falle sind

$$A'_p = A_p \cos pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}$$

$$B'_p = B_p \cos pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}.$$

Die Untersuchung zeigt aber, daß es entschieden vorteilhafter ist, statt dessen die Kurve $y''(\varphi)$ S. 212 zu bilden und zu analysieren, also je nach Bedarf die ursprüngliche Kurve auf $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{8}$ usw. Ordinaten zu reduzieren.

3. Praktische Handhabung der Methode. — Außer den gewöhnlichen harmonischen Rechnungen sind nur zwei Operationen auszuführen:

1. Summierung der Ordinaten zur Bestimmung der $y'(\varphi)$, $y''(\varphi)$ usw.

2. Bestimmung des Divisors $\cos^2 \frac{pz}{2}$, bzw. $\cos^2 pz \cdot \cos^2 \frac{pz}{2}$, usw. für die verschiedenen Indizes p.

Die Summierung der Ordinaten wird sehr einfach ausgeführt. Es seien die gemessenen $4n$ Ordinaten nebeneinander aufgeschrieben:

$$y_{4n-1};\ y_0;\ y_1;\ y_2;\ \ldots;\ y_{4n-1}.$$

Man addiert zuerst, von links nach rechts, je zwei nebeneinanderstehende

$$y_{4n-1} + y_0;\ y_0 + y_1;\ y_1 + y_2;\ \ldots\ y_{4n-2} + y_{4n-1}.$$

Es seien $a, b, c, \ldots$ die Summen. Dann summiert man die zwei ersten Summen, die zwei darauffolgenden usw.: $a + b$; $c + d$; usw. und bekommt als Resultat

$$y_{4n-1} + 2y_0 + y_1 \equiv 4y'_0;\ \ldots\ldots;\ y_{4n-3} + 2y_{4n-2} + y_{4n-1} \equiv 4y'_{4n-2},$$

und durch Division mit 4 die $2n$ Ordinaten der Kurve $y'(\varphi)$

$$y'_0;\ y'_2;\ y'^n;\ \ldots\ldots;\ y'_{4n-2}.$$

Will man dagegen mit nur n Ordinaten rechnen (was man immer vorausbestimmt hat), so wird man am einfachsten die letzte Division unterlassen und die zwei ersteren Operationen zuerst wiederholen:

a) die Teilsummierungen

$$4y'_{4n-2} + 4y'_0;\ 4y'_0 + 4y'_2;\ \ldots\ldots;\ 4y'_{4n-4} + 4y'_{4n-2},$$

die man wiederum mit Symbolen $a', b', c', \ldots$ bezeichnen kann;

b) die Summen

$$a' + b'; \; c' + d'; \; \ldots .$$

wodurch man

$$4\,y'_{4n-2} + 8\,y'_0 + 4\,y'_2 = 16\,y''_0; \; \ldots \ldots ;$$
$$4\,y'_{4n-6} + 8\,y'_{4n-4} + 4\,y'_{4n-2} = 16\,y'_{4n-4}$$

erhält, die man mit 16 dividiert, um

$$y''_0, \; y''_4, \; \ldots . \; y''_{4(n-4)}$$

zu bekommen.

Zur Berechnung des Divisors der Koeffizienten bestimmt man zuerst $z = \frac{360^0}{4n}$, bzw. $\frac{z}{2}$, und nachher $p\,z$, bzw. $\frac{p\,z}{2}$ für die verschiedenen Werte von p ($p = 1, 2, \ldots . \; n-1$, bzw. $p = 1, 2, \ldots \frac{n}{2} - 1$ je nach der Kombination).

Es sei z. B. eine nach 48 Ordinaten gemessene Kurve auf 24 Ordinaten zu reduzieren. Die Ordinaten sind

$$y'_0 = \frac{1}{4}(y_{47} + 2\,y_0 + y_1)$$

$$y'_2 = \frac{1}{4}(y_1 + 2\,y_2 + y_3)$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$y'_{46} = \frac{1}{4}(y_{45} + 2\,y_{46} + y_{47}).$$

Hier ist $\frac{z}{2} = \frac{360^0}{2 \times 48} = 3^0 45'$, und der Faktor $\cos^2 \frac{p\,z}{2} = \cos^2 (p \cdot 3^0 45)$, den man der Bequemlichkeit wegen mit einem Symbol bezeichnen kann, z. B. μ_p, nimmt folgende Werte an:

$$\text{Für } p = 1 \text{ ist } \mu_1 = \cos^2 \; 3^0 45'$$
$$\text{„ } p = 2 \text{ „ } \mu_2 = \cos^2 \; 7^0 30'$$
$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$
$$\text{Für } p = 11 \text{ ist } \mu_{11} = \cos^2 41^0 15'.$$

Weiter ist $A_p = \frac{A'_p}{\mu_p}$; $B_p = \frac{B'_p}{\mu_p}$; $C_p = \frac{\sqrt{A'^2_p + B'^2_p}}{\mu_p}$.

In der Praxis wird es von den gewöhnlichen Schablonen abhängen, wieweit man die Zusammenziehung auszuführen braucht. Sind die Schablonen für 48 Ordinaten gebildet, so setzt $y'(\varphi)$ die Messung von 96 Ordinaten voraus; rechnet man mit 36 Ordinaten, so entspricht $y'(\varphi)$ 72, $y''(\varphi)$ 144 gemessenen Ordinaten. Am zweckmäßigsten dürfte es sein, neben den Schablonen eine besondere Tabelle für die Rechnung nach $y'(\varphi)$ (bzw. eine zweite für die Rechnung nach $y''(\varphi)$) zu haben. Diese Tabelle enthielte dann:

1. die gradweise Bildung von $y'(\varphi)$ oder $y''(\varphi)$, bzw. nur bis $4\,y'(\varphi)$ oder $16\,y''(\varphi)$, wonach der definitive Wert der Ordinaten $y'(\varphi)$ bzw. $y''(\varphi)$ in die gewöhnlichen Schablonen eingeschrieben wird;

2. die Werte von μ_p (eventuell nebst deren Logarithmen), wobei Platz gelassen wird zur Ausführung der Divisionen $\frac{A'_p}{\mu_p}$, $\frac{B'_p}{\mu_p}$ bzw. $\frac{\sqrt{A'^2_p + B'^2_p}}{\mu_p}$ (letztere Division ist als kürzer zu empfehlen, wenn man mit den Teiltönen und nicht mit den Koeffizienten operiert).

Die praktischen Vorteile der Vernerschen Methode sind offenbar. Nicht nur wird diese erlauben, komplizierte Kurven mit der wünschenswerten Anzahl von Ordinaten zu messen, ohne die Rechnungen zu erschweren; sondern sie gestattet auch, falls die Schablonen die Rechnung sowohl mit $\frac{x}{2}$ als mit x Ordinaten zulassen, einfachere Kurven nach x Ordinaten zu messen und mit nur $\frac{x}{2}$ zu berechnen. Die Mühe der vermehrten Messungen ist gering im Vergleich mit der Ersparnis an Zeit, die bei den Rechnungen gesichert wird.

Zum Schluß sei eine Probe gegeben. Von der oben nach 144 Ordinaten gemessenen Kurve ausgehend, habe ich sie auf 72 und 36 Ordinaten reduziert. Die Resultate sind:

	Urspr. Wert 144 Ord.	Wert mit 72 Ord.		Wert mit 36 Ord.	
		Verners Meth.	Gewöhnl. Meth.	Verners Meth.	Gewöhnl. Meth.
C_1	31,80	31,78	31,54	32,19	32,04
C_2	133,57	133,48	133,16	133,19	133,25
C_3	16,86	16,71	17,01	16,47	17,53
C_4	4,44	4,48	5,04	4,42	4,88
C_5	4,94	5,01	4,58	5,07	4,65
C_6	2,85	3,10	3,42	3,11	2,71
C_7	21,17	20,81	20,24	20,08	20,23
C_8	8,09	8,09	8,20	8,03	8,02
C_9	8,62	8,63	8,38	8,60	8,36
C_{10}	2,44	2,56	2,64	3,19	2,56
C_{11}	6,27	6,00	5,96	5,98	5,38
C_{12}	0,09	0,75	0,99	0,17	0,75
C_{13}	0,98	0,98	1,01	0,58	0,96
C_{14}	0,92	1,06	1,14	1,75	2,36
C_{15}	0,85	0,77	0,87	1,17	0,84
C_{16}	1,14	1,43	1,03	0,86	1,32
C_{17}	0,37	0,97	0,38	0,34	0,93
C_{18}	0,91	1,19	1,09	0,48	0,40
C_{19}	1,12	0,34	1,18		
C_{20}	1,28	1,09	1,75		
C_{21}	0,50	0,39	0,43		
C_{22}	1,23	1,22	1,33		
C_{23}	0,85	0,37	0,38		

Es müßten natürlich mehrere Beispiele vorliegen, um ein Urteil gründen zu können; besonders müßte man eine Reihe von Kurven mit hohen Obertongipfeln untersuchen.

Die Schwerpunktsmethode. Bereits in seinen ersten Arbeiten hat Hermann bekanntlich den Vokalklang durch den Einfluß eines Formanten (Mundton) zu erklären versucht, der zum Grundton nicht notwendig in einem harmonischen Verhältnis steht. Wenn er unharmonisch ist, kann die Fouriersche Analyse ihn nicht als solchen angeben. Um die Lage desselben aber wenigstens annähernd zu bestimmen, geht Hermann (131c) von der Annahme aus, daß der Einfluß des Formanten die nahestehenden harmonischen Glieder verstärken muß, und daß man ihn in den Schwerpunkt des Systems von starken Fourierschen Koeffizienten verlegen kann. Wenn also C_p, C_{p+1} usw. die betreffenden Koeffizienten der Reihe (24) S. 167 darstellen, so ergibt sich die Ordnungszahl n des Formanten aus der Gleichung

$$(94) \qquad n = \frac{p\, C_p + (p+1)\, C_{p+1} + \dots}{C_p + C_{p+1} + \dots},$$

woraus die Schwingungszahl aus der des Grundtones unmittelbar hervorgeht.

Bezüglich der Wahl der zur Rechnung dienenden Glieder gibt Hermann (171a) S. 50 folgende Anweisungen: falls ein harmonisches Glied starker Amplitude von schwachen Gliedern umgeben ist, kann es als dem Formanten entsprechend gelten; wenn ein solches Glied von zwei Gliedern umgeben ist, die ebenfalls beträchtliche Amplituden haben, nimmt man alle drei; wenn eins von diesen Nachbargliedern mehr als doppelt so groß ist als das andere, bleibt das schwächere unberücksichtigt. Dieser Berechnung hat sich Boeke angeschlossen.[1])

Die Methode ist auch von Pipping (128, c, d) zur Berechnung des Mittelpunktes seiner Verstärkungsgebiete angewendet worden.[2]) Er geht aber von der Betrachtung aus, daß man hier nicht die Schwingungszahlen, sondern die musikalischen Intervalle zu berücksichtigen hat, und daß hier nicht arithmetische, sondern geometrische Mittelwerte in Frage kommen. Man muß also den Logarithmus der Ordnungszahlen einführen, und die Formel (94) wird

$$(95) \qquad \log n = \frac{C_p \log p + C_{p+1} \log (p+1) + \dots}{C_p + C_{p+1} + \dots}.$$

Dagegen macht jedoch Hermann (171c) S. 182 geltend, daß diese ohnehin umständlichere Berechnungsart Werte liefert, die mit den aus der Resonatorentheorie zu erwartenden im allgemeinen weniger gut übereinstimmen als die einfache, von ihm vorgeschlagene Methode.

Scripture (166), der sich der Hermannschen Berechnung anschließt, ändert doch die praktische Ausführung dahin, daß er alle um ein hervor-

---

1) Boeke redet allerdings von Intensitäten; der Zusammenhang zeigt aber, daß es ein „lapsus calami" war, und daß er Amplituden gemeint hat.

2) Beiläufig bemerkt gibt nämlich die Schwerpunktsberechnung über die Frage nach den unharmonischen Bestandteilen der Klangkurve keine Antwort; denn die Grundannahme der Methode ist auch, mutatis mutandis, mit der Theorie der harmonischen Zusammensetzung des Vokalklanges vereinbar. Der Nachweis unharmonischer Bestandteile kann nicht durch die Betrachtung isolierter Wellen erbracht werden, sondern würde die Behandlung eines längeren Wellenzuges erfordern, auf welchen die zur Aufdeckung versteckter Periodizitäten dienenden Methoden anzuwenden wären.

ragendes Glied befindlichen Koeffizienten benutzt und ebensoviele Formanten berechnet, wie es Maxima gibt. Das auf der Grenze zwischen zwei Verstärkungsgebieten befindliche Glied teilt er sozusagen zwischen den beiden Gebieten im Verhältnis zur Amplitude der Nachbarglieder; der Betrag

$$\frac{C_p \times C_{p-1}}{C_{(p-1)} + C_{(p+1)}} \text{ wird dem unteren, der Betrag } \frac{C_p \times C_{p+1}}{C_{(p-1)} + C_{(p+1)}}$$

dem oberen Gebiet zugeschrieben (ein sonderbares Verfahren, das nicht genügend begründet wird). Der Nutzen einer solchen Erweiterung (Berücksichtigung aller Amplituden) ist nach Hermann mehr als zweifelhaft.

Das Rechnungsverfahren Scriptures. — Indem er von der Hermannschen Auffassung der Vokale und, wie es scheint, von der Betrachtung der gewissen Vokalen eigenen, schwebungsartigen Kurven ausgeht, entwickelt Scripture (166) die folgende Theorie: der Stimmton bläst die Mundhöhle stoßenweise an; die Dämpfung des Mundresonators bewirkt aber, daß die im Klange enthaltenen oberen Schwingungen (die Scripture mit Hermann als nicht notwendig harmonisch auffaßt) nach dem ersten Stoß nicht mehr als erzwungene, sondern als freie, und zwar gedämpfte Schwingungen auftreten. Um die Klanganalyse vorzunehmen, muß man zuerst die Kurve durch Umrechnung der Ordinaten auf den ungedämpften Ton zurückführen.

Wenn

$$y = a \sin \omega t \tag{96}$$

die Gleichung der freien, ungedämpften Schwingung ist, so ist die Gleichung der gedämpften Schwingung (gleichmäßige Dämpfung vorausgesetzt)

$$y = a \cdot e^{-\frac{2\varepsilon}{T}t} \sin \omega t, \tag{97}$$

d. h. die Amplitude a wird mit einem Faktor multipliziert,[1]) wo e die Basis der natürlichen Logarithmen und ε eine von den tatsächlichen Bedingungen abhängende Konstante ist. Das Verhältnis der Elongationen für zwei um eine Periode entfernte Funktionswerte bleibt konstant und ist gleich e^{ε}. Dank den Eigenschaften der Exponentialfunktion bildet ε den natürlichen Logarithmus von e^{ε} oder das logarithmische Dekrement der Schwingung.[2]) Die jeweilige Amplitude einer Schwingung ist, wenn a_0 der Anfangswert ist, gleich

$$a_t = a_0 \cdot e^{-\varepsilon t}.$$

Die Glieder a_p, b_p der Fourierschen Reihe für eine solche Schwingung sind natürlich mit demselben Faktor $e^{-\frac{2\varepsilon}{T}t}$ multipliziert, so daß man schließ-

1) Ich erwähne hier, daß das Symbol a^{-x} die Operation $\frac{1}{a^x}$ darstellt; die Amplitude wird also durch $e^{\frac{2\varepsilon}{T}t}$ dividiert.

2) Tatsächlich wird auch die Periode vergrößert; diese Änderung kann aber hier vernachlässigt werden.

lich nach Scripture als Fouriersche Entwicklung bekommt:

$$y \cdot e^{\frac{2\varepsilon}{T} t} = a_0 + \sum_{p=1}^{\infty} a_p \cos p \omega t + \sum_{p=1}^{\infty} b_p \sin p \omega t. \tag{98}$$

Das Verfahren Scriptures besteht darin, das linke Membrum vor der Analyse zu berechnen. Die Konstante ε ist natürlich von vornherein unbekannt und muß erst aus der Kurve bestimmt werden. Scripture verlegt (nach dem S. 150 seiner Arbeit gegebenen Beispiel zu urteilen) den Anfangspunkt der Periode auf denjenigen Durchgang der Nullinie, der vor dem positiven Maximum der Kurve liegt, und bestimmt das Dekrement aus dem Verhältnis der Nebenmaxima und -minima. Wenn man die Ordinaten von einem Berg zum folgenden Tal (dieses Verhältnis als halbe Periode der Oberschwingung aufgefaßt) mißt, so erhält man ein Dekrement δ, das mit ε durch die Beziehung

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2} T, \quad \text{daher} \quad \varepsilon = \frac{2\delta}{T} \tag{99}$$

verbunden ist. Wäre das Dekrement ganz gleich, so könnte man am besten das Verhältnis vom ersten Berg (Amplitude a_p) zum letzten Berg (Amplitude a_q) messen und ε aus der Formel

$$\varepsilon = \frac{\log a_p - \log a_q}{q - p} \tag{100}$$

(Auerbach (106) S. 63) bestimmen; in der Wirklichkeit zeigt es sich aber, daß die verschiedenen Werte, die man innerhalb der Welle für δ bekommt, nicht konstant sind; und Scripture nimmt den Mittelwert (s. näher Scripture a. a. O. S. 152). Als Periode T gilt auch der Durchschnitt der Perioden der einzelnen „Nebenwellen“. Für die Rechnung verwandelt man den natürlichen Logarithmus ε in einen gemeinen; jede Ordinate wird umgerechnet; erst nachher wird die Analyse vorgenommen und durch die Schwerpunktsmethode die Lage der Formanten gesucht.

Auf die Grundannahme (gedämpfte Schwingungen) einzugehen, ist hier nicht der Ort. Jedenfalls gibt das Verfahren nur Näherungswerte, da die Berechnung von ε ziemlich grob ist. Auch wäre, unter der Voraussetzung, daß das Prinzip richtig ist, noch die Frage zu erwägen, inwiefern das Dekrement für alle Teilschwingungen gleich ist. Für gewisse Vokalkurven (z. B. *e*, *i*, *ü* u. dgl.) sehe ich auch nicht recht ein, wie das Verfahren anzuwenden wäre.

Die Proportionalmessung und die Auszählungsmethode.

Die Schwerpunktsmethode setzt noch die Fouriersche Methode voraus. Um die Lage des Formanten unter günstigen Bedingungen rascher zu erhalten, benutzt Hermann (131c) ein einfacheres Verfahren, die Proportionalmessung. Wenn die Welle eine Reihe von Oberwellen deutlich zeigt, kann man die Länge e dieser kleinen Schwingungsteile, so-

wie die Länge L der ganzen Welle messen; die Beziehung $\frac{L}{l}$ ergibt die Ordnungszahl der Oberschwingung. Besser ist es, mehrere Wellen (z. B. 2) von L und *l* auszumessen und den Mittelwert zu nehmen.

Mit diesem Verfahren verwandt ist das einfache Auszählen. Wo kleine Oberschwingungen der Grundwelle aufgesetzt erscheinen, werden diese ausgezählt. Das Verfahren ergibt die Lage der dominierenden Oberschwingung; es läßt sich übrigens auch auf die mehr schwebungsartigen Kurven anwenden.

Diese beiden Methoden können keinen Anspruch auf besondere Genauigkeit machen; die erstere scheint aber Werte zu liefern, die von den aus der Schwerpunktsberechnung erhaltenen Zahlen nicht beträchtlich abweichen. Als rasche Orientierungsmittel können sie in Betracht kommen.

Die Intensität.

Die Wichtigkeit der Lautintensität für das Studium der Sprache ist jedem Phonetiker zur Genüge bekannt, da die Stärke im Akzent eine jedenfalls wesentliche Rolle spielt. Leider ist aber das Studium dieser Lauteigenschaft noch sehr mangelhaft, besonders das experimentelle Studium; die Aufgabe ist übrigens sehr schwierig, und keine ganz befriedigende Methode ist bis jetzt erfunden worden.[1])

Die Beobachtung mit dem Gehör leidet an zwei Hauptmängeln: erstens ist die Empfindlichkeit für Stärkeunterschiede nicht sehr groß; andrerseits haben die verschiedenen Laute bekanntlich an und für sich nicht dieselbe Lautheit; und diese Unterschiede der Lautheit bilden eine schwer zu eliminierende Fehlerquelle.

Was die Versuchsmethoden betrifft, so haben alle eine schwache Seite. Unsere Apparate liefern natürlich im besten Falle nur Angaben über die physikalische Intensität, d. h. die akustische Stärke der äußeren Kraft, die den Laut erzeugt, während man in der Phonetik auch, und sogar hauptsächlich, mit der physiologischen Intensität zu tun hat. Die Resultate müßten also umgerechnet werden; leider ist das Verhalten der beiden Erscheinungen noch sehr wenig bekannt. Daher haben alle Forscher von der Feststellung der physiologischen Intensität abgesehen und nur die physikalische Intensität zu bestimmen versucht, die als Ausdruck für die erstere dient. Das Verfahren wäre natürlich nur unter der Voraussetzung berechtigt, daß die physiologische Intensität eine lineare Funktion der akustischen darstellt und im gleichen Sinne variiert wie diese. Da die Laute der menschlichen Sprache sich nur innerhalb eines beschränkten Gebietes der Tonskala bewegen, kann man allerdings annehmen, daß der Verlauf der physiologischen Intensität jedenfalls ziemlich gleichmäßig ist und vom Verlauf der physikalischen nicht wesentlich abweicht. Vorläufig mag sich der Phonetiker mit dieser Annahme begnügen, die die Ausbildung systematischer Untersuchungen immerhin erlaubt.

---

1) Eine Zusammenstellung dieser Methoden findet man bei Gutzmann (75).



Im jetzigen Stande unserer Wissenschaft wiegt der Umstand ungleich schwerer, daß die verschiedenen Laute nicht direkt vergleichbar sind. Mißt man die Intensität am Verlauf der Luftstromkurve, so muß man bedenken, daß der Luftverbrauch für verschiedene Laute recht verschieden ist. Bedient man sich der akustischen Registrierung, so erweist es sich, daß die Ausschläge der Membran auch für verschiedene Laute beträchtlich voneinander abweichen, ein Verhältnis, das an die Lautheitsunterschiede erinnert. Ob man mit gewissen Reduktionsfaktoren irgendwie auskommen kann, läßt sich bis jetzt nicht sagen, da keine systematischen Untersuchungen meines Wissens vorliegen; undenkbar ist es jedenfalls nicht. Man müßte z. B. verschiedene Vokale mit derselben Intensität (bzw. denselben Intensitätsabstufungen) aussprechen, mit gleichzeitiger Gehörkontrolle unter gleichen Umständen registrieren und die rechnerisch gewonnenen Resultate vergleichen. — Die Untersuchungen müssen sich also vorläufig auf gleiche Laute beschränken.

Eine eingehende Darstellung des Begriffes der akustischen Intensität gibt Auerbach (106) S. 228 ff., der besonders die verschiedenen in Frage kommenden Gesichtspunkte klar auseinandersetzt. Für unsere Zwecke gestalten sich übrigens die Verhältnisse viel einfacher als bei physikalischen Untersuchungen. Von einer Feststellung der absoluten Intensität sieht man gänzlich ab, sondern sucht nur die Ermittelung der relativen Werte. Andrerseits hat man als Versuchsmaterial die von einer Versuchsperson gesprochenen, mit demselben Instrument registrierten Laute. Es fallen also manche Schwierigkeiten weg. Eigentlich kämen nur die Energie („Schallmenge" bei Auerbach) und die Leistungsstärke (Energie pro Zeiteinheit, „Schallstärke" bei Auerbach) in Betracht. — Die Energie läßt sich nach zwei verschiedenen Formeln berechnen, je nachdem man es mit einer Momentanwirkung (Knall) oder einer Dauerwirkung (Schall) zu tun hat. Im ersteren Falle wird sie durch die Bewegungsgröße (Produkt aus Masse und Geschwindigkeit), im zweiten durch die kinetische Energie (halbes Produkt aus Masse und Quadrat der Geschwindigkeit) ausgedrückt. Den ersteren Ausdruck gebrauchen Roudet (200) und, wie es scheint, Rousselot (7); immerhin würde es nur für das Explosionsgeräusch der Verschlußlaute in Betracht kommen, und soweit sind wir noch nicht, daß wir auf diese Laute unsere Untersuchungen gut erstrecken könnten. Sonst haben wir nur mit Dauerlauten zu operieren, und als Maß der Intensität hat also die kinetische Energie zu gelten. Da wir nun relative Werte erzielen und die beteiligten Massen für einen Versuch konstant bleiben, fällt der Faktor $\frac{m}{2}$ weg, und die Intensitäten von zwei Lauten I_1, I_2, stehen zueinander im Verhältnis

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1{}^2}{G_2{}^2}, \tag{101}$$

wo $G_1{}^2$, $G_2{}^2$ die bzw. Geschwindigkeitsquadrate ausdrücken. Die Geschwindigkeiten sind wiederum durch die Amplitude und die Schwingungszahl bestimmt, und wenn a_1, a_2 die Amplituden und s_1, s_2 die Schwingungszahlen sind, so

erhält man als Ausdruck der relativen Intensitäten

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2 s_1^2}{a_2^2 s_2^2}. \tag{102}$$

Wie oben angedeutet, lassen sich die bis jetzt angewendeten Methoden in zwei Kategorien einteilen, je nachdem man aus der Volumkurve oder aus der Klangkurve die Intensität zu bestimmen sucht.

A. Bestimmung aus der Volumkurve. — Für eine nach der Art des Sprechapparates gebaute Tonquelle, die bei variierender Anblasestärke ihre Tonhöhe nicht zu ändern braucht, kann man das Problem noch weiter vereinfachen als oben. Bleibt nämlich die Tonhöhe konstant, so fällt sie aus (102) weg, und die Intensitäten sind den Amplitudenquadraten proportional. Bei gleichbleibendem Stimmregister und gleichbleibender Artikulation (und Tonhöhe) variieren nun die Amplituden offenbar mit dem Luftverbrauch gleichzeitig und gleichsinnig; mit anderen Worten gibt, mit diesen Einschränkungen, der Verlauf der Volumkurve, oder richtiger der Derivierten dieser Kurve, (Geschwindigkeit) einen Ausdruck für den Verlauf der Intensitätskurve.

Dieser Methode hat sich Gutzmann (75) bedient, besonders um die Leistungen von Sängern (bei gleichbleibender Tonstärke, crescendo, decrescendo usw.) zu prüfen. Er benützt seinen S. 57 beschriebenen Volumschreiber und mißt, wie oben (S. 65 und Fig. 35) ausgeführt, die Derivierte der Volumkurve. — An sich ist das Verfahren unanfechtbar, und es kann, wie Gutzmann andeutet, zur Prüfung anderer Methoden verwertet werden; immerhin beeinträchtigt die Einschränkung bezüglich der Tonhöhe die Anwendbarkeit der Methode für sprachliche Untersuchungen bedeutend, da die Tonhöhe des Sprechtones bekanntlich stark variiert. Übrigens sollte die Tonhöhe gleichzeitig registriert werden, was sich sehr leicht, z. B. mit einem guten Kehltonschreiber, verwirklichen läßt. — Rousselot (7) bedient sich auch seines Volummessers, aber ohne die Einschränkung Gutzmanns einzuführen, wodurch ein unkontrollierbares Element hineinkommt, das den Wert des Verfahrens gefährdet (abgesehen davon, daß der Apparat das Volum wahrscheinlich unvollkommen registriert, s. oben S. 59). Die Resultate sollen noch mit Rücksicht auf gewisse Experimente, die eine Bestimmung der physiologischen Intensität bezwecken, verarbeitet werden; jedoch geht aus den Versuchen (a. a. O. S. 1033 ff.) keine allgemeingültige Regel hervor.

B. Die Bestimmung aus der Klangkurve. — Diese Art der Bestimmung setzt eine befriedigende akustische Registrierung voraus. — Angenommen, man habe einen einfachen Ton von wechselnder Amplitude und Periode, so ist die Berechnung der relativen Intensität sehr einfach: man braucht nur für jede Schwingung die Amplitude[1]) zu messen, die Schwingungszahl zu berechnen und das Produkt $a^2 s^2$ zu bilden. Die

1) Ob man dabei die einfache Amplitude (von der Nullinie zum positiven Maximum) oder die doppelte (vom tiefsten Tal zum höchsten Gipfel) nimmt, ist hier einerlei, da beide sich nur um eine Konstante unterscheiden.

Schwingungszahl s ist gleich $\frac{b}{l}$ (s. S. 160), wo b die Registriergeschwindigkeit und l die Abszisssenlänge ist; bei konstanter Geschwindigkeit verschwindet der Faktor b; man braucht nur a und l zu messen und den Quotienten $\left(\frac{a}{l}\right)^2$ zu berechnen.

Diese Bedingung wird aber nicht erfüllt, da die Sprachlaute zusammengesetzte Schwingungsbilder ergeben; und die Frage entsteht, wie man diese zu behandeln hat. Unter der Annahme, daß in einem zusammengesetzten

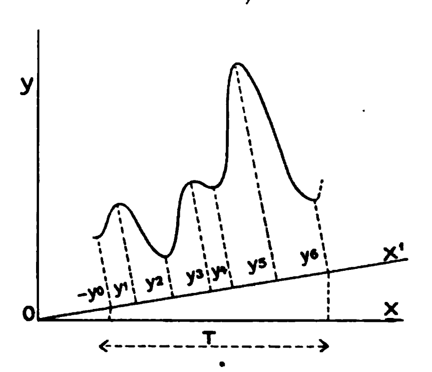
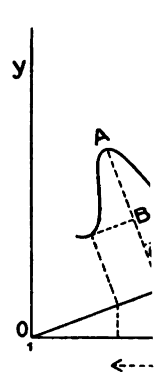


Fig. 106.
Schema zur Bestimmung der Schwingungsbahn nach Roudet.
Aus Roudet (200).

Ton jeder Komponent zur Gesamtintensität nach Maßgabe der ihm eigenen kinetischen Energie beiträgt, nimmt Pipping (201 und 128d) als Grundlage der Berechnung die Resultate der Klanganalyse nach Fourierschen Reihen. Jedes Glied der Reihe (24) S. 167 hat eine bekannte Amplitude, so daß die relative Intensität der p^{ten} Teilschwingung, wenn C_p ihre Amplitude und s die Schwingungszahl des Grundtones ist, durch das Produkt $C_p^2 \cdot (p\,s)^2$ gegeben wird; und als Ausdruck der (relativen) Gesamtintensität ist die Summe der Partialintensitäten zu betrachten. Ich habe mich dieser Berechnungsart angeschlossen. — Gegen das Verfahren wendet Rousselot (7) S. 1086 ein, daß es die Interferenzen nicht beachtet. Jedoch sind die Interferenzen der Amplituden durch die Fouriersche Analyse berücksichtigt, und es wäre dann zu beweisen, daß die Intensitäten anders interferieren. Die Methode scheint mir also zuverlässiger zu sein als die anderen akustischen.

Die Methode der vollständigen Analyse ist aber zeitraubend. Pipping (a. a. O.) hat selbst vorgeschlagen, die Intensität so zu berechnen, daß man die zusammengesetzte Kurve wie eine einfache behandelt und als Maß das Produkt aus dem Quadrat der (doppelten) Amplitude und dem Quadrat der Schwingungszahl betrachtet. Die Vergleichung der mit den beiden Methoden erhaltenen Resultate zeigt, daß für nicht stark schwankende Tonhöhe (und gleiche Klangfarbe, wie immer) die Abweichungen der zweiten Methode von der ersten nicht sehr groß sind; bei starker Tonhöhenänderung dürften sie aber beträchtlich werden.

Ein im Prinzip ähnliches, i
hat Roudet (200) entwickelt. E
.schwindigkeit (Bewegungsgröße)
keit den Quotienten der Schwin
Periodendauer. Bei einfacher
von den Maximis und Minimis de
linie parallele Achse OX′ (bei sp
und mißt als Schwingungsbahne
+ BC, bzw. ID + DE usw.[1]);
Abschnitte von OX′ auf die (se
Achse OX benutzt (ein eigentlich



Schema zur Bestimmung
Au

T_1, T_2 usw. berechnet. Als mittler
gilt der Quotient $\frac{a_p}{T_p}$ (bzw. für den
— Bei komplizierten Schwingu
Maximum und Minimum entsprec
um die Schwingungsbahn zu erha
der Ordinaten ungerader Ordnu
Ordinaten ab (y_0 und y_n dabei n
gibt wiederum die Periode.

Gegen diese Art der Berecl
Gutzmann (75) geltend, daß sie
Das ist richtig, sofern man die
die Schwingungsbahn, sondern di
die Bestimmung der relativen Inte
dieser Umstand irrelevant, da es si
handelt. Theoretisch hat also da

1) Eigentlich ist diese Länge der
Schwingungsbahn (s. S. 156); der F
Messungsfehler.

wie die Berechnung aus der Amplitude. Nur scheint mir die ganze Prozedur unnötig lang, da man die doppelte Amplitude aus der Differenz zwischen dem höchsten und dem tiefsten Punkt direkt bekommen kann. Außerdem ist die Berechnungsformel anfechtbar (s. oben).

Es wäre auch eine dritte Methode zu erwägen. Die Berechnung aus der kinetischen Energie kommt auf eine Flächenbestimmung an. Wenn die Bestimmung aus der größten Amplitude sich als ungenügend erweist und man doch nicht zur zeitraubenden Klanganalyse greifen will, so könnte man an die Quadrierung der Schwingungskurve denken. Ich habe schon früher dieses Verfahren probiert, brachte es aber damals nicht über die Vorstudien; ich gedenke es später noch in Angriff zu nehmen. Jedenfalls wollte ich diese Möglichkeit nicht unerwähnt lassen.

Wie man sieht, ist man bis jetzt nicht sehr weit gekommen. Eine vergleichende Untersuchung aller Methoden wäre sehr wünschenswert.

Anhang.

Formeln und Produktentabellen für die Analyse nach Fourierschen Reihen mit 16, 20, 24, 36, 40, 48 und 72 Ordinaten.

Allgemeine Anmerkung.

Die Rechnungsformeln sind nach dem S. 193 entwickelten Prinzip dargestellt und geben die endgültige Form nach der Gruppierung aller gemeinsamen Faktoren. — Die Formeln für die Rechnung mit 20, 24 und 36 Ordinaten sind nicht besonders angegeben, da sie aus den Formeln für 40, 48 und 72 Ordinaten ohne weiteres hervorgehen, indem man nur die Gruppen von geradem Index beibehält und die Indizes mit 2 dividiert. Um die Symmetrie der Gruppen von geradem Index anschaulicher zu machen, habe ich die Koeffizienten besonders auf Grund dieser Symmetrie gruppiert.

Ich setze überall voraus, daß die Gruppen G'_k auf die Form G_k durch die S. 195 angegebene Subtraktion reduziert werden. Der Index k nimmt die Werte $1, 2, \ldots\ n-1$, (wenn $4n$ die Anzahl der gemessenen Ordinaten ist). Die Gruppen vom Index 0 und n ergeben sich aus den Formeln

$$E_0 = y_0 - y_{2n} \qquad D_n = y_n - y_{3n}$$
$$G'_0 = y_0 + y_{2n} \qquad G'_n = y_n + y_{3n}\,.$$

Die Rechnung mit 16 Ordinaten taugt natürlich zur Klangfarbenanalyse nicht; sie ist aber zur Intensitätsberechnung sehr bequem.

Die Produktentabellen sind wenigstens einmal mit der Rechenmaschine kontrolliert worden. Zur Benutzung dieser Tabellen will ich folgendes anmerken:

1. Die Kolumnen sind nicht nach den wachsenden Argumenten, sondern, und zwar aus praktischen Gründen, nach der Gruppierung der Argumente in den Rechnungsformeln angeordnet. Es stehen z. B. links alle diejenigen Argumente, die den Ordinatengruppen von ungeradem Index entsprechen; diese kommen daher für die Rechnung mit 20, 24 und 36 Ordinaten nicht in Betracht. — Für die Rechnung mit 16 Ordinaten ist keine Tabelle angegeben, da die 3 vorkommenden Argumente in den Tabellen für 48 Ordinaten stehen.

2. In sämtlichen Tabellen ist die dem Argument $\sin 30^0 = \cos 60^0$ entsprechende Kolumne übersprungen, da das Argument bekanntlich $= \frac{1}{2}$ ist.

3. In den Tabellen für 40 und 72 Ordinaten sind die Zahlen mit 3 Dezimalziffern angegeben, um die Einschaltung der fehlenden Werte mit 2 sicheren Dezimalziffern zu erleichtern.

Rechnungsformeln.

A. Für die Rechnung mit 16 Ordinaten.

Ordinatengruppen.

$$D_k = + y_k + y_{8-k} - y_{8+k} - y_{16-k}$$
$$E_k = + \quad - \quad - \quad +$$
$$F_k = + \quad - \quad + \quad -$$
$$G'_k = + \quad + \quad + \quad +$$

Argumente (außer 0 und 1).

	α	β	γ
sin	22° 30′	45°	67° 30′
cos	67° 30′	45°	22° 30′

Kosinus-Koeffizienten.

Gerade Indizes.

$$\left.\begin{matrix}16 A_0 \\ 16 A_8\end{matrix}\right\} = (G'_0 + G'_2 + G'_4) \pm (G'_1 + G'_3)$$
$$\left.\begin{matrix}8 A_2 \\ 8 A_6\end{matrix}\right\} = G_4 \pm \beta (G_1 - G_3)$$
$$8 A_4 = G_4 - G_2$$

Ungerade Indizes.

$$\left.\begin{matrix}8 A_1 \\ 8 A_7\end{matrix}\right\} = E_0 + E_2 \beta \pm E_1 \gamma + E_3 \alpha$$
$$\left.\begin{matrix}8 A_3 \\ 8 A_5\end{matrix}\right\} = E_0 - E_2 \beta \pm E_1 \alpha - E_3 \gamma$$

Sinus-Koeffizienten.

$$\left.\begin{matrix}8 B_2 \\ 8 B_6\end{matrix}\right\} = \beta (F_1 - F_3) \pm F_2$$
$$8 B_4 = F_1 - F_3$$

$$\left.\begin{matrix}8 B_1 \\ 8 B_7\end{matrix}\right\} = D_1 \alpha + D_3 \gamma + D_2 \beta + D_4$$
$$\left.\begin{matrix}8 B_3 \\ 8 B_5\end{matrix}\right\} = D_1 \gamma - D_3 \alpha + D_2 \beta - D_4 .$$

B. Für die Rechnung mit 40 (und 20) Ordinaten.

Ordinatengruppen

$$D_k = + y_k + y_{20-k} - y_{20+k} - y_{40-k}$$
$$E_k = + \quad - \quad - \quad +$$
$$F_k = + \quad - \quad + \quad -$$
$$G'_k = + \quad + \quad + \quad +$$

Argumente

	α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ	ι
sin	9°	18°	27°	36°	45°	54°	63°	72°	81°
cos	81°	72°	63°	54°	45°	36°	27°	18°	9°

Kosinus-Koeffizienten gerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}40\,A_0 \\ 40\,A_{20}\end{matrix} = (G'_0 + G'_4 + G'_8) + (G'_2 + G'_6 + G'_{10}) \pm (G'_1 + G'_3 + G'_5 + G'_7 + G'_9)$$

$$\begin{matrix}20\,A_2 \\ 20\,A_{18}\end{matrix} = (G_4\,\beta - G_8\,\zeta) + \{G_2\,\zeta - (G_6\,\beta + G_{10})\} \pm \vartheta\,(G_1 - G_9) + \delta\,(G_3 - G_7)$$

$$\begin{matrix}20\,A_8 \\ 20\,A_{12}\end{matrix} = (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) - \{\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\} \pm \beta\,(G_1 + G_9) + G_5 - \zeta\,(G_3 + G_7)$$

$$\begin{matrix}20\,A_4 \\ 20\,A_{16}\end{matrix} = (G_8\,\beta - G_4\,\zeta) + (G_2\,\beta + G_{10} - G_6\,\zeta) \pm \zeta\,(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) - \{G_5 + \beta\,(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot)\}$$

$$\begin{matrix}20\,A_6 \\ 20\,A_{14}\end{matrix} = (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) - (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) \pm \delta\,(G_1 - G_9) + \vartheta\,(G_3 - G_7)$$

$$20\,A_{10} = (G_4 + G_8) - (G_2 + G_6)$$

Sinus-Koeffizienten gerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}20\,B_2 \\ 20\,B_{18}\end{matrix} = \beta\,(F_1 + F_9) + \zeta\,(F_3 + F_7) + F_5 \pm (F_2\,\delta + F_6\,\vartheta) + (F_4\,\vartheta + F_8\,\vartheta)$$

$$\begin{matrix}20\,B_8 \\ 20\,B_{12}\end{matrix} = \vartheta\,(F_1 - F_9) - \delta\,(F_3 - F_7) \pm (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) - (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot)$$

$$\begin{matrix}20\,B_4 \\ 20\,B_{16}\end{matrix} = \delta\,(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + \vartheta\,(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) \pm (F_2\,\vartheta - F_6\,\delta) + (F_4\,\delta - F_8\,\vartheta)$$

$$\begin{matrix}20\,B_6 \\ 20\,B_{14}\end{matrix} = \zeta\,(F_1 + F_9) + \beta\,(F_3 + F_7) - F_5 \pm (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) - (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot)$$

$$20\,B_{10} = (F_1 + F_9) + F_5 - (F_3 + F_7)$$

Kosinus-Koeffizienten ungerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}20\,A_1\\20\,A_{19}\end{matrix} = (E_0 + E_4\,\zeta + E_8\,\beta) + (E_2\,\vartheta + E_6\,\delta) \quad \pm E_1\,\iota + E_3\,\eta + E_7\,\gamma + E_9\,\alpha + E_5\,\varepsilon$$

$$\begin{matrix}20\,A_9\\20\,A_{11}\end{matrix} = (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \quad \pm E_1\,\alpha + E_9\,\iota + E_5\,\varepsilon - (E_3\,\gamma + E_7\,\eta)$$

$$\begin{matrix}20\,A_3\\20\,A_{17}\end{matrix} = \{E_0 - (E_4\,\beta + E_8\,\zeta)\} + (E_2\,\delta - E_6\,\vartheta) \pm E_1\,\eta + E_3\,\alpha - (E_7\,\iota + E_9\,\gamma + E_5\,\varepsilon)$$

$$\begin{matrix}20\,A_7\\20\,A_{13}\end{matrix} = \{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\} - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \quad \pm E_1\,\gamma + E_7\,\alpha + E_5\,\varepsilon - (E_3\,\iota + E_9\,\eta)$$

$$\begin{matrix}20\,A_5\\20\,A_{15}\end{matrix} = E_0 + E_8 - E_4 \pm \varepsilon\,\{E_1 + E_7 + E_9 - (E_3 + E_5)\}$$

Sinus-Koeffizienten ungerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}20\,B_1\\20\,B_{19}\end{matrix} = (D_1\,\alpha + D_3\,\gamma + D_7\,\eta + D_9\,\iota + D_5\,\varepsilon) \pm (D_2\,\beta + D_6\,\zeta + D_{10}) + (D_4\,\delta + D_8\,\vartheta)$$

$$\begin{matrix}20\,B_9\\20\,B_{11}\end{matrix} = D_1\,\iota + D_9\,\alpha + D_5\,\varepsilon - (D_3\,\eta + D_7\,\gamma) \pm (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$$

$$\begin{matrix}20\,B_3\\20\,B_{17}\end{matrix} = D_1\,\gamma + D_3\,\iota + D_5\,\varepsilon - (D_7\,\alpha + D_9\,\eta) \pm (D_2\,\zeta + D_6\,\beta - D_{10}) + (D_4\,\vartheta - D_8\,\delta)$$

$$\begin{matrix}20\,B_7\\20\,B_{13}\end{matrix} = D_1\,\eta + D_7\,\iota - (D_3\,\alpha + D_9\,\gamma + D_5\,\varepsilon) \pm (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$$

$$\begin{matrix}20\,B_5\\20\,B_{15}\end{matrix} = \varepsilon\,\{D_1 + D_3 + D_9 - (D_5 + D_7)\} \quad \pm (D_2 + D_{10} - D_6)$$

C. Für die Rechnung mit 48 (und 24) Ordinaten.

Ordinatengruppen

$$
\begin{array}{lcccc}
D_k = & +y_k & +y_{24-k} & -y_{24+k} & -y_{48-k} \\
E_k = & + & - & - & + \\
F_k = & + & - & + & - \\
G'_k = & + & + & + & +
\end{array}
$$

Argumente

	α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ	ι	$\varkappa$	λ
sin	7°30′	15°	22°30′	30°	37°30′	45°	52°30′	60°	67°30′	75°	82°30′
cos	82°30′	75°	67°30′	60°	52°30′	45°	37°30′	30°	22°30′	15°	7°30′

Kosinus-Koeffizienten gerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}48\,A_0\\48\,A_{24}\end{matrix} = (G'_0 + G'_4 + G'_8 + G'_{12}) + (G'_2 + G'_6 + G'_{10}) \pm (G'_1 + G'_3 + G'_5 + G'_7 + G'_9 + G'_{11})$$

$$\begin{matrix}24\,A_2\\24\,A_{22}\end{matrix} = \{\delta(G_4 - G_8) - G_{12}\} + \{\vartheta(G_2 - G_{10})\} \pm \varkappa(G_1 - G_{11}) + \beta(G_5 - G_7) + \zeta(G_3 - G_9)$$

$$\begin{matrix}24\,A_{10}\\24\,A_{14}\end{matrix} = \{\cdots\cdots\} - \{\cdots\cdots\} \pm \beta(\cdots\cdots) + \varkappa(\cdots\cdots) - \zeta(\cdots\cdots)$$

$$\begin{matrix}24\,A_4\\24\,A_{20}\end{matrix} = \{G_{12} - \delta(G_4 + G_8)\} + \{\delta(G_2 + G_{10})\} \pm \vartheta\,\{(G_1 + G_{11}) - (G_5 + G_7)\}$$

$$\begin{matrix}24\,A_8\\24\,A_{16}\end{matrix} = \{\cdots\cdots\} - \{\cdots\cdots\} \pm \delta\,\{(\cdots\cdots) + (\cdots\cdots)\} - (G_3 + G_9)$$

$$\begin{matrix}24\,A_6\\24\,A_{18}\end{matrix} = -\{(G_4 - G_8) + G_{12}\}^{1)} \qquad \pm\,\zeta\,\{(G_1 - G_{11}) - [(G_5 - G_7) + (G_3 - G_9)]\}$$

$$24\,A_{12} = \{(G_4 + G_8) + G_{12}\} - \{(G_2 + G_{10}) + G_6\}$$

1) Eigentlich: $(G_8 - G_4) - G_{12}$; es ist aber $(G_8 - G_4) = -(G_4 - G_8)$: daher die Notation.

Sinus-Koeffizienten ungerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}24\,B_2\\24\,B_{22}\end{matrix} = \beta(F_1 + F_{11}) + \varkappa(F_5 + F_7) + \zeta(F_3 + F_9) \pm \{\delta(F_2 + F_{10}) + F_6\} + \{\vartheta(F_4 + F_8)\}$$

$$\begin{matrix}22\,B_{10}\\24\,B_{14}\end{matrix} = \varkappa(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) + \beta(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \zeta(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \pm \{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\} - \{\vartheta\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_4\\24\,B_{20}\end{matrix} = \delta\{(F_1 - F_{11}) + (F_5 - F_7)\} + (F_3 - F_9) \pm \vartheta\{(F_2 - F_{10}) + (F_4 - F_8)\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_8\\24\,B_{16}\end{matrix} = \vartheta\{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)\} \pm \vartheta\{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_6\\24\,B_{18}\end{matrix} = \zeta\{(F_1 + F_{11}) + (F_3 + F_9) - (F_5 + F_7)\} \pm \{(F_2 + F_{10}) - F_6\}$$

$$24\,B_{12} = \{(F_1 - F_{11}) + (F_5 - F_7)\} - (F_3 - F_9)$$

Kosinus-Koeffizienten ungerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}24\,A_1\\24\,A_{23}\end{matrix} = \{(E_0 + E_8\,\delta) + E_4\,\vartheta\} + (E_2\,\varkappa + E_{10}\,\beta + E_6\,\zeta) \pm (E_1\,\lambda + E_5\,\eta + E_7\,\varepsilon + E_{11}\,\alpha) + (E_3\,\iota + E_9\,\gamma)$$

$$\begin{matrix}24\,A_{11}\\24\,A_{13}\end{matrix} = \{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) + \cdot\cdot\cdot\cdot\} - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \pm \{E_1\,\alpha + E_5\,\varepsilon - (E_7\,\eta + E_{11}\,\lambda)\} + (E_9\,\iota - E_3\,\gamma)$$

$$\begin{matrix}24\,A_5\\24\,A_{19}\end{matrix} = \{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \cdot\cdot\cdot\cdot\} + (E_2\,\beta + E_{10}\,\varkappa - E_6\,\zeta) \pm \{E_1\,\eta + E_{11}\,\varepsilon - (E_5\,\lambda + E_7\,\alpha)\} + (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$$

$$\begin{matrix}24\,A_7\\24\,A_{17}\end{matrix} = \{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \cdot\cdot\cdot\cdot\} - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \pm \{E_1\,\varepsilon + E_7\,\lambda - (E_5\,\alpha + E_{11}\,\eta)\} - (E_3\,\iota + E_9\,\gamma)$$

$$\begin{matrix}24\,A_3\\24\,A_{21}\end{matrix} = (E_0 - E_8) + \zeta\{E_2 - (E_6 + E_{10})\} + \iota\{E_1 - (E_7 + E_9)\} + \gamma\{E_3 - (E_5 + E_{11})\}$$

$$\begin{matrix}24\,A_9\\24\,A_{15}\end{matrix} \quad (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \zeta\{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\} + \gamma\{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\} - \iota\{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\}$$

Sinus-Koeffizienten ungerader Ordnungszahl

$$\begin{matrix}24\,B_1\\24\,B_{23}\end{matrix} = (D_1\,\alpha + D_5\,\varepsilon + D_7\,\eta + D_{11}\,\lambda) + (D_3\,\gamma + D_9\,\iota) \quad \pm (D_2\,\beta + D_{10}\,\varkappa + D_6\,\zeta) + \{(D_4\,\delta + D_{12}) + D_8\,\vartheta\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_{11}\\24\,B_{13}\end{matrix} = \{D_1\,\lambda + D_5\,\eta - (D_7\,\varepsilon + D_{11}\,\alpha)\} - (D_3\,\iota - D_9\,\gamma) \pm (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) + \cdot\cdot\cdot\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_5\\24\,B_{19}\end{matrix} = \{D_1\,\varepsilon + D_{11}\,\eta - (D_5\,\alpha + D_7\,\lambda)\} + (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \pm (D_2\,\varkappa + D_{10}\,\beta - D_6\,\zeta) + \{(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \cdot\cdot\cdot\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_7\\24\,B_{17}\end{matrix} = \{D_1\,\eta + D_7\,\alpha - (D_5\,\lambda + D_{11}\,\varepsilon)\} + (D_3\,\gamma + D_9\,\iota) \pm (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\}$$

$$\begin{matrix}24\,B_3\\24\,B_{21}\end{matrix} = \gamma\,(D_1 + D_7 - D_9) + \iota\,(D_3 + D_5 - D_{11}) \quad \pm \zeta\,(D_2 + D_6 - D_{10}) + (D_4 - D_{12})$$

$$\begin{matrix}24\,B_9\\24\,B_{15}\end{matrix} = \iota\,(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \gamma\,(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \quad \pm \zeta\,(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$$

D. Für die Rechnung

Ordinatengruppen

$$D_k = + y_k + y_{36-k} - y_{36+k} - y_{72-k}$$
$$E_k = + \quad - \quad - \quad +$$
$$F_k = + \quad - \quad + \quad -$$
$$G'_k = + \quad + \quad + \quad +$$

Kosinus-Koeffizienten

$$(G'_0 + G'_4 + G'_8 + G'_{12} + G'_{16}) + (G'_2 + G'_6 + G'_{10} + G'_{14} + G'_{18})$$

$$\{G_4 \varkappa + G_8 \beta - (G_{16} \xi + G_{12} \zeta)\} + \{[G_2 \xi - (G_{10} \beta + G_{14} \varkappa)] + (G_6 \zeta - G_{18}\}$$

$$\{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} - \{[\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot] + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{G_4 \beta + G_{16} \varkappa - (G_8 \xi + G_{12} \zeta)\} + \{(G_2 \varkappa + G_{14} \beta - G_{10} \xi) - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} - \{(\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot) - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{G_8 \varkappa + G_{16} \beta - (G_4 \xi + G_{12} \zeta)\} + \{(G_2 \beta + G_{10} \varkappa - G_{14} \xi) - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{G_{12} - \zeta(G_4 + G_8 + G_{16})\} + \{\zeta(G_2 + G_{10} + G_{14}) - (G_6 + G_{18})\}$$

$$\{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{(G_4 + G_8 + G_{16}) + G_{12}\} - \{(G_2 + G_{10} + G_{14}) + (G_6 + G_{18})\}$$

mit 72 (und 36) Ordinaten.

Argumente

	α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ	ι	$\varkappa$	λ	μ	ν	ξ	o	ϱ	σ
sin	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
cos	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	5°

gerader Ordnungszahl

$$\pm G'_1 + G'_3 + G'_5 + G'_7 + G'_9 + G'_{11} + G'_{13} + G'_{15} + G'_{17} = \begin{matrix} 72\,A_0 \\ 72\,A_{36} \end{matrix}$$

$$\pm \varrho (G_1 - G_{17}) + \vartheta (G_5 - G_{13}) + \delta (G_7 - G_{11}) + \mu (G_3 - G_{15}) = \begin{matrix} 36\,A_2 \\ 36\,A_{34} \end{matrix}$$

$$\pm \beta (G_1 + G_{17}) + \varkappa (G_5 + G_{13}) - \xi (G_7 + G_{11}) - \{\zeta (G_3 + G_{15}) - G_9\} = \begin{matrix} 36\,A_{16} \\ 36\,A_{20} \end{matrix}$$

$$\pm \xi (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) - \{\beta (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) + \varkappa (\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)\} + \{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\} = \begin{matrix} 36\,A_4 \\ 36\,A_{32} \end{matrix}$$

$$\pm \delta (G_1 - G_{17}) + \varrho (G_5 - G_{13}) - \{\vartheta (G_7 - G_{11}) + \mu (G_3 - G_{15})\} = \begin{matrix} 36\,A_{14} \\ 36\,A_{22} \end{matrix}$$

$$\pm \varkappa (G_1 + G_{17}) + \beta (G_7 + G_{11}) - \xi (G_5 + G_{13}) - \{\zeta (G_3 + G_{15}) - G_9\} = \begin{matrix} 36\,A_8 \\ 36\,A_{28} \end{matrix}$$

$$\pm \vartheta (G_1 - G_{17}) + \varrho (G_7 - G_{11}) - \{\delta (G_5 - G_{13}) + \mu (G_3 - G_{15})\} = \begin{matrix} 36\,A_{10} \\ 36\,A_{26} \end{matrix}$$

$$\pm \mu \{(G_1 - G_{17}) - [(G_5 - G_{13}) + (G_7 - G_{11})]\} = \begin{matrix} 36\,A_6 \\ 36\,A_{30} \end{matrix}$$

$$\pm \zeta \{(G_1 + G_{17}) + (G_5 + G_{13}) + (G_7 + G_{11})\} - \{(G_3 + G_{15}) + G_9\} = \begin{matrix} 36\,A_{12} \\ 36\,A_{24} \end{matrix}$$

Sinus-Koeffizienten

$$\left.\begin{matrix}36\,B_2\\36\,B_{34}\end{matrix}\right\} = \beta(F_1+F_{17}) + \varkappa(F_5+F_{13}) + \xi(F_7+F_{11}) + \{\zeta(F_3+F_{15})+F_9\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_{16}\\36\,B_{20}\end{matrix}\right\} = \varrho(F_1-F_{17}) + \vartheta(F_5-F_{13}) - \{\delta(F_7-F_{11}) + \mu(F_3-F_{15})\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_4\\36\,B_{32}\end{matrix}\right\} = \delta(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + \varrho(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + \vartheta(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + \mu(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot)$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_{14}\\36\,B_{22}\end{matrix}\right\} = \xi(F_1+F_{17}) + \varkappa(F_7+F_{11}) - \beta(F_5+F_{13}) - \{\zeta(F_3+F_{15})+F_9\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_8\\36\,B_{28}\end{matrix}\right\} = \vartheta(F_1-F_{17}) - [\delta(F_5-F_{13}) + \varrho(F_7-F_{11})] + \mu(F_3-F_{15})$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_{10}\\36\,B_{26}\end{matrix}\right\} = \varkappa(F_1+F_{17}) - [\xi(F_5+F_{13}) + \beta(F_7+F_{11})] + \{\zeta(F_3+F_{15})+F_9\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_6\\36\,B_{30}\end{matrix}\right\} = \zeta\,\{F_1+F_{17}) + (F_5+F_{13}) - (F_7+F_{11})\} + \{(F_3+F_{15}) - F_9\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,B_{12}\\36\,B_{24}\end{matrix}\right\} = \mu\,\{(F_1-F_{17}) + (F_7-F_{11}) - (F_5-F_{13})\}$$

$$36\,B_{18} = \{(F_1+F_{17}) + (F_5+F_{13}) - (F_7+F_{11})\} - \{(F_3+F_{15}) - F_9\}$$

Kosinus-Koeffizienten

$$\left.\begin{matrix}36\,A_1\\36\,A_{35}\end{matrix}\right\} = \{(E_0+E_{12}\,\zeta) + (E_4\,\xi + E_8\,\varkappa + E_{16}\,\beta)\} + \{E_2\,\varrho + E_{10}\,\vartheta + E_{14}\,\delta + E_6\,\mu\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,A_{17}\\36\,A_{19}\end{matrix}\right\} = \{(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + (\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot)\} - \{\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,A_5\\36\,A_{31}\end{matrix}\right\} = \{(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + [E_{16}\,\varkappa - (E_4\,\beta + E_8\,\xi)]\} + \{E_2\,\vartheta + E_{14}\,\varrho - (E_{10}\,\delta + E_6\,\mu\}$$

$$\left.\begin{matrix}36\,A_{13}\\36\,A_{23}\end{matrix}\right\} = \{(\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot) + [\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot]\} - \{\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\}$$

gerader Ordnungszahl

$$\pm \{F_2 \delta + F_{10} \varrho + F_{14} \vartheta + F_6 \mu\} + \{F_4 \vartheta + F_8 \varrho + F_{16} \delta + F_{12} \mu\}$$

$$\pm \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\{F_2 \vartheta + F_6 \mu - (F_{10} \delta + F_{14} \varrho)\} + \{F_4 \varrho + F_8 \delta - (F_{16} \vartheta + F_{12} \mu)\}$$

$$\pm \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\pm \{F_2 \varrho + F_{10} \vartheta - (F_{14} \delta + F_6 \mu)\} + \{F_4 \delta + F_{12} \mu - (F_8 \vartheta + F_{16} \varrho)\}$$

$$\pm \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$$

$$\pm \mu \{(F_2 + F_{14} - F_{10}) + (F_4 + F_{16} - F_8)\}$$

$$\pm \mu \{(\cdots\cdots\cdots) - (\cdots\cdots\cdots)\}$$

ungerader Ordnungszahl

$$\pm (E_1 \sigma + E_5 \nu + E_7 \lambda + E_{11} \eta + E_{13} \varepsilon + E_{17} \alpha) + (E_3 o + E_{15} \gamma + E_9 \iota)$$

$$\pm \{E_1 \alpha + E_5 \varepsilon + E_{13} \nu + E_{17} \sigma - (E_7 \eta + E_{11} \lambda)\} - (E_3 \gamma + E_{15} o - E_9 \iota)$$

$$\pm \{E_1 \nu + E_{11} \alpha + E_{13} \lambda + E_{17} \varepsilon - (E_5 \eta + E_7 \sigma)\} + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)$$

$$+ \{E_1 \varepsilon + E_5 \lambda + E_{11} \sigma + E_{17} \nu - (E_7 \alpha + E_{13} \eta)\} - (E_3 o + E_{15} \gamma + E_9 \iota)$$

$$\begin{matrix}36\,A_7\\36\,A_{29}\end{matrix} = \{(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) + [E_8\,\beta - (E_4\,\varkappa + E_{16}\,\xi)]\} + \{E_2\,\delta + E_{10}\,\varrho - (E_{14}\,\vartheta + E_{5}\,\mu\}$$

$$\begin{matrix}36\,A_{11}\\36\,A_{25}\end{matrix} = \{(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) + [\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot]\} - \{\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\}$$

$$\begin{matrix}36\,A_3\\36\,A_{33}\end{matrix} = \{(E_0 - E_{12}) + \zeta\,[E_4 - (E_8 + E_{16})]\} + \{\zeta\,[E_2 - (E_{10} + E_{14})]\}$$

$$\begin{matrix}36\,A_{15}\\36\,A_{21}\end{matrix} = \{(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) + \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\} - \{\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\}$$

$$\begin{matrix}36\,A_9\\36\,A_{27}\end{matrix} = \{(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) - [E_4 - (E_8 + E_{16})]\} \pm \iota\,\{[E_1 - (E_{11} + E_{13})] -$$

Sinus-Koeffizienten

$$\begin{matrix}36\,B_1\\36\,B_{35}\end{matrix} = (D_1\,\alpha + D_5\,\varepsilon + D_7\,\eta + D_{11}\,\lambda + D_{13}\,\nu + D_{17}\,\sigma) + (D_3\,\gamma + D_{15}\,o + D_9\,\iota$$

$$\begin{matrix}36\,B_{17}\\36\,B_{19}\end{matrix} = \{D_1\,\sigma + D_5\,\nu + D_{13}\,\varepsilon + D_{17}\,\alpha - (D_7\,\lambda + D_{11}\,\eta) - (D_3\,o + D_{15}\,\gamma - D_9\,\iota$$

$$\begin{matrix}36\,B_5\\36\,B_{31}\end{matrix} = \{D_1\,\varepsilon + D_5\,\lambda + D_7\,\alpha + D_{17}\,\nu - (D_{11}\,\sigma + D_{13}\,\eta)\} + (\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$\begin{matrix}36\,B_{13}\\36\,B_{23}\end{matrix} = \{D_1\,\nu + D_7\,\sigma + D_{13}\,\lambda + D_{17}\,\varepsilon - (D_5\,\eta + D_{11}\,\alpha)\} - (D_3\,\gamma + D_{15}\,o - D_9\,\iota$$

$$\begin{matrix}36\,B_7\\36\,B_{29}\end{matrix} = \{D_1\,\eta + D_5\,\alpha + D_{11}\,\varepsilon + D_{13}\,\sigma - (D_7\,\nu + D_{17}\,\lambda)\} + (D_3\,o + D_{15}\,\gamma - D_9\,\iota$$

$$\begin{matrix}36\,B_{11}\\36\,B_{25}\end{matrix} = \{D_1\,\lambda + D_7\,\varepsilon - (D_5\,\sigma + D_{11}\,\nu + D_{13}\,\alpha + D_{17}\,\eta)\} + (D_3\,\gamma + D_{15}\,o - D_9\,\iota$$

$$\begin{matrix}36\,B_3\\36\,B_{33}\end{matrix} = \gamma\,(D_1 + D_{11} - D_{13}) + o\,(D_5 + D_7 - D_{17}) + \iota\,(D_3 + D_9 - D_{15})$$

$$\begin{matrix}36\,B_{15}\\36\,B_{21}\end{matrix} = o\,(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) + \gamma\,(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot) - \iota\,(\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot)$$

$$\begin{matrix}36\,B_9\\36\,B_{27}\end{matrix} = \iota\,\{(D_1 + D_{11} - D_{13}) + (D_3 + D_9 - D_{15}) - (D_5 + D_7 - D_{17})\}$$

$\pm \{E_1 \lambda + E_{11} \nu - (E_5 \sigma + E_7 \varepsilon + E_{13} \alpha + E_{17} \eta)\} - (E_3 \gamma + E_{15} o - E_9 \iota)$

$\pm \{E_1 \eta + E_5 \alpha + E_7 \nu + E_{13} \sigma - (E_{11} \varepsilon + E_{17} \lambda)\} - (E_3 o + E_{15} \gamma + E_9 \iota)$

$\pm o \{E_1 - (E_{11} + E_{13})\} + \gamma \{E_5 - (E_7 + E_{17})\} + \iota \{E_3 - (E_9 + E_{15})\}$

$\pm \gamma \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} + o \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\} - \iota \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$

$\left[[E_5 - (E_7 + E_{17})] + [E_3 - (E_9 + E_{15})]\right]\}$

ungerader Ordnungszahl

$\{(D_2 \beta + D_{10} \varkappa + D_{14} \xi) + (D_6 \zeta + D_{18})\} + (D_4 \delta + D_8 \vartheta + D_{16} \varrho + D_{12} \mu)$

$\pm \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot) + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)$

$\pm \{[D_2 \varkappa - (D_{10} \xi + D_{14} \beta)] + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} + \{D_4 \varrho + D_{16} \vartheta - (D_8 \delta + D_{12} \mu)\}$

$\pm \{[\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot] + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (- \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$

$\pm \{(D_2 \xi + D_{14} \varkappa - D_{10} \beta) - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} + \{D_4 \vartheta + D_{12} \mu - (D_8 \varrho + D_{16} \delta)\}$

$\pm \{(\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot) - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} - \{\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\}$

$\pm \{\zeta (D_2 + D_{10} - D_{14}) + (D_6 - D_{18})\} + \mu (D_4 + D_8 - D_{16})$

$\pm \{\zeta (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot) + (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\} - \mu (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)$

$\pm \{(\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot). - (\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot)\}$

Produktentabellen.

A. Für die Rechnungen nach 40 (und 20) Ordinaten.

Zahl	Nur für 40 Ordinaten					Für 40 und 20 Ordinaten				Zahl
	sin 9° cos 81° α	sin 27° cos 63° γ	sin 63° cos 27° η	sin 81° cos 9° ι	sin 45° cos 45° ε	sin 18° cos 72° β	sin 54° cos 36° ζ	sin 36° cos 54° δ	sin 72° cos 18° ϑ	
1	0,156	0,454	0,891	0,988	0,707	0,309	0,809	0,588	0,951	1
2	0,313	0,908	1,782	1,975	1,414	0,618	1,618	1,176	1,902	2
3	0,469	1,362	2,673	2,963	2,121	0,927	2,427	1,763	2,853	3
4	0,626	1,816	3,564	3,951	2,828	1,236	3,236	2,351	3,804	4
5	0,782	2,270	4,455	4,938	3,536	1,545	4,045	2,939	4,755	5
6	0,939	2,724	5,346	5,926	4,243	1,854	4,854	3,527	5,706	6
7	1,095	3,178	6,237	6,914	4,950	2,163	5,663	4,114	6,657	7
8	1,251	3,632	7,128	7,902	5,657	2,472	6,472	4,702	7,608	8
9	1,408	4,086	8,019	8,889	6,364	2,781	7,281	5,290	8,560	9
10	1,564	4,540	8,910	9,877	7,071	3,090	8,090	5,878	9,511	10
11	1,721	4,994	9,801	10,865	7,778	3,399	8,899	6,466	10,462	11
12	1,877	5,448	10,692	11,852	8,485	3,708	9,708	7,053	11,413	12
13	2,034	5,902	11,583	12,840	9,192	4,017	10,517	7,641	12,364	13
14	2,190	6,356	12,474	13,828	9,899	4,326	11,326	8,229	13,315	14
15	2,347	6,810	13,365	14,815	10,607	4,635	12,135	8,817	14,266	15
16	2,503	7,264	14,256	15,803	11,314	4,944	12,944	9,405	15,217	16
17	2,659	7,718	15,147	16,791	12,021	5,253	13,753	9,992	16,168	17
18	2,816	8,172	16,038	17,778	12,728	5,562	14,562	10,580	17,119	18
19	2,972	8,626	16,929	18,766	13,435	5,871	15,371	11,168	18,070	19
20	3,129	9,080	17,820	19,754	14,142	6,180	16,180	11,756	19,021	20
21	3,285	9,534	18,711	20,741	14,849	6,489	16,989	12,343	19,972	21
22	3,442	9,988	19,602	21,729	15,556	6,798	17,798	12,931	20,923	22
23	3,598	10,442	20,493	22,717	16,263	7,107	18,607	13,519	21,874	23
24	3,754	10,896	21,384	23,705	16,971	7,416	19,416	14,107	22,825	24
25	3,911	11,350	22,275	24,692	17,678	7,725	20,225	14,695	23,776	25
26	4,067	11,804	23,166	25,680	18,385	8,034	21,034	15,282	24,727	26
27	4,224	12,258	24,057	26,668	19,092	8,343	21,843	15,870	25,679	27
28	4,380	12,712	24,948	27,655	19,799	8,652	22,652	16,458	26,630	28
29	4,537	13,166	25,839	28,643	20,506	8,961	23,461	17,046	27,581	29
30	4,693	13,620	26,730	29,631	21,213	9,271	24,271	17,634	28,532	30
31	4,849	14,074	27,621	30,618	21,920	9,580	25,080	18,221	29,483	31
32	5,006	14,528	28,512	31,606	22,627	9,889	25,889	18,809	30,434	32
33	5,162	14,982	29,403	32,594	23,335	10,198	26,698	19,397	31,385	33
34	5,319	15,436	30,294	33,581	24,042	10,507	27,507	19,985	32,336	34

Zahl	Nur für 40 Ordinaten					Für 40 und 20 Ordinaten				Zahl
	sin 9° cos 81°	sin 27° cos 63°	sin 63° cos 27°	sin 81° cos 9°	sin 45° cos 45°	sin 18° cos 72°	sin 54° cos 36°	sin 36° cos 54°	sin 72° cos 18°	
	α	γ	η	ι	ε	β	ζ	δ	ϑ	
35	5,475	15,890	31,185	34,569	24,749	10,816	28,316	20,572	33,287	35
36	5,632	16,344	32,076	35,557	25,456	11,125	29,125	21,160	34,238	36
37	5,788	16,798	32,967	36,544	26,163	11,434	29,934	21,748	35,189	37
38	5,945	17,252	33,858	37,532	26,870	11,743	30,743	22,336	36,140	38
39	6,101	17,706	34,749	38,520	27,577	12,052	31,552	22,924	37,091	39
40	6,257	18,160	35,640	39,508	28,284	12,361	32,361	23,511	38,042	40
41	6,414	18,614	36,531	40,495	28,991	12,670	33,170	24,099	38,993	41
42	6,570	19,068	37,422	41,483	29,698	12,979	33,979	24,687	39,944	42
43	6,727	19,522	38,313	42,471	30,406	13,288	34,788	25,275	40,895	43
44	6,883	19,976	39,204	43,458	31,113	13,597	35,597	25,863	41,846	44
45	7,040	20,430	40,095	44,446	31,820	13,906	36,406	26,450	42,798	45
46	7,196	20,884	40,986	45,434	32,527	14,215	37,215	27,038	43,749	46
47	7,352	21,338	41,877	46,421	33,234	14,524	38,024	27,626	44,700	47
48	7,509	21,792	42,768	47,409	33,941	14,833	38,833	28,214	45,651	48
49	7,665	22,246	43,659	48,397	34,648	15,142	39,642	28,801	46,602	49
50	7,822	22,700	44,550	49,384	35,355	15,451	40,451	29,389	47,553	50
51	7,978	23,154	45,441	50,372	36,062	15,760	41,260	29,977	48,504	51
52	8,135	23,608	46,332	51,360	36,770	16,069	42,069	30,565	49,455	52
53	8,291	24,061	47,223	52,347	37,477	16,378	42,878	31,153	50,406	53
54	8,447	24,515	48,114	53,335	38,184	16,687	43,687	31,740	51,357	54
55	8,604	24,969	49,005	54,323	38,891	16,996	44,496	32,328	52,308	55
56	8,760	25,423	49,896	55,311	39,598	17,305	45,305	32,916	53,259	56
57	8,917	25,877	50,787	56,298	40,305	17,614	46,114	33,504	54,210	57
58	9,073	26,331	51,678	57,286	41,012	17,923	46,923	34,092	55,161	58
59	9,230	26,785	52,569	58,274	41,719	18,232	47,732	34,679	56,112	59
60	9,386	27,239	53,460	59,261	42,426	18,541	48,541	35,267	57,063	60
61	9,543	27,693	54,351	60,249	43,134	18,850	49,350	35,855	58,014	61
62	9,699	28,147	55,242	61,237	43,841	19,159	50,159	36,443	58,966	62
63	9,855	28,601	56,133	62,224	44,548	19,468	50,968	37,030	59,917	63
64	10,012	29,055	57,024	63,212	45,255	19,777	51,777	37,618	60,868	64
65	10,168	29,509	57,915	64,200	45,962	20,086	52,586	38,206	61,819	65
66	10,325	29,963	58,806	65,187	46,669	20,395	53,395	38,794	62,770	66
67	10,481	30,417	59,697	66,175	47,376	20,704	54,204	39,382	63,721	67
68	10,638	30,871	60,588	67,163	48,083	21,013	55,013	39,969	64,672	68
69	10,794	31,325	61,479	68,150	48,790	21,322	55,822	40,557	65,623	69
70	10,950	31,779	62,370	69,138	49,497	21,631	56,631	41,145	66,574	70



Zahl	Nur für 40 Ordinaten					Für 40 und 20 Ordinaten				Zahl
	sin 9° cos 81° α	sin 27° cos 63° γ	sin 63° cos 27° η	sin 81° cos 9° ι	sin 45°; cos 45° ε	sin 18° cos 72° β	sin 54° cos 36° ζ	sin 36° cos 54° δ	sin 72° cos 18° ϑ	
71	11,107	32,233	63,261	70,126	50,205	21,240	57,440	41,733	67,525	71
72	11,263	32,687	64,152	71,114	50,912	22,249	58,249	42,321	68,476	72
73	11,420	33,141	65,043	72,101	51,619	22,558	59,058	42,908	69,427	73
74	11,576	33,595	65,934	73,089	52,326	22,867	59,867	43,496	70,378	74
75	11,733	34,049	66,825	74,077	53,033	23,176	60,676	44,084	71,329	75
76	11,889	34,503	67,716	75,064	53,740	23,485	61,485	44,672	72,280	76
77	12,045	34,957	68,608	76,052	54,447	23,794	62,294	45,259	73,231	77
78	12,202	35,411	69,499	77,040	55,154	24,103	63,103	45,847	74,182	78
79	12,358	35,865	70,390	78,027	55,861	24,412	63,912	46,435	75,133	79
80	12,515	36,319	71,281	79,015	56,569	24,721	64,721	47,023	76,085	80
81	12,671	36,773	72,172	80,003	57,276	25,030	65,530	47,611	77,036	81
82	12,828	37,227	73,063	80,990	57,983	25,339	66,339	48,198	77,987	82
83	12,984	37,681	73,954	81,978	58,690	25,648	67,148	48,786	78,938	83
84	13,140	38,135	74,845	82,966	59,397	25,957	67,957	49,374	79,889	84
85	13,297	38,589	75,736	83,954	60,104	26,266	68,766	49,962	80,840	85
86	13,453	39,043	76,627	84,941	60,811	26,575	69,575	50,550	81,791	86
87	13,610	39,497	77,518	85,929	61,518	26,884	70,384	51,137	82,742	87
88	13,766	39,951	78,409	86,917	62,225	27,193	71,193	51,725	83,693	88
89	13,923	40,405	79,300	87,904	62,933	27,503	72,003	52,313	84,644	89
90	14,079	40,859	80,191	88,892	63,640	27,812	72,812	52,901	85,595	90
91	14,236	41,313	81,082	89,880	64,347	28,121	73,621	53,488	86,546	91
92	14,392	41,767	81,973	90,867	65,054	28,430	74,430	54,076	87,497	92
93	14,548	42,221	82,864	91,855	65,761	28,739	75,239	54,664	88,448	93
94	14,705	42,675	83,755	92,843	66,468	29,048	76,048	55,252	89,399	94
95	14,861	43,129	84,646	93,830	67,175	29,357	76,857	55,840	90,350	95
96	15,018	43,583	85,537	94,818	67,882	29,666	77,666	56,427	91,301	96
97	15,174	44,037	86,428	95,806	68,589	29,975	78,475	57,015	92,252	97
98	15,331	44,491	87,319	96,793	69,296	30,284	79,284	57,603	93,204	98
99	15,487	44,945	88,210	97,781	70,004	30,593	80,093	58,191	94,155	99
100	15,643	45,399	89,101	98,769	70,711	30,902	80,902	58,779	95,106	100
200	31,287	90,798	178,201	197,538	141,421	61,803	161,803	117,557	190,211	200
300	46,930	136,197	267,302	296,306	212,132	92,705	242,705	176,336	285,317	300
400	62,574	181,596	356,403	395,075	282,843	123,607	323,607	235,114	380,423	400
500	78,217	226,995	445,503	493,844	353,553	154,508	404,508	293,893	475,528	500
600	93,861	272,394	534,604	592,613	424,264	185,410	485,410	352.671	570,634	600
700	109,504	317,793	623,705	691,382	494,975	216,312	566,312	411,450	665,740	700
800	125,148	363,192	712,805	790,151	565,685	247,214	647,214	470,228	760,845	800
900	140,791	408,591	801,906	888,919	636,396	278,115	728,115	529,007	855,951	900
1000	156,434	453,990	891,007	987,688	707,107	309,017	809,017	587,785	951,057	1000

B. Produktentabelle für die

Nur für 72 Ordinaten

Zahl	sin 5° cos 85° α	sin 25° cos 65° ε	sin 35° cos 55° η	sin 55° cos 35° λ	sin 65° cos 25° ν	sin 85° cos 5° σ	sin 15° cos 75° γ	sin 75° cos 15° ο	sin 45° cos 45° ι
1	0,087	0,423	0,574	0,819	0,906	0,996	0,259	0,966	0,707
2	0,174	0,845	1,147	1,638	1,813	1,992	0,518	1,932	1,414
3	0,261	1,268	1,721	2,457	2,719	2,989	0,776	2,898	2,121
4	0,349	1,690	2,294	3,277	3,625	3,985	1,035	3,864	2,828
5	0,436	2,113	2,868	4,096	4,532	4,981	1,294	4,830	3,536
6	0,523	2,536	3,441	4,915	5,438	5,977	1,553	5,796	4,243
7	0,610	2,958	4,015	5,734	6,344	6,973	1,812	6,761	4,950
8	0,697	3,381	4,589	6,553	7,250	7,970	2,071	7,727	5,657
9	0,784	3,804	5,162	7,372	8,157	8,966	2,329	8,693	6,364
10	0,872	4,226	5,736	8,192	9,063	9,962	2,588	9,659	7,071
11	0,959	4,649	6,309	9,011	9,969	10,958	2,847	10,625	7,778
12	1,046	5,071	6,883	9,830	10,876	11,954	3,106	11,591	8,485
13	1,133	5,494	7,456	10,649	11,782	12,951	3,365	12,557	9,192
14	1,220	5,917	8,030	11,468	12,688	13,947	3,623	13,523	9,899
15	1,307	6,339	8,604	12,287	13,595	14,943	3,882	14,489	10,607
16	1,394	6,762	9,177	13,106	14,501	15,939	4,141	15,455	11,314
17	1,482	7,185	9,751	13,926	15,407	16,935	4,400	16,421	12,021
18	1,569	7,607	10,324	14,745	16,314	17,932	4,659	17,387	12,728
19	1,656	8,030	10,898	15,564	17,220	18,928	4,918	18,353	13,435
20	1,743	8,452	11,472	16,383	18,126	19,924	5,176	19,319	14,142
21	1,830	8,875	12,045	17,202	19,032	20,920	5,435	20,284	14,849
22	1,917	9,298	12,619	18,021	19,939	21,916	5,694	21,250	15,556
23	2,005	9,720	13,192	18,840	20,845	22,912	5,953	22,216	16,263
24	2,092	10,143	13,766	19,660	21,751	23,909	6,212	23,182	16,971
25	2,179	10,565	14,339	20,479	22,658	24,905	6,470	24,148	17,678
26	2,266	10,988	14,913	21,298	23,564	25,901	6,729	25,114	18,385
27	2,353	11,411	15,487	22,117	24,470	26,897	6,988	26,080	19,092
28	2,440	11,833	16,060	22,936	25,377	27,893	7,247	27,046	19,799
29	2,528	12,256	16,634	23,755	26,283	28,890	7,506	28,012	20,506
30	2,615	12,679	17,207	24,575	27,189	29,886	7,765	28,978	21,213
31	2,702	13,101	17,781	25,394	28,096	30,882	8,023	29,944	21,920
32	2,789	13,524	18,354	26,213	29,002	31,878	8,282	30,910	22,627
33	2,876	13,946	18,928	27,032	29,908	32,874	8,541	31,876	23,335
34	2,963	14,369	19,502	27,851	30,814	33,871	8,800	32,841	24,042

Rechnung mit 72 Ordinaten.

Für 72 und 36 Ordinaten

Zahl	sin 10° cos 80° β	sin 50° cos 40° $\varkappa$	sin 70° cos 20° ξ	sin 20° cos 70° δ	sin 40° cos 50° ϑ	sin 80° cos 10° ϱ	sin 60° cos 30° μ
1	0,174	0,766	0,940	0,342	0,643	0,985	0,866
2	0,347	1,532	1,879	0,684	1,286	1,970	1,732
3	0,521	2,298	2,819	1,026	1,928	2,954	2,598
4	0,695	3,064	3,759	1,368	2,571	3,939	3,464
5	0,868	3,830	4,698	1,710	3,214	4,924	4,330
6	1,042	4,596	5,638	2,052	3,857	5,909	5,196
7	1,216	5,362	6,578	2,394	4,500	6,894	6,062
8	1,389	6,128	7,518	2,736	5,142	7,878	6,928
9	1,563	6,894	8,457	3,078	5,785	8,863	7,794
10	1,736	7,660	9,397	3,420	6,428	9,848	8,660
11	1,910	8,426	10,337	3,762	7,071	10,833	9,526
12	2,084	9,193	11,276	4,104	7,713	11,818	10,392
13	2,257	9,959	12,216	4,446	8,356	12,803	11,258
14	2,431	10,725	13,156	4,788	8,999	13,787	12,124
15	2,605	11,491	14,095	5,130	9,642	14,772	12,990
16	2,778	12,257	15,035	5,472	10,285	15,757	13,856
17	2,952	13,023	15,975	5,814	10,927	16,742	14,722
18	3,126	13,789	16,914	6,156	11,570	17,727	15,588
19	3,299	14,555	17,854	6,498	12,213	18,711	16,454
20	3,473	15,321	18,794	6,840	12,856	19,696	17,321
21	3,647	16,087	19,734	7,182	13,499	20,681	18,187
22	3,820	16,853	20,673	7,524	14,141	21,666	19,053
23	3,994	17,619	21,613	7,866	14,784	22,651	19,919
24	4,168	18,385	22,553	8,208	15,427	23,635	20,785
25	4,341	19,151	23,492	8,551	16,070	24,620	21,651
26	4,515	19,917	24,432	8,893	16,712	25,605	22,517
27	4,689	20,683	25,372	9,235	17,355	26,590	23,383
28	4,862	21,449	26,311	9,577	17,998	27,575	24,249
29	5,036	22,215	27,251	9,919	18,641	28,559	25,115
30	5,209	22,981	28,191	10,261	19,284	29,544	25,981
31	5,383	23,747	29,130	10,603	19,926	30,529	26,847
32	5,557	24,513	30,070	10,945	20,569	31,514	27,713
33	5,730	25,279	31,010	11,287	21,212	32,499	28,579
34	5,904	26,046	31,950	11,629	21,855	33,483	29,445

Zahl	sin 5° cos 85° α	sin 25° cos 65° ε	sin 35° cos 55° η	sin 55° cos 35° λ	sin 65° cos 25° ν	sin 85° cos 5° σ	sin 15° cos 75° γ	sin 75° cos 15° o	sin 45° cos 45° ι
35	3,050	14,792	20,075	28,670	31,721	34,867	9,059	33,807	24,749
36	3,138	15,214	20,649	29,489	32,627	35,863	9,317	34,773	25,456
37	3,225	15,637	21,222	30,309	33,533	36,859	9,576	35,739	26,163
38	3,312	16,059	21,796	31,128	34,440	37,855	9,835	36,705	26,870
39	3,399	16,482	22,369	31,947	35,346	38,852	10,094	37,671	27,577
40	3,486	16,905	22,943	32,766	36,252	39,848	10,353	38,637	28,284
41	3,573	17,327	23,517	33,585	37,159	40,844	10,612	39,603	28,991
42	3,661	17,750	24,090	34,404	38,065	41,840	10,870	40,569	29,698
43	3,748	18,173	24,664	35,224	38,971	42,836	11,129	41,535	30,406
44	3,835	18,595	25,237	36,043	39,878	43,833	11,388	42,501	31,113
45	3,922	19,018	25,811	36,862	40,784	44,829	11,647	43,467	31,820
46	4,009	19,440	26,385	37,681	41,690	45,825	11,906	44,433	32,527
47	4,096	19,863	26,958	38,500	42,596	46,821	12,164	45,399	33,234
48	4,183	20,286	27,532	39,319	43,503	47,817	12,423	46,364	33,941
49	4,271	20,708	28,105	40,138	44,409	48,814	12,682	47,330	34,648
50	4,358	21,131	28,679	40,958	45,315	49,810	12,941	48,296	35,355
51	4,445	21,554	29,252	41,777	46,222	50,806	13,200	49,262	36,062
52	4,532	21,976	29,826	42,596	47,128	51,802	13,459	50,228	36,770
53	4,619	22,399	30,400	43,415	48,034	52,798	13,717	51,194	37,477
54	4,706	22,821	30,973	44,234	48,941	53,795	13,976	52,160	38,184
55	4,794	23,244	31,547	45,053	49,847	54,791	14,235	53,126	38,891
56	4,881	23,667	32,120	45,873	50,753	55,787	14,494	54,092	39,598
57	4,968	24,089	32,694	46,692	51,660	56,783	14,753	55,058	40,305
58	5,055	24,512	33,267	47,511	52,566	57,779	15,012	56,024	41,012
59	5,142	24,934	33,841	48,330	53,472	58,775	15,270	56,990	41,719
60	5,229	25,357	34,415	49,149	54,378	59,772	15,529	57,956	42,426
61	5,317	25,780	34,988	49,968	55,285	60,768	15,788	58,921	43,134
62	5,404	26,202	35,562	50,787	56,191	61,764	16,047	59,887	43,841
63	5,491	26,625	36,135	51,607	57,097	62,760	16,306	60,853	44,548
64	5,578	27,048	36,709	52,426	58,004	63,756	16,564	61,819	45,255
65	5,665	27,470	37,282	53,245	58,910	64,753	16,823	62,785	45,962
66	5,752	27,893	37,856	54,064	59,816	65,749	17,082	63,751	46,669
67	5,839	28,315	38,430	54,883	60,723	66,745	17,341	64,717	47,376
68	5,927	28,738	39,003	55,702	61,629	67,741	17,600	65,683	48,083
69	6,014	29,161	39,577	56,521	62,535	68,737	17,859	66,649	48,790
70	6,101	29,583	40,150	57,341	63,442	69,734	18,117	67,615	49,497

Für 72 und 36 Ordinaten

Zahl	sin 10° cos 80° β	sin 50° cos 40° $\varkappa$	sin 70° cos 20° ξ	sin 20° cos 70° δ	sin 40° cos 50° ϑ	sin 80° cos 10° ϱ	sin 60° cos 30° μ
35	6,078	26,812	32,889	11,971	22,498	34,468	30,311
36	6,251	27,578	33,829	12,313	23,140	35,453	31,177
37	6,425	28,344	34,769	12,655	23,783	36,438	32,043
38	6,599	29,110	35,708	12,997	24,426	37,423	32,909
39	6,772	29,876	36,648	13,339	25,069	38,408	33,775
40	6,946	30,642	37,588	13,681	25,712	39,392	34,641
41	7,120	31,408	38,527	14,023	26,354	40,377	35,507
42	7,293	32,174	39,467	14,365	26,997	41,362	36,373
43	7,467	32,940	40,407	14,707	27,640	42,347	37,239
44	7,641	33,706	41,346	15,049	28,283	43,332	38,105
45	7,814	34,472	42,286	15,391	28,925	44,316	38,971
46	7,988	35,238	43,226	15,733	29,568	45,301	39,837
47	8,161	36,004	44,166	16,075	30,211	46,286	40,703
48	8,335	36,770	45,105	16,417	30,854	47,271	41,569
49	8,509	37,536	46,045	16,759	31,497	48,256	42,435
50	8,682	38,302	46,985	17,101	32,139	49,240	43,301
51	8,856	39,068	47,924	17,443	32,782	50,225	44,167
52	9,030	39,834	48,864	17,785	33,425	51,210	45,033
53	9,203	40,600	49,804	18,127	34,068	52,195	45,899
54	9,377	41,366	50,743	18,469	34,711	53,180	46,765
55	9,551	42,132	51,683	18,811	35,353	54,164	47,631
56	9,724	42,898	52,623	19,153	35,996	55,149	48,497
57	9,898	43,665	53,562	19,495	36,639	56,134	49,363
58	10,072	44,431	54,502	19,837	37,282	57,119	50,229
59	10,245	45,197	55,442	20,179	37,924	58,104	51,095
60	10,419	45,963	56,382	20,521	38,567	59,088	51,962
61	10,593	46,729	57,321	20,863	39,210	60,073	52,828
62	10,766	47,495	58,261	21,205	39,853	61,058	53,694
63	10,940	48,261	59,201	21,547	40,496	62,043	54,560
64	11,113	49,027	60,140	21,889	41,138	63,028	55,426
65	11,287	49,793	61,080	22,231	41,781	64,013	56,292
66	11,461	50,559	62,020	22,573	42,424	64,997	57,158
67	11,634	51,325	62,959	22,915	43,067	65,982	58,024
68	11,808	52,091	63,899	23,257	43,710	66,967	58,890
69	11,982	52,857	64,839	23,599	44,352	67,952	59,756
70	12,155	53,623	65,778	23,941	44,995	68,937	60,622

Zahl	sin 5° cos 85° α	sin 25° cos 65° ε	sin 35° cos 55° η	sin 55° cos 35° λ	sin 65° cos 25° ν	sin 85° cos 5° σ	sin 15° cos 75° γ	sin 75° cos 15° o	sin 45° cos 45° ι
71	6,188	30,006	40,724	58,160	64,348	70,730	18,376	68,581	50,205
72	6,275	30,429	41,298	58,979	65,254	71,726	18,635	69,547	50,912
73	6,362	30,851	41,871	59,798	66,160	72,722	18,894	70,513	51,619
74	6,450	31,274	42,445	60,617	67,067	73,718	19,153	71,479	52.326
75	6,537	31,696	43,018	61,436	67,973	74,715	19,411	72,444	53,033
76	6,624	32,119	43,592	62,256	68,879	75,711	19,670	73,410	53.740
77	6,711	32,542	44,165	63,075	69,786	76,707	19,929	74,376	54.447
78	6,798	32,964	44,739	63,894	70,692	77,703	20,188	75,342	55,154
79	6,885	33,387	45,313	64,713	71,598	78,699	20,447	76,308	55,861
80	6,972	33,809	45,886	65,532	72,505	79,696	20,706	77,274	56.569
81	7,060	34,232	46,460	66,351	73,411	80,692	20,964	78,240	57,276
82	7,147	34,655	47,033	67,170	74,317	81,688	21,223	79,206	57,983
83	7,234	35,077	47,607	67,990	75,224	82,684	21,482	80,172	58.690
84	7,321	35,500	48,180	68,809	76,130	83,680	21,741	81,138	59.397
85	7,408	35,923	48,754	69,628	77,036	84,677	22,000	82,104	60.104
86	7,495	36,345	49,328	70,447	77,942	85,673	22,258	83,070	60.811
87	7,583	36,768	49,901	71,266	78,849	86,669	22,517	84,036	61.518
88	7,670	37,190	50,475	72,085	79,755	87,665	22,776	85,001	62.225
89	7,757	37,613	51,048	72,905	80,661	88,661	23,035	85,967	62.933
90	7,844	38,036	51,622	73,724	81,568	89,658	23,294	86,933	63,640
91	7,931	38,458	52,195	74,543	82,474	90,654	23,553	87,899	64.347
92	8,018	38,881	52,769	75,362	83,380	91,650	23,811	88,865	65,054
93	8,105	39,303	53,343	76,181	84,287	92,646	24,070	89,831	65.761
94	8,193	39,726	53,916	77,000	85,193	93,642	24,329	90,797	66.468
95	8,280	40,149	54,490	77,819	86,099	94,638	24,588	91,763	67.175
96	8,367	40,571	55,063	78,639	87,006	95,635	24,847	92,729	67.882
97	8,454	40,994	55,637	79,458	87,912	96,631	25,105	93,695	68,589
98	8,541	41,417	56,210	80,277	88,818	97,627	25,364	94,661	69,296
99	8,628	41,839	56,784	81,096	89,724	98,623	25,623	95,627	70,004
100	8,716	42,262	57,358	81,915	90,631	99,619	25,882	96,593	70.711
200	17,431	84,524	114,715	163,830	181,262	199,239	51,764	193,185	141,421
300	26,147	126,785	172,073	245,746	271,892	298,858	77,646	289,778	212,132
400	34,862	169,047	229,431	327,661	362,523	398,478	103,528	386,370	282.843
500	43,578	211,309	286,788	409,576	453,154	498,097	129,410	482,963	353,553
600	52,293	253,571	344,146	491,491	543,785	597,717	155,291	579,555	424.264
700	61,009	295,833	401,504	573,406	634,415	697,336	181,173	676,148	494.975
800	69,725	338,095	458,861	655,322	725,046	796,956	207,055	772,741	565.685
900	78,440	380,356	516,219	737,237	815,677	896,575	232,937	869,333	636.396
1000	87,156	422,618	573,576	819,152	906,308	996,195	258,819	965,926	707,107

Für 72 und 36 Ordinaten

Zahl	sin 10° cos 80° β	sin 50° cos 40° $\varkappa$	sin 70° cos 20° ξ	sin 20° cos 70° δ	sin 40° cos 50° ϑ	sin 80° cos 10° ϱ	sin 60° cos 30° μ
71	12,329	54,389	66,718	24,283	45,638	69,921	61,488
72	12,503	55,155	67,658	24,625	46,281	70,906	62,354
73	12,676	55,921	68,598	24,967	46,923	71,891	63,220
74	12,850	56,687	69,537	25,309	47.566	72,876	64,086
75	13,024	57,453	70,477	25,652	48,209	73,861	64,952
76	13,197	58,219	71,417	25,994	48,852	74,845	65,818
77	13,371	58,985	72,356	26,336	49,495	75,830	66,684
78	13,545	59,751	73,296	26,678	50,137	76,815	67,550
79	13,718	60,518	74,236	27,020	50,780	77,800	68,416
80	13,892	61,284	75,175	27,362	51,423	78,785	69,282
81	14,066	62,050	76,115	27,704	52,066	79,769	70,148
82	14,239	62,816	77,055	28,046	52,709	80,754	71,014
83	14,413	63,582	77,994	28,388	53,351	81,739	71,880
84	14,586	64,348	78,934	28,730	53,994	82,724	72,746
85	14,760	65,114	79,874	29,072	54,637	83,709	73,612
86	14,934	65,880	80,814	29,414	55,280	84,693	74,478
87	15,107	66,646	81,753	29,756	55,923	85,678	75,344
88	15,281	67,412	82,693	30,098	56,565	86,663	76,210
89	15,455	68,178	83,633	30,440	57,208	87,648	77,076
90	15,628	68,944	84,572	30,782	57,851	88,633	77,942
91	15,802	69,710	85,512	31,124	58,494	89,618	78,808
92	15,976	70,476	86,452	31,466	59,136	90,602	79,674
93	16,149	71,242	87,391	31,808	59,779	91,587	80,540
94	16,323	72,008	88,331	32,150	60,422	92,572	81,406
95	16,497	72,774	89,271	32,492	61,065	93,557	82,272
96	16,670	73,540	90,210	32,834	61,708	94,542	83,138
97	16,844	74,306	91,150	33,176	62,350	95,526	84,004
98	17,018	75,072	92,090	33,518	62,993	96,511	84,870
99	17,191	75,838	93,030	33,860	63,636	97,496	85,737
100	17,365	76,604	93,969	34,202	64,279	98,481	86,603
200	34,730	153,209	187,939	68,404	128,558	196,962	173,205
300	52,094	229,813	281,908	102,606	192,836	295,442	259,808
400	69,459	306,418	375,877	136,808	257,115	393,923	346,410
500	86,824	383,022	469,846	171,010	321,394	492,404	433,013
600	104,189	459,627	563,816	205,212	385,673	590,885	519,615
700	121,554	536,231	657,785	239,414	449,951	689,365	606,218
800	138,919	612,836	751,754	273,616	514,230	787,846	692,820
900	156,283	689,440	845,723	307,818	578,509	886,327	779,423
1000	173,648	766,044	939,693	342,020	642,788	984,808	866,025

C. Produkte für die Rechnung mit 48 (und 24) Ordinaten

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22° 30' cos 67° 30' γ	sin 67° 30' cos 22° 30' ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° $\varkappa$	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
1	0,13	0,61	0,79	0,99	0,38	0,92	0,26	0,97	0,71	0,87	1
2	0,26	1,22	1,59	1,98	0,77	1,85	0,52	1,93	1,41	1,73	2
3	0,39	1,83	2,38	2,97	1,15	2,77	0,78	2,90	2,12	2,60	3
4	0,52	2,44	3,17	3,97	1,53	3,70	1,04	3,86	2,83	3,46	4
5	0,65	3,04	3,97	4,96	1,91	4,62	1,29	4,83	3,54	4,33	5
6	0,78	3,65	4,76	5,95	2,30	5,54	1,55	5,80	4,24	5,20	6
7	0,91	4,26	5,55	6,94	2,68	6,47	1,81	6,76	4,95	6,06	7
8	1,04	4,87	6,35	7,93	3,06	7,39	2,07	7,73	5,66	6,93	8
9	1,17	5,48	7,14	8,92	3,44	8,31	2,33	8,69	6,36	7,79	9
10	1,31	6,09	7,93	9,91	3,83	9,24	2,59	9,66	7,07	8,66	10
11	1,44	6,70	8,73	10,91	4,21	10,16	2,85	10,63	7,78	9,53	11
12	1,57	7,31	9,52	11,90	4,59	11,09	3,11	11,59	8,49	10,39	12
13	1,70	7,91	10,31	12,89	4,97	12,01	3,36	12,56	9,19	11,26	13
14	1,83	8,52	11,11	13,88	5,36	12,93	3,62	13,52	9,90	12,12	14
15	1,96	9,13	11,90	14,87	5,74	13,86	3,88	14,49	10,61	12,99	15
16	2,09	9,74	12,69	15,86	6,12	14,78	4,14	15,45	11,31	13,86	16
17	2,22	10,35	13,49	16,85	6,51	15,71	4,40	16,42	12,02	14,72	17
18	2,35	10,96	14,28	17,85	6,89	16,63	4,66	17,39	12,73	15,59	18
19	2,48	11,57	15,07	18,84	7,27	17,55	4,92	18,35	13,44	16,45	19
20	2,61	12,18	15,87	19,83	7,65	18,48	5,18	19,32	14,14	17,32	20
21	2,74	12,78	16,66	20,82	8,04	19,40	5,44	20,28	14,85	18,19	21
22	2,87	13,39	17,45	21,81	8,42	20,33	5,69	21,25	15,56	19,05	22
23	3,00	14,00	18,25	22,80	8,80	21,25	5,95	22,22	16,26	19,92	23
24	3,13	14,61	19,04	23,79	9,18	22,17	6,21	23,18	16,97	20,78	24
25	3,26	15,22	19,83	24,79	9,57	23,10	6,47	24,15	17,68	21,65	25
26	3,39	15,83	20,63	25,78	9,95	24,02	6,73	25,11	18,38	22,52	26
27	3,52	16,44	21,42	26,77	10,33	24,94	6,99	26,08	19,09	23,38	27
28	3,65	17,05	22,21	27,76	10,72	25,87	7,25	27,05	19,80	24,25	28
29	3,79	17,65	23,01	28,75	11,10	26,79	7,51	28,01	20,51	25,12	29
30	3,92	18,26	23,80	29,74	11,48	27,72	7,76	28,98	21,21	25,98	30
31	4,05	18,87	24,59	30,73	11,86	28,64	8,02	29,94	21,92	26,85	31
32	4,18	19,48	25,39	31,73	12,25	29,56	8,28	30,91	22,63	27,71	32
33	4,31	20,09	26,18	32,72	12,63	30,49	8,54	31,88	23,33	28,58	33
34	4,44	20,70	26,97	33,71	13,01	31,41	8,80	32,84	24,04	29,44	34

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22° 30' cos 67° 30' γ	sin 67° 30' cos 22° 30' ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° $\varkappa$	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
35	4,57	21,31	27,77	34,70	13,39	32,34	9,06	33,81	24,75	30,31	35
36	4,70	21,92	28,56	35,69	13,78	33,26	9,32	34,77	25,46	31,18	36
37	4,83	22,52	29,35	36,68	14,16	34,18	9,58	35,74	26,16	32,04	37
38	4,96	23,13	30,15	37,67	14,54	35,11	9,84	36,71	26,87	32,91	38
39	5,09	23,74	30,94	38,67	14,92	36,03	10,09	37,67	27,58	33,77	39
40	5,22	24,35	31,73	39,66	15,31	36,96	10,35	38,64	28,28	34,64	40
41	5,35	24,96	32,53	40,65	15,69	37,88	10,61	39,60	28,99	35,51	41
42	5,48	25,57	33,32	41,64	16,07	38,80	10,87	40,57	29,70	36,37	42
43	5,61	26,18	34,11	42,63	16,46	39,73	11,13	41,53	30,41	37,24	43
44	5,74	26,79	34,91	43,62	16,84	40,65	11,39	42,50	31,11	38,11	44
45	5,87	27,39	35,70	44,62	17,22	41,57	11,65	43,47	31,82	38,97	45
46	6,00	28,00	36,49	45,61	17,60	42,50	11,91	44,43	32,53	39,84	46
47	6,13	28,61	37,29	46,60	17,99	43,42	12,16	45,40	33,23	40,70	47
48	6,27	29,22	38,08	47,59	18,37	44,35	12,42	46,36	33,94	41,57	48
49	6,40	29,83	38,87	48,58	18,75	45,27	12,68	47,33	34,65	42,44	49
50	6,53	30,44	39,67	49,57	19,13	46,19	12,94	48,30	35,36	43,30	50
51	6,66	31,05	40,46	50,56	19,52	47,12	13,20	49,26	36,06	44,17	51
52	6,79	31,66	41,25	51,56	19,90	48,04	13,46	50,23	36,77	45,03	52
53	6,92	32,26	42,05	52,55	20,28	48,97	13,72	51,19	37,48	45,90	53
54	7,05	32,87	42,84	53,54	20,66	49,89	13,98	52,16	38,18	46,77	54
55	7,18	33,48	43,63	54,53	21,05	50,81	14,24	53,13	38,89	47,63	55
56	7,31	34,09	44,43	55,52	21,43	51,74	14,49	54,09	39,60	48,50	56
57	7,44	34,70	45,22	56,51	21,81	52,66	14,75	55,06	40,31	49,36	57
58	7,57	35,31	46,01	57,50	22,20	53,59	15,01	56,02	41,01	50,23	58
59	7,70	35,92	46,81	58,50	22,58	54,51	15,27	56,99	41,72	51,10	59
60	7,83	36,53	47,60	59,49	22,96	55,43	15,53	57,96	42,43	51,96	60
61	7,96	37,13	48,39	60,48	23,34	56,36	15,79	58,92	43,13	52,83	61
62	8,09	37,74	49,19	61,47	23,73	57,28	16,05	59,89	43,84	53,69	62
63	8,22	38,35	49,98	62,46	24,11	58,20	16,31	60,85	44,55	54,56	63
64	8,35	38,96	50,77	63,45	24,49	59,13	16,56	61,82	45,25	55,43	64
65	8,48	39,57	51,57	64,44	24,87	60,05	16,82	62,79	45,96	56,29	65
66	8,61	40,18	52,36	65,44	25,26	60,98	17,08	63,75	46,67	57,16	66
67	8,75	40,79	53,15	66,43	25,64	61,90	17,34	64,72	47,38	58,02	67
68	8,88	41,40	53,95	67,42	26,02	62,82	17,60	65,68	48,08	58,89	68
69	9,01	42,00	54,74	68,41	26,41	63,75	17,86	66,65	48,79	59,76	69
70	9,14	42,61	55,53	69,40	26,79	64,67	18,12	67,61	49,50	60,62	70

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22° 30' cos 67° 30' γ	sin 67° 30' cos 22° 30' ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° $\varkappa$	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
71	9,27	43,22	56,33	70,39	27,17	65,60	18,38	68,58	50,20	61,49	71
72	9,40	43,83	57,12	71,38	27,55	66,52	18,63	69,55	50,91	62,35	72
73	9,53	44,44	57,91	72,38	27,94	67,44	18,89	70,51	51,62	63,22	73
74	9,66	45,05	58,71	73,37	28,32	68,37	19,15	71,48	52,33	64,09	74
75	9,79	45,66	59,50	74,36	28,70	69,29	19,41	72,44	53,03	64,95	75
76	9,92	46,27	60,29	75,35	29,08	70,21	19,67	73,41	53,74	65,82	76
77	10,05	46,87	61,09	76,34	29,47	71,14	19,93	74,38	54,45	66,68	77
78	10,18	47,48	61,88	77,33	29,85	72,06	20,19	75,34	55,15	67,55	78
79	10,31	48,09	62,67	78,32	30,23	72,99	20,45	76,31	55,86	68,42	79
80	10,44	48,70	63,47	79,32	30,61	73,91	20,71	77,27	56,57	69,28	80
81	10,57	49,31	64,26	80,31	31,00	74,83	20,96	78,24	57,28	70,15	81
82	10,70	49,92	65,05	81,30	31,38	75,76	21,22	79,21	57,98	71,01	82
83	10,83	50,53	65,85	82,29	31,76	76,68	21,48	80,17	58,69	71,88	83
84	10,96	51,14	66,64	83,28	32,15	77,61	21,74	81,14	59,40	72,75	84
85	11,09	51,74	67,44	84,27	32,53	78,53	22,00	82,10	60,10	73,61	85
86	11,23	52,35	68,23	85,26	32,91	79,45	22,26	83,07	60,81	74,48	86
87	11,36	52,96	69,02	86,26	33,29	80,38	22,52	84,04	61,52	75,34	87
88	11,49	53,57	69,82	87,25	33,68	81,30	22,78	85,00	62,23	76,21	88
89	11,62	54,18	70,61	88,24	34,06	82,23	23,03	85,97	62,93	77,08	89
90	11,75	54,79	71,40	89,23	34,44	83,15	23,29	86,93	63,64	77,94	90
91	11,88	55,40	72,20	90,22	34,82	84,07	23,55	87,90	64,35	78,81	91
92	12,01	56,01	72,99	91,21	35,21	85,00	23,81	88,87	65,05	79,67	92
93	12,14	56,61	73,78	92,20	35,59	85,92	24,07	89,83	65,76	80,54	93
94	12,27	57,22	74,58	93,20	35,97	86,84	24,33	90,80	66,47	81,41	94
95	12,40	57,83	75,37	94,19	36,35	87,77	24,59	91,76	67,18	82,27	95
96	12,53	58,44	76,16	95,18	36,74	88,69	24,85	92,73	67,88	83,14	96
97	12,66	59,05	76,96	96,17	37,12	89,62	25,11	93,69	68,59	84,00	97
98	12,79	59,66	77,75	97,16	37,50	90,54	25,36	94,66	69,30	84,87	98
99	12,92	60,27	78,54	98,15	37,89	91,46	25,62	95,63	70,00	85,74	99
100	13,05	60,88	79,34	99,14	38,27	92,39	25,88	96,59	70,71	86,60	100
101	13,18	61,48	80,13	100,14	38,65	93,31	26,14	97,56	71,42	87,47	101
102	13,31	62,09	80,92	101,13	39,03	94,24	26,40	98,52	72,12	88,33	102
103	13,44	62,70	81,72	102,12	39,42	95,16	26,66	99,49	72,83	89,20	103
104	13,57	63,31	82,51	103,11	39,80	96,08	26,92	100,46	73,54	90,07	104
105	13,71	63,92	83,30	104,10	40,18	97,01	27,18	101,42	74,25	90,93	105
106	13,84	64,53	84,10	105,09	40,56	97,93	27,43	102,39	74,95	91,80	106
107	13,97	65,14	84,89	106,08	40,95	98,86	27,69	103,35	75,66	92,66	107

Zahl	Nur für 48 Ordinaten				
	sin 7° 30′ cos 82° 30′ α	sin 37° 30′ cos 52° 30′ ε	sin 52° 30′ cos 37° 30′ η	sin 82° 30′ cos 7° 30′ λ	sin cos γ
108	14,10	65,75	85,68	107,08	41,3
109	14,23	66,35	86,48	108,07	41,7
110	14,36	66,96	87,27	109,06	42,1
111	14,49	67,57	88,06	110,05	42,4
112	14,62	68,18	88,86	111,04	42,8
113	14,75	68,79	89,65	112,03	43,2
114	14,88	69,40	90,44	113,02	43,6
115	15,01	70,01	91,24	114,02	44,0
116	15,14	70,62	92,03	115,01	44,3
117	15,27	71,23	92,82	116,00	44,7
118	15,40	71,83	93,62	116,99	45,1
119	15,53	72,44	94,41	117,98	45,5
120	15,66	73,05	95,20	118,97	45,9
121	15,79	73,66	96,00	119,96	46,3
122	15,92	74,27	96,79	120,96	46,6
123	16,05	74,88	97,58	121,95	47,0
124	16,19	75,49	98,38	122,94	47,4
125	16,32	76,10	99,17	123,93	47,8
126	16,45	76,70	99,96	124,92	48,2
127	16,58	77,31	100,76	125,91	48,6
128	16,71	77,92	101,55	126,90	48,9
129	16,84	78,53	102,34	127,90	49,3
130	16,97	79,14	103,14	128,89	49,7
131	17,10	79,75	103,93	129,88	50,1
132	17,23	80,36	104,72	130,87	50,51
133	17,36	80,97	105,52	131,86	50,90
134	17,49	81,57	106,31	132,85	51,28
135	17,62	82,18	107,10	133,85	51,66
136	17,75	82,79	107,90	134,84	52,04
137	17,88	83,40	108,69	135,83	52,43
138	18,01	84,01	109,48	136,82	52,81
139	18,14	84,62	110,28	137,81	53,19
140	18,27	85,23	111,07	138,80	53,58
141	18,40	85,84	111,86	139,79	53,96
142	18,53	86,44	112,66	140,79	54,34

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30'	sin 37° 30' cos 52° 30'	sin 52° 30' cos 37° 30'	sin 82° 30' cos 7° 30'	sin 22° 30' cos 67° 30'	sin 67° 30' cos 22° 30'	sin 15° cos 75°	sin 75° cos 15°	sin 45° cbs 45°	sin 60° cos 30°	
	α	ε	η	λ	γ	ι	β	$\varkappa$	ζ	ϑ	
143	18,67	87,05	113,45	141,78	54,72	132,11	37,01	138,13	101,12	123,84	143
144	18,80	87,66	114,24	142,77	55,11	133,04	37,27	139,09	101,82	124,71	144
145	18,93	88,27	115,04	143,76	55,49	133,96	37,53	140,06	102,53	125,57	145
146	19,06	88,88	115,83	144,75	55,87	134,89	37,79	141,03	103,24	126,44	146
147	19,19	89,49	116,62	145,74	56,25	135,81	38,05	141,99	103,94	127,31	147
148	19,32	90,10	117,42	146,73	56,64	136,73	38,31	142,96	104,65	128,17	148
149	19,45	90,71	118,21	147,73	57,02	137,66	38,56	143,92	105,36	129,04	149
150	19,58	91,31	119,00	148,72	57,40	138,58	38,82	144,89	106,07	129,90	150
151	19,71	91,92	119,80	149,71	57,79	139,51	39,08	145,85	106,77	130,77	151
152	19,84	92,53	120,59	150,70	58,17	140,43	39,34	146,82	107,48	131,64	152
153	19,97	93,14	121,38	151,69	58,55	141,35	39,60	147,79	108,19	132,50	153
154	20,10	93,75	122,18	152,68	58,93	142,28	39,86	148,75	108,89	133,37	154
155	20,23	94,36	122,97	153,67	59,32	143,20	40,12	149,72	109,60	134,23	155
156	20,36	94,97	123,76	154,67	59,70	144,13	40,38	150,68	110,31	135,10	156
157	20,49	95,58	124,56	155,66	60,08	145,05	40,63	151,65	111,02	135,97	157
158	20,62	96,18	125,35	156,65	60,46	145,97	40,89	152,62	111,72	136,83	158
159	20,75	96,79	126,14	157,64	60,85	146,90	41,15	153,58	112,43	137,70	159
160	20,88	97,40	126,94	158,63	61,23	147,82	41,41	154,55	113,14	138,56	160
161	21,01	98,01	127,73	159,62	61,61	148,74	41,67	155,51	113,84	139,43	161
162	21,15	98,62	128,52	160,61	61,99	149,67	41,93	156,48	114,55	140,30	162
163	21,28	99,23	129,32	161,61	62,38	150,59	42,19	157,45	115,26	141,16	163
164	21,41	99,84	130,11	162,60	62,76	151,52	42,45	158,41	115,97	142,03	164
165	21,54	100,45	130,90	163,59	63,14	152,44	42,71	159,38	116,67	142,89	165
166	21,67	101,05	131,70	164,58	63,53	153,36	42,96	160,34	117,38	143,76	166
167	21,80	101,66	132,49	165,57	63,91	154,29	43,22	161,31	118,09	144,63	167
168	21,93	102,27	133,28	166,56	64,29	155,21	43,48	162,28	118,79	145,49	168
169	22,06	102,88	134,08	167,55	64,67	156,14	43,74	163,24	119,50	146,36	169
170	22,19	103,49	134,87	168,55	65,06	157,06	44,00	164,21	120,21	147,22	170
171	22,32	104,10	135,66	169,54	65,44	157,98	44,26	165,17	120,92	148,09	171
172	22,45	104,71	136,46	170,53	65,82	158,91	44,52	166,14	121,62	148,96	172
173	22,58	105,32	137,25	171,52	66,20	159,83	44,78	167,11	122,33	149,82	173
174	22,71	105,92	138,04	172,51	66,59	160,76	45,03	168,07	123,04	150,69	174
175	22,84	106,53	138,84	173,50	66,97	161,68	45,29	169,04	123,74	151,55	175
176	22,97	107,14	139,63	174,49	67,35	162,60	45,55	170,00	124,45	152,42	176
177	23,10	107,75	140,42	175,49	67,73	163,53	45,81	170,97	125,16	153,29	177
178	23,23	108,36	141,22	176,48	68,12	164,45	46,07	171,93	125,87	154,15	178
179	23,36	108,97	142,01	177,47	68,50	165,37	46,33	172,90	126,57	155,02	179

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22° 30' cos 67° 30' γ	sin 67° 30' cos 22° 30' ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° $\varkappa$	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
180	23,49	109,58	142,80	178,46	68,88	166,30	46,59	173,87	127,28	155,88	180
181	23,63	110,19	143,60	179,45	69,27	167,22	46,85	174,83	127,99	156,75	181
182	23,76	110,79	144,39	180,44	69,65	168,15	47,11	175,80	128,69	157,62	182
183	23,89	111,40	145,18	181,43	70,03	169,07	47,36	176,76	129,40	158,48	183
184	24,02	112,01	145,98	182,43	70,41	169,99	47,62	177,73	130,11	159,35	184
185	24,15	112,62	146,77	183,42	70,80	170,92	47,88	178,70	130,81	160,21	185
186	24,28	113,23	147,56	184,41	71,18	171,84	48,14	179,66	131,52	161,08	186
187	24,41	113,84	148,36	185,40	71,56	172,77	48,40	180,63	132,23	161,95	187
188	24,54	114,45	149,15	186,39	71,94	173,69	48,66	181,59	132,94	162,81	188
189	24,67	115,06	149,94	187,38	72,33	174,61	48,92	182,56	133,64	163,68	189
190	24,80	115,66	150,74	188,37	72,71	175,54	49,18	183,53	134,35	164,54	190
191	24,93	116,27	151,53	189,37	73,09	176,46	49,43	184,49	135,06	165,41	191
192	25,06	116,88	152,32	190,36	73,48	177,38	49,69	185,46	135,76	166,28	192
193	25,19	117,49	153,12	191,35	73,86	178,31	49,95	186,42	136,47	167,14	193
194	25,32	118,10	153,91	192,34	74,24	179,23	50,21	187,39	137,18	168,01	194
195	25,45	118,71	154,70	193,33	74,62	180,16	50,47	188,36	137,89	168,87	195
196	25,58	118,32	155,50	194,32	75,01	181,08	50,73	189,32	138,59	169,74	196
197	25,71	119,93	156,29	195,31	75,39	182,00	50,99	190,29	139,30	170,61	197
198	25,84	120,53	157,08	196,31	75,77	182,93	51,25	191,25	140,01	171,47	198
199	25,97	121,14	157,88	197,30	76,15	183,85	51,50	192,22	140,71	172,34	199
200	26,11	121,75	158,67	198,29	76,54	184,78	51,76	193,19	141,42	173,21	200
201	26,24	122,36	159,46	199,28	76,92	185,70	52,02	194,15	142,13	174,07	201
202	26,37	122,97	160,26	200,27	77,30	186,62	52,28	195,12	142,84	174,94	202
203	26,50	123,58	161,05	201,26	77,68	187,55	52,54	196,08	143,54	175,80	203
204	26,63	124,19	161,84	202,25	78,07	188,47	52,80	197,05	144,25	176,67	204
205	26,76	124,80	162,64	203,25	78,45	189,40	53,06	198,01	144,96	177,54	205
206	26,89	125,40	163,43	204,24	78,83	190,32	53,32	198,98	145,66	178,40	206
207	27,02	126,01	164,22	205,23	79,22	191,24	53,58	199,95	146,37	179,27	207
208	27,15	126,62	165,02	206,22	79,60	192,17	53,83	200,91	147,08	180,13	208
209	27,28	127,23	165,81	207,21	79,98	193,09	54,09	201,88	147,79	181,00	209
210	27,41	127,84	166,60	208,20	80,36	194,01	54,35	202,84	148,49	181,87	210
211	27,54	128,45	167,40	209,19	80,75	194,94	54,61	203,81	149,20	182,73	211
212	27,67	129,06	168,19	210,19	81,13	195,86	54,87	204,78	149,91	183,60	212
213	27,80	129,67	168,98	211,18	81,51	196,79	55,13	205,74	150,61	184,46	213
214	27,93	130,27	169,78	212,17	81,89	197,71	55,39	206,71	151,32	185,33	214
215	28,06	130,88	170,57	213,16	82,28	198,63	55,65	207,67	152,03	186,20	215

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22° 30' cos 67° 30' γ	sin 67° 30' cos 22° 30' ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° ϰ	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
216	28,19	131,49	171,36	214,15	82,66	199,56	55,90	208,64	152,74	187,06	216
217	28,32	132,10	172,16	215,14	83,04	200,48	56,16	209,61	153,44	187,93	217
218	28,45	132,71	172,95	216,13	83,42	201,41	56,42	210,57	154,15	188,79	218
219	28,59	133,32	173,74	217,13	83,81	202,33	56,68	211,54	154,86	189,66	219
220	28,72	133,93	174,54	218,12	84,19	203,25	56,94	212,50	155,56	190,53	220
221	28,85	134,54	175,33	219,11	84,57	204,18	57,20	213,47	156,27	191,39	221
222	28,98	135,15	176,12	220,10	84,96	205,10	57,46	214,44	156,98	192,26	222
223	29,11	135,75	176,92	221,09	85,34	206,03	57,72	215,40	157,68	193,12	223
224	29,24	136,36	177,71	222,08	85,72	206,95	57,98	216,37	158,39	193,99	224
225	29,37	136,97	178,50	223,08	86,10	207,87	58,23	217,33	159,10	194,86	225
226	29,50	137,58	179,30	224,07	86,49	208,80	58,49	218,30	159,81	195,72	226
227	29,63	138,19	180,09	225,06	86,87	209,72	58,75	219,27	160,51	196,59	227
228	29,76	138,80	180,88	226,05	87,25	210,64	59,01	220,23	161,22	197,45	228
229	29,89	139,41	181,68	227,04	87,63	211,57	59,27	221,20	161,93	198,32	229
230	30,02	140,02	182,47	228,03	88,02	212,49	59,53	222,16	162,63	199,19	230
231	30,15	140,62	183,26	229,02	88,40	213,42	59,79	223,13	163,34	200,05	231
232	30,28	141,23	184,06	230,02	88,78	214,34	60,05	224,09	164,05	200,92	232
233	30,41	141,84	184,85	231,01	89,17	215,26	60,30	225,06	164,76	201,78	233
234	30,54	142,45	185,64	232,00	89,55	216,19	60,56	226,03	165,46	202,65	234
235	30,67	143,06	186,44	232,99	89,93	217,11	60,82	226,99	166,17	203,52	235
236	30,80	143,67	187,23	233,98	90,31	218,04	61,08	227,96	166,88	204,38	236
237	30,93	144,28	188,02	234,97	90,70	218,96	61,34	228,92	167,58	205,25	237
238	31,07	144,89	188,82	235,96	91,08	219,88	61,60	229,89	168,29	206,11	238
239	31,20	145,49	189,61	236,96	91,46	220,81	61,86	230,86	169,00	206,98	239
240	31,33	146,10	190,40	237,95	91,84	221,73	62,12	231,82	169,71	207,85	240
241	31,46	146,71	191,20	238,94	92,23	222,65	62,38	232,79	170,41	208,71	241
242	31,59	147,32	191,99	239,93	92,61	223,58	62,63	233,75	171,12	209,58	242
243	31,72	147,93	192,78	240,92	92,99	224,50	62,89	234,72	171,83	210,44	243
244	31,85	148,54	193,58	241,91	93,37	225,43	63,15	235,69	172,53	211,31	244
245	31,98	149,15	194,37	242,90	93,76	226,35	63,41	236,65	173,24	212,18	245
246	32,11	149,76	195,16	243,90	94,14	227,27	63,67	237,62	173,95	213,04	246
247	32,24	150,36	195,96	244,89	94,52	228,20	63,93	238,58	174,66	213,91	247
248	32,37	150,97	196,75	245,88	94,91	229,12	64,19	239,55	175,36	214,77	248
249	32,50	151,58	197,54	246,87	95,29	230,05	64,45	240,52	176,07	215,64	249
250	32,63	152,19	198,34	247,86	95,67	230,97	64,70	241,48	176,78	216,51	250

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30'	sin 37° 30' cos 52° 30'	sin 52° 30' cos 37° 30'	sin 82° 30' cos 7° 30'	sin 22° 30' cos 67° 30'	sin 67° 30' cos 22° 30'	sin 15° cos 75°	sin 75° cos 15°	sin 45° cos 45°	sin 60° cos 30°	
	α	ε	η	λ	γ	ι	β	$\varkappa$	ζ	ϑ	
251	32,76	152,80	199,13	248,85	96,05	231,89	64,96	242,45	177,48	217,37	251
252	32,89	153,41	199,93	249,84	96,44	232,82	65,22	243,41	178,19	218,24	252
253	33,02	154,02	200,72	250,84	96,82	233,74	65,48	244,38	178,90	219,10	253
254	33,15	154,63	201,51	251,83	97,20	234,67	65,74	245,35	179,61	219,97	254
255	33,28	155,23	202,31	252,82	97,58	235,59	66,00	246,31	180,31	220,84	255
256	33,41	155,84	203,10	253,81	97,97	236,51	66,26	247,28	181,02	221,70	256
257	33,55	156,45	203,89	254,80	98,35	237,44	66,52	248,24	181,73	222,57	257
258	33,68	157,06	204,69	255,79	98,73	238,36	66,78	249,21	182,43	223,43	258
259	33,81	157,67	205,48	256,78	99,12	239,28	67,03	250,17	183,14	224,30	259
260	33,94	158,28	206,27	257,78	99,50	240,21	67,29	251,14	183,85	225,17	260
261	34,07	158,89	207,07	258,77	99,88	241,13	67,55	252,11	184,55	226,03	261
262	34,20	159,50	207,86	259,76	100,26	242,06	67,81	253,07	185,26	226,90	262
263	34,33	160,10	208,65	260,75	100,65	242,98	68,07	254,04	185,97	227,76	263
264	34,46	160,71	209,45	261,74	101,03	243,90	68,33	255,00	186,68	228,63	264
265	34,59	161,32	210,24	262,73	101,41	244,83	68,59	255,97	187,38	229,50	265
266	34,72	161,93	211,03	263,72	101,79	245,75	68,85	256,94	188,09	230,36	266
267	34,85	162,54	211,83	264,72	102,18	246,68	69,10	257,90	188,80	231,23	267
268	34,98	163,15	212,62	265,71	102,56	247,60	69,36	258,87	189,50	232,09	268
269	35,11	163,76	213,41	266,70	102,94	248,52	69,62	259,83	190,21	232,96	269
270	35,24	164,37	214,21	267,69	103,32	249,45	69,88	260,80	190,92	233,83	27
271	35,37	164,97	215,00	268,68	103,71	250,37	70,14	261,77	191,63	234,69	
272	35,50	165,58	215,79	269,67	104,09	251,30	70,40	262,73	192,33	235,56	
273	35,63	166,19	216,59	270,66	104,47	252,22	70,66	263,70	193,04	236,42	
274	35,76	166,80	217,38	271,66	104,86	253,14	70,92	264,66	193,75	237,2	
275	35,89	167,41	218,17	272,65	105,24	254,07	71,18	265,63	194,45	238,	
276	36,03	168,02	218,97	273,64	105,62	254,99	71,43	266,60	195,16	23	
277	36,16	168,63	219,76	274,63	106,00	255,91	71,69	267,56	195,87	2	
278	36,29	169,24	220,55	275,62	106,39	256,84	71,95	268,53	196,58		
279	36,42	169,84	221,35	276,61	106,77	257,76	72,21	269,49	197,28		
280	36,55	170,45	222,14	277,60	107,15	258,69	72,47	270,46	197,		
281	36,68	171,06	222,93	278,60	107,53	259,61	72,73	271,43	1		
282	36,81	171,67	223,73	279,59	107,92	260,53	72,99	272,39			
283	36,94	172,28	224,52	280,58	108,30	261,46	73,25	273,36			
284	37,07	172,89	225,31	281,57	108,68	262,38	73,50	274,3			
285	37,20	173,50	226,11	282,56	109,06	263,31	73,76	275.			
286	37,33	174,11	226,90	283,55	109,45	264,23	74,02	27			
287	37,46	174,71	227,69	284,54	109,83	265,15	74,28	2			

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30' cos 82° 30'	sin 37° 30' cos 52° 30'	sin 52° 30' cos 37° 30'	sin 82° 30' cos 7° 30'	sin 22° 30' cos 67° 30'	sin 67° 30' cos 22° 30'	sin 15° cos 75°	sin 75° cos 15°	sin 45° cos 45°	sin 60° cos 30°	
	α	ε	η	λ	γ	ι	β	κ	ζ	ϑ	
288	37,59	175,32	228,49	285,54	110,21	266,08	74,54	278,19	203,65	249,42	288
289	37,72	175,93	229,28	286,53	110,60	267,00	74,80	279,15	204,35	250,28	289
290	37,85	176,54	230,07	287,52	110,98	267,93	75,06	280,12	205,06	251,15	290
291	37,98	177,15	230,87	288,51	111,36	268,85	75,32	281,08	205,77	252,01	291
292	38,11	177,76	231,66	289,50	111,74	269,77	75,58	232,05	206,48	252,88	292
293	38,24	178,37	232,45	290,49	112,13	270,70	75,83	283,02	207,18	253,75	293
294	38,37	178,98	233,25	291,48	112,51	271,62	76,09	283,98	207,89	254,61	294
295	38,51	179,58	234,04	292,48	112,89	272,54	76,35	284,95	208,60	255,48	295
296	38,64	180,19	234,83	293,47	113,27	273,47	76,61	285,91	209,30	256,34	296
297	38,77	180,80	235,63	294,46	113,66	274,39	76,87	286,88	210,01	257,21	297
298	38,90	181,41	236,42	295,45	114,04	275,32	77,13	287,85	210,72	258,08	298
299	39,03	182,02	237,21	296,44	114,42	276,24	77,39	288,81	211,42	258,94	299
300	39,16	182,63	238,01	297,43	114,81	277,16	77,65	289,78	212,13	259,81	300
301	39,29	183,24	238,80	298,42	115,19	278,09	77,90	290,74	212,84	260,67	301
302	39,42	183,85	239,59	299,42	115,57	279,01	78,16	291,71	213,55	261,54	302
303	39,55	184,45	240,39	300,41	115,95	279,94	78,42	292,68	214,25	262,41	303
304	39,68	185,06	241,18	301,40	116,34	280,86	78,68	293,64	214,96	263,27	304
305	39,81	185,67	241,97	302,39	116,72	281,78	78,94	294,61	215,67	264,14	305
306	39,94	186,28	242,77	303,38	117,10	282,71	79,20	295,57	216,37	265,00	306
307	40,07	186,89	243,56	304,37	117,48	283,63	79,46	296,54	217,08	265,87	307
308	40,20	187,50	244,35	305,37	117,87	284,55	79,72	297,51	217,79	266,74	308
309	40,33	188,11	245,15	306,36	118,25	285,48	79,98	298,47	218,50	267,60	309
310	40,46	188,72	245,94	307,35	118,63	286,40	80,23	299,44	219,20	268,47	310
311	40,59	189,32	246,73	308,34	119,01	287,33	80,49	300,40	219,91	269,33	311
312	40,72	189,93	247,53	309,33	119,40	288,25	80,75	301,37	220,62	270,20	312
313	40,85	190,54	248,32	310,32	119,78	289,17	81,01	302,33	221,32	271,07	313
314	40,99	191,15	249,11	311,31	120,16	290,10	81,27	303,30	222,03	271,93	314
315	41,12	191,76	249,91	312,31	120,55	291,02	81,53	304,27	222,74	272,80	315
316	41,25	192,37	250,70	313,30	120,93	291,95	81,79	305,23	223,45	273,66	316
317	41,38	192,98	251,49	314,29	121,31	292,87	82,05	306,20	224,15	274,53	317
318	41,51	193,59	252,29	315,28	121,69	293,79	82,30	307,16	224,86	275,40	318
319	41,64	194,19	253,08	316,27	122,08	294,72	82,56	308,13	225,57	276,26	319
320	41,77	194,80	253,87	317,26	122,46	295,64	82,82	309,10	226,27	277,13	320
321	41,90	195,41	254,67	318,25	122,84	296,57	83,08	310,06	226,98	277,99	321
322	42,03	196,02	255,46	319,25	123,22	297,49	83,34	311,03	227,69	278,86	322

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30′ cos 82° 30′	sin 37° 30′ cos 52° 30′	sin 52° 30′ cos 37° 30′	sin 82° 30′ cos 7° 30′	sin 22° 30′ cos 67° 30′	sin 67° 30′ cos 22° 30′	sin 15° cos 75°	sin 75° cos 15°	sin 45° cos 45°	sin 60° cos 30°	
	α	ε	η	λ	γ	ι	β	$\varkappa$	ζ	ϑ	
323	42,16	196,63	256,25	320,24	123,61	298,41	83,60	311,99	228,40	279,73	323
324	42,29	197,24	257,05	321,23	123,99	299,34	83,86	312,96	229,10	280,59	325
325	42,42	197,85	257,84	322,22	124,37	300,26	84,12	313,93	229,81	281,46	325
326	42,55	198,46	258,63	323,21	124,75	301,18	84,37	314,89	230,52	282,32	326
327	42,68	199,06	259,43	324,20	125,14	302,11	84,63	315,86	231,22	283,19	327
328	42,81	199,67	260,22	325,19	125,52	303,03	84,89	316,82	231,93	284,06	328
329	42,94	200,28	261,01	326,19	125,90	303,96	85,15	317,79	232,64	284,92	329
330	43,07	200,89	261,81	327,18	126,29	304,88	85,41	318,76	233,35	285,79	330
331	43,20	201,50	262,60	328,17	126,67	305,80	85,67	319,72	234,05	286,65	331
332	43,33	202,11	263,39	329,16	127,05	306,73	85,93	320,69	234,76	287,52	332
333	43,47	202,72	264,19	330,15	127,43	307,65	86,19	321,65	235,47	288,39	333
334	43,60	203,33	264,98	331,14	127,82	308,58	86,45	322,62	236,17	289,25	334
335	43,73	203,94	265,77	332,13	128,20	309,50	86,70	323,59	236,88	290,12	335
336	43,86	204,54	266,57	333,13	128,58	310,42	86,96	324,55	237,59	290,98	336
337	43,99	205,15	267,36	334,12	128,96	311,35	87,22	325,52	238,29	291,85	337
338	44,12	205,76	268,15	335,11	129,35	312,27	87,48	326,48	239,00	292,72	338
339	44,25	206,37	268,95	336,10	129,73	313,20	87,74	327,45	239,71	293,58	339
340	44,38	206,98	269,74	337,09	130,11	314,12	88,00	328,41	240,42	294,45	340
341	44,51	207,59	270,53	338,08	130,50	315,04	88,26	329,38	241,12	295,31	341
342	44,64	208,20	271,33	339,07	130,88	315,97	88,52	330,35	241,83	296,18	342
343	44,77	208,81	272,12	340,07	131,26	316,89	88,77	331,31	242,54	297,05	34
344	44,90	209,41	272,91	341,06	131,64	317,81	89,03	332,28	243,24	297,91	3
345	45,03	210,02	273,71	342,05	132,03	318,74	89,29	333,24	243,95	298,78	
346	45,16	210,63	274,50	343,04	132,41	319,66	89,55	334,21	244,66	299,64	
347	45,29	211,24	275,29	344,03	132,79	320,59	89,81	335,18	245,37	300,51	
348	45,42	211,85	276,09	345,02	133,17	321,51	90,07	336,14	246,07	301,3	
349	45,55	212,46	276,88	346,01	133,56	322,43	90,33	337,11	246,78	302	
350	45,68	213,07	277,67	347,01	133,94	323,36	90,59	338,07	247,49		
351	45,81	213,68	278,47	348,00	134,32	324,28	90,85	339,04	248,1		
352	45,95	214,28	279,26	348,99	134,70	325,21	91,10	340,01	248,		
353	46,08	214,89	280,05	349,98	135,09	326,13	91,36	340,97	24		
354	46,21	215,50	280,85	350,97	135,47	327,05	91,62	341,94	2		
355	46,34	216,11	281,64	351,96	135,85	327,98	91,88	342,90			
356	46,47	216,72	282,43	352,95	136,24	328,90	92,14	343,87			
357	46,60	217,33	283,23	353,95	136,62	329,82	92,40	344,			
358	46,73	217,94	284,02	354,94	137,00	330,75	92,66	345			
359	46,86	218,55	284,81	355,93	137,38	331,67	92,92	34			



Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30′ cos 82° 30′	sin 37° 30′ cos 52° 30′	sin 52° 30′ cos 37° 30′	sin 82° 30′ cos 7° 30′	sin 22° 30′ cos 67° 30′	sin 67° 30′ cos 22° 30′	sin 15° cos 75°	sin 75° cos 15°	sin 45° cos 45°	sin 60° cos 30°	
	α	ε	η	λ	γ	ι	β	$\varkappa$	ζ	ϑ	
360	46,99	219,15	285,61	356,92	137,77	332,60	93,17	347,73	254,56	311,77	360
361	47,12	219,76	286,40	357,91	138,15	333,52	93,43	348,70	255,27	312,64	361
362	47,25	220,37	287,19	358,90	138,53	334,44	93,69	349,67	255,97	313,50	362
363	47,38	220,98	287,99	359,89	138,91	335,37	93,95	350,63	256,68	314,37	363
364	47,51	221,59	288,78	360,89	139,30	336,29	94,21	351,60	257,39	315,23	364
365	47,64	222,20	289,57	361,88	139,68	337,22	94,47	352,56	258,09	316,10	365
366	47,77	222,81	290,37	362,87	140,06	338,14	94,73	353,53	258,80	316,97	366
367	47,90	223,42	291,16	363,86	140,44	339,06	94,99	354,49	259,51	317,83	367
368	48,03	224,02	291,95	364,85	140,83	339,99	95,25	355,46	260,22	318,70	368
369	48,16	224,63	292,75	365,84	141,21	340,91	95,50	356,43	260,92	319,56	369
370	48,29	225,24	293,54	366,83	141,59	341,84	95,76	357,39	261,63	320,43	370
371	48,43	225,85	294,33	367,83	141,98	342,76	96,02	358,36	262,34	321,30	371
372	48,56	226,46	295,13	368,82	142,36	343,68	96,28	359,32	263,04	322,16	372
373	48,69	227,07	295,92	369,81	142,74	344,61	96,54	360,29	263,75	323,03	373
374	48,82	227,68	296,71	370,80	143,12	345,53	96,80	361,26	264,46	323,89	374
375	48,95	228,29	297,51	371,79	143,51	346,45	97,06	362,22	265,17	324,76	375
376	49,08	228,89	298,30	372,78	143,89	347,38	97,32	363,19	265,87	325,63	376
377	49,21	229,50	299,09	373,77	144,27	348,30	97,57	364,15	266,58	326,49	377
378	49,34	230,11	299,89	374,77	144,65	349,23	97,83	365,12	267,29	327,36	378
379	49,47	230,72	300,68	375,76	145,04	350,15	98,09	366,09	267,99	328,22	379
380	49,60	231,33	301,47	376,75	145,42	351,07	98,35	367,05	268,70	329,09	380
381	49,73	231,94	302,27	377,74	145,80	352,00	98,61	368,02	269,41	329,96	381
382	49,86	232,55	303,06	378,73	146,19	352,92	98,87	368,98	270,11	330,82	382
383	49,99	233,16	303,85	379,72	146,57	353,85	99,13	369,95	270,82	331,69	383
384	50,12	233,76	304,65	380,71	146,95	354,77	99,39	370,92	271,53	332,55	384
385	50,25	234,37	305,44	381,71	147,33	355,69	99,65	371,88	272,24	333,42	385
386	50,38	234,98	306,23	382,70	147,72	356,62	99,90	372,85	272,94	334,29	386
387	50,51	235,59	307,03	383,69	148,10	357,54	100,16	373,81	273,65	335,15	387
388	50,64	236,20	307,82	384,68	148,48	358,47	100,42	374,78	274,36	336,02	388
389	50,77	236,81	308,61	385,67	148,86	359,39	100,68	375,75	275,06	336,88	389
390	50,91	237,42	309,41	386,66	149,25	360,31	100,94	376,71	275,77	337,75	390
391	51,04	238,03	310,20	387,65	149,63	361,24	101,20	377,68	276,48	338,62	391
392	51,17	238,63	310,99	388,65	150,01	362,16	101,46	378,64	277,19	339,48	392
393	51,30	239,24	311,79	389,64	150,39	363,08	101,72	379,61	277,89	340,35	393
394	51,43	239,85	312,58	390,63	150,78	364,01	101,97	380,57	278,60	341,21	394
395	51,56	240,46	313,37	391,62	151,16	364,93	102,23	381,54	279,31	342,08	395

Zahl	Nur für 48 Ordinaten				
	sin 7° 30′ cos 82° 30′ α	sin 37° 30′ cos 52° 30′ ε	sin 52° 30′ cos 37° 30′ η	sin 82° 30′ cos 7° 30′ λ	sin 2[illegible] 3[illegible] cos 6[illegible] 3[illegible] γ
396	51,69	241,07	314,17	392,61	151,54
397	51,82	241,68	314,96	393,60	151,93
398	51,95	242,29	315,75	394,60	152,31
399	52,08	242,90	316,55	395,59	152,69
400	52,21	243,50	317,34	396,58	153,07
401	52,34	244,11	318,13	397,57	153,46
402	52,47	244,72	318,93	398,56	153,84
403	52,60	245,33	319,72	399,55	154,22
404	52,73	245,94	320,51	400,54	154,60
405	52,86	246,55	321,31	401,54	154,99
406	52,99	247,16	322,10	402,53	155,37
407	53,12	247,77	322,89	403,52	155,75
408	53,25	248,37	323,69	404,51	156,13
409	53,39	248,98	324,48	405,50	156,52
410	53,52	249,59	325,27	406,49	156,90
411	53,65	250,20	326,07	407,48	157,28
412	53,78	250,81	326,86	408,48	157,67
413	53,91	251,42	327,65	409,47	158,05
414	54,04	252,03	328,45	410,46	158,43
415	54,17	252,64	329,24	411,45	158,81
416	54,30	253,24	330,03	412,44	159,20
417	54,43	253,85	330,83	413,43	159,58
418	54,56	254,46	331,62	414,42	159,96
419	54,69	255,07	332,42	415,42	160,34
420	54,82	255,68	333,21	416,41	160,73
421	54,95	256,29	334,00	417,40	161,11
422	55,08	256,90	334,80	418,39	161,49
423	55,21	257,51	335,59	419,38	161,88
424	55,34	258,11	336,38	420,37	162,26
425	55,47	258,72	337,18	421,36	162,64
426	55,60	259,33	337,97	422,36	163,02
427	55,73	259,94	338,76	423,35	163,41
428	55,87	260,55	339,56	424,34	163,79
429	56,00	261,16	340,35	425,33	164,17
430	56,13	261,77	341,14	426,32	164,55
431	56,26	262,38	341,94	427,31	164,94

Zahl	Nur für 48 Ordinaten						Für 48 und 24 Ordinaten				Zahl
	sin 7° 30′ cos 82° 30′ α	sin 37° 30′ cos 52° 30′ ε	sin 52° 30′ cos 37° 30′ η	sin 82° 30′ cos 7° 30′ λ	sin 22° 30′ cos 67° 30′ γ	sin 67° 30′ cos 22° 30′ ι	sin 15° cos 75° β	sin 75° cos 15° $\varkappa$	sin 45° cos 45° ζ	sin 60° cos 30° ϑ	
432	56,39	262,98	342,73	428,30	165,32	399,12	111,81	417,28	305,47	374,12	432
433	56,52	263,59	343,52	429,30	165,70	400,04	112,07	418,25	306,18	374,99	433
434	56,65	264,20	344,32	430,29	166,08	400,96	112,33	419,21	306,88	375,86	434
435	56,78	264,81	345,11	431,28	166,47	401,89	112,59	420,18	307,59	376,72	435
436	56,91	265,42	345,90	432,27	166,85	402,81	112,85	421,14	308,30	377,59	436
437	57,04	266,03	346,70	433,26	167,23	403,74	113,10	422,11	309,01	378,45	437
438	57,17	266,64	347,49	434,25	167,62	404,66	113,36	423,08	309,71	379,32	438
439	57,30	267,25	348,28	435,24	168,00	405,58	113,62	424,04	310,42	380,19	439
440	57,43	267,86	349,08	436,24	168,38	406,51	113,88	425,01	311,13	381,05	440
441	57,56	268,46	349,87	437,23	168,76	407,43	114,14	425,97	311,83	381,92	441
442	57,69	269,07	350,66	438,22	169,15	408,35	114,40	426,94	312,54	382,78	442
443	57,82	269,68	351,46	439,21	169,53	409,28	114,66	427,91	313,25	383,65	443
444	57,95	270,29	352,25	440,20	169,91	410,20	114,92	428,87	313,96	384,52	444
445	58,08	270,90	353,04	441,19	170,29	411,13	115,17	429,84	314,66	385,38	445
446	58,21	271,51	353,84	442,18	170,68	412,05	115,43	430,80	315,37	386,25	446
447	58,35	272,12	354,63	443,18	171,06	412,97	115,69	431,77	316,08	387,11	447
448	58,48	272,73	355,42	444,17	171,44	413,90	115,95	432,73	316,78	387,98	448
449	58,61	273,33	356,22	445,16	171,82	414,82	116,21	433,70	317,49	388,85	449
450	58,74	273,94	357,01	446,15	172,21	415,75	116,47	434,67	318,20	389,71	450
451	58,87	274,55	357,80	447,14	172,59	416,67	116,73	435,63	318,91	390,58	451
452	59,00	275,16	358,60	448,13	172,97	417,59	116,99	436,60	319,61	391,44	452
453	59,13	275,77	359,39	449,12	173,36	418,52	117,25	437,56	320,32	392,31	453
454	59,26	276,38	360,18	450,12	173,74	419,44	117,50	438,53	321,03	393,18	454
455	59,39	276,99	360,98	451,11	174,12	420,37	117,76	439,50	321,73	394,04	455
456	59,52	277,60	361,77	452,10	174,50	421,29	118,02	440,46	322,44	394,91	456
457	59,65	278,20	362,56	453,09	174,89	422,21	118,28	441,43	323,15	395,77	457
458	59,78	278,81	363,36	454,08	175,27	423,14	118,54	442,39	323,85	396,64	458
459	59.91	279,42	364,15	455,07	175,65	424,06	118,80	443,36	324,56	397,51	459
460	60,04	280.03	364,94	456,06	176,03	424,98	119,06	444,33	325,27	398,37	460
461	60,17	280,64	365,74	457,06	176,42	425,91	119,32	445,29	325,98	399,24	461
462	60,30	281,25	366,53	458,05	176,80	426,83	119,57	446,26	326,68	400,10	462
463	60,43	281,86	367,32	459,04	177,18	427,76	119,83	447,22	327,39	400,97	463
464	60,56	282,47	368,12	460,03	177,57	428,68	120,09	448,19	328,10	401,84	464
465	60,69	283,07	368,91	461,02	177,95	429,60	120,35	449,16	328,80	402,70	465
466	60,83	283,68	369,70	462,01	178,33	430,53	120,61	450,12	329,51	403,57	466
467	60,96	284,29	370,50	463,00	178,71	431,45	120,87	451,09	330,22	404,43	467
468	61,09	284,90	371,29	464,00	179,10	432,38	121,13	452,05	330,93	405,30	468
469	61,22	285,51	372,08	464,99	179,48	433,30	121,39	453,02	331.63	406,17	469

Zahl	Nur für 48 Ordinaten				
	sin 7° 30' cos 82° 30' α	sin 37° 30' cos 52° 30' ε	sin 52° 30' cos 37° 30' η	sin 82° 30' cos 7° 30' λ	sin 22 30 cos 67 30 γ
470	61,35	286,12	372,88	465,98	179,86
471	61,48	286,73	373,67	466,97	180,24
472	61,61	287,34	374,46	467,96	180,63
473	61,74	287,94	375,26	468,95	181,01
474	61,87	288,55	376,05	469,94	181,39
475	62,00	289,16	376,84	470,94	181,77
476	62,13	289,77	377,64	471,93	182,16
477	62,26	290,38	378,43	472,92	182,54
478	62,39	290,99	379,22	473,91	182,92
479	62,52	291,60	380,02	474,90	183,31
480	62,65	292,21	380,81	475,89	183,69
481	62,78	292,81	381,60	476,88	184,07
482	62,91	293,42	382,40	477,88	184,45
483	63,04	294,03	383,19	478,87	184,84
484	63,17	294,64	383,98	479,86	185,22
485	63,31	295,25	384,78	480,85	185,60
486	63,44	295,86	385,57	481,84	185,98
487	63,57	296,47	386,36	482,83	186,37
488	63,70	297,08	387,16	483,83	186,75
489	63,83	297,68	387,95	484,82	187,13
490	63,96	298,29	388,74	485,81	187,51
491	64,09	298,90	389,54	486,80	187,90
492	64,22	299,51	390,33	487,79	188,28
493	64,35	300,12	391,12	488,78	188,66
494	64,48	300,73	391,92	489,77	189,05
495	64,61	301,34	392,71	490,77	189,43
496	64,74	301,95	393,50	491,76	189,81
497	64,87	302,55	394,30	492,75	190,19
498	65,00	303,16	395,09	493,74	190,58
499	65,13	303,77	395,88	494,73	190,96
500	65,263	304,38	396,677	495,722	191,342
600	78,316	365,26	476,012	594,867	229,610
700	91,368	426,13	555,347	694,011	267,878
800	104,421	487,01	634,683	793,156	306,147
900	117,474	547,89	714,018	892,300	344,415
1000	130,526	608,76	793,353	991,445	382,683

Literatur.

Öfters vorkommende Abkürzungen.

Pfl. Arch. = Archiv f. d. gesamte Physiologie hgg. von Pflüger, Bonn.

Monatschrift = Medizinisch-pädagogische Monatschrift f. d. gesamte Sprachheilkunde, hgg. von Albert Gutzmann und Hermann Gutzmann, Berlin.

Passow-Schaefers Beitr. = Beiträge z. Anatomie, Physiologie, Pathologie u. Therapie d. Ohres, d. Nase u. d. Halses, hgg. v. Passow u. Schaefer, Berlin.

Onderz. Utrecht = Onderzoekingen van het physiolog. Laborat. in Utrecht.

Engelmanns Arch. = Archiv f. Anatomie u. Physiologie. Physiolog. Abteilung, hgg. v. Engelmann.

Ber. Wien. m. n. = Sitzungsberichte d. Wiener Akademie, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse.

C. R. = Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris.

Die mit * versehenen Arbeiten konnten von mir überhaupt nicht eingesehen werden.

---

1) Merkel: Anat. u. Physiol. d. menschlichen Stimm- und Sprachorgans (Anthropophonik). Leipzig 1863.

2) Brücke: Grundzüge d. Physiologie d. Sprachlaute. Wien 1856.

3) Sievers: Grundzüge d. Phonetik. 5. Aufl. Leipzig 1901 (mit reicher Bibliographie).

4) Bremer: Deutsche Phonetik. Leipzig 1893.

5) Jespersen: Fonetik (dänisch). Kopenhagen 1887—1890.

6) — Phonetische Grundfragen. Leipzig 1904. (Deutsche Bearbeitung eines Teiles des vorigen Werkes; s. besonders Kap. VI: Untersuchungsmethoden.)

7) Rousselot: Principes de phonétique expérimentale. 2 Bde. Paris 1897—1908.

8) Scripture: Elements of experimental phonetics. New-York 1902.

9) Gutzmann: Physiologie der Stimme und Sprache. Braunschweig 1909.

10) Storm: Englische Philologie (Bd. I). 2. Aufl. Leipzig, 1892.

11) Marey: Inscription des mouvements phonétiques. Journ. des Savants, 1897. S. 563—85.

12) M'Kendrick: Experimental phonetics. Nature, Bd. 65 (1901), S. 182—89.

13) Marage: Phonation et audition d'après les travaux récents publiés en France. Année psychol., Bd. 8 (1902), S. 257—298.

14) H. Zwaardemaker: Die experimentelle Phonetik v. medizinischen Standpunkte. Monatschrift, Bd. 19 (1909), passim. (Auch jetzt Onderz. Utrecht.)

15) L. P. H. Eykman: Description phonétique des sons de la langue frisonne parlée à Grouw. Archives Teyler, série II, tome XI. S. 411—439.

16) E. A. Meyer: Englische Lautdauer. Uppsala Universitetets årsskrift. 1903. Auch separat, Leipzig 1903.

17) O. Rutz: Neue Entdeckungen von der menschlichen Stimme. München 1908.

18) Catalogue des instruments de précision construits par Charles Verdin. Troisième partie: Phonétique. Paris (jetzt bei Boulitte, Nachfolger Verdins).

19) Gutzmann: Z. Frage nach d. gegenseitigen Beziehungen zwischen Brust- und Bauchatmung. Verh. d. Kongr. f. innere Medizin, 1902. S. 508—518.

20) *F. Krueger: Mitbewegungen beim Singen, Sprechen und Hören. Zs. d. internat. Musikgesellschaft, Bd. 11 (1910); auch S. A., Leipzig. [Zit. n. d. Bibl. phonet.]
21) Czermak: Der Kehlkopfspiegel. Leipzig 1863.
22) Fränkel: Untersuchungsmethoden d. Kehlk. u. d. Luftröhre in: Heymanns Handb. d. Laryngologie. Bd. I, 1 (Wien 1898), S. 227—289.
23) Kirstein: Die Autoskopie des Kehlkopfes. Berlin 1893.
24) Brünings: Die direkte Laryngoskopie, Bronchoskopie und Ösophagoskopie. Wiesbaden 1910.
25) Flatau: Hintere Rhinoskopie u. Laryngoskopie bei geschlossenem Munde. Berliner klin. Wochenschrift, 1910, S. 602.
26) Koschlakoff: Über die Schwingungstypen der Stimmbänder. Pfl. Arch. Bd. 38 (1886) S. 428—476.
27) Oertel: Das Laryngostroboskop u. seine Verwendung in der Physik, Physiologie und Medizin. Arch. f. Laryngol., Bd. 3 (1895) S. 1—16; auch S. A.
28) L. Réthi: Experim. Untersuchgn. über d. Schwingungstypus u. d. Mechanismus der Stimmbänder bei der Falsettstimme. Ber. Wien, 1896, Bd. 105, 3. Abteilg., S. 197—212.
29) Musehold: Stroboskopische und photographische Studien über die Stellung d. Stimmlippen im Brust- und Falsettregister. Arch. f. Laryngol. Bd. 7 (1898) S. 1—20.
30) Spieß: Ein neues Laryngostroboskop. Arch. f. Laryngol. Bd. 7 (1898) S. 148—150.
31) F. Wethlo: Ein neues Laryngostroboskop m. Federantrieb u. Zentrifugalregulierung. Monatschrift, Bd. 18 (1908), S. 65—67.
32) R. Wagner: Die Photogr. d. Kehlkopfes in Heymanns Handb. d. Laryngol. Bd. I, 2. Wien 1893, S. 1512—1517.
33) Garel: La photographie stéréoscopique du larynx. Ann. des maladies de l'oreille, Bd. 25 (1), 1899, S. 702—714.
34) Rousselot: Les modifications phonétiques du langage étudiées dans le patois d'une famille de Cellefrouin. Paris 1892 (= Revue des patois gallo-romans Bd. 4).
35) E. A. Meyer: Stimmhaftes H. Die neueren Sprachen. Bd. 8 (1900) S. 260 bis 283.
36) F. Krueger und W. Wirth: Ein neuer Kehltonschreiber. Wundts Psychol. Studien, Bd. 1, Heft 1 (1905) S. 103—104.
37) Rosapelly: Essai d'inscription des mouvements phonétiques. Trav. du laboratoire de Marey, Bd. 2 (1876).
38) Th. S. Flatau und H. Gutzmann: Neue Versuche z. Physiologie des Gesanges. Arch. f. Laryngol. Bd. 16 (1904), S. 11—29.
39) H. Gutzmann: Über Stellung u. Bewegung d. Kehlk. bei normalen und pathologischen Sprechvorgängen. (Passow-Schaefers Beitr. Bd. I, S. 89—133 u. 432—476.)
40) Piltan: La Nature, 15 déc. 1887.
41) C. v. Krzywicki: Über die graphische Darstellung d. Kehlkopfbewegungen beim Sprechen und Singen. Königsberg 1892.
42) Curtis: Automatic movements of the larynx. American Journal of psychology, Bd. 2 (1900), S. 237.
43) *Zünd-Burguet: Études de phonétique expérimentale. Paris 1904.
44) H. Zwaardemaker und L. P. H. Eykman: De buccopharyngeale Periode van het slikken. Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde. 1901. 2. Teil, S. 461 bis 477.
45) H. Gutzmann: Lippenlesen in: Real-Encyclopädie d. gesamten Heilkunde, hgg. v. Eulenburg. Berlin u. Wien. S. 368—386.
46) Rousselot: Traité de prononciation française. Paris 1903.
47) Zünd-Burguet: Méthode pratique, physiologique et comparée de prononciation française. Marburg 1902.
48) M. Scheier: Die Bedeutung des Röntgenverfahrens für die Physiologie der Sprache und Stimme. Archiv f. Laryngol. Bd. 22 (1909), S. 175—208. Auch als S. A. erschienen.
49) Barth u. Grunmach: Röntgenographische Beiträge z. Stimmenphysiol. Arch. f. Laryngol. Bd. 19 (1907), S. 397—407. — Vgl. die polemische Auslegung v. Barth u. Scheier im Bd. 22 d. Arch., S. 542—549.



50) E. A. Meyer: Röntgenographische Lautbilder. Monatschrift 1907.

51) L. P. H. Eykman: Die Radiographie des Kehlkopfes. Fortschritte auf d. Gebiete der Röntgenstrahlen, Bd. 7 (1903).

52) *A. Gentilli: Der Glossograph. Leipzig 1882.

53) J. H. Gallée und H. Zwaardemaker: Über Graphik der Sprachlaute namentlich der Explosivae. Die neueren Sprachen, Bd. 8 (1899), S. 1—24. Auch erweitert: Graphiek der spraakbeweeging. Onderz. Utrecht, 5 (1899), I, S. 59—109.

54) L. P. H. Eykman: Signification des mouvements de la mâchoire en parlant. Arch. Teyler, Ser. 2, Bd. 7, 2. Teil (1900). Auch englisch: The measuring of the vertical jaw distances in speech. Onderz. Utrecht.

55) *Luce: The movements of the lower jaw. The Boston med. and surg. Journal Bd. 2 (1889), zitiert nach Zwaardemarker (53).

56) Z. Gombócz: Magyar palatogrammok. Nyelvtudomány Käzlemények Bd. 38 (1908), S. 193—204.

57) W. Atkinson: Methods of mouth-mapping. Die neueren Sprachen. Bd. 6 (1899), S. 494—503.

58) *F. Stolze: Über die Funktionen der Zunge bei d. Hervorbringung von Vokalen. Zs. f. neuere physikal. Medizin, 1907, S. 34. Zitiert nach Gutzmann (9).

59) *Oakley Coles: Transact. of the odontolog. Soc. of Great-Britain, n. ser. Bd. 4 (1871). Zitiert nach Scripture (8).

60) P. Grützner: Physiol. d. Stimme u. Sprache in Hermanns Handb. d. Physiol. IIa. Leipzig 1879.

61) *Kingsley: Illustrations of the articulations of the tongue. London 1880.

62) Montalbetti: Note sur l'emploi de l'ouranine pour les palais artificiels. La Parole, 1903, S. 425—427.

63) Hagelin: Stomatoskopiska undersökningar af franska språkljud. Stockholm 1889.

64) E. W. Scripture: Quelques perfectionnements apportés à la construction des palais artificiels. La Parole, 1903, S. 421—424.

65) Lenz: Zur Physiol. u. Geschichte der Palatalen. Zs. f. vergleich. Sprachwissenschaft, Bd. 29 (1888) (auch Dissert. Bonn, 1887).

66) Grandgent: Vowel measurements. Public. of the modern lang. assoc. Bd. 5 (1890), S. 148—174.

67) Czermak: Über das Verhalten des weichen Gaumens beim Hervorbringen der reinen Vokale. Ber. Wien, Bd. 24 (1857) S. 4—9.

68) *Gentzen: Beobachtungen am weichen Gaumen nach Entfernung einer Geschwulst in der Augenhöhle. Königsberg 1876. (Dissert.)

69) A. Hartmann: Über das Verhalten d. Gaumensegels bei der Artikulation und über die Diagnose der Gaumensegelparese. Mediz. Centralblatt, 1880, No. 15.

70) R. Weeks: A method of recording the soft palate movements in speech. Studies and notes in philology. Harvard University, Bd. 2 (1893).

71) *Allen: On a new method of recording the motions of the soft palate. Transact. of the college of physicians Philadelphia, 1884, 3 (III).

72) H. Gutzmann: Die geschichtliche Entwicklung der Lehre von der Gaumensegelbewegung beim Sprechen. Monatschrift, Bd. 3 (1893). Vgl. auch desselben Verf. Artikel Gaumensegel in Eulenburgs Realenzyklop. d. ges. Heilkunde, 3. Aufl.

73) L. P. H. Eykman: Les mouvements du voile du palais. Archives Teyler. Ser. 2, Bd. 8 (1902). Auch englisch: The movements of the soft palate in speech. Onderz. Utrecht (5), Bd. 4, S. 347—375.

74) Hopmann: Über Messungen des Tiefendurchmessers der Nasenscheidewand resp. d. Nasenrachenraumes. Arch. f. Laryngol., Bd. 1 (1894), S. 35—44.

75) H. Gutzmann: Zur Messung der relativen Intensität d. menschl. Stimme. Passow-Schaefers Beitr. Bd. 3 (1909), S. 233—260.

76) P. Seydel: Experimentelle Versuche über die labialen Verschlußlaute im Deutschen u. Frz. mit besonderer Berücksichtigung methodischer Fragen. 1. Teil. Breslau 1908 (Diss.). Der 2. Teil, enthaltend nur die Resultate, ist im Jahresbericht d. schlesischen Gesellsch. f. vaterl. Kultur, 1908, erschienen.



77) Roudet: De la dépense d'air dans la parole et de ses conséquences phonétiques. La Parole, Bd. 2 (1900), S. 201—230.

78) H. Gutzmann: Über Atemvolummessung. Medizinische Klinik, 1910, No. 24. 11 Seiten.

79) *Pitot: Description d'une machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes et le sillage des vaisseaux. Histoire de l'Acad. roy. des sciences, année 1732, Mémoires S. 363—377 (zitiert nach Zwaardemaker u. Ouwehand (80).

80) Zwaardemaker und Ouwehand: Die Geschwindigkeit des Atemstromes und das Atemvolum des Menschen. Engelmanns Arch., Supplementband 1904, S. 241—264. Auch Onderz. Utrecht. Vgl.: Zwaardemaker, Courbe indiquant la rapidité du courant respiratoire. Arch. internat. de laryngologie, 1906.

81) *J. ten Have: Over Ademsnelheid, Ademgrooth, Ademarbeid. Utrecht (Diss.) 1905.

82) A. Lucae: Zur Prüfung des Sprachgehörs unter Angabe eines neuen Phonometers. Arch. f. Ohrenheilkunde, Bd. 64 (1905), S. 155—166.

83) H. Zwaardemaker und H. F. Minkema: Über die beim Sprechen auftretenden Luftströme und über die Intensität der menschlichen Sprechstimme. Engelmanns Arch. 1906, S. 433—450.

84) H. Zwaardemaker: Über einen Geschwindigkeitsmesser für strömende Luft (Aërodromometer). Zs. f. Instrumentenkunde, Januar 1908, S. 17—20. — Frühere Mitteilg. in Zwaardemaker (87), S. 417 und in Courbe usw. s. oben (80).

85) Taylor: Sound colour figures. The nature, Bd. 17, (1877—1878), S. 426—427.

86) A. Guébhard: Nouveau procédé phonéidoscopique par les anneaux colorés d'interférence. Journ. de phys., Bd. 9 (1880), S. 242—244.

87) H. Zwaardemaker: Die Luftbrücke. Engelmanns Arch., 1902. Supplband, S. 399—419.

88) Cagniard-Latour: Sur la pression à laquelle l'air contenu dans la trachée-artère se trouve soumis pendant l'acte de la phonation. C. R. Bd. 4, (1837), S. 201—202.

89) L. Roudet: Recherches sur le rôle de la pression sous-glottique dans la parole. La Parole, 1900, S. 599—612.

90) *Smits: Untersuchungen mit dem Mikromanometer. (Diss.) Utrecht 1896. Zitiert nach Zwaardemaker (87).

91) R. Weeks: Recherches expérimentales de phonétique. L'année psychologique Bd. 1 (1894), S. 174—178.

92) E. A. Meyer und Z. Gombócz: Zur Phonetik d. ungarischen Sprache. Le Monde oriental, Bd. 2, 1909, S. 122—187. Uppsala (auch S. A. ebda.).

93) J. Katzenstein: Über Probleme und Fortschritte in der Erkenntnis der Vorgänge bei der menschlichen Lautgebung nebst Mitteilung einer Untersuchung über den Stimmenlippenton und die Beteiligung der verschiedenen Räume des Ansatzrohres an dem Aufbau der Vokalklänge. Passow-Schaefers Beitr., Bd. 3 (1910), S. 291—326.

94) Ch. Lootens: Recherches expérimentales sur la formation du son dans les instruments à embouchure de flûte. Revue des questions scientifiques (Bruxelles), avril-juill. 1898.

95) H. Zwaardemaker: Les mouvements respiratoires et leurs conséquences aérodynamiques. Ann. de la soc. de méd. phys. d'Anvers, 1904, S. 131—146.

96) Ewald: Physiol. d. Kehlk. u. d. Luftröhre in Heymanns Handb. d. Laryngol., Bd. I, 1 (1898), S. 165—226.

97) Gellé: a) Du mouvement de l'air intrabuccal pendant l'émission des voyelles. Comptes rendus soc. de biologie, 1900, S. 150, S. 172.

b) Du mouvement de l'air expiré pendant la formation des sons du langage, ebda. S. 146.

c) A propos des critiques sur les expériences démontrant l'existence d'un courant intrabuccal rétrograde au moment de l'émission des voyelles, ebda. S. 228.

d) Mouvements de l'air intrabuccal dans l'émission des sons-voyelles, ebda. S. 1096.

98) P. Bonnier: a) La formation des voyelles et la théorie aérodynamique, ebda. S. 207.

b) Sur la non existence d'un courant rentrant dans l'émission vocalique, ebda. S. 1126.

99) Thooris: Étude objective de la voix und Essais sur la voix. Arch. intern. de laryngol., Bd. 25 und 26 (1908), passim.

100) H. Gutzmann: Über die Bedeutung des Vibrationsgefühls f. d. Stimmbildung Taubstummer u. Schwerhöriger. Monatschrift, Bd. 17 (1907). — Auch ähnl. Inhaltes: Über die Unterschiedsempfindlichkeit d. sog. Vibrationsgefühles. Verh. d. 26. Kongr. f. inn. Medizin, Wiesbaden 1909.

101) Klünder: Über die Genauigkeit der Stimme. Engelmanns Arch. 1879.

102) Hensen: Ein einfaches Verfahren z. Beob. d. Tonhöhe eines gesungenen Tones, ebda. 1879.

103) H. Gutzmann: Untersuchungen über die Grenzen d. sprachlichen Perzeption. Zs. f. klin. Medizin, Bd. 60 (1906), S. 233—266.

104) Graßmann: Über die physikalische Natur der Sprachlaute. Ann. d. Physik. Bd. 237 (1877), S. 606—629.

105) Helmholtz: Die Lehre von den Tonempfindungen. 5. Auflage. Leipzig 1896.

106) F. Auerbach: Akustik in Winkelmanns Handb. d. Physik, 2. Aufl., Bd. 2. Leipzig 1909.

107) *F. C. Donders: a) Über die Natur der Vokale. Arch. f. holländ. Beitr. z. Natur- u. Heilkunde, Bd. 1 (1858), S. 157—162.

b) Zur Klangfarbe d. Vokale. Ann. d. Physik, Bd. 123 (1867).

c) De physiologie d. spraakklanken. Utrecht 1870.

108) Lloyd: a) Some researches into the nature of vowel sounds. London 1890.

b) Speech sounds; their nature and causation. Phonet. Studien, Bd. 3 (1890) und 4 (1890), passim.

109) Monoyer: Timbre ou vocable des 15 voyelles de la langue française. C. R. Bd. 126 (1898), S. 1637—39.

110) *V. Hensen: a) Vorführung d. Resonanztöne d. Mundhöhle f. einige Vokale (Physiol. Congreß zu Rom). Arch. ital. de biologie, Bd. 36 (1901), S. 49.

b) Die Harmonie in den Vokalen. Zs. f. Biologie, Bd. 28, S. 39—48, 227—28.

111) Bourseul: Contribution à la théorie des voyelles. Journ. de phys. Bd. 7 (1878), S. 377—380.

112) F. Auerbach: a) Bestimmung der Resonanztöne der Mundhöhle durch Perkussion. Ann. d. Phys. Bd. 239 (1878), S. 152—157.

b) Zur Graßmannschen Vokaltheorie, ebda. Bd. 240 (1878), S. 508—15.

113) Rousselot: Sur les caractéristiques des voyelles, les gommes vocaliques et leurs intervalles. C. R. Bd. 137 (1903), S. 40—43.

114) F. Auerbach: Untersuchungen über die Natur des Vokalklangs. Ann. d. Physik Ergänzgbd. 8 (1878), S. 177—225.

115) K. L. Schaefer: Tabellen der Schallgeschwindigkeit und Tonwellenlängen in d. Luft bei verschiedenen Temperaturen. Schaefer-Passows Beitr., Bd. 1 (1908), S. 7[illegible] bis 78. (Auch separat.)

116) Rousselot: Phonétique expérimentale et surdité. La Parole, 1903.

117) E. Sauberschwarz: Interferenzversuche mit Vokalen. Pfl. Arch., Bd. 61 (1895), S. 1—31.

118) Joh. Müller: Handb. d. Physiologie. 1842.

119) Marage: Les voyelles laryngiennes. Bulletin de la soc. philomathique de Paris, 1903, I, No. 2.

120) Raps: Über Luftschwingungen. Ann. d. Physik, Bd. 286 (1893), S. 193—2[illegible]

121) Helmholtz: Die Mechanik der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles. Pfl. Arch., Bd. I (1868), S. 1—60.

122) *Scott: a) Inscription automatique des sons au moyen d'une oreille artificielle. 1861.

b) Phonautographe. Ann. du Conservatoire des Arts et métiers, Oct. 1864.

123) Schneebeli: Expériences avec le phonautographe. Arch. des sciences physiques et natur. de Genève, Bd. 54 (1878), S. 79—82.

124) Barlow: On the pneumatic action which accompanies the articulation of sounds by the human voice, as exhibited by a recording instrument. Proc. of the Royal Society London, Bd. 22 (1874), S. 277—286.

125) W. H. Preece and A. Stroh: Studies in acoustic I. On the synthetic examination of vowel sounds. Proc. Roy. Soc. London, Bd. 28 (1879), S. 358—367.

126) A. Fick: Betrachtungen über den Mechanismus des Paukenfelles. Verhandl. d. physik. med. Gesellschaft in Würzburg, Bd. 20 (86), S. 73—84.

127) V. Hensen: Über die Schrift von Schallbewegungen. Zs. f. Biologie, Bd. 23 (1887), S. 291—302.

128) H. Pipping: a) Zur Klangfarbe der gesungenen Vokale. Zs. f. Biologie, Bd. 27 (1890), S. 1—80.

b) Die Lehre von den Vokalklängen. Neue Unters. mit Hensens Sprachzeichner. ebda. Bd. 31, S. 524—583.

c) Über die Theorie der Vokale. Acta Societ. Scient. Fennicae, Bd. 20 (1894), No. 11.

d) Zur Phonetik d. finn. Sprache. Mém. de la Soc. finno-ougrienne, Bd. 14.

129) Blake: A method of recording articulate vibrations by means of photography. Amer. Journal of Science, 3e Folge, Bd. 16 (1878), S. 54—59.

130) Rigollot et Chavanon: Projection des phénomènes acoustiques. Journal de phys., 1883, S. 553—556.

131) L. Hermann: a) Phonophotographische Untersuchungen I. Pfl. Arch. Bd. 45 (1889), S. 582—93.

b) II, ebda., Bd. 47 (1890), S. 44—53.

c) III, Bd. 47, S. 347—391.

132) Marage: Photographie des vibrations de la voix. C. R. Bd. 146 (1908), S. 630.

133) Samojloff: Zur Vokalfrage. Pfl. Arch., Bd. 78 (1899), S. 1—26, 27—37.

134) Objektive Darstellung von Schallkurven. Berichte von Leppin und Masche, 1910, S. 1—4.

135) J. Seemann: Neue Aufnahmen der menschlichen Stimme. Zs. f. biol. Technik u. Methodik, Bd. 1 (1908), S. 110—120.

136) O. Weiß: a) Registrierung u. Reproduktion menschlicher Herztöne u. Herzgeräusche. Pfl. Arch., Bd. 123 (1908), S. 341—386.

b) Die Seifenlamelle als schallregistrierende Membran im Phonoskop. Zs. f. biol. Technik u. Methodik, Bd. 1 (1908), S. 49—57.

c) Die photograph. Registrierung d. geflüsterten Vokale u. d. Konsonanten Sch und S. Zentralblatt f. Physiol., Bd. 21, No. 19.

137) L. Hermann u. M. Gildemeister: Eine Vorrichtung z. phothograph. Registrierg. d. Kapillarelektrometer-Ausschläge. Pfl. Arch., Bd. 110 (1905), S. 88—90.

138) Erich Herrmann: Über die Klangfarbe einiger Orchesterinstrumente und ihre Analyse (Diss. Königsberg). Auch in der Festschrift für L. Hermann. Stuttgart 1908, S. 59—105.

139) O. Weiß: a) Zwei Apparate z. Reproduktion v. Herztönen u. Herzgeräuschen. Zs. f. biol. Technik u. Methodik, Bd. 1 (1908), S. 121—125.

b) Über künstliche Erzeugung von Sprachlauten. Mediz. Klinik, 1910, No. 38.

140) K. Struycken: Die optische Beobachtung und die photographische Aufnahme v. akustischen Schwingungen. Verhandl. d. ersten intern. Laryngol.-Kongresses, 1909, Wien, S. 533—537.

141) R. König: a) Die manometrischen Flammen. Ann. d. Physik, Bd. 146 (1872). Auch frz. in

b) Quelques expériences d'acoustique. Paris 1882.

142) E. L. Nichols und B. E. Merritt: The photography of the manometric flames. The phys. Review, Bd. 7 (1893), S. 93—101.

143) E. Doumer: a) Mesure de la hauteur des sons par les flammes manométriques. C. R. Bd. 103 (1886), S. 340—43.

b) Étude du timbre des sons par la méth. des flammes manom., ebda., Bd. 105 (1887), S. 222—224.

144) Nagel u. Samojloff: Einige Versuche über d. Übertragg. v. Schallschwggn. auf d. Mittelohr. Engelmanns Arch., 1898.

145) Marage: Photographie des flammes de König. C. R., Bd. 124 (1897), S. 811 bis 813.

146) K. Marbe: Über die Verwendung rußender Flammen in der Psychologie u. deren Grenzgebieten. Zs. f. Psychol., Bd. 49 (1908), S. 206—217.

147) E. Wiersch: Über die Deutlichkeit akustischer Reproduktionen unter dem Einfluß der Eigentöne, sowie über Membranen z. möglichst deutlichen Wiedergabe d. Sprache. Ann. d. Phys., Bd. 322 (1905), S. 999—1004.

148) M. Wien: Die akustischen und elektrischen Konstanten des Telephons. Ann d. Physik, Bd. 309 (1901), S. 450—459.

149) *Du Bois-Reymond: Versuche am Telephon. Engelmanns Arch., 1877, S. 573—576 u. 582—584. (Zitiert n. 152).

150) *H. F. Weber: Die Induktionsvorgänge im Telephon. Vierteljahresschrift d. naturf. Ges. in Zürich, Bd. 23 (1878), S. 265—272. (do.)

151) *Helmholtz: Telephon und Klangfarbe. Monatsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., 1878, S. 488—500 (do.)

152) L. Hermann: Die Übertragung d. Vokale durch d. Telephon u. d. Mikrophon. Pfl. Arch., Bd. 48 (1891), S. 543—574.

153) E. Orlich: Aufnahme u. Analyse v. Wechselstromkurven (= Elektrotechnik in Einzeldarstellungen, Bd. 7). Braunschweig 1906.

154) Devaux-Charbonnel: La photographie de la parole. C. R., Bd. 146 (1908), S. 1258.

155) Poulsen: Das Telegraphon. Ann. d. Phys., Bd. 308 (1900), S. 754—760.

156) *J. R. Ewald: Altes und Neues aus dem Gebiete d. physiol. Akustik. Münchener mediz. Wochenschrift, 1909, S. 211. Zitiert n. d. Bibl. phonet., 1909, No. 4.

157) Ch. Cros: Procédé d'enregistrement et de reproduction des phénomènes perçus par l'ouïe. C. R., Bd. 85, (1877), S. 1081—1083.

158) a) S. Exner: 2. Bericht über den Stand der Arbeiten d. Phonogramm-Archivs-Commission. (Ber. Wien, 11. Juli 1902.)

b) F. Hauser: Über einige Verbesserungen am Archiv-Phonographen. (3. Ber. d. Kommission.) Ber. Wien, Bd. CXII, 17. Dez. 1903.

159) A. Fick: a) Über Kopierung von Klangkurven. Sitzber. d. physik. med. Gesellsch. zu Würzburg, Bd. 80 (1885).

b) Zur Phonographik, in Beitr. z. Physiol. zu C. Ludwigs 70. Geburtstag, 1886, S. 23—28.

160) F. Hauser: a) Ein Apparat zur Kopierung phonographischer Schrift von Edison-Walzen auf die Platten des Archivphonographen. Sitzber. Wien, Bd. 113, Abt. IIa. 21. Juni 1906. (= 8. Bericht d. Kommission.)

b) Ein Apparat z. Kopierung phon. Schrift v. d. Platten d. Archivphon. auf Edison-Walzen. Sitzber. Wien, 19. Nov. 1908. (Anzeiger d. mat.-naturw. Kl., 1908.) (= 16. Ber. d. Kommission.)

161) Azoulay: Mehrere Mitteilungen in den Comptes rendus de la Soc. de biologie, Paris, seit dem Jahre 1900, passim.

162) (Erster) Bericht über die Arbeiten der v. d. kaiserl. Akad. d. Wiss. eingesetzten Kommission z. Gründung eines Phonogrammarchives. Sitzg. d. 13. Juli 1900. (Anzeiger d. Wiener Akad. 1900.)

163) Boeke: Mikroskopische Phonogrammstudien: a) Pfl. Arch., Bd. 50 (1891), S. 297—318; b) ebda., Bd. 76 (1899), S. 497—516.

164) Verschuur: Het Dialekt v. Beveland. Amsterdam.

165) Lahr: Die Graßmannsche Vokaltheorie im Lichte des Experimentes. Ann. d. Phys., Bd. 263 (1886), S. 94—119. (Dissert. Jena.)

166) Scripture: Researches in experimental phonetics. The study of speech curves. 1906. (Carnegie Institution, Washington.)

167) Lioret: Transformation en courbes des sons du phonographe. C. R., Bd. 150 (1910), S. 1441—43.

168) Fleeming Jenkin & J. A. Ewing: On the harmonic analysis of certain vowel sounds. Transact. of the Royal Society of Edinburgh, Bd. 28 (1879), S. 745 bis 777.

169) F. Hauser: Eine Methode z. Aufzeichnung phonographischer Wellen. (= 14. Ber. d. Archivkommission.) Ber. Wien, Bd. 117, Abt. IIa, Jan. 1908.



170) a) K. Verner: in einem Brief an H. Pipping (30. Juni 1890), veröffentl. in Neuphilolog. Mitteilgn., Helsingfors, 1903, S. 100—109.

b) Karl Verner: Afhandlinger og Breve, udgivne af Selskab for germansk Filologi. Kopenhagen, Frimodt, 1903.

171) L. Hermann: a) Phonophotographische Studien IV: Untersuchungen mittels des neuen Edisonschen Phonographen. Pfl. Arch., Bd. 53 (1892), S. 1—51.

b) Phonophotographische Studien V: Die Kurven von Konsonanten, ebda., Bd. 58 (1894), S. 255—279.

c) Weitere Unters. über d. Wesen d. Vokale, ebda., Bd. 61 (1895), S. 169—204.

d) Fortgesetzte Unters. über die Konsonanten, ebda., Bd. 83 (1900), S. 1—32.

172) L. Bevier: The acoustic analysis of the vowels from the phonographic record. Physical Review, Bd. 10 (1900), S. 193—201.

173) a) G. Laudet et L. Gaumont: Sur un mégaphone. C. R., Bd. 141 (1905) S. 319.

b) Georges et Gust. Laudet: Enregistrement photographique des vibrations sonores. C. R., Bd. 146 (1908), S. 1311—13.

174) Th. Rosset: Sur un nouvel inscripteur du son. C. R., Bd. 150 (1910), S. 1511 bis 1513.

175) L. Hermann: Über Synthese von Vokalen. Pfl. Arch., Bd. 91 (1902), S. 135 bis 163.

176) Marage: Petit manuel de physiologie de la voix à l'usage des chanteurs et des orateurs. Paris.

177) L. Hermann: Über die Prüfung v. Vokalkurven mittels d. Königschen Wellensirene. Pfl. Arch., Bd. 48 (1890), S. 574—577.

178) Eichhorn: Die Vokalsirene, eine neue Methode d. Nachahmg. v. Vokalklängen. Ann. d. Phys., Bd. 275 (1890), S. 148—154.

179) O. Weiß: a) Zwei Apparate z. Reproduktion v. Herztönen u. Herzgeräuschen. Zs. f. biol. Technik u. Methodik, Bd. 1 (1908), S. 121—125.

b) Über künstliche Erzeugung v. Sprachlauten. Medizin. Klinik, 1910, No. 38.

180) P. Grützner: Stimme u. Sprache in Ergebnisse d. Physiol., Bd. 1 (1902), S. 466 - 502.

181) A. v. Tschermak: Beschreibung einiger Apparate (Koordinatenmesser usw.). Pfl. Arch., Bd. 119 (1907), S. 29—38.

182) V. Hensen: Physiologie des Gehörs in Hermanns Handb. d. Physiologie, Bd. III.

183) *Fourier: Théorie mécanique de la chaleur. (Oeuvres complètes, Bd. I.)

184) Burkhardt: Entwicklung nach oszillierenden Funktionen. Jahresber. der deutschen Mathematikervereinigung, Bd. 10, 1901—09.

185) Runge: Theorie und Praxis der Reihen (= Sammlung Schubert, Bd. 32), Leipzig 1904.

186) a) L. Hermann: Über die Zerlegung v. Kurven in harmonische Partialschwingungen. Pfl. Arch., Bd. 83 (1900), S. 33—37.

b) E. Lindelöf u. H. Pipping: Über d. Berechnung d. Beobachtgsfehler bei d. Ausmessg. v. Klangkurven, ebda., Bd. 85 (1901), S. 59—64.

c) L. Hermann; Die Bedeutung d. Fehlerrechnung bei d. harmon. Analyse v. Kurven, ebda., Bd. 86 (1901), S. 92—102.

d) E. Lindelöf: Zur Frage v. d. Bedeutg. d. Fehlerrechng. bei d. harmon. Analyse v. Kurven, ebda., Bd. 87 (1901), S. 597—604.

e) E. Lindelöf: Über die Ermittelung d. Genauigkeit d. Beobachtgn. bei d. Analyse periodischer Erscheingn. u. in d. Methode d. kleinsten Quadrate. Acta Soc. Scient. Fennicae, Bd. 29 (1901), S. 34—67. (Zitate nach dem S. A.)

f) L. Hermann: Kurvenanalyse u. Fehlerrechnung. Pfl. Arch., Bd. 89 (1902), S. 600—604.

g) E. Lindelöf u. H. Pipping: Schlußwort an Prof. Hermann, ebda., Bd. 91 (1902), S. 310—312.

187) Henrici: Über Instrumente z. harmon. Analyse in Dycks Katalog mathem. u. mathem.-physik. Modelle, Apparate u. Instrumente. München 1892—93 (in den Schriften der deutschen Mathematikervereinigung).

188) *W. Thomson: Harmonic analyses. Proc. Royal Soc. London, Bd. 27 (1878). S. 371 ff.

189) *O. Henrici: On a new harmonic analyser. Proc. of the physic. Soc. London, Bd. 13 (1894), S. 77—89.

190) *A. Sharp: Harmonic analyser, ebda., Bd. 13 (1894), S. 110—111.

191) *U. Yule: ebda., Bd. 13 (1894—95), S. 403.

192) *J. N. Leconte: An harmonic analyser. The phys. Review, Bd. 7, S. 27—34.

193) *Wichert u. Sommerfeldt: in Dycks Katalog (s. No. 187), S. 214.

194) *A. Michelson und S. W. Stratton: A new harmonic analyser. Phys. Magaz., 1898, S. 85—91.

195) O. Mader: Ein einfacher harmonischer Analysator mit beliebiger Basis. Elektrotechn. Zeitschr., 1909 (9. Sept.), S. 847—851.

196) Clifford: Graphic representation of the harmonic components of a periodical motion. Proceed. London mathem. Soc., Bd. 5 (1873), S. 11—14.

197) S. Finsterwalder: Harmon. Analyse mittels des Polarplanimeters. Zs. f. Mathem. u. Phys., Bd. 43 (1898), S. 85—92.

198) K. Verner: In einem Brief an H. Pipping (24. Febr. 1890), veröffentl. Neuphilol. Mitteilg., Helsingfors, 1903, S. 90—100.

199) L. Roudet: Abaque pour l'analyse périodique des courbes. La Parole, 1900 S. 17—22.

200) L. Roudet: Méthode expérimentale pour l'étude de l'accent. La Parole, 1899, S. 321—344.

201) Pipping: Om Hensens fonautograf som ett hjälpmedel för språkvetenskapen. Helsingfors, 1890.

202) F. Krueger: Beziehungen d. experimentellen Phonetik z. Psychologie. (S. A. aus Bericht d. II. Kongreß f. exper. Psychol. in Würzburg, 1906). Leipzig 1907.

203) *F. M. Grödel: Die Röntgenkinematographie und ihre Bedeutung f. d. innere Medizin. Münchener med. Wochenschr. 1909, S. 539. (Zitiert n. d. Bibl. phonet. 1909, Nr. 365.)

204) Boltzmann: Vorläufige Mitteilgn. über Versuche, um Schallschwinggn. direkt zu photographieren. Anzeiger d. Wiener Akad., matem. naturw. Klasse, Bd. 19 (1882), S. 242—243.

(Während der Drucklegung erschienen.)

205) E. A. Meyer: Untersuchungen über Lautbildung in Festschrift für W. Viëtor. Marburg 1910.

206) L. Roudet: Éléments de phonétique générale, Paris, 1911.

207) L. Hermann: Der Einfluß der Drehgeschwindigkeit auf die Vokale bei der Reproduktion derselben am Edisonschen Phonographen. Pfl. Arch., Bd. 139 (1911), S. 1—9.

208) J. Chlumský: Appareils nouveaux. Revue de phonétique, Bd. 1 (1911), S. 67—78.

209) Rousselot: Classification des voyelles orales, ebda., S. 17—32.

210) T. Rosset. Recherches expérimentales pour l'inscription de la voix parlée. Paris, 1911.

211) L. Hermann: Neue Beiträge z. Beiträge z. Lehre v. d. Vokalen u. ihrer Entstehung. Pfl., Bd. 141 (1911), S. 1—62.

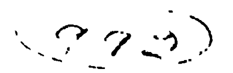
Zusätze.

Zu den phonautographischen Apparaten wären hinzuzufügen die bei Chlumský (208) erwähnten Methoden von Lifchitz und von Arthur Loth.

Zu S. 107—108: vgl. jetzt Hermann (211). In dieser Arbeit beschreibt dieser Forscher auch eine synthetische Einrichtung (intermittierendes Anblasen eines Resonators), wodurch $\underline{a}$-ähnliche Klänge erzeugt wurden.



Handbuch



der

physiologischen Methodik

Unter Mitwirkung

von

L. Asher, Bern; **A. Bethe,** Kiel; **Chr. Bohr,** Kopenhagen; **K. Bürker,** Tübingen; **W. Caspari,** Berlin; **J. R. Ewald,** Strassburg; **O. Fischer,** Leipzig; **O. Frank,** München; **M. von Frey,** Würzburg; **S. Garten,** Giessen; **A. Gullstrand,** Upsala; **F. B. Hofmann,** Prag; **R. Magnus,** Utrecht; **L. Michaëlis,** Berlin; **W. Nagel,** Rostock; **C. Oppenheimer,** Berlin; **I. P. Pawlow,** St. Petersburg; **J. Poirot,** Helsingfors; **A. Pütter,** Göttingen; **M. Rubner,** Berlin; **K. Schäfer,** Berlin; **F. Schenck,** Marburg; **J. Steiner,** Köln; **W. Trendelenburg,** Innsbruck; **W. Wirth,** Leipzig; **N. Zuntz,** Berlin und **H. Zwaardemaker,** Utrecht

herausgegeben

von

Robert Tigerstedt

Dritter Band

6. Abteilung

Die Phonetik

Mit 106 Figuren

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1911